



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik der Hochbau-Constructionen

Landsberg, Theodor

Stuttgart, 1899

Tabellen über Elasticitäts- und Festigkeits-Coefficienten, so wie über
zulässige Beanspruchungen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77733](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77733)

Für die vorgenannten Baustoffe ist dann $m = 1$, woraus sich die Gleichung 34 ergibt. Für Gufseifen und Körper aus Cementmörtel und Beton fand *Bach*¹⁹⁾ bei

Baustoff	Beanspruchung auf Zug		Beanspruchung auf Druck	
	E	m	E	m
1) Gufseifen:				
Körper vorher nicht belastet	1338000	1,083	1320000 1043000	1,0685 1,035
Körper vorher stark belastet	1150000	1,1	1217000 1124000	1,052 1,048
2) Körper aus Cementmörtel:				
1 Theil Cement, 1½ Theile Donaufand	—	—	356000	1,11
1 Theil Cement, 3 Theile Donaufand	—	—	315000	1,15
1 Theil Cement, 4½ Theile Donaufand	—	—	230000	1,17
3) Körper aus Beton:				
1 Theil Cement, 2½ Theile Donaufand, 5 Theile Donaukies	—	—	298000	1,145
1 Theil Cement, 5 Theile Donaufand, 6 Theile Donaukies	—	—	280000	1,137
1 Theil Cement, 5 Theile Donaufand, 10 Theile Donaukies	—	—	217000	1,157
1 Theil Cement, 2½ Theile Eggingerfand, 5 Theile Kalksteinfchotter	—	—	457000	1,157
1 Theil Cement, 3 Theile Donaufand, 6 Theile Kalksteinfchotter	—	—	380000	1,164
1 Theil Cement, 5 Theile Eggingerfand, 10 Theile Kalksteinfchotter	—	—	367000	1,207
	Kilogr. für 1 qcm		Kilogr. für 1 qcm	

Wirkt auf einen Stab, dessen Querschnitt F Flächeneinheiten enthält, dessen Querschnitt also gleich F ist, eine Kraft P und kann man annehmen, daß diese Kraft sich gleichmäÙig über den ganzen Querschnitt vertheilt, so ist die Spannung für die Flächeneinheit derselben $\sigma = \frac{P}{F}$, und wenn man diesen Werth für σ in die Gleichung für $\frac{\Delta l}{l}$ einsetzt, erhält man

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{P}{FE} \quad \text{oder} \quad \Delta l = \frac{Pl}{FE} \quad \dots \dots \dots 36.$$

Die hier vorgeführten Ergebnisse gelten fowohl, wenn die Verlängerung eine positive, d. h. eine wirkliche Verlängerung, als auch wenn sie eine negative, d. h. eine Verkürzung ist. Sie gelten also fowohl für Zug- als auch für Druckbeanspruchungen; nur hat für erstere im Allgemeinen E einen anderen Werth, als für letztere.

Es ist üblich, die Zugbeanspruchungen als positive und die Druckbeanspruchungen als negative Größen einzuführen. Im Folgenden soll, wo nichts Gegentheiliges bemerkt ist, diese Bezeichnungsweise durchgeführt werden.

Die Gleichung $\sigma = \frac{P}{F}$ kann benutzt werden, um die Größe der Kraft zu bestimmen, mit welcher ein Stab von gegebenem Querschnitt höchstens auf Zug-^{82.} bzw. Druck beansprucht werden darf. Zulässige Beanspruchung.

Nach dieser Gleichung ist $P = \sigma F$. Wird für σ der größte Werth \mathfrak{S} eingesetzt, welchen das Material auf die Flächeneinheit des Querschnittes höchstens erleiden kann, ohne zerstört zu werden, d. i. der Festigkeits-Coefficient, so ergibt sich $\mathfrak{P}_{max} = \mathfrak{S} F$. In dieser Gleichung ist \mathfrak{P}_{max} diejenige Belastung, deren geringste

¹⁹⁾ Siehe: *BACH*, a. a. O., S. 33, 34, 57, 58.

Vergrößerung das Zerreißen, bezw. Zerdrücken des Stabes zur Folge haben würde; \mathfrak{S} ist nach Früherem die Zug-, bezw. Druckfestigkeit.

Die Stäbe werden nicht bis zu dieser Grenze beansprucht; vielmehr werden Sicherheits-Coefficienten eingeführt, welche für verschiedene Baustoffe verschiedene Werthe haben. Man trägt durch dieselben den etwa möglichen Ueberlastungen, den Fehlern im Baustoff, den im Laufe der Zeit möglichen Veränderungen durch Rost, Faulen etc., den Stößen und anderen ungünstigen Einflüssen Rechnung.

Bezeichnet n den Sicherheits-Coefficienten, so ist als wirkliche Größtbelastung P des Stabes nur $\frac{1}{n}$ von \mathfrak{P}_{max} einzuführen, d. h. es darf nur sein:

$$P = \frac{\mathfrak{S} F}{n}.$$

Man nennt nun $\frac{\mathfrak{S}}{n}$ die zulässige Beanspruchung, die im Folgenden mit K bezeichnet werden soll. Es ist demnach

$$K = \frac{\mathfrak{S}}{n} \quad \text{und} \quad P = KF.$$

Aus den vorstehenden Gleichungen folgt als Bedingungsgleichung für die Querschnittsgröße:

$$F = \frac{P_{max}}{K} \dots \dots \dots 37.$$

In dieser Gleichung bedeutet P_{max} die im ganzen Stabe höchstens auftretende Kraft.

Für die meisten Baustoffe muß man sich damit begnügen, die zulässige Beanspruchung K aus den Festigkeits-Coefficienten \mathfrak{S} unter Annahme eines nach der Erfahrung ausreichenden Sicherheits-Coefficienten n abzuleiten. Die üblichen Werthe für K und die wichtigsten Baustoffe sind in den Tabellen auf S. 64 angegeben.

83.
Querschnitts-
bestimmung
für
Schweißseifen-
und
Flusseisenstäbe.

Für solche Baustoffe, für welche die Elasticitätsgrenze mit genügender Sicherheit angegeben werden kann (Schweißseifen, Flusseifen, Stahl) erhält man Formeln für die Querschnittsbestimmung durch nachstehende Ueberlegung.

Da die Baustoffe, sobald die Beanspruchungen die Elasticitätsgrenze überschreiten, merkbare bleibende Veränderungen erleiden, so muß die Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze bei der Belastung vermieden werden. Die Lage der Elasticitätsgrenze ist aber nach Früherem nicht mit vollständiger Gewisheit bekannt; auch haben kleine Arbeitsfehler sehr großen, schädlichen Einfluß. Deshalb muß man mit der zulässigen Beanspruchung wesentlich unter der Elasticitätsgrenze bleiben, so daß auch eine unbeabsichtigte Vergrößerung der Spannung, in Folge etwaiger Fehler, selbst die tiefer als erwartet liegende Elasticitätsgrenze nicht erreicht. Beim Schweißseifen und Flusseifen, den wichtigsten einer genauen Berechnung zu unterwerfenden Baustoffen, kann man diese zulässige Beanspruchung auf die Hälfte bis zwei Drittel der Spannung an der Elasticitätsgrenze fest stellen. Wenn die Belastung ruhend, ohne Stöße, stattfindet, so ist die höhere Grenze zulässig; wirkt die Last dagegen in Verbindung mit Stößen, so ist die untere Grenze einzuführen.

84.
Nur gezogene
oder nur
gedrückte
Schweißseifen-
und
Flusseisenstäbe.

Für schweiß- und flusseiserne Stäbe, welche nur gezogen, bezw. nur gedrückt werden, kann man einen genaueren Anhalt über die zu wählenden Beanspruchungen folgendermaßen finden. Wenn der Stab abwechselnd eine höhere und niedrigere Beanspruchung zu erleiden hat, etwa dadurch, daß die betreffende Construction zeitweilig außer dem Eigengewicht noch eine Nutzlast trägt, so mögen die obere

und untere Grenze der ganzen Stabkraft P_{max} und P_{min} fein; die entsprechenden Grenzen der auf die Flächeneinheit entfallenden Spannungen seien

$$\sigma_{max} = \frac{P_{max}}{F} \quad \text{und} \quad \sigma_{min} = \frac{P_{min}}{F}.$$

Bei dieser Art der Beanspruchung kann von der Rücksichtnahme auf das Vorzeichen abgesehen werden; man braucht hier nur die absoluten Werthe der Stabkräfte in das Auge zu fassen.

Die Verkehrslast tritt stets mit grösseren oder geringeren Stößen verbunden auf, welchem Umfande man dadurch Rechnung trägt, dafs man dieselbe mit einem Werthe $(1 + \mu)$ multiplicirt in die Rechnung einführt; dabei ist μ der sog. Stofscoefficient. Durch das Eigengewicht allein wird P_{min} , bezw. σ_{min} erzeugt; durch Eigengewicht und Verkehrslast werden P_{max} , bezw. σ_{max} hervorgerufen; demnach wird die Verkehrslast allein

$$(P_{max} - P_{min}), \text{ bezw. } (\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

erzeugen. Wird nun die Verkehrslast mit $(1 + \mu)$ multiplicirt eingeführt, so wird durch dieselbe die Spannung $(1 + \mu) (\sigma_{max} - \sigma_{min})$ auf die Flächeneinheit des Querschnittes hervorgerufen; die gefammte Beanspruchung auf die Flächeneinheit ist alsdann

$$\sigma_{min} + (1 + \mu) (\sigma_{max} - \sigma_{min}).$$

Wäre man vor unbeabsichtigten Spannungen in der Construction ganz sicher, so könnte man diese soeben entwickelte Spannung gleich derjenigen an der Elasticitätsgrenze setzen; da aber unbeabsichtigte Spannungen sehr wohl auftreten können, da eine Querschnittsverminderung durch Rosten nicht ausgeschlossen ist, auch wohl einmal höhere Verkehrslasten, als angenommen sind, vorkommen können, so wird es sich empfehlen, die oben vorgeführte Spannung nur auf $\frac{2}{3}$ der Spannung an der Elasticitätsgrenze fest zu stellen. Nimmt man die Spannung an der Elasticitätsgrenze

für Schweifseisen zu 1600 kg für 1 qcm,

für Flusseisen zu 2000 kg für 1 qcm

an und rundet man ab, so ergibt sich als Bedingungsgleichung

$$\left. \begin{array}{l} \text{für Schweifseisen: } \sigma_{min} + (1 + \mu) (\sigma_{max} - \sigma_{min}) = 1050 \\ \text{für Flusseisen: } \sigma_{min} + (1 + \mu) (\sigma_{max} - \sigma_{min}) = 1350 \end{array} \right\} \dots \dots 38.$$

Die Auflöfung nach σ_{max} ergibt für Schweifseisen:

$$\sigma_{max} = \frac{1050}{1 + \mu - \mu \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}} \dots \dots \dots 39.$$

σ_{max} ist die zulässige Beanspruchung, und die erforderliche Querschnittsfläche des Stabes wird

$$F = \frac{P_{max}}{\sigma_{max}} \dots \dots \dots 40.$$

Nun ist offenbar $\sigma_{min} = \frac{P_{min}}{F}$ und $\sigma_{max} = \frac{P_{max}}{F}$, demnach

$$\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{P_{min}}{P_{max}} \quad \text{und} \quad \sigma_{max} = \frac{1050}{1 + \mu - \mu \frac{P_{min}}{P_{max}}}.$$

Man kann $\mu = 0,5$ setzen; P_{min} und P_{max} sind bekannt, mithin auch σ_{max} . Es wird

$$\sigma_{max} = \frac{1050}{1,5 - 0,5 \frac{P_{min}}{P_{max}}} \dots \dots \dots 41.$$

Wird der Werth für σ_{max} aus Gleichung 41 in die Gleichung 40 eingeführt, so ergibt sich

$$F = \frac{P_{max} \left(1,5 - \frac{0,5 P_{min}}{P_{max}} \right)}{1050} = \frac{1,5 P_{max} - 0,5 P_{min}}{1050}$$

Werden die durch das Eigengewicht, bezw. die Verkehrslast allein im ganzen Stabe erzeugten Stabkräfte mit P_0 , bezw. P_1 bezeichnet, so ist

$$P_{max} = P_0 + P_1 \quad \text{und} \quad P_{min} = P_0,$$

also

$$F = \frac{1,5 P_0 + 1,5 P_1 - 0,5 P_0}{1050} = \frac{P_0 + 1,5 P_1}{1050} = \frac{P_0}{1050} + \frac{P_1}{700} \quad 42.$$

Gleichung 42 gilt für Schweifseifenstäbe, welche nur auf Zug oder nur auf Druck beansprucht werden.

Für Flusseifen ergibt sich in gleicher Weise aus obiger Gleichung:

$$\sigma_{max} = \frac{1350}{1,5 - 0,5 \frac{P_{min}}{P_{max}}} \quad 43.$$

$$F = \frac{P_0 + 1,5 P_1}{1350} \quad 44.$$

oder

$$F = \frac{P_0}{1350} + \frac{P_1}{900}$$

Die Werthe für P_0 und P_1 sind in absoluten Zahlen, und zwar in Kilogr., einzusetzen, und man erhält F in Quadr.-Centim.

85.
Schweifseifen-
und
Flusseifenstäbe,
die abwechselnd
gezogen
und gedrückt
werden.

Weniger einfach werden die Formeln für F , wenn die Beanspruchungen zwischen Zug und Druck wechseln; die Entwicklung nachstehender Formeln für Schweifseifen ist in des Verfassers unten genannter Abhandlung zu finden²⁰⁾.

Es bedeuten: P_0 die Stabspannung, welche durch das Eigengewicht allein hervorgerufen wird; P_1 die durch ungünstigste Verkehrslast allein hervorgerufene Stabspannung, welche mit P_0 gleichen Sinn hat (Zug oder Druck, je nachdem P_0 Zug oder Druck bedeutet); P_2 die durch ungünstigste Verkehrslast allein hervorgerufene Stabspannung, welche entgegengesetzten Sinn hat, wie P_0 (Druck oder Zug, je nachdem P_0 Zug oder Druck bedeutet).

Falls (alle Werthe absolut genommen) $P_2 < \frac{2}{3} P_0$ ist, so sind die obigen Formeln 42, bezw. 44 anzuwenden; alsdann ist die Berechnung genau so, als ob P_2 gar nicht vorhanden wäre.

Wenn dagegen $P_2 > \frac{2}{3} P_0$ ist, so ermittle man F nach folgenden Formeln:

1) Schweifseifen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } P_2 - P_1 < \frac{4}{3} P_0 \\ F = \frac{P_0}{1575} + \frac{P_1}{700} + \frac{P_2}{2100} \\ \text{oder } F = \frac{3 P_1 + P_2 + \frac{4}{3} P_0}{2100} \end{array} \right\} \quad 45.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } P_2 - P_1 > \frac{4}{3} P_0 \\ F = \frac{P_0}{1575} + \frac{P_1}{2100} + \frac{P_2}{700} \\ F = \frac{3 P_2 + P_1 - \frac{4}{3} P_0}{2100} \end{array} \right\} \quad 46.$$

²⁰⁾ Ueber die Bestimmung der Querschnitte von Eifenconstructions. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1888, S. 575.

2) Flusseisen:

$$\begin{array}{l}
 \text{für } P_2 - P_1 < \frac{4}{3} P_0 \\
 F = \frac{P_0}{2000} + \frac{P_1}{900} + \frac{P_2}{2700} \\
 \text{oder } F = \frac{3P_1 + P_2 + \frac{4}{3}P_0}{2700}
 \end{array}
 \left.
 \begin{array}{l}
 \text{für } P_2 - P_1 > \frac{4}{3} P_0 \\
 F = -\frac{P_0}{2000} + \frac{P_1}{2100} + \frac{P_2}{900} \\
 F = \frac{3P_2 + P_1 - \frac{4}{3}P_0}{2700}
 \end{array}
 \right\} \cdot 47. \quad 48.$$

Die Werthe für P_0, P_1, P_2 sind in vorstehende Formeln in Kilogr. und in absoluten Zahlen einzufetzen; man erhält alsdann F in Quadr.-Centim.

Beispiele. 1) Es sei $P_0 = 36000$ kg, $P_1 = 48000$ kg und $P_2 = -18000$ kg. Alsdann ist, absolut genommen, $P_2 < \frac{2}{3} P_0$; denn es ist $18000 < \frac{2}{3} \cdot 36000$. Sonach kommen die Formeln 42, bzw. 44 zur Anwendung. Man erhält

$$\begin{array}{l}
 \text{für Schweisseisen: } F = \frac{36000 + 1,5 \cdot 48000}{1050} = 103 \text{ qcm,} \\
 \text{für Flusseisen: } F = \frac{36000 + 1,5 \cdot 48000}{1350} = 80 \text{ qcm.}
 \end{array}$$

Dieselben Ergebnisse wären zu verzeichnen für

$$P_0 = -36000 \text{ kg, } P_1 = -48000 \text{ kg und } P_2 = 18000 \text{ kg;}$$

Alles bleibt genau wie vorstehend.

2) Es sei $P_0 = 7600$ kg, $P_1 = 29000$ kg und $P_2 = -23200$ kg. Alsdann ist, absolut genommen, $P_2 > \frac{2}{3} P_0$; denn es ist $23200 > \frac{2}{3} \cdot 7600$. Daher muß eine der Gleichungen 45, 46, 47 oder 48 angewendet werden. Ferner ist, wieder absolut genommen, $P_2 - P_1 = 23200 - 29000 = -5800$ kg und $\frac{4}{3} P_0 = \frac{4}{3} \cdot 7600 = 10130$ kg; somit ist $P_2 - P_1 < \frac{4}{3} P_0$. Daher kommen Formel 45, bzw. 47 zur Verwendung. Man erhält

$$\begin{array}{l}
 \text{für Schweisseisen: } F = \frac{3 \cdot 29000 + 23200 + \frac{4}{3} \cdot 7600}{2100} = 90 \text{ qcm,} \\
 \text{für Flusseisen: } F = \frac{3 \cdot 29000 + 23200 + \frac{4}{3} \cdot 7600}{2700} = 70 \text{ qcm.}
 \end{array}$$

Dieselben Werthe hätten sich auch ergeben, für

$$P_0 = -7600 \text{ kg, } P_1 = -29000 \text{ kg und } P_2 = 23200 \text{ kg,}$$

da für die Kriterien und die Formeln nur die absoluten Werthe in Frage kommen.

3) Es sei $P_0 = -12000$ kg, $P_1 = -4000$ kg und $P_2 = +24000$ kg. Alsdann ist absolut genommen, $P_2 > \frac{2}{3} P_0$, da $24000 > \frac{2}{3} \cdot 12000$ ist; weiter ist auch $P_2 - P_1 > \frac{4}{3} P_0$, da $24000 - 4000 > \frac{4}{3} \cdot 12000$ ist. Mithin sind die Formeln 46 oder 48 zu verwenden. Man erhält

$$\begin{array}{l}
 \text{für Schweisseisen: } F = \frac{3 \cdot 24000 + 4000 - \frac{4}{3} \cdot 12000}{2100} = \approx 29 \text{ qcm,} \\
 \text{für Flusseisen: } F = \frac{3 \cdot 24000 + 4000 - \frac{4}{3} \cdot 12000}{2700} = \approx 23 \text{ qcm.}
 \end{array}$$

Dieselben Werthe hätten sich auch ergeben für

$$P_0 = 12000 \text{ kg, } P_1 = 4000 \text{ kg und } P_2 = -24000 \text{ kg.}$$

In der Spalte 5 der umstehenden Tabelle sind für die hauptsächlichsten Constructions-Materialien die üblichen Werthe der zulässigen Beanspruchung K zusammengestellt; ferner sind in der Tabelle die Elasticitäts-Coefficienten, die Festigkeits-Coefficienten, so wie diejenigen Beanspruchungen angegeben, bei welchen die Elasticitätsgrenze erreicht wird. Naturgemäß können die in der Tabelle angegebenen Werthe nur Mittelwerthe sein, die sich mit der Güte des Materials, der Art der Beanspruchung und anderen Umständen ändern.

86.
Tabellen.

1. Bezeichnung der Materialien	2. Elasticitäts- Coefficient <i>E</i>	3. Festigkeits-Coefficient bei Beanspruchung auf		4. Beanspruchung an der Elasticitätsgrenze auf		5. Zulässige Beanspruchung <i>K</i> für					
		Zug	Druck	Zug	Druck	endgiltige Bauwerke		zeitweilige Bauten,		Belastung mit mäßigen Erschütterungen	
						Belastung mit starken Stößen	Belastung mit mäßigen Erschütterungen	Belastung mit mäßigen Erschütterungen	Belastung mit mäßigen Erschütterungen	Zug	Druck
Schweißseifen	2000	3500 bis 4000	3200 bis 3600	1,6	1,6	700	700	1000	1000	—	—
Flußseifen	2200	4000 bis 4200	4000 bis 4200	2,0 bis 2,4	2,0 bis 2,4	900	900	1200	1200	—	—
Gußseifen	—	1250 bis 1450	7500 bis 8000	—	—	—	—	250	500	—	—
Stahl	2000 bis 2400	7000 bis 8000		3000 bis 4000		1500	1500	2000	2000	—	—
Holz in der Faserrichtung:											
Eichenholz	120	965	487	0,26	0,21	—	—	90	65	180	130
Kiefernholz	120	820	410	0,29	0,22	—	—	80	60	160	110
Holz radial, d. h. in der Richtung der Jahresringe:											
Eichenholz	18,9	120	270	—	—	—	—	—	—	—	—
Kiefernholz	9,6	120	270	—	—	—	—	—	—	—	—
	Tonnen für 1 qcm	Kilogr. für 1 qcm		Tonnen für 1 qcm		Kilogr. für 1 qcm					

Das Berliner Polizei-Präsidium legt bei seinen Berechnungen die nachstehend angegebenen Zahlenwerthe als zulässige Beanspruchung zu Grunde (Bekanntmachung vom 21. Februar 1887):

Material	Zulässige Beanspruchung auf	
	Zug	Druck
Schweißseifen	750	750
Gußseifen	250	500
Bombirtes Eisenblech	500	500
Eisendraht	1200	—
Eichen- und Buchenholz	100	80
Kiefernholz	100	60
Granit	—	45
Sandstein, je nach der Härte	—	15 bis 30
Rüdersdorfer Kalkstein in Quadern	—	25
Kalkfeinmauerwerk in Kalkmörtel	—	5
Gewöhnliches Ziegelmauerwerk	—	7
Ziegelmauerwerk in Cementmörtel	—	11
Bestes Klinkermauerwerk in Cementmörtel	—	12 bis 14
Mauerwerk aus porösen Steinen	—	3 bis 6
Guter Baugrund	—	2,5
	Kilogr. für 1 qcm	

Neuerdings gefattet das Berliner Polizei-Präsidium²¹⁾ für Schweißseifen eine Beanspruchung bis 1000 kg auf 1 qcm für Zug und Druck, wenn die Belastung vorwiegend ruhend ist oder wenn die Nutzlast so groß in die Rechnung eingeführt ist, daß unvorhergesehene Vergrößerung ausgeschlossen ist und Erschütterungen nicht zu befürchten sind. Diese Vergünstigung wird nur für Theile zugestanden, welche nur Zug oder nur Druck zu ertragen haben und keine Nietverschwächung aufweisen. Für bestes Klinkermauerwerk in reinem Cementmörtel wird von derselben Behörde ein größter Druck bis zu 20 kg für 1 qcm und ein größter Zug bis 1 kg für 1 qcm zugelassen.

87. Beispiele. 1) Eine schweißseiserne Stange werde höchstens mit einer Zugkraft $P = 18750$ kg beansprucht. Es ist die Querschnittsgröße unter der Annahme zu bestimmen, daß die Stange einer endgiltigen Construction angehört und die Belastung nur mit mäßigen Erschütterungen auftritt.

Nach vorstehender Tabelle ist für den vorliegenden Fall $K = 1000$ kg, sonach

$$F = \frac{P}{K} = \frac{18750}{1000} = 18,75 \text{ qcm.}$$

21) Siehe: FRÖLICH, H. Elementare Anleitung zur Anfertigung statischer Berechnungen etc. 2. Aufl. Berlin 1897. S. 4.

Wenn die Stange aus Rundeisen conструиrt werden soll, so muß sein:

$$d = \sqrt{\frac{4P}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1875}{3,14}} = 4,9 \text{ cm.}$$

Wird entsprechend den Annahmen des Berliner Polizei-Präfidiums $K = 750 \text{ kg}$ gefetzt, so muß

$$F = \frac{P}{K} = \frac{18750}{750} = 25 \text{ qcm}$$

fein und

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 5,04 \text{ cm.}$$

2) Bei einer gußeisernen gedrückten Stange sei die größte Druckkraft $P = 5850 \text{ kg}$. Der Querschnitt derselben ist demnach, wenn die Constructure wiederum als endgiltig und die Belastung als mit mäfsigen Erschütterungen wirkend angenommen wird,

$$F = \frac{P}{K} = \frac{5850}{500} = 11,7 \text{ qcm.}$$

Bei Wahl eines kreisförmigen Querschnittes ergibt sich der Durchmesser d aus der Gleichung:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11,7}{3,14}} = 3,8 \text{ cm.}$$

3) Auf einen Holzstab mit rechteckigem Querschnitt wirke ein Größtdruck $P = 16000 \text{ kg}$. Der Stab soll einer zeitweiligen Constructure, welche mäfsigen Erschütterungen ausgesetzt ist, angehören; verwendet wird Kiefernholz. Nach Gleichung 37 ergibt sich

$$F = \frac{16000}{110} = 145,4 \text{ qcm.}$$

Ein quadratischer Querschnitt von $12,1 \text{ cm}$ Seitenlänge würde demnach genügen.

4) Wäre im ersten Beispiele die Stabkraft durch das Eigengewicht $P_0 = 6750 \text{ kg}$, diejenige durch Verkehrslast $P_1 = 12000 \text{ kg}$, so ergäbe sich aus Gleichung 42

$$F = \frac{6750}{1050} + \frac{12000}{700} = 6,43 + 17,14 = 23,57 \text{ qcm,}$$

und es müßte sein:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 23,57}{3,14}} = \approx 5,5 \text{ cm.}$$

Von der bei den gedrückten Stäben wegen Beanspruchung auf Zerknicken vorzunehmenden Vergrößerung des Querschnittes wird im nächsten Abschnitt (Kap. 2) die Rede sein.

Die Gleichung $\sigma = \frac{P}{F}$ ergab sich unter der Annahme einer gleichförmigen Vertheilung der Kraft P über die ganze Querschnittsfläche F . Diese Annahme ist aber nur richtig, wenn 1) der Querschnitt des Körpers constant ist und 2) die äußere Kraft P sich über die Endflächen gleichmäfsig vertheilt. Die Gesetze der Kraftvertheilung für den Fall, dafs diese beiden Bedingungen nicht erfüllt sind, können auf rein theoretischem Wege nicht oder nur in einzelnen Fällen genau ermittelt werden. Gewöhnlich wird jedoch bei den Berechnungen auf die Nichtbekannthschaft mit diesen Gesetzen keine Rücksicht genommen und die Gleichung $\sigma = \frac{P}{F}$ auch für diese Fälle einfach als richtig angenommen.

Wenn ein Stab an einigen Stellen kleinere Querschnittsflächen, als an anderen hat, so ist der Berechnung des Stabes die kleinste Querschnittsfläche zu Grunde zu legen und diese so zu bemessen, dafs die in ihr wirkende Spannung an keiner Stelle die zulässige Beanspruchung übersteigt. Findet in dem betreffenden Querschnitte die Kraft P statt, so berechnet man die Querschnittsfläche F an dieser Stelle nach der Gleichung 37

$$F = \frac{P}{K},$$

Fig. 78.

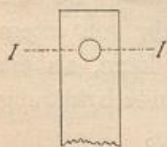


Fig. 79.



Fig. 80.



worin K die zulässige Beanspruchung bedeutet, bezw. nach den Gleichungen 42 bis 48. Der umstehende Stab (Fig. 78) hat seine kleinste Querschnittsfläche im Querschnitte II , welcher der Nietmitte entspricht, und diese Querschnittsfläche muß demnach der obigen Gleichung genügen. Aehnlich ist bei den Stäben in Fig. 79 u. 80 die durch die Verengung bestimmte Stelle als schwächste der Berechnung zu Grunde zu legen. Dabei ist jedoch zu beachten, daß bei Anwendung obiger Gleichung für K ein anderer Werth als derjenige einzu-

führen ist, welcher für Berechnung einer ungeschwächten Stange zu Grunde gelegt wird; man kann nämlich nicht annehmen, daß die Kraft P sich gleichmäßig über den ver schwächten Querschnitt vertheilt; die größte Beanspruchung findet in Fig. 78 neben dem Nietloche statt. Es empfiehlt sich demnach, für K einen kleineren Werth einzuführen, als zur Berechnung des ungeschwächten Stabes.

Die Größe der Längenänderung gezogener oder gedrückter Stäbe ergibt die Gleichung 36:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{P}{FE} \quad \text{oder} \quad \Delta l = \frac{Pl}{FE}.$$

Beispiel. Ist bei der in Beispiel 1 auf S. 64 angenommenen Stange $l = 5 \text{ m}$, so wird

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{18750}{18,75 E}.$$

Nach der Tabelle in Art. 86 (S. 64) ist für Schweißseifen $E = 2000000 \text{ kg}$ für 1 qcm ; daher

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{18750}{18,75 \cdot 2000000} = 0,0005 \quad \text{und} \quad \Delta l = 0,0005 \cdot 5 = 0,0025 \text{ m} = 2,5 \text{ mm}.$$

Die Verlängerung beträgt also $2,5 \text{ mm}$.

Betrachtet man die Gleichung 34:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$$

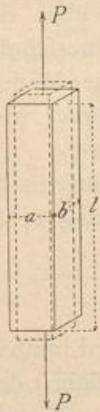
und untersucht, wie groß die Spannung σ für die Flächeneinheit des Querschnittes sein müßte, damit die Verlängerung Δl genau so groß würde, wie die ursprüngliche Stablänge — vorausgesetzt, daß diese Formel für das Verlängerungsverhältniß noch bis zu der in diesem Falle nöthigen Spannungsgröße gelten würde, so erhält man

$$\frac{l}{l} = \frac{\sigma}{E} = 1 \quad \text{oder} \quad \sigma = E,$$

d. h. diejenige Spannung für die Flächeneinheit, welche den Stab auf die doppelte Länge verlängern würde, wenn das Verlängerungsgesetz innerhalb dieser Grenzen gültig wäre, ist gleich E . Daher findet man häufig den Elasticitäts-Modulus folgendermaßen erklärt: Der Elasticitäts-Modulus ist diejenige Spannung, welche für die Flächeneinheit des Stabquerschnittes wirken müßte, um den Stab auf das Doppelte seiner ursprünglichen Länge zu vergrößern, falls innerhalb der dadurch bedingten Spannungsgrenzen das Elasticitätsgesetz gültig bliebe.

Bei Beanspruchung auf Druck würde die Verkürzung in diesem Falle gleich l sein, d. h. der Stab würde zur Länge Null zusammengedrückt werden. Da die Elasticitätsgesetze nicht bis zu den erwähnten Grenzen gelten, vielmehr von einem annähernd constanten Elasticitäts-Modul E nur so lange die Rede sein kann, als die Spannungen innerhalb der Elasticitätsgrenze bleiben, so ist die vorstehende Erklärung des Elasticitäts-Moduls nicht zweckmäßig.

Fig. 81.



Die auf einen Körper wirkenden Kräfte P erzeugen außer der Längenänderung in der Krafrichtung auch solche in allen anderen Richtungen. Wir legen durch einen beliebigen Punkt der Stabaxe (Fig. 81) drei Koordinatenaxen, deren eine mit der Stabaxe zusammenfällt, deren andere beiden senkrecht zur ersteren stehen. Man nennt sodann die Längenänderung in der Richtung der Stabaxe die *longitudinale*, diejenigen in den Richtungen der beiden anderen Axen die *transversalen* Längenänderungen.

Die transversalen Längenänderungen sind der longitudinalen Längenänderung umgekehrt proportional. Bezeichnet μ einen für verschiedene Materialien besonders zu ermittelnden Zahlenwerth, so ist

$$\frac{\Delta a}{a} = -\frac{1}{\mu} \frac{\Delta l}{l} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu_1} \frac{\Delta l}{l}.$$

Nun ist nach Gleichung 34: $\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$, daher

$$\frac{\Delta a}{a} = -\frac{1}{\mu} \frac{\sigma}{E} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu_1} \frac{\sigma}{E}.$$

Bei Körpern, welche nach allen Richtungen gleiche Elasticität besitzen, d. h. bei sog. *isotropen* Körpern, ist $\mu = \mu_1$, daher

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu} \frac{\sigma}{E}.$$

Für isotrope Körper liegt μ zwischen 3 und 4.

90.
Änderungen
der
Querschnitts-
maße.

3. Kapitel.

Schub und Schubfestigkeit.

Der Fall der reinen Schubbeanspruchung tritt, wie bereits in Art. 80 (S. 56) gefügt wurde, ein, wenn die wirkenden Kräfte das Bestreben haben, zwei Nachbarquerchnitte so gegen einander zu verschieben, daß die Entfernung der Querschnitte dieselbe bleibt. Dies ist nur möglich, wenn die Kräfte unmittelbar neben der Ebene wirken, längs deren das Bestreben einer Verschiebung stattfindet, und wenn dieselben sich zu zwei Kräften vereinen lassen, welche einander nach Größe

und Richtung genau gleich, dem Sinne nach entgegengesetzt sind. Man nennt diese Kräfte die *abscherenden* Kräfte.

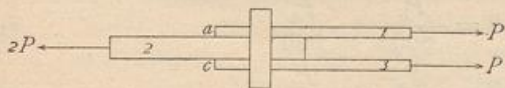
In der Technik kommt dieser Fall ziemlich rein bei den Niet- und Bolzen-

verbindungen vor. Die beiden Kräfte P (Fig. 82) haben das Bestreben, die Bleche 1 und 3 nach rechts zu verschieben; diese Verschiebung wird durch den Niet verhindert, welcher die Bleche 1 und 3 mit 2 verbindet. Längs jeder der beiden Trennungsf lächen wirkt je eine Kraft P nach rechts im Bleche 1, bzw. 3, je eine Kraft P nach links im Bleche 2.

In den meisten Fällen tritt zu der durch die abscherenden Kräfte erzeugten Schubspannung noch eine durch gleichzeitig wirkende Momente erzeugte Biegungsspannung; bezüglich dieser zusammengesetzten Beanspruchung wird auf das folgende Kapitel verwiesen. Auch in dem durch Fig. 82 veranschaulichten Falle findet, genau genommen, eine solche zusammengesetzte Beanspruchung statt.

Die genaue Untersuchung der Spannungen, welche in den auf Abscherung beanspruchten Querschnitten auftreten, ergibt, daß die Schubspannungen in den einzelnen Querschnittspunkten verschieden groß sind; das Gesetz der Vertheilung hängt von der Form des Querschnittes ab. Für die meisten Fälle der Praxis, ins-

Fig. 82.



91.
Schub-
spannungen.