



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik der Hochbau-Constructions

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

3) Parallelträger mit Diagonalen und Pfosten

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

Für eine Einzellaft wird die Ermittlung der Spannungen bequem mittels des *Cremona'schen* Kräfteplans vorgenommen, wie in Fig. 211 geschehen ist; dieselbe ist ohne Weiteres verständlich.

δ) Art der Beanspruchung der Stäbe bei einem Träger auf zwei Stützen. Nach Art. 178 (S. 175) werden die oberen Gurtungsstäbe stets gedrückt, die unteren stets gezogen. Die Diagonalen erhalten verschiedene Beanspruchungen. Durch das Eigengewicht erhalten die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen Zug, die nach der Mitte zu steigenden Diagonalen Druck; durch die ungünstigste Nutzlast erhalten im Allgemeinen alle Diagonalen sowohl Zug, wie Druck. Wenn der größte Druck, der in einer Diagonalen durch Nutzlast entsteht, kleiner ist, als der Zug durch Eigengewicht, so erleidet die Diagonale nur Zug, umgekehrt nur Druck. Für die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen nahe dem Auflager ist der Zug in Folge des Eigengewichtes meistens viel größer, als der größte Druck durch Nutzlast, und daher werden diese Diagonalen meistens nur gezogen. Eben so ergibt sich, daß die nahe dem Auflager befindlichen, nach der Mitte zu ansteigenden Diagonalen nur Druck erhalten. Die Diagonalen im mittleren Theile des Trägers werden dagegen sowohl gezogen, wie gedrückt.

181.
Art
der Stab-
beanspruchung.

3) Parallelträger mit Diagonalen und Pfofen.

α) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Für eine beliebige Belastung wird genau so, wie in Art. 178 (S. 175), wenn M das Biegemoment für den zu einem oberen Gurtungsstabe gehörigen Momentenpunkt, M' das Biegemoment für den zu einem unteren Gurtungsstabe gehörigen Momentenpunkt bezeichnet,

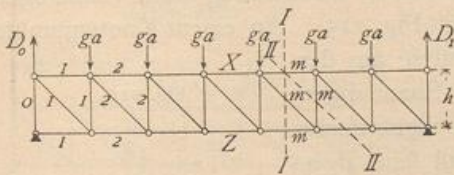
182.
Berechnung
der
Gurtungs-
spannungen.

$$X = -\frac{M}{h} \quad \text{und} \quad Z = \frac{M'}{h} \quad \dots \quad 233.$$

Auch hier findet also die größte Beanspruchung der Gurtungsstäbe bei voller Belastung des Trägers statt.

Für die Belastung durch Eigengewicht, bzw. volle gleichmäßig vertheilte Nutzlast (Fig. 212) ist die Spannung in den Gurtungsstäben davon unabhängig, ob die Lasten an der oberen oder an der unteren Gurtung angreifen.

Fig. 212.



Für den m -ten Stab der oberen, bzw. der unteren Gurtung erhält man die durch das Eigengewicht g für die Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_g = -\frac{g a^2 m (n - m)}{2 h} \quad \text{und} \quad Z_g = \frac{g a^2}{2 h} (m - 1) (n - m + 1) \quad \dots \quad 234.$$

und die durch volle Nutzlast p für die Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_p = -\frac{p a^2 m (n - m)}{2 h} \quad \text{und} \quad Z_p = \frac{p a^2}{2 h} (m - 1) (n - m + 1) \quad \dots \quad 235.$$

X_p und Z_p sind zugleich die größten Spannungen, die durch Nutzlast hervorgebracht werden.

183.
Berechnung
der
Gitterstäbs-
spannungen.

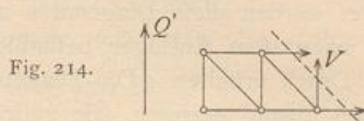
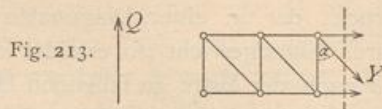
β) Berechnung der Spannungen in den Gitterstäben. Für das Bruchstück in Fig. 213 sei bei beliebiger Belastung die Querkraft Q ; alsdann ist für die Spannung in der Diagonalen

$$Y \cos \alpha = Q, \text{ woraus } Y = \frac{Q}{\cos \alpha} \dots \dots \dots 236.$$

Ist in Fig. 214 für das Bruchstück die Querkraft Q' , so ist die Spannung im Pfoften

$$V = -Q' \dots \dots \dots 237.$$

Für die Diagonalen ist es, da der Schnitt lothrecht gelegt werden kann, gleichgültig, ob die Last in der oberen oder unteren Gurtung liegt; für die Pfoften dagegen ergibt sich, da der Schnitt bei diesen schräg gelegt wird, ein anderes Q' , wenn die Last oben, als wenn sie unten liegt.



a) Das Eigengewicht erzeugt (Fig. 212) in der m -ten Diagonale (Schnitt II) die Querkraft $Q_m = D_0 - (m - 1) g a = \frac{g a}{2} (n - 2m + 1)$ und

$$Y_m^s = \frac{Q_m}{\cos \alpha} = \frac{g a}{2 \cos \alpha} (n - 2m + 1) \dots \dots \dots 238.$$

Den selben Ausdruck fanden wir in Art. 179 (S. 178), Gleichung 221, für die beim Netzwerk rechts fallenden Diagonalen. Die in Bezug auf Zug und Druck dort gefundenen Ergebnisse gelten demnach auch hier: Die nach der Mitte fallenden Diagonalen erhalten durch das Eigengewicht Zug; die nach der Mitte steigenden Diagonalen erhalten Druck.

Für die Ermittlung der Spannungen in den Pfoften ist zu unterscheiden, ob sich die Lastpunkte oben oder unten befinden. Im ersteren Falle (Fig. 212) ist

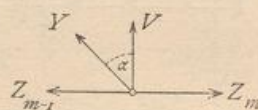
$$V_m = -Q_m = -\frac{g a}{2} (n - 2m + 1), \dots \dots \dots 239.$$

im zweiten Falle

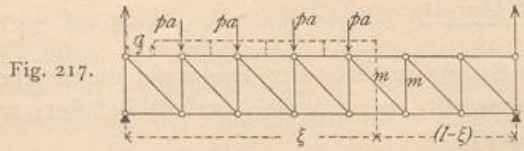
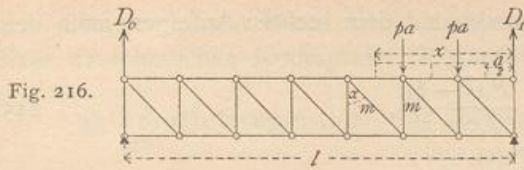
$$V'_m = -Q'_m = -\frac{g a}{2} (n - 1 - 2m) \dots \dots \dots 240.$$

Die Art der Beanspruchung ergibt sich durch Betrachtung eines beliebigen Knotenpunktes an der nicht belasteten Gurtung (Fig. 215). An einem Knotenpunkte der unteren Gurtung wirken, wenn die Lasten an der oberen Gurtung angenommen werden, nur die Spannungen der Stäbe, welche sich an ihm treffen. Die algebraische Summe aller lothrechten Seitenkräfte muß Null sein, d. h. es muß $0 = Y \cos \alpha + V$, also $V = -Y \cos \alpha$ sein. Hieraus folgt der Satz: Pfoften- und Diagonalspannung am Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung haben entgegengesetzte Beanspruchung; die Belastung, welche in einer Diagonalen Zug erzeugt, erzeugt in demjenigen Pfoften, welcher mit ihr an einem Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung zusammentrifft, Druck und umgekehrt.

Fig. 215.



b) Für die ungünstigste Beanspruchung der Gitterstäbe, welche durch die Nutzlast hervorgerufen wird, ergibt sich bezüglich der Diagonalen durch dieselbe Beweisführung, wie in Art. 179 (S. 178), die gleiche Regel wie dort. Für die Pfoften



ergibt sich zugleich aus dem Schlusssatze unter α : Jeder Pfosten erhält seinen größten Druck (bezw. Zug) bei derjenigen Belastung, bei welcher die mit ihm an einem unbelasteten Knotenpunkte zusammentreffende Diagonale ihren größten Zug (bezw. Druck) erhält.

Wirken die Lasten an der oberen Gurtung, so ergeben sich die Werthe für die Spannungen, wenn wir wiederum zur Ermittlung von Q die Knotenpunktsbelastungen durch gleichförmig vertheilte Lasten ersetzt denken, wie folgt. Für das Maximum von Y_m und das Minimum von V_m ergibt sich nach Fig. 216 der Auflagerdruck

um zur Ermittlung von Q die Knotenpunktsbelastungen durch gleichförmig vertheilte Lasten ersetzt denken, wie folgt. Für das Maximum von Y_m und das Minimum von V_m ergibt sich nach Fig. 216 der Auflagerdruck

$$D_0 = \frac{p \left(x - \frac{a}{2} \right)}{2l} \left(x + \frac{a}{2} \right) = \frac{p}{2l} \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] = Q_m.$$

Sonach

$$Y_{m_{max}} = \frac{p}{2l \cos \alpha} \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] \quad \text{und} \quad V_{m_{min}} = - \frac{p}{2l} \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right]. \quad 241.$$

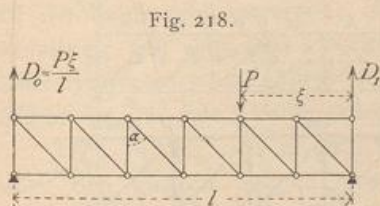
Für Y_{min} und V_{max} findet man nach Fig. 217

$$Q = - \frac{p}{2l} \left[\xi^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right];$$

$$Y_{m_{min}} = - \frac{p}{2l \cos \alpha} \left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] \quad \text{und} \quad V_{m_{max}} = + \frac{p}{2l} \left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right]. \quad 242.$$

x bedeutet den Abstand der Mitte desjenigen Feldes, zu dem die Diagonale gehört, vom rechten Auflager; bei den Pfosten die Mitte des Feldes, zu welchem diejenige Diagonale gehört, die mit dem Pfosten an einem Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung zusammentrifft (hier also der unteren Gurtung).

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an, so stimmen die Formeln für die Diagonalen genau mit den eben entwickelten; auch diejenigen für die Pfosten, wenn man beachtet, daß x den soeben erwähnten Werth hat, daß sich also x hier auf die Mitte des Feldes bezieht, zu dem die Diagonale gehört, welche sich mit dem Pfosten an einem Knotenpunkte der oberen Gurtung schneidet; statt V_m ist also dann V_{m-1} zu setzen.



c) Wenn der Träger durch eine Einzellast belastet wird (Fig. 218), so erhält jede Diagonale zwischen dem Lastpunkt und dem linken Auflager, nach welchem hier die Diagonalen steigen, einen Zug

$$Y = \frac{P \xi}{l \cos \alpha}, \quad \dots \quad 243.$$

jeder Pfosten auf dieser Seite der Last einen Druck

$$V = - \frac{P \xi}{l}. \quad \dots \quad 244.$$

Jede Diagonale zwischen dem Lastpunkt und dem rechten Auflager, nach dem die Diagonalen hier fallen, erhält einen Druck

$$Y = - \frac{P(l - \xi)}{l \cos \alpha}, \dots \dots \dots 245.$$

jeder Pfosten auf dieser Seite einen Zug

$$V = \frac{P(l - \xi)}{l} \dots \dots \dots 246.$$

184.
Graphische
Ermittlung
der
Spannungen.

γ) Graphische Ermittlung der Spannungen. Der Träger sei durch eine gleichmäßig vertheilt Last (Eigengewicht, bezw. volle Nutzlast) belastet; in jedem Knotenpunkte der oberen Gurtung wirke die Last ga , bezw. pa . Hiernach ist in Fig. 219 der Kräfteplan nach dem *Cremona'schen* Verfahren gezeichnet, worüber weitere Bemerkungen unnöthig sind.

Wenn die Zeichnung für eine Belastung g auf die Längeneinheit contruirt ist, so geben die Längen der einzelnen Linien auch zugleich die Beanspruchungen für die Belastung p auf die Längeneinheit, falls dieselben nur auf einem Maßstabe abgegriffen werden, auf welchem diejenige Länge pa bedeutet, welche vorher ga bedeutet hatte.

Sind die Maximalspannungen in den Gitterstäben, welche durch Verkehrslast erzeugt werden, zu bestimmen, so ergibt die Vergleichung der in Art. 183 (S. 185) für Y_{max} und V_{max} gefundenen Werthe mit den in Art. 179 (S. 177) für den Parallelträger mit Netzwerk gefundenen Werthen für Y und Q die genaue Uebereinstimmung beider, falls x den in Art. 183 (S. 185) angegebenen Werth hat.

Die unten stehende Curve (Fig. 220) ergibt demnach die Werthe für Q_{max} , so wie Q_{min} und damit, wie gezeichnet, leicht die Werthe für Y und V . Der für V_{3min}

Fig. 219.

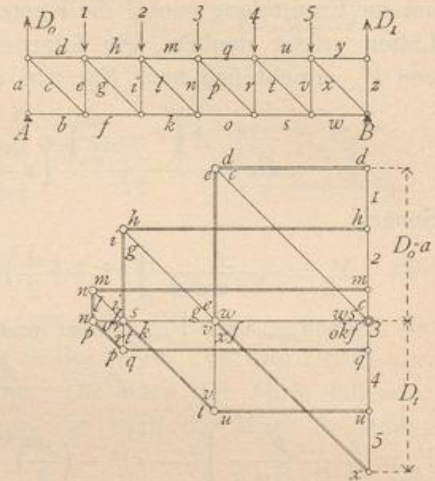


Fig. 220.

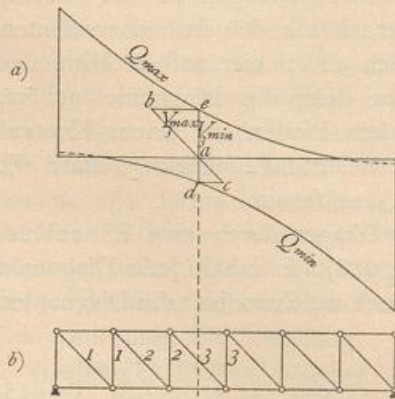
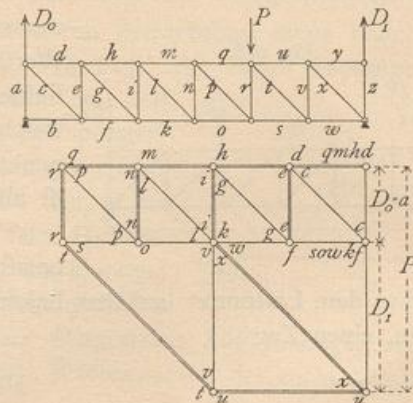


Fig. 221.



angegebene Werth entspricht einer Belastung der oberen Gurtung. Auch hier kann ohne merklichen Fehler an Stelle der Curve in Fig. 220 a diejenige in Fig. 210 a gesetzt werden.

Sämmtliche durch eine Einzellaft erzeugten Spannungen werden leicht mittels eines *Cremona'schen* Kräfteplanes (Fig. 221) ermittelt.

4) Parallelträger mit nur gezogenen, bzw. nur gedrückten Diagonalen.

Im vorhergehenden Kapitel ist gezeigt worden, daß die gedrückten Stäbe mit Rücksicht auf Widerstand gegen Zerknicken unter Umständen wesentlich stärker konstruirt werden müssen, als die einfache Druckbeanspruchung erfordert. Bei der Bestimmung der Querschnittsgröße sind vielfach Zuschläge zu machen, welche bei den gezogenen Stäben nicht nöthig sind. Man hat deshalb bei gewissen Baustoffen, besonders bei Schmiedeeisen und Flusseisen, die Verwendung gedrückter Stäbe möglichst beschränkt und statt derselben, wenn möglich, gezogene angeordnet. Wo aber gedrückte Stäbe nicht entbehrt werden können, empfiehlt es sich, die kürzeren Stäbe als gedrückte, die längeren als gezogene auszuführen. Bei manchen Baustoffen hingegen, insbesondere beim Holz, macht die Anordnung der Verbindungen eine möglichst geringe Verwendung von Zugstäben und eine möglichst ausgedehnte Verwendung von Druckstäben wünschenswerth.

Bei den Trägern mit Fachwerk ist die Anordnung von nur gezogenen, bzw. nur gedrückten Diagonalen möglich.

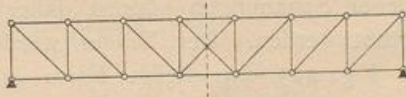
Wir betrachten zunächst die Träger mit nur gezogenen Diagonalen.

Wie in Art. 183 (S. 184) nachgewiesen ist, erzeugt das Eigengewicht, so wie auch eine gleichmäßige Belastung aller Knotenpunkte in den nach der Mitte fallenden Diagonalen Zug, in den nach der Mitte steigenden Diagonalen Druck. Soll also durch die angegebene Belastung, welche für den Hochbau weitaus die wichtigste ist, in den Diagonalen nur Zug entstehen, so ordnet man nur nach der Mitte fallende Diagonalen an, konstruirt also den Träger genau symmetrisch zur Mitte (Fig. 222).

Fig. 222.



Fig. 223.



Ist die Felderzahl ungerade, so erhalten die Diagonalen im Mittelfelde bei dieser Belastung den Zug und Druck Null (Fig. 223). Bei dieser Trägerform erhalten je zwei symmetrisch zur Mitte liegende Stäbe gleiche Spannungen; dieselben wurden früher für die eine Hälfte gefunden und sind demnach leicht zu übertragen.

Die in Fig. 222 u. 223 gezeichneten Diagonalen erhalten aber durch nicht über den ganzen Träger ausgedehnte Belastungen unter Umständen Druckbeanspruchungen, und zwar findet, wie in Art. 179 (S. 178) u. 183 (S. 184) ermittelt, in einer Diagonalen der größte Druck statt, wenn die Knotenpunkte vom Kopf der Diagonalen bis zu demjenigen Auflager, nach welchem der Kopf der Diagonalen hinweist, belastet, die übrigen Knotenpunkte aber unbelastet sind. Durch das stets noch vorhandene Eigengewicht findet andererseits in den Diagonalen eine beständige Zugspannung statt, welche die erwähnte Druckbeanspruchung vermindert. Diejenigen Diagonalen nun, bei denen (beides absolut genommen) die Zugspannung durch das Eigengewicht größer ist, als die größtmögliche Druckspannung in Folge der Verkehrslast, werden stets gezogen, nie gedrückt. Bei denjenigen Diagonalen

185.
Grundsatz.

186.
Träger
mit nur
gezogenen
Diagonalen.