



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik der Hochbau-Constructions**

**Landsberg, Theodor**

**Stuttgart, 1899**

a) Englische Dachstühle

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

eingeschriebenen Vieleck gebildet; das Gitterwerk ist verschieden. Man kann hierher auch die Träger mit gekrümmter oberer und geradliniger unterer Gurtung rechnen.

Bei den vorstehend angeführten Dächern ist stets angenommen, daß die beiden Gurtungen sich über dem Auflager schneiden; die Formen sind aber auch möglich, ohne daß die Schnittpunkte der Gurtungen in den Auflager-Lothrechten liegen.

Fig. 278.



Fig. 279.

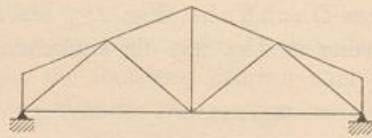


Fig. 280.

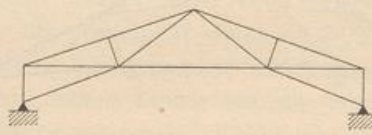
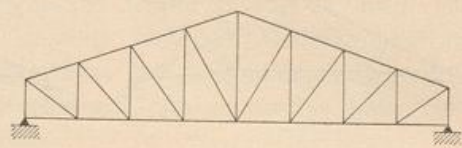


Fig. 281.



Alsdann sind allerdings unter Umständen noch Diagonalen anzuordnen, damit man unverfchiebliche, aus Dreiecken zusammengesetzte Figuren erhalte. Es ergeben sich die in Fig. 278 bis 281 gezeichneten Dachformen.

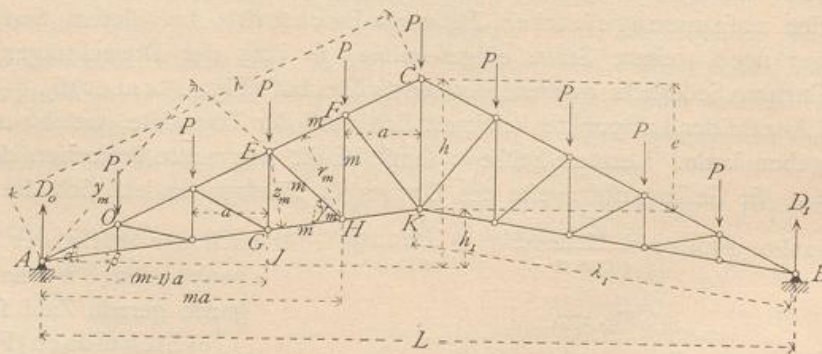
a) Englische Dachstühle.

216.  
Berechnung  
der Spannungen  
durch lothrechte  
Belastung.

Die Belastungsgefetze und Spannungsermittlungen sollen für einen Dachstuhl mit Pfosten und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezeigt werden; für andere Anordnungen des Gitterwerkes ergeben sich aus dem Nachstehenden die Aenderungen ohne Schwierigkeit.

1) Berechnung der Spannungen.  $\alpha$ ) Belastung durch das Eigengewicht, bezw. volle Schneebelastung (Fig. 282). Die Belastung für den Knotenpunkt sei  $P$ , die Stützweite  $L$ , die Entfernung der Knotenpunkte, wagrecht

Fig. 282.



gemessen,  $a$ . Der Dachstuhl habe  $2n$  Felder; mithin ist  $L = 2na$ . Die Winkel der oberen, bezw. unteren Gurtung mit der wagrechten Linie seien  $\alpha$  und  $\beta$ . Die Auflagerdrücke sind  $D_0 = D_1 = \frac{(2n-1)P}{2}$ .



Für die  $m$ -te Stange  $EF$  der oberen Gurtung ist  $H$  der Momentenpunkt, also

$$0 = X_m r_m + D_0 m a - (m - 1) P \frac{m a}{2},$$

woraus

$$X_m = \frac{-\frac{(2n-1)}{2} P m a + (m-1) P \frac{m a}{2}}{r_m}.$$

Nun ist  $r_m = \overline{AH} \sin(\alpha - \beta)$  und  $\overline{AH} = \frac{m a}{\cos \beta}$ ; fönach

$$r_m = m a \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = m a \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$$

und

$$X_m = -\frac{P(2n-m)}{2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} \dots \dots \dots 307.$$

Oft ist es unbequem, mit den Winkelwerthen zu rechnen; dann giebt man der Formel folgende Gestalt. Es ist  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2h}{L}$ ,  $\operatorname{tg} \beta = \frac{2h_1}{L}$ ,  $h - h_1 = e$  und

$\cos \alpha = \frac{L}{2\lambda}$ ; durch Einsetzung dieser Werthe wird

$$X_m = -\frac{P\lambda(2n-m)}{2e} \dots \dots \dots 308.$$

Für die  $m$ -te Stange  $GH$  der unteren Gurtung ist  $E$  der Momentenpunkt, mithin

$$0 = D_0 (m - 1) a - P(m - 2) \frac{(m - 1) a}{2} - Z_m z_m,$$

woraus

$$Z_m = \frac{\frac{(2n-1)}{2} P(m-1) a - P(m-2)(m-1) \frac{a}{2}}{z_m}.$$

Nun ist  $z_m = \overline{AE} \sin(\alpha - \beta)$  und  $\overline{AE} = \frac{(m-1) a}{\cos \alpha}$ , demnach

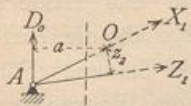
$$Z_m = \frac{P(2n-m+1)}{2 \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} \dots \dots \dots 309.$$

Da  $\cos \beta = \frac{L}{2\lambda_1}$  ist und  $\operatorname{tg} \alpha$ , so wie  $\operatorname{tg} \beta$  die oben angegebenen Werthe haben, so wird auch

$$Z_m = \frac{P\lambda_1(2n-m+1)}{2e} \dots \dots \dots 310.$$

Die Gleichungen 309 u. 310 gelten nicht für die erste Stange der unteren Gurtung am Auflager; denn die Formel ist unter der Annahme entwickelt, daß als Drehpunkt für die Gleichung der statischen Momente derjenige Punkt der oberen Gurtung gewählt wird, welcher in die

Fig. 283.



$(m - 1)$ -te Verticale fällt; dies würde für  $m = 1$  der Punkt  $A$  sein, und für diesen Fall wäre die Gleichung der statischen Momente für  $A$  als Drehpunkt nicht verwendbar, weil alle Kräfte am Bruchstück dann durch  $A$  gehen, also das statische Moment Null haben. Man erhält  $Z_1$  durch Aufstellung der Gleichung der statischen Momente für irgend einen beliebigen Punkt, etwa  $O$  (Fig. 283). Es wird, wenn der Hebelsarm von  $Z_1$  in Bezug auf den Drehpunkt  $O$  gleich  $z_2$  ist,

$$Z_1 = \frac{D_0 a}{z_2} = \frac{(2n-1) P a}{2 a \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = \frac{(2n-1) P \lambda_1}{2e} \dots \dots \dots 311.$$

Derselbe Werth ergibt sich für  $m = 2$ , d. h. für den zweiten Stab der unteren Gurtung.

217.  
Spannungen  
in den  
Gurtungen.



218.  
Spannungen  
in den  
Diagonalen.

Für die  $m$ -te Diagonale  $EH$ , wie für alle Diagonalen der linken Dachhälfte ist  $A$  der Momentenpunkt, mithin

$$0 = Y_m y_m + (m - 1) \frac{P m a}{2}, \text{ woraus } Y_m = - \frac{P m a (m - 1)}{2 y_m}.$$

Da nun  $y_m = \frac{m a \sin \gamma_m}{\cos \beta}$  ist, wird  $Y_m = - \frac{P}{2} (m - 1) \frac{\cos \beta}{\sin \gamma_m}$ .

Durch einfache Umformungen erhält man

$$Y_m = - \frac{P \sqrt{1 + [(m - 1) \operatorname{tg} \alpha - m \operatorname{tg} \beta]^2}}{2 (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} \dots \dots \dots 312.$$

und durch Fortschaffung der Winkelwerthe

$$Y_m = - \frac{P}{4e} \sqrt{L^2 + 4 (m e - h)^2} \dots \dots \dots 313.$$

219.  
Spannungen  
in den  
Pfoften.

Für den  $m$ -ten Pfoften  $FH$  ist der Schnitt schräg zu legen; als Momentenpunkt ergibt sich  $A$ ; mithin heisst die Gleichung der statischen Momente für  $A$  als Drehpunkt

$$0 = V_m m a - (m - 1) \frac{P m a}{2}, \text{ woraus } V_m = \frac{P (m - 1)}{2} \dots \dots 314.$$

Für  $m = 1$  ergibt diese Gleichung  $V_m = 0$ ; der erste Pfoften ist also überflüssig und kann fortbleiben.

Die Gleichung gilt nicht für den mittelften Pfoften; denn wenn bei diesem der Schnitt eben so gelegt wird, wie bei den anderen Pfoften, so werden vier Stäbe getroffen;  $A$  ist also hier nicht der conjugirte Punkt. Man bestimmt die Spannung in diesem Mittelpfoften durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen für den Firstknotenpunkt (Fig. 284). Für diesen ist, wenn die Summe der lothrechten Kräfte gleich Null gesetzt wird,

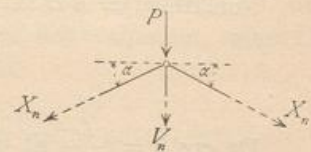
$$0 = V_n + P + 2 X_n \sin \alpha, \text{ woraus } V_n = - P - 2 X_n \sin \alpha,$$

und da nach Gleichung 307:  $X_n = - \frac{P n}{2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)}$  ist, so wird

$$V_n = P \left( \frac{n \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} - 1 \right) \dots \dots \dots 315.$$

Die Gleichungen 307 bis 314 gelten für die Stäbe links von der Mitte; die zur Mitte symmetrisch liegenden Stäbe der anderen Dachhälfte werden in genau gleicher Weise beansprucht; die Gleichungen können sofort auch für die rechte Dachhälfte angewendet werden, wenn die  $m$  von  $B$  aus gerechnet werden.

Fig. 284.



Die Betrachtung der Gleichungen 307 bis 314 ergibt Folgendes:

a) Durch das Eigengewicht, bezw. durch gleichmäßige Belaftung des ganzen Dachbinders erhalten alle Stäbe der oberen Gurtung Druck, alle Stäbe der unteren Gurtung Zug. Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, erhalten dieselben bei der erwähnten Belaftung Druck, die Pfoften Zug. Man sieht leicht, dass, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu steigen, dieselben bei der gleichen Belaftung gezogen, die Pfoften gedrückt werden.

b) Je größer  $\beta$  wird, desto kleiner wird  $(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$  und das Product  $\cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$ ; desto größer werden daher sowohl  $X_m$ , wie  $Z_m$ , da die Ausdrücke, sowohl für  $X$ , wie für  $Z$  die erwähnten Werthe im Nenner haben. Für negative Werthe von  $\beta$ , d. h. wenn die Zuggurtung nach unten von der Wagrechten abweicht, wird

$$X'_m = - \frac{P (2n - m)}{2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \text{ und } Z'_m = \frac{P (2n - m + 1)}{2 \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \dots 316.$$



Je größer (absolut genommen) die negativen Werthe von  $\beta$  werden, desto größer werden die Nenner in den beiden Gleichungen 316, desto kleiner also  $X_m$  und  $Z_m$ . Für den Materialaufwand zu den Gurtungen ist es also günstig, das positive  $\beta$  möglichst klein, das negative  $\beta$  möglichst groß zu nehmen.

c) Für  $\beta = 0$ , d. h. wenn die untere Gurtung eine gerade Linie bildet, ist

$$X_m = -\frac{P(2n-m)}{2 \sin \alpha} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{P(2n-m+1)}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad \dots \quad 317.$$

$$Y_m = -\frac{P\sqrt{1+(m-1)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{2 \operatorname{tg} \alpha}, \quad V_m = \frac{P(m-1)}{2} \quad \text{und} \quad V_n = P(n-1) \quad 318.$$

$\beta$ ) Ungünstigste lothrechte Belastung. — a) Gurtungsstäbe. Jede lothrechte Belastung des Trägers erzeugt (nach Art. 156, S. 150) ein positives Moment in allen Querschnitten. Sind nun (Fig. 282) die in den Stäben  $EF$ , bzw.  $GH$  durch eine beliebige lothrechte Belastung erzeugten Spannungen  $X_m$ , bzw.  $Z_m$  und die Momente für die bezüglichen Momentenpunkte  $H$  und  $E$  gleich  $M_m$  und  $M_{m-1}$ , so wird

$$X_m = -\frac{M_m}{r_m} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{M_{m-1}}{z_m}.$$

$X_m$  und  $Z_m$  erreichen ihre Größtwerte gleichzeitig mit  $M_m$ , bzw.  $M_{m-1}$ , d. h. bei voller Belastung des Trägers. Die Belastung des ganzen Daches durch Schneedruck wird also für die Gurtungsstäbe die ungünstigste sein. Die dann sich ergebenden Spannungen folgen aus den Gleichungen 307 bis 311, indem dort statt  $P$  die Knotenpunktsbelastung durch Schnee- und Eigengewicht eingesetzt wird.

Man erhält, wenn  $b$  der Binderabstand ist und  $q'$  die Bedeutung, wie in Art. 204 (S. 206) hat,

$$P = G + S = ab(q' + 75) \text{ Kilogr.}$$

und daraus leicht  $X_m$  und  $Z_m$ .

b) Diagonalen. Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, so erzeugt eine Last  $P$  rechts von dem durch die Diagonale gelegten lothrechten Schnitte  $II$

Fig. 285.

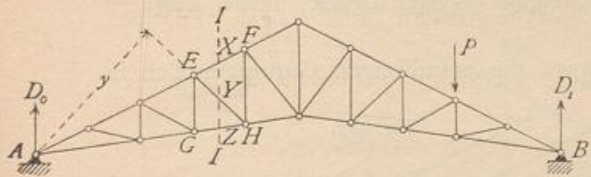
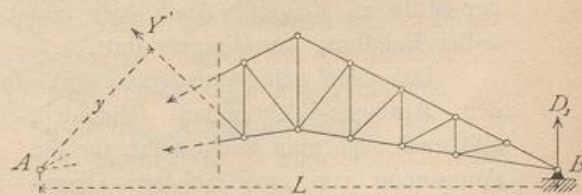


Fig. 286.



(Fig. 285) in  $A$  den Auflagerdruck  $D_0$ . Auf das Bruchstück links vom Schnitt wirken jetzt  $D_0$  und die drei Stabspannungen  $X$ ,  $Y$  und  $Z$ . Für  $Y$  ist  $A$  der Momentenpunkt, und die Gleichung der statischen Momente für  $A$  als Drehpunkt lautet  $0 = Yy$ , d. h.  $Y = 0$ .

Liegt eine Last  $P$  links vom Schnitte  $II$  und betrachtet man das Bruchstück rechts vom Schnitte (Fig. 286), so heißt die Gleichung der statischen Momente in Bezug auf den Punkt  $A$  als Drehpunkt

$$0 = Y'y + D_1 L, \quad \text{woraus} \quad Y' = -\frac{D_1 L}{y}.$$

220.  
Ungünstigste  
Belastung.



Steigen die Diagonalen nach der Mitte zu, so ergibt sich, wenn die Last rechts vom Schnitte liegt, genau wie vorhin, daß in den Diagonalen die Spannung Null entsteht. Liegt dagegen die Last links vom Schnitt, so folgt

$$Y'_1 = + \frac{D_1 L}{y'}$$

Die für die Diagonalen gefundenen Ergebnisse gelten, so lange  $A$  der Momentenpunkt der Diagonalen ist, d. h. für alle Diagonalen links der Mitte. Für die Diagonalen rechts der Mitte ist  $B$  der Momentenpunkt, und es ergibt sich in gleicher Weise, wie eben gezeigt, daß in diesen jede Belastung rechts vom Schnitte durch die betreffende Diagonale eine Druck-, bzw. Zugspannung erzeugt, je nachdem sie nach der Mitte zu fallen oder steigen; jede Belastung links vom Schnitte ruft dagegen in denselben die Spannung Null hervor.

Allgemein folgt hieraus: Jede Belastung zwischen dem durch die Diagonale gelegten lothrechten Schnitte und demjenigen Auflager, welches für die Diagonale nicht den Momentenpunkt bildet, hat auf die Spannung in der Diagonalen gar keinen Einfluß. Jede Belastung zwischen dem lothrechten Schnitt und dem Auflager, welches für die Diagonale den Momentenpunkt bildet, erzeugt in den nach der Mitte zu fallenden Diagonalen Druck, in den nach der Mitte zu steigenden Diagonalen Zug. Die ungünstigsten Belastungsarten würden also diejenigen sein, bei denen die ganze Zug-, bzw. Druckabtheilung belastet wäre. Da aber die Belastung des übrigen Trägertheiles ohne Einfluß auf die Diagonalspannung ist, so kann man auch sagen: Die ungünstigste Beanspruchung aller Diagonalen durch lothrechte Lasten findet bei voller Belastung statt, und zwar werden die nach der Mitte zu steigenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gedrückt.

c) Pfosten. Für die ungünstigste Belastung der Pfosten ergibt sich durch die gleiche Beweisführung, wie bei den Diagonalen, wenn die Schnitte schräg gelegt werden: Jede Belastung zwischen dem durch einen Pfosten gelegten schrägen Schnitt und dem Auflager, welches für den Pfosten nicht den Momentenpunkt bildet, erzeugt im Pfosten die Spannung Null; jede Belastung zwischen dem Schnitte und demjenigen Auflager, welches den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in den Pfosten Zug, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, Druck, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu steigen. Auch hier findet demnach größter Druck, bzw. Zug bei voller Belastung des Trägers statt.

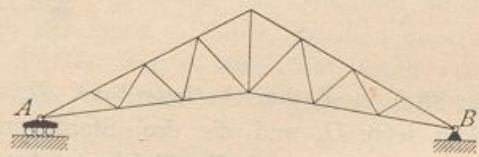
Das hier gefundene Gesetz gilt, so lange die geradlinigen Gurtungen sich in den Auflager-Lothrechten schneiden, also auch, wie man leicht sieht, für die Anordnung von zwei Scharen Diagonalen nach Fig. 287.

Demnach kann für alle Stäbe des englischen Dachstuhles die volle Belastung durch Schnee und Eigengewicht als ungünstigste lothrechte Belastung der Berechnung zu Grunde gelegt werden.

Die bezüglichlichen Größtwerte sind in Art. 217 bis 219 entwickelt.

γ) Belastung durch Winddruck. Die sämtlichen Stabspannungen sind sowohl für den Fall zu ermitteln, daß der Winddruck jene Seite belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt, als daß er diejenige Seite belastet, an welcher sich das feste Auflager befindet.

Fig. 287.





Man ermittelt bei diesen beiden Belastungsarten für jeden Stab den Momentenpunkt, das Biegemoment der äußeren Kräfte für diesen Punkt und daraus in bekannter Weise die Stabspannungen. Es empfiehlt sich dabei, für die Auffuchung des Biegemomentes jede Knotenpunktsbelastung in eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft zu zerlegen; die Ermittlung der Hebelsarme wird dadurch wesentlich vereinfacht. In Fig. 294 u. 296 sind die wagrechten und lothrechten Seitenkräfte der Winddrücke sowohl für den Fall, daß der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers, als auch für den Fall, daß er von der Seite des festen Auflagers kommt, angegeben.

2) Graphische Ermittlung der Spannungen. Hier empfiehlt sich die *Cremona'sche Methode* am meisten, weil für die Spannungen aller Stäbe die gleichen Belastungsarten zu Grunde gelegt werden.

a) Belastung durch das Eigengewicht und Schneedruck. Man nimmt entweder die sämtlichen Eigenlasten in den oberen Knotenpunkten vereinigt an oder berechnet die Eigengewichte, welche in den Knotenpunkten der unteren Gurtung angreifen, besonders. In beiden Fällen ist das Verfahren genau wie im Kapitel »Träger« (Art. 176, S. 172) gezeigt ist.

222.  
Graphische  
Ermittlung  
der  
Spannungen.

Fig. 288.

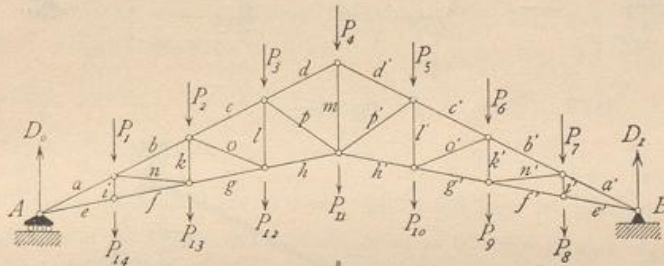
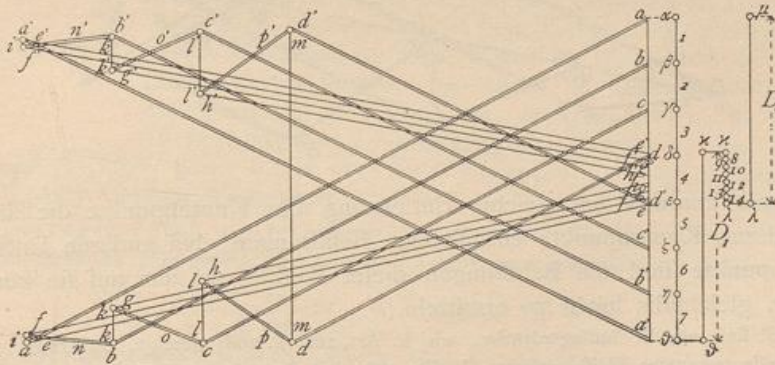


Fig. 289.



Bei der graphischen Ermittlung in Fig. 288 u. 289 ist die zweite Annahme gemacht worden; die Eigengewichte, welche auf die Auflagerpunkte *A* und *B* kommen, sind fortgelassen, weil sie unmittelbar von den Auflagern aufgenommen werden, demnach das System nicht belasten. Alsdann sind die am System wirkenden äußeren Kräfte in der Reihenfolge der Knotenpunkte aufgetragen: zuerst die Lasten der oberen Gurtung 1, 2, 3... 7; an den Endpunkt von 7 ist *D*<sub>1</sub> getragen; letzteres fällt mit der Kraftlinie 1, 2, 3... 7 zusammen, wie überhaupt alle äußeren Kräfte hier in dieselbe Kraftlinie fallen. Der größeren Deutlichkeit halber sind aber die Lasten 1 bis 7, *D*<sub>1</sub>, ferner die Lasten der unteren Gurtung



und  $D_0$  je etwas weitwärts verschoben aufgetragen. Wir erhalten  $D_1 = \delta \kappa$ ;  $\delta$  bis  $14 = \kappa \lambda$ ;  $D_0 = \lambda \mu$ .  $\mu$  fällt demnach eigentlich auf  $\alpha$ , wonach sich also das Kräftepolygon schließt.

Für die Construction des Kräfteplanes sind selbstverständlich als Grenzpunkte der einzelnen äußeren Kräfte die Punkte auf der Linie  $a a'$  einzuführen, welche mit den gezeichneten auf gleicher Höhe liegen. Der Kräfteplan ist nun genau, wie früher angegeben, in Fig. 289 construirt, worüber keine weiteren Bemerkungen nöthig sind.

Die Construction der Spannungen durch volle Schneebelastung ist in gleicher Weise vorzunehmen; dabei sind natürlich die Belastungen der unteren Knotenpunkte gleich Null.

$\beta$ ) Belastung durch Winddruck. In Fig. 291 u. 292 sind die Kräftepläne sowohl für den von der Seite des beweglichen, wie für den von der Seite des festen Auflagers kommenden Winddruck construirt. Auf den Auflagerpunkt und

Fig. 290.

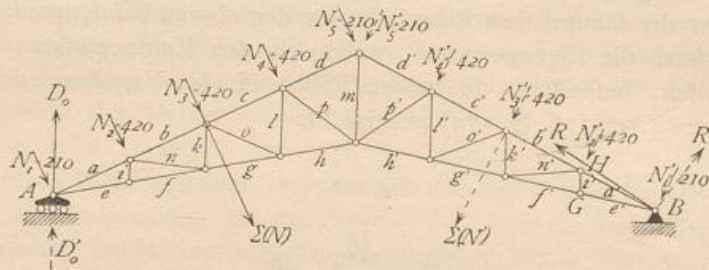
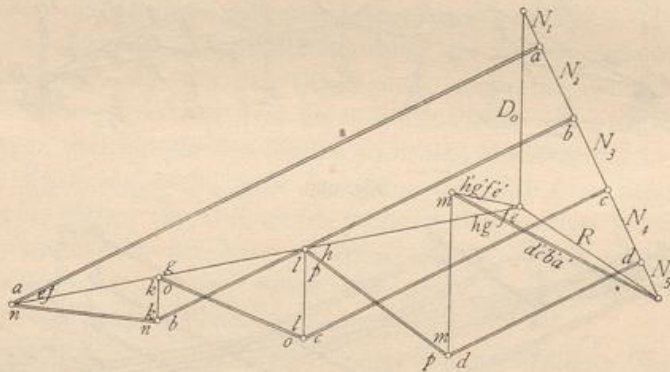


Fig. 291.



den Firstpunkt kommen bei gleicher Entfernung aller Knotenpunkte die Hälften der auf die anderen Knotenpunkte entfallenden Belastungen; bei anderen Entfernungen der Knotenpunkte sind die Belastungen dieser Punkte aus den auf sie kommenden Dachflächen gleichfalls leicht zu ermitteln.

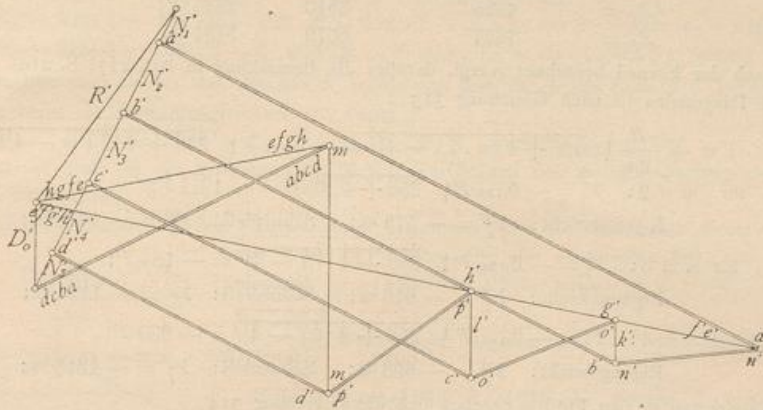
Zunächst sind nun die Auflagerdrücke, wie in Art. 208 (S. 208) gezeigt, construirt, worauf sich der Kräfteplan in bekannter Weise ergibt. In Fig. 290 sind die äußeren Kräfte für die Belastung der linken Dachhälfte ausgezogen, für die Belastung der rechten Dachhälfte punktiert.

Es möge hier darauf aufmerksam gemacht werden, daß auf der nicht belasteten Seite sämtliche Diagonalen die Spannung Null, die oberen, so wie die unteren Gurtungsstäbe sämtlich je gleiche Spannungen erhalten. Die Richtigkeit ergibt sich aus folgender Betrachtung.

Wenn sich in einem unbelasteten Knotenpunkte (Fig. 293) drei Stäbe schneiden, von denen zwei in eine gerade Linie fallen, so ist, wenn Gleichgewicht stattfindet,  $X - X_1 + Y \cos \varphi = 0$  und  $Y \sin \varphi = 0$ , d. h.  $Y = 0$ , also auch  $X - X_1 = 0$ , d. h.  $X = X_1$ . Die Spannungen in den beiden in eine gerade Linie fallenden Stäben sind also einander gleich; die Spannung im dritten Stabe ist gleich Null.



Fig. 292.



Falls der Wind, wie in Fig. 290 durch die ausgezogenen Pfeile angedeutet ist, die linke Seite be-  
lastet, so wirkt auf den Knotenpunkt  $G$  keine äußere Kraft; mithin wird  $e' = f'$  und  $i' = 0$ . Auch auf  
 $H$  wirkt keine äußere Kraft; da nun  $i' = 0$  ist, also als nicht vorhanden zu betrachten ist, so folgt auch  
 $n' = 0$  und  $a' = b'$ . Eben so ergibt sich weiter  $a' = b' = c' = d'$ ;  $e' = f' = g' = h'$ ;  $i' = n' =$   
 $k' = o' = l' = p' = 0$ .

Beispiel. Berechnung eines englischen Dachstuhles (Fig. 294) von nachfolgenden Haupt-  
maßen: Stützweite  $L = 16$  m; Firsthöhe  $h = 4$  m;  $\frac{h}{L} = \frac{1}{4}$ ;  $a = 2$  m;  $2a = 8$ ;  $\text{tg } \alpha = \frac{4}{8} = 0,5$ ;  
 $h_1 = 1,6$  m;  $\text{tg } \beta = \frac{1,6}{8} = 0,2$ ;  $e = h - h_1 = 2,4$  m;  $\lambda = \sqrt{4^2 + 8^2} = 8,94$  m;  $\lambda_1 = \sqrt{1,6^2 + 8^2}$   
 $= 8,16$  m;  $\sin \alpha = \frac{h}{\lambda} = \frac{4}{8,94} = 0,447$  m;  $\cos \alpha = \frac{8}{8,94} = 0,895$ ;  $\sin \beta = \frac{h_1}{\lambda_1} = \frac{1,6}{8,16} = 0,196$ ;  
 $\cos \beta = \frac{8}{8,16} = 0,98$ ; die Binderweite ist  $4,3$  m; die Dachdeckung ist Eisenwellblech auf Winkel-  
eisen; das Gitterwerk besteht aus Pfosten und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen.

223.  
Beispiel.

Die Belastungen ergeben sich wie folgt. Auf einen Knotenpunkt kommt eine Grundfläche von

Fig. 293.



$2 \cdot 4,3 = 8,6$  qm, eine schräge Dachfläche von  $4,3 \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{4,3 \cdot 8,94}{4} = 9,61$  qm.

Mithin ist nach der Tabelle auf S. 20 das Eigengewicht für 1 qm Grundfläche,  
auschl. des Bindergewichtes, gleich 23 kg. Rechnet man das Gewicht des Binders  
für 1 qm Grundfläche mit 17 kg, so wird das Eigengewicht für 1 qm Grund-  
fläche =  $23 + 17 = 40$  kg. Demnach ist die Knotenpunktsbelastung durch  
das Eigengewicht =  $8,6 \cdot 40 = 344$  kg, durch Schneedruck =  $8,6 \cdot 75 = 645$  kg,  
die senkrechte Knotenpunktsbelastung durch Winddruck =  $9,61 \cdot 72 = 692$  kg,  
wofür abgerundet  $N = 700$  kg gesetzt werden soll. Der Firstknotenpunkt und der Auflagerknotenpunkt  
erhalten nur je 350 kg senkrechte Windbelastung.

a) Spannungen durch die lothrechten Lasten. Für die obere Gurtung ergeben sich  
die Spannungen durch das Eigengewicht, bezw. volle Schneebelastung aus Gleichung 308 zu

$$X_m = - \frac{P \cdot 8,94}{2 \cdot 2,4} (8 - m) = - 1,8625 P (8 - m).$$

Wir erhalten: für Eigengewicht  $P = 344$  kg, sonach  $X_m^g = - 1,8625 \cdot 344 (8 - m) = - 640 (8 - m)$ ;

für Schneebelastung  $P = 645$  kg, mithin  $X_m^s = - 1,8625 \cdot 645 (8 - m) = - 1200 (8 - m)$ .

Für $m =$	1	2	3	4
wird $X_m^g =$	- 4480	- 3840	- 3200	- 2560 kg;
$X_m^s =$	- 8400	- 7200	- 6000	- 4800 kg.

Für die untere Gurtung ist nach Gleichung 310:  $Z_m = \frac{P \cdot 8,16}{2 \cdot 2,4} (9 - m) = 1,7 P (9 - m)$ .

Für Eigengewicht ist  $Z_m^g = 1,7 \cdot 344 (9 - m) = 585 (9 - m)$ ,

für Schneelast ist  $Z_m^s = 1,7 \cdot 645 (9 - m) = 1096,5 (9 - m)$ .



Sonach wird für	$m = 1$	$2$	$3$	$4$
$Z_g =$	4095		3510	2925 kg;
$Z_p =$	7677		6579	5481 kg.

$Z_1$  ist nicht nach der Formel berechnet (vergl. darüber die Bemerkung in Art. 217, S. 219).

Für die Diagonalen ist nach Gleichung 313

$$Y = -\frac{P}{9,6} \sqrt{16^2 + 4(m \cdot 2,4 - 4)^2} = -0,104 P \sqrt{256 + 4(2,4m - 4)^2}.$$

Wir erhalten für  $m = 2$ :  $Y_2 = -0,104 P \sqrt{256 + 4(0,8)^2} = -1,072 P$ ;

$$\text{Eigengewicht: } Y_2^g = -575 \text{ kg; } \text{Schneelast: } Y_2^p = -1079 \text{ kg;}$$

für  $m = 3$ :  $Y_3 = -0,104 P \sqrt{256 + 4(7,2 - 4)^2} = -1,79 P$ ;

$$\text{Eigengewicht: } Y_3^g = -616 \text{ kg; } \text{Schneelast: } Y_3^p = -1155 \text{ kg;}$$

für  $m = 4$ :  $Y_4 = -0,104 P \sqrt{256 + 4(9,6 - 4)^2} = -2,01 P$ ;

$$\text{Eigengewicht: } Y_4^g = -698 \text{ kg; } \text{Schneelast: } Y_4^p = -1310 \text{ kg;}$$

Die Spannungen in den Pfosten ergeben sich aus Gleichung 314

	Eigengewicht:	Schneelast:
für $m = 2$ :	$V_2^g = 172 \text{ kg}$ ;	$V_2^p = 323 \text{ kg}$ ;

" $m = 3$ :	$V_3^g = 344 \text{ kg}$ ;	$V_3^p = 645 \text{ kg}$ .
-------------	----------------------------	----------------------------

Die Spannungen im Mittelpfosten (für  $m = 4$ ) sind nach Gleichung 315

$$V_4^g = 1950 \text{ kg, } V_4^p = 3657 \text{ kg.}$$

β) Spannungen durch Windbelastung an der Seite des beweglichen Auflagers (Fig. 294). Die lothrechte Seitenkraft der Knotenpunktbelastung ist bei den mittleren Knotenpunkten gleich

$700 \cos \alpha = 700 \cdot 0,895 = 626 \text{ kg}$ , beim First- und Auflagerknotenpunkt je gleich  $313 \text{ kg}$ ; die wagrechten Seitenkräfte sind bezw.  $700 \sin \alpha = 700 \cdot 0,447 = 312 \text{ kg}$  und  $156 \text{ kg}$ . Die lothrechten Höhen der oberen Gurtungsknotenpunkte über  $AB$  sind bezw.  $1 \text{ m}$ ,  $2 \text{ m}$ ,  $3 \text{ m}$  und  $4 \text{ m}$ ; die Knotenpunkte der unteren Gurtung liegen bezw. um  $0,4 \text{ m}$ ,  $0,8 \text{ m}$ ,  $1,2 \text{ m}$  und  $1,6 \text{ m}$  über der wagrechten Linie  $AB$ . Es ist

$$D_0 = \frac{(3 \cdot 626 + 2 \cdot 313) 12 - (3 \cdot 312 + 2 \cdot 156) 2}{16} = 1722 \text{ kg,}$$

$$D_1 = \frac{(3 \cdot 626 + 2 \cdot 313) 4 + (3 \cdot 312 + 2 \cdot 156) 2}{16} = 782 \text{ kg,}$$

$$H = 3 \cdot 312 + 2 \cdot 156 = 1248 \text{ kg.}$$

Für die Stäbe der oberen Gurtung ergeben sich die Gleichungen der statischen Momente: wenn  $E$  der Momentenpunkt ist,

$$0 = X_1 \cdot 0,6 \cos \alpha + (D_0 - 313) \cdot 2 - 156 \cdot 0,4, \text{ woraus } X_1 = -5132 \text{ kg;}$$

für den Momentenpunkt  $F$

$$0 = X_2 \cdot 1,2 \cos \alpha + (D_0 - 313) \cdot 4 - 156 \cdot 0,8 + 312 \cdot 0,2 - 626 \cdot 2, \text{ woraus } X_2 = -4023 \text{ kg;}$$

weilers eben so für die Momentenpunkte  $G$  und  $J$

$$0 = X_3 \cdot 1,8 \cos \alpha + (D_0 - 313) \cdot 6 - 156 \cdot 1,2 + 2 \cdot 312 \cdot 0,3 - 2 \cdot 626 \cdot 3, \text{ woraus } X_3 = -2916 \text{ kg;}$$

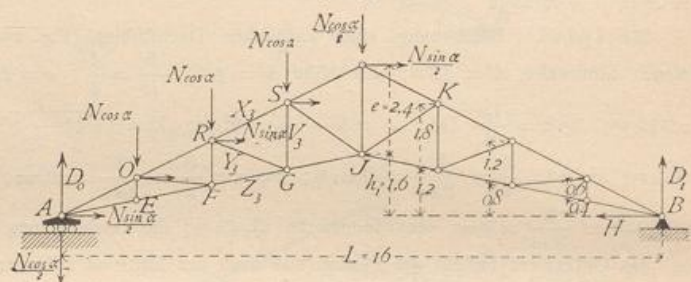
$$0 = X_4 \cdot 2,4 \cos \alpha + (D_0 - 313) \cdot 8 - 156 \cdot 1,6 + 3 \cdot 312 \cdot 0,4 - 3 \cdot 626 \cdot 4, \text{ woraus } X_4 = -1806 \text{ kg.}$$

Die Momentengleichung für den Punkt  $J$  heisst, wenn das Bruchstück rechts von dem durch den Stab  $JK$  gelegten lothrechten Schnitte betrachtet wird,

$$0 = H \cdot 1,6 - D_1 \cdot 8 - X_5 \cdot 2,4 \cos \alpha, \text{ woraus } X_5 = -1982 \text{ kg.}$$

Dieselbe Spannung findet in sämtlichen Stäben der oberen Gurtung rechts der Mitte statt (vergl. Art. 222, S. 224).

Fig. 294.





In ähnlicher Weise erhält man für die untere Gurtung:

$$0 = (D_0 - 313) 2 - 156 \cdot 1 - Z_1 \cdot 0,6 \cos \beta, \text{ woraus } Z_1 = 4527 \text{ kg} = Z_2;$$

$$0 = (D_0 - 313) 4 - 156 \cdot 2 - 626 \cdot 2 - 312 \cdot 1 - Z_3 \cdot 1,2 \cos \beta, \text{ woraus } Z_3 = 3197 \text{ kg};$$

$$0 = (D_0 - 313) 6 - 156 \cdot 3 - 2 \cdot 626 \cdot 3 - 2 \cdot 312 \cdot 1,5 - Z_4 \cdot 1,8 \cos \beta, \text{ woraus } Z_4 = 1857 \text{ kg}.$$

Betrachtet man wieder das Bruchstück rechts von dem durch den Stab  $\mathcal{F}K$  gelegten lothrechten Schnitte, so heisst die Momentengleichung für Punkt  $K$

$$0 = H \cdot 3 - D_1 \cdot 6 + Z_5 \cdot 1,8 \cos \beta, \text{ woraus } Z_5 = 537 \text{ kg}.$$

Eben so groß ist die Spannung in sämtlichen Stäben der unteren Gurtung rechts der Mitte (vergl. Art. 222, S. 225).

Um die Spannungen in den Diagonalen zu bestimmen, sind die Hebelsarme dieser Spannungen für den Punkt  $A$ , welcher für alle Diagonalen links der Mitte Momentenpunkt ist, konstruiert. Man erhält  $y_2 = 1,17 \text{ m}$ ,  $y_3 = 3,3 \text{ m}$  und  $y_4 = 5,8 \text{ m}$ .

Die Spannungen ergeben sich aus den Momentengleichungen, wie folgt:

$$0 = Y_2 \cdot 1,17 + 626 \cdot 2 + 312 \cdot 1, \text{ woraus } Y_2 = -1337 \text{ kg};$$

$$0 = Y_3 \cdot 3,3 + 2 \cdot 626 \cdot 3 + 2 \cdot 312 \cdot 1,5, \text{ woraus } Y_3 = -1422 \text{ kg};$$

$$0 = Y_4 \cdot 5,8 + 626 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 312 \cdot 2, \text{ woraus } Y_4 = -1618 \text{ kg}.$$

Die Spannungen in den Diagonalen rechts der Mitte sind gleich Null (vergl. Art. 222, S. 225).

Für die Spannungen aller Pfosten links der Mitte ist  $A$  der Momentenpunkt; man erhält:

$$0 = 626 \cdot 2 + 312 \cdot 1 - V_2 \cdot 4, \text{ woraus } V_2 = +391 \text{ kg};$$

$$0 = 2 \cdot 626 \cdot 3 + 2 \cdot 312 \cdot 1,5 - V_3 \cdot 6, \text{ woraus } V_3 = +782 \text{ kg}.$$

Für die Ermittlung der Spannung im Mittelpfosten (Fig. 295) ist die Summe der lothrechten Kräfte im Firfknutenpunkt gleich Null zu setzen; sonach

$$0 = V_4 + 313 + (X_4 + X_5) \sin \alpha = V_4 + 313 - (1806 + 1982) 0,447, \text{ woraus } V_4 = 1380 \text{ kg}.$$

Die Spannungen in den Pfosten rechts der Mitte sind gleich Null (vergl. Art. 222, S. 225).

Fig. 295.

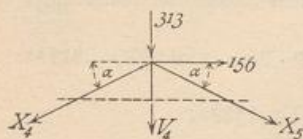
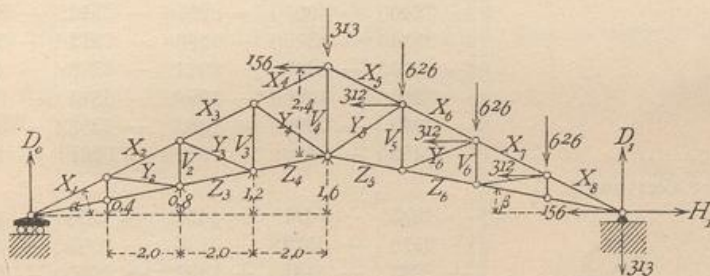


Fig. 296.



7) Spannungen durch Windbelastung von der Seite des festen Auflagers (Fig. 296). Die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte der rechten Hälfte sind eben so groß, wie diejenigen der linken Knotenpunkte unter  $\beta$  waren. Wir erhalten

$$D_0 = \frac{(3 \cdot 626 + 2 \cdot 313) 4 + (3 \cdot 312 + 2 \cdot 156) 2}{16} = 782 \text{ kg},$$

$$D_1 = \frac{(3 \cdot 626 + 2 \cdot 313) 12 - (3 \cdot 312 + 2 \cdot 156) 2}{16} = 1722 \text{ kg},$$

$$H_1 = 3 \cdot 312 + 2 \cdot 156 = 1248 \text{ kg}.$$

In der oberen Gurtung findet man

$$0 = X_1 \cdot 0,6 \cos \alpha + D_0 \cdot 2, \text{ woraus } X_1 = -\frac{782 \cdot 2}{0,537} = -2912 \text{ kg}.$$

Derselbe Werth ergibt sich nach Art. 222 (S. 225) für  $X_2$ ,  $X_3$  und  $X_4$ . Weiters ist

$$0 = X_5 \cdot 2,4 \cos \alpha + D_0 \cdot 8 - 156 \cdot 2,4, \text{ woraus } X_5 = -2738 \text{ kg};$$

$$0 = X_6 \cdot 1,8 \cos \alpha + (D_1 - 313) 6 + (H_1 - 156) 1,2 + 2 \cdot 312 \cdot 0,3 - 2 \cdot 626 \cdot 3, \text{ woraus } X_6 = -3845 \text{ kg};$$

$$0 = X_7 \cdot 1,2 \cos \alpha + (D_1 - 313) 4 + (H_1 - 156) 0,8 + 312 \cdot 0,2 - 626 \cdot 2, \text{ woraus } X_7 = -4953 \text{ kg};$$

$$0 = X_8 \cdot 0,6 \cos \alpha + (D_1 - 313) 2 + (H_1 - 156) 0,4, \text{ woraus } X_8 = -6061 \text{ kg}.$$

In der unteren Gurtung ergibt sich

$$0 = Z_1 \cdot 0,6 \cos \beta - D_0 \cdot 2, \text{ woraus } Z_1 = 2660 \text{ kg}.$$



Dieselbe Größe haben  $Z_2$ ,  $Z_3$  und  $Z_4$ . Weiters findet man

$$0 = (D_1 - 313) 6 + (H_1 - 156) 3 - 2 \cdot 626 \cdot 3 - 2 \cdot 312 \cdot 1,5 - Z_5 \cdot 1,8 \cos \beta, \text{ woraus } Z_5 = + 3990 \text{ kg;}$$

$$0 = (D_1 - 313) 4 + (H_1 - 156) 2 - 626 \cdot 2 - 312 \cdot 1 - Z_6 \cdot 1,2 \cos \beta, \text{ woraus } Z_6 = + 5320 \text{ kg;}$$

$$0 = (D_1 - 313) 2 + (H_1 - 156) 1 - Z_7 \cdot 0,6 \cos \beta, \text{ woraus } Z_7 = + 6650 \text{ kg.}$$

Die Hebelsarme für die Ermittlung der Spannungen in den Diagonalen sind oben angegeben; hiernach findet statt

$$0 = Y_7 \cdot y_2 + 312 \cdot 1 + 626 \cdot 2, \text{ woraus } Y_7 = - 1337 \text{ kg;}$$

$$0 = Y_6 \cdot y_3 + 2 \cdot 312 \cdot 1,5 + 2 \cdot 626 \cdot 3, \text{ woraus } Y_6 = - 1422 \text{ kg;}$$

$$0 = Y_5 \cdot y_4 + 3 \cdot 312 \cdot 2 + 3 \cdot 626 \cdot 4, \text{ woraus } Y_5 = - 1618 \text{ kg.}$$

Die Spannungen in den übrigen Diagonalen sind gleich Null.

In den Pfosten sind die Spannungen  $V_1$ ,  $V_2$  und  $V_3$  gleich Null;  $V_4$  wird durch die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung erhalten, welche befagt, das die algebraische Summe der lothrechten, am Firstknotenpunkte wirkenden Kräfte gleich Null sein mufs, d. h. aus

$$0 = V_4 + 313 + X_4 \sin \alpha + X_5 \sin \alpha = V_4 + 313 - (2912 + 2738) \cdot 0,447 \text{ wird } V_4 = 2212 \text{ kg.}$$

Ferner ist

$$0 = V_5 \cdot 6 - 2 \cdot 626 \cdot 3 - 2 \cdot 312 \cdot 1,5, \text{ woraus } V_5 = 782 \text{ kg;}$$

$$0 = V_6 \cdot 4 - 626 \cdot 2 - 312 \cdot 1, \text{ woraus } V_6 = 391 \text{ kg.}$$

2) Zusammenstellung der Stabspannungen. Für die Querschnittsbestimmungen sind die gefundenen Spannungen in nachfolgender Tabelle zusammengestellt.

Bezeichnung des Stabes	Spannung durch				$P_0$	$P_1$
	Eigen-gewicht	Schneelast (voll be-lastet)	Wind links	Wind rechts		
Obere Gurtung:						
Stab Nr. 1 . . . . .	- 4480	- 8400	- 5132	- 2912	- 4480	- 13522
" " 2 . . . . .	- 3840	- 7200	- 4023	- 2912	- 3840	- 11223
" " 3 . . . . .	- 3200	- 6000	- 2916	- 2912	- 3200	- 8916
" " 4 . . . . .	- 2560	- 4800	- 1806	- 2912	- 2560	- 7712
" " 5 . . . . .	- 2560	- 4800	- 1982	- 2738	- 2560	- 7538
" " 6 . . . . .	- 3200	- 6000	- 1982	- 3845	- 3200	- 9845
" " 7 . . . . .	- 3840	- 7200	- 1982	- 4953	- 3840	- 12153
" " 8 . . . . .	- 4480	- 8400	- 1982	- 6061	- 4480	- 14461
Untere Gurtung:						
Stab Nr. 1 u. 2 . . . . .	+ 4095	+ 7677	+ 4527	+ 2660	+ 4095	+ 12204
" " 3 . . . . .	+ 3510	+ 6579	+ 3197	+ 2660	+ 3510	+ 9776
" " 4 . . . . .	+ 2925	+ 5481	+ 1857	+ 2660	+ 2925	+ 8141
" " 5 . . . . .	+ 2925	+ 5481	+ 537	+ 3990	+ 2925	+ 9471
" " 6 . . . . .	+ 3510	+ 6579	+ 537	+ 5320	+ 3510	+ 11899
" " 7 u. 8 . . . . .	+ 4095	+ 7677	+ 537	+ 6650	+ 4095	+ 14327
Diagonalen:						
im Felde 2 . . . . .	- 575	- 1079	- 1337	0	- 575	- 2416
" " 3 . . . . .	- 616	- 1155	- 1422	0	- 616	- 2577
" " 4 . . . . .	- 698	- 1310	- 1618	0	- 698	- 2928
" " 5 . . . . .	- 698	- 1310	0	- 1618	- 698	- 2928
" " 6 . . . . .	- 616	- 1155	0	- 1422	- 616	- 2577
" " 7 . . . . .	- 575	- 1079	0	- 1337	- 575	- 2416
Pfosten:						
zwischen Feld 2 u. 3 . . . . .	+ 172	+ 323	+ 391	0	+ 172	+ 714
" " 3 u. 4 . . . . .	+ 344	+ 645	+ 782	0	+ 344	+ 1427
Mittelpfosten . . . . .	+ 1950	+ 3657	+ 1380	+ 2212	+ 1950	+ 5869
zwischen Feld 5 u. 6 . . . . .	+ 344	+ 645	0	+ 782	+ 344	+ 1427
" " 6 u. 7 . . . . .	+ 172	+ 323	0	+ 391	+ 172	+ 714

Kilogramm