Rechenbuch für technische Fachschulen und zum Selbstunterricht

Böhnig, D.

Holzminden, 1894

urn:nbn:de:hbz:466:1-77782

Rechenbuch

für

technische Fachschulen

und

zum Selbstunterricht

von

D. Böhnig,
Lehrer.

Holzminden.
Druck und Verlag von J. H. Stocks Buchdruckerei.
1894.

I. Abschnitt.

Die Grundrechnungen mit ganzen Zahlen.

§ 1. Das Schreiben und Lesen der Zahlen.

Das Rechnen ist die Lehre von den Zahlen und ihren Verbindungen mit einander. Eine Zahl entsteht durch Zählen, d. h. durch wiederholtes Setzen einer Einheit (z. B. ein Stein, ein Baum) sie ist also eine Bezeichnung für eine bestimmte Menge von Einheiten gleichartiger Dinge (z. B. sieben Steine, neun Bäume). Zur schriftlichen Darstellung der Zahlen bedient man sich bestimmter Zeichen, die Ziffern genannt werden. Die gebräuchlichsten Zeichen sind die arabischen Ziffern:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Unser Zahlensystem beruht auf dem zehnteiligen (dekadischen) Gesetz, wonach 10 Einheiten (Einer) gleich einem Zehner, 10 Zehner gleich einem Hunderter sind. Dann folgen in demselben Verhältnis Tausender, Zehntausender und Hunderttausender. Dieselbe Anordnung wiederholt sich nun bei Millionen: Einer=, Zehner=, Hunderter=, Tausender=, Millionen usw. Darnach folgen in derselben Weise Billionen, Trillionen usw. Unser Zahlensystem beruht also darauf, daß man je zehn Einheiten zu einer neuen höheren Einheit zusammenfaßt. Eine solche Zusammenfassung von 10 Einheiten nennt man eine Zahlenordnung. Die niedrigste Zahlenordnung bilden demnach die Zehner. Eine Einheit einer Zahlenordnung hat darum den zehnfachen Wert einer Einheit der vorhergehenden Zahlenordnung.

Die Einer werden in die äußerste Stelle rechts, die Zehner daneben links, die Hunderter wieder links neben die Zehner gesetzt usw. Auf diese Weise drückt jede Ziffer einen zehnfach größeren Wert aus, als auf der folgenden Stelle nach rechts.

1) Schreibe folgende Zahlen mit Ziffern: fünfhundert vier und sechzig; dreitausend vierhundert fünf und zwanzig; vier und vierzigtausend achthundert drei und neunzig; sechshundert drei und vierzigtausend vierhundert fünf und achtzig.

2) Lies folgende Zahlen: 1923; 15643; 182356; 192345; 54213.

Soll eine Zahl, die nicht alle Zahlenordnungen enthält, mit Ziffern geschrieben werden, so muß an die Stelle der fehlenden Ordnung eine Null gesetzt werden. Dies gilt auch von den Einern.

3) Schreibe folgende Zahlen mit Ziffern: sechshundert; neuntausend; achtzigtausend; sechshunderttausend.

4) Wie viel Nullen hat jede Zahlenordnung bis zur Million?

5) Lies folgende Zahlen: 600; 8000; 90; 600000; 50000.

6) Schreibe folgende Zahlen mit Ziffern: vier und dreißigtausend; vierzigtausend achtzig; achtzehntausend sechshundert neun; vier und zwanzigtausend sechzehn; zwei und sechzigtausend dreihundert sieben.

7) Lies folgende Zahlen: 1903; 15003; 180360; 19003; 54000.

Soll man eine lange Reihe Ziffern aussprechen, so teilt man die Zahl von rechts nach links in Klassen von je drei oder sechs Ziffern. Da sechs Ziffern sich aber noch leicht übersehen lassen und die Einer, Millionen, Billionen usw. die Hauptabteilungen einer Zahlenreihe bilden, so genügt es, Zahlengruppen von je sechs Ziffern zu bilden.

Z. B. 4567„321954,456832. Das Zeichen für Million ist also ein Komma, für Billon zwei, Trillion drei Kommas.

8) Teile folgende Zahlen in sechsziffrige Klassen ab und schreibe sie mit Worten, wobei die Einer mit E., die Millionen mit M., die Billionen mit B. bezeichnet werden sollen.

Z. B. 3590„068948,030578 = 3590 B. 68948 M. 30578 E.
Ebenso: 987654321; 3042145; 1718192021;
20020000300; 456789012; 853000036800000142.

9) Folgende Zahlen sind nur mit Ziffern zu schreiben: 10 B. 35678 M. 1234 E.; 10456 B. 18 M. 15605 E.; 180 B. 1056 M. 13 E.

10) Teile folgende Zahlen in dreiziffrige Klassen ab und schreibe sie mit Worten, wobei die Einer mit E., die Tausender mit T., die Millionen mit M. usw. bezeichnet werden sollen.

Z. B. 5„123.405,006.789 = 5 B. 123 T. 405 M. 6 T. 789 E.
Ebenso: 2304006; 60085321425; 45678987030400.

11) Folgende Zahlen sind nur mit Ziffern zu schreiben: 843 B. 300 T. 2 M. 50 T. 67 E.; 4 B. 10 M. 3 E.; 160 T. 5 B. 847 M. 16 T. 325 E.

Häufig finden auch die römischen Ziffern noch Anwendung, z. B. bei Inschriften an Denkmälern und Häusern usw. Sämtliche Zahlen werden durch folgende Zeichen dargestellt:
I = 1, II = 2, III = 3, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000.

Dadurch, daß man ein Zeichen für kleinere Zahlen hinter das Zeichen für eine größere Zahl setzt, drückt man die Summe dieser Zahlen aus, z. B. VI = 6, VII = 7, LXI = 61, DC = 600, und dadurch, daß man das Zeichen für eine kleinere Zahl vor das Zeichen einer größeren Zahl setzt, drückt man die Differenz dieser Zahlen aus, z. B. IX = 9, XL = 40.

12) Lies folgende Zahlen und schreibe sie mit arabischen Ziffern:
MDCCLXX, MDCCCXCIV.

13) Schreibe folgende Zahlen mit römischen Ziffern: 375, 1866, 1813.

§ 2. Addition.

Addieren (zusammenzählen) heißt eine Zahl finden, die so viel Einheiten enthält, als mehrere gegebene Zahlen zusammen. Die zur Addition gegebenen Zahlen heißen die Summanden, Addenden oder Posten, und die durch die Addition derselben hervorgehende Zahl wird Summe genannt. Das Zeichen für die Addition ist ein stehendes Kreuz (+) und wird „plus" oder „und" gelesen. Das Zeichen für gleich (=) wird Gleichheitszeichen genannt.

14) Führe folgende Additionen aus:

a.		b.		c.		d.	
	325		2345		93		843206
	8649		678		4567		4080
					890		28709

15) Nach den Berichten der Gaswerke der Stadt Köln betrugen für die Betriebsjahre

Ausgaben:	1882/83	1886/87
Kohlen	430440 ℳ	575551 ℳ
Stocherlöhne	72135 „	95084 „
Gasreinigung	9128 „	12333 „
Untersuchung der Dampfkessel	10542 „	13174 „
Unterhaltung der Öfen	36435 „	87722 „
Sonstige Kosten	81836 „	202262 „
	Sa.	Sa.
Einnahmen:		
Koks	255387 ℳ	294340 ℳ
Teer	119773 „	31988 „
Ammoniak	133693 „	91281 „
Sonstige Einnahmen	19996 „	17293 „
	Sa.	Sa.

Es läßt sich die Addition am bequemsten ausführen, wenn man, wie vorhin geschehen ist, die Posten wohlgeordnet untereinander schreibt. Zuweilen stehen aber die Posten hintereinander, es ist dann erwünscht, die Addition auch ausführen zu können, ohne erst vorstehende Darstellung vornehmen zu müssen. Z. B. $628 + 1423 + 98 + 523 = 2672$.

16) Führe nachstehende Additionen aus, ohne die einzelnen Posten untereinander zu schreiben:

a. $817 + 314 + 666 + 955$; b. $328 + 64 + 987 + 48 + 125$; c. $2345 + 678 + 98 + 6784 + 389 + 54 + 2486$.

17) Wie groß ist die Summe aller ganzen Zahlen von 1 bis 100?
Ausrechn.: $1 + 100 = 101$; $2 + 99 = 101$; $3 + 98 = 101$ usw., auf diese Weise erhält man 50 Posten von je 101, also im ganzen $50 \cdot 101 = 5050$.

18) Wie groß ist die Summe aller ganzen Zahlen:
a. von 1 bis 1000? b. von 10 bis 89?
c. von 1 bis 79? ($39 \cdot 80 + 40$, oder $39\frac{1}{2} \cdot 80$)
d. von 18 bis 52? e. von 62 bis 88?

19) Wie groß ist die Summe aller geraden Zahlen:
a. von 8 bis 28? b. von 24 bis 72?
c. von 20 bis 80? d. von 42 bis 122?

20) Wie groß ist die Summe aller ungeraden Zahlen:
a. von 1 bis 49? b. von 11 bis 81?
c. von 25 bis 125? d. von 37 bis 87?

21) Auf einer Dachfläche befinden sich 42 Reihen Schiefer und zwar in der obersten Reihe 75, in der zweiten 77, in der dritten 79 usw. Schiefer. a. Wie viel Schiefer sind in der untersten Reihe? und b. wie viel in allen 42 Reihen zusammengenommen?

22) Auf einem Walmdache befinden sich auf jeder Dachfläche 80 Reihen Schiefer. Auf zwei Dachflächen befinden sich in der obersten Reihe 1, in der zweiten 2, überhaupt in jeder folgenden Reihe 1 Schiefer mehr, auf zwei Dachflächen hingegen befinden sich in der obersten Reihe 20 und in jeder folgenden 1 Schiefer mehr als in der vorhergehenden. Wie viel Schiefer sind auf dem Dache?

23) An dem einen Ende eines 300 m langen Weges befindet sich ein

Haufen Sand, von welchem aus ein Arbeiter mittels Schiebekarrens diesen Weg mit Sand überschütten soll; wenn nun für das lfd. m ein Karren Sand erforderlich ist, wie lang ist der Weg, den der Arbeiter gemacht hat, wenn er den ganzen Weg beschüttet hat?

24) Wie lang ist nach voriger Aufgabe der Weg, wenn an jedem Ende des Weges die Hälfte des Sandes liegt?

§ 3. Subtraktion.

Subtrahieren (abziehen) heißt eine Zahl finden, welche anzeigt, um wie viel die eine von zwei gegebenen Zahlen größer ist als die andere, oder auch den Unterschied zweier Zahlen finden.

Diejenige Zahl, von welcher subtrahiert wird, heißt der Minuend; diejenige Zahl, welche subtrahiert wird, der Subtrahend und die durch Subtraktion gefundene Zahl Differenz, oder Unterschied, oder Rest. Das Zeichen für die Subtraktion ist ein wagerechter Strich (—) und heißt „minus“ oder „weniger“.

25) Führe folgende Subtraktionen aus:

a. 968	b. 19454	c. 44444	d. 20186
642	8695	9876	19007

Im praktischen Leben kommt es häufig vor, daß man eine Subtraktion ausführt, ohne vorstehende Darstellung, die im allgemeinen die übliche ist, zu berücksichtigen. Führe darum nachstehende Subtraktionen aus, ohne eine Versetzung der Zahlen nach der vorhergehenden Darstellung vorzunehmen.

26) Der Subtrahend steht statt des Minuend oben:

a. 685	b. 1098	c. 2345	d. 8608	e. 8423
1234	8087	4321	10016	9211

27) Der Subtrahend steht hinter dem Minuend:
a. 4528 — 3259 = 1269; b. 9876 — 8765; c. 5427 — 3268;
d. 23002 — 8888; e. 18001 — 9256.

28) Der Subtrahend steht vor dem Minuend. Berechne den Unterschied zwischen: a. 624 und 976; b. 4526 und 8215; c. 14896 und 19325.

29) Wie viel giebt:
a. 2345 + 678 + 98765 + 4321 — 88888?
b. 888 + 7777 — (654 + 3210)?
c. (8434 — 987 + 34 + 5678) — (2389 — 1945 + 3473)?
d. (18532 + 1789 — 14598) — [4853 — (876 + 1539 + 987)]?

Bemerk. Ueber Auflösung der Klammern s. Algebra.

30) Rechne im Kopfe:
a. 63458 + 99986; b. 18415 + 2885; c. 98372 + 19997 — 7372;
d. 9997 + 9992 + 9998 + 9995 + 998;
e. 87768 — (8989 + 7768); f. 583291 — (99998 + 483291);
g. 37000 — (913 + 514 + 5573);
h. es soll 4548 um die Differenz der beiden Zahlen 3279 und 1452 vermindert werden;
i. es soll 1863 um die Differenz der beiden Zahlen 2000 und 763 vermehrt werden;
k. vermehre die Differenz der Zahlen 6483 und 4823 um die Differenz der Zahlen 3517 und 2177;

l. vermindere die Differenz der Zahlen 12185 und 6788 um die Differenz der Zahlen 4212 und 3815;

m. subtrahiere von 18375 die Differenz der Zahlen 8268 und 3625;

n. vermehre 17825 um die Differenz der Zahlen 8175 und 6775.

Bemerk. Wenn Aufgaben im Kopfe gerechnet werden, so ist von der Art, wie sie schriftlich gerechnet werden, meistens abzusehen. Es ist stets darauf zu achten, welche Erleichterungen sich darbieten. Z. B. bei a addiere zum ersten Posten zunächst 100000 und subtrahiere darnach wieder 14; bei c subtrahiere erst die letzte Zahl von der ersten und darnach führe wie bei a die Addition aus; bei h addiere erst die erste und dritte Zahl und subtrahiere darnach die zweite. Durch derartige Uebungen wird man ein gewandter Rechner. (Der Lehrer lasse sich bei jeder Aufgabe die benutzten Vorteile nennen).

31) Mit den Zahlen 6875, 3425, 2125 nimm folgende Berechnungen vor:

a. von der Summe der drei Zahlen subtrahiere die Summe der ersten und dritten Zahl;

b. von der Summe der beiden ersten Zahlen subtrahiere die Differenz der beiden letzten Zahlen;

c. zu der Differenz der beiden ersten Zahlen addiere die Differenz der beiden letzten Zahlen;

d. zu der Summe der ersten und letzten Zahl addiere die Differenz der beiden letzten Zahlen;

e. von der Differenz der ersten und letzten Zahl subtrahiere die Differenz der beiden letzten Zahlen;

f. von der Summe der beiden ersten Zahlen subtrahiere die Differenz der beiden letzten Zahlen und zu diesem Reste addiere die Differenz der ersten und dritten Zahl;

g. von der Differenz der ersten und dritten Zahl subtrahiere die Differenz der beiden letzten Zahlen und von diesem Reste subtrahiere die Differenz der beiden ersten Zahlen.

Bemerk. Drücke die Aufgaben durch Klammern aus, z. B.
b. $(6875 + 3425) - (3425 - 2125) = 6875 + 2125 = 9000$.

32) Ein Zimmermeister eröffnete 1875 sein Geschäft. 1875 hatte er einen reinen Gewinn von 684 ℳ, 1876 betrug derselbe 995 ℳ, 1877 desgl. 728 ℳ, 1878 und 1879 hat er mit Verlust gearbeitet, der im ersten Jahre 485 ℳ und im zweiten Jahre 528 ℳ betrug, 1880 betrug der Gewinn wieder 428 ℳ, 1881 sogar 1214 ℳ und 1882 887 ℳ. Jetzt hatte er ein Vermögen von 12723 ℳ, wie groß war dasselbe beim Beginne des Geschäfts?

33) Der Schlossermeister A. hatte, als er sein Geschäft begann, 12600 ℳ Vermögen; nachdem er dasselbe 10 Jahre betrieben, betrug sein Vermögen 16360 ℳ. Während dieser Zeit hat er 7 Jahre mit Gewinn gearbeitet und zwar betrug derselbe in den einzelnen Jahren: 675, 923, 288, 496, 1018, 827, 922 ℳ; drei Jahre hingegen hat er mit Verlust gearbeitet und dieser betrug im ersten Jahre 67 ℳ mehr und im dritten 62 ℳ weniger als im zweiten Jahre. Wie viel hat er in jedem der drei Jahre verloren?

34) Vier Baugewerkmeister A., B., C., D. haben sich bei einer Verdingung beteiligt, A. fordert 14366 ℳ und zwar 563 ℳ weniger als B., C. fordert 986 ℳ mehr als B., aber 283 ℳ weniger als D. Wie viel fordert jeder?

35) Von drei Maurern vermauert der erste täglich 582 Ziegelsteine, der zweite 126 mehr als der erste und der dritte 68 weniger als der zweite; in wie viel Tagen werden sie 32810 Stück vermauern?

36) 3040 ℳ sollen unter drei Personen A., B., C. so geteilt werden,

daß B. 200 ℳ mehr als A., C. aber 540 ℳ mehr als B. erhalte. Wie viel wird jeder bekommen?

37) Wieviel Vermögen hat jemand nach folgenden Angaben. Seine Gebäude haben einen Wert von 27500 ℳ, die übrigen unbeweglichen Vermögensteile sind 12350 ℳ niedriger als die Gebäude und das bewegliche Vermögen ist 21248 ℳ niedriger als das gesamte unbewegliche Vermögen geschätzt. Die Schulden betragen 8490 ℳ weniger als der Betrag für das bewegliche Vermögen.

38) 15900 ℳ sollen unter drei Brüder A., B., C. so verteilt werden, daß B. 550 ℳ weniger als A., C. aber 1250 ℳ mehr als B. erhalte. Wie viel wird jeder bekommen?

39) Ein Ziegeleibesitzer verkauft von seinem Vorrate Ziegelsteine an A. 56250 und an B. 17500 Stück, darauf kommen wieder 63750 und 58475 Stück hinzu, darnach verkauft er wieder an B. 29300, an C. 38750 und an D. 79500 Stück, jetzt sind noch 28500 Stück vorhanden. Wie viel Stück betrug der anfängliche Vorrat?

40) Zu drei Häusern sind 346020 Ziegelsteine verwandt und zwar zum ersten und zweiten 205630, zum zweiten und dritten 250670; wie viel zu jedem Hause?

41) Das erste und zweite dieser Häuser kostete 49825 ℳ, das erste und dritte 56410 ℳ und das zweite und dritte 59335 ℳ; wie viel kostet jedes Haus?

§ 4. Die Multiplikation.

Multiplizieren (vervielfachen, malnehmen) heißt eine gegebene Zahl so oft addieren, als eine andere gegebene Zahl anzeigt. Die Zahl, welche mehrmals addiert wird, heißt Multiplikandus, die Zahl, welche anzeigt, wie oft dies geschieht, Multiplikator und die durch Multiplikation gefundene Zahl Produkt. Da Multiplikator und Multiplikandes mit einander verwechselt werden können (9 . 8 = 8 . 9), so werden beide auch Faktoren genannt.

Das Zeichen für die Multiplikation ist ein liegendes Kreuz (×) oder ein Punkt (.). Setzt man den Multiplikator vor den Multiplikandus, so liest man dies Zeichen „mal"; setzt man aber den Multiplikandus vor den Multiplikator, so spricht man es durch „mit", d. h. „multizipliert mit" aus. Es ist gleich, ob man beim Multiplizieren bei der höchsten Stelle des Multiplikators oder bei den Einern desselben beginnt. Es versteht sich von selbst, daß man im ersten Falle die Teilprodukte rechts ausrücken und im letzteren Falle links einrücken muß. Der Multiplikator steht bei nachstehenden Aufgaben hinter dem Multiplikandus.

Z. B.: a. 234567 . 8943

```
1876536
 2111103
   938268
    703701
2097732681
```

b. 234567 . 8943

```
    703701
   938268
 2111103
1876536
2097732681
```

42) Führe folgende Multiplikationen nach Beispiel a und b aus.
a. 25896 . 87652; b. 84169 . 8563; c. 973542 . 85932.

43) Wie wird multipliziert:
a. mit 10, 100, 1000 usw.? (63 . 100 = 6300);
b. mit 20, 300, 6000 usw.? (724 . 20 = 14480).

44) Multipliziere:
a. 3724.10; b. 845.100; c. 3456.1000;
d. 425.200; e. 463.3000; f. 650.4000.

Wie multipliziert man auf die kürzeste Weise mit 11? Z. B. 465.11. Man schreibt das Resultat rückwärts sofort nieder. Die letzte Ziffer des Resultats ist die letzte Ziffer des Multiplikandus, also = 5; die folgende = 5 + 6 = 1; die folgende = 1 + 6 + 4 = 1, die folgende = 1 + 4 = 5. Demnach = 5115.

45) Multipliziere folgende Zahlen mit 11: 37, 234, 648, 4567.

Wie multipliziert man mit 101?

Man erhält als Teilprodukte so viel Hunderter wie Einer.

Z. B. 63 . 101 = 63 Hunderter und 63 Einer = 6363.

46) Multipliziere folgende Zahlen mit 101: 26, 78, 89, 612, 538.

Wie multipliziert man mit 1001?

Man erhält als Teilprodukte so viel Tausender wie Einer.

Z. B. 423 . 1001 = 423 Tausender und 423 Einer = 423423.

47) Multipliziere folgende Zahlen mit 1001: 628, 587, 59, 93, 4215, 3269.

Wie wird mit 16, 14, 41, 61, 183 usw. multipliziert? (Eine Ziffer des Multiplikators ist eine 1.)

Z. B.:		
345 . 16	4567 . 51	8523 . 315
2070	22835	42615
5520	232917	25569
		2684745

48) Multipliziere: a. 287 . 19; b. 3456 . 16; c. 648 . 21; d. 8945 . 61; e. 2478 . 179; f. 4583 . 419; g. 8715 . 251; h. 9458 . 123.

49) Wie wird mit 25 multipliziert?

a. Im Kopfe: (25 = $^1/_4$ Hundert, also 33 . 25 = $^{33}/_4$ Hundert = $8^1/_4$ Hundert = 825).

Multipliziere im Kopfe folgende Zahlen mit 25: 17, 57, 63, 87, 93, 112.

b. Schriftlich: Man dividiere die Zahl durch 4 und setze an die Zehner- und Einerstelle zwei Nullen, wenn nichts übrig bleibt, aber 25 wenn 1, 50 wenn 2, 75 wenn 3 übrig bleibt.

Z. B.: a. 3248 . 25 = 81200; b. 3251 . 25 = 81275.

Multipliziere: a. 1652 . 25; b. 158329 . 25; c. 85234 . 25; d. 45679 . 25; e. 845103 . 25.

Wie wird im Kopfe mit 50 multipliziert? (50 = $^1/_2$ Hundert)

50) Multipliziere folgende Zahlen mit 50: 23, 39, 43, 67, 88, 112, 93, 843.

Wie wird im Kopfe mit 75 multipliziert? (75 = $^3/_4$ Hundert).

Z. B. 19 . 75 = 19 . $^3/_4$ Hundert = $^{57}/_4$ Hundert = 1425.

51) Multipliziere folgende Zahlen mit 75: 17, 23, 29, 33, 46, 64, 72.

Wie wird mit 125 multipliziert? (125 = $^1/_8$ Tausend)

Der Multiplikandus wird durch 8 dividiert, bleibt nichts übrig, so setzt man rechts an die Antwort drei Nullen, bleibt ein Rest, so multipliziert man denselben mit 125 und schreibt das Produkt an die Stelle jener 3 Nullen.

52) Multipliziere folgende Zahlen mit 125:
a. Im Kopfe: 48, 41, 85, 67, 93.
b. Schriftlich: 6544, 81234, 94215, 3458.

Wenn einer der Faktoren nahe an Zehn oder Hundert, oder an deren Vielfache grenzt, so verfährt man, wie an nachstehenden Beispielen gezeigt ist:

34 . 19 = 34 . 20 — 34 . 1 = 646; 31 . 23 = 30 . 23 + 1 . 23 = 713.

53) Rechne im Kopfe: a. 99.23; b. 49.36; c. 48.16; d. 17.29; e. 21 . 34; f. 42 . 18; g. 24 . 97; h. 215 . 98.
i. 1 kg kostet 5 ℳ 97 ₰, wie viel kosten 15 kg?
k. 1 m kostet 9 ℳ 96 ₰, wie viel kosten 22 m?

Zuweilen ist es angebracht, beide Faktoren abzurunden.

Z. B. 98 . 97 = (100 — 2) . (100 — 3) = 100 . 100 — 5 . 100 + 6 = 9506; oder wie vorhin 97 . 100 — 200 + 6.

54) Rechne im Kopfe: a. 95.98; b. 39.38; c. 67.79; d. 993.997; e. 57.59.

55) Um wie viel wird das Produkt 738.572 größer, wenn man jeden Faktor um 1 vergrößert? um wie viel kleiner, wenn man jeden Faktor um 1 vermindert?

56) Um wie viel wird das Produkt 843.697 kleiner, wenn man den ersten Faktor um 1 vergrößert, den zweiten um 1 vermindert?

57) Um wie viel wird das Produkt 918.882 größer, wenn man den ersten Faktor um 1 verkleinert, den zweiten um 1 vergrößert?

58) Um wie viel wird ein 654 m langer und 149 m breiter rechtwinkliger Bauplatz kleiner, wenn derselbe 5 m länger, aber 7 m schmäler gemacht wird?

59) Ein rechtwinkliges Dach hat 53 Reihen Ziegel und in jeder Reihe liegen 74 Stück; wie viel Stück wären mehr erforderlich, wenn eine Reihe weniger vorhanden wäre, aber in jeder Reihe 2 Stück mehr gelegt würden?

Zuweilen ist es vorteilhaft, wenn man die Faktoren gleich macht.

Z. B.: 46.54 = 50.50 — 4.4 = 2484.

60) Rechne im Kopfe: 79.81; 88.92; 67.73; 85.95; 97.103; 298.302; 795.805.

61) Da die Reihenfolge der Faktoren gleichgiltig ist, so wähle die vorteilhafteste Reihenfolge bei folgenden Aufgaben und führe die Multiplikation im Kopfe aus:
a. 25.26.2; b. 28.2.3.5; c. 4.28.5.3.5; d. 8.64.125;
e. 2.4.10.9.25; f. 4.7.5.250.5.4; g. 125.5.25.2.4.8.

62) Zerlege die Faktoren in andere Faktoren und verfahre wie vorhin.
a. 2.4.35.5; b. 32.375.75; c. 375.7.25.6.32;
d. 4.8.125.3.25.3. (z. B. b = 4.8.125.3.25.3).

63) Sondere gleiche Faktoren durch Klammern ab und führe dann erst die Multiplikation aus:
a. 1963.18 + 3037.18; b. 29.101 + 52.101 + 16.101;
c. 29.8 + 23.16 + 28.24 + 17.32 + 23.8 + 56.4;
(23.16 = 46.8 oder 56.4 = 28.8) d. 2843.27 — 2843.16;
e. 6443.18 — 1234.54;
f. 2516 + 2516.18 + 1258.36 — (2516.8 + 5032.6);
g. Multipliziere die Summe der Produkte 288.24 und 144.44 mit der Differenz der Produkte 1846.25 und 639.50.
(z. B. a. = (1963 + 3037) 18 =).

Es kommt häufig vor, daß mehrere Multiplikationen auszuführen sind, deren Resultate addiert werden sollen, z. B. beim Veranschlagen ist dies häufig der Fall. Die Aufgabe 324.28 + 65.39 + 1218.45 läßt sich am bequemsten in folgender Weise lösen:

324.28 =	2592
	648
65.39 =	585
	195
1218.45 =	6090
	4872
	66417

64) Löse in derselben Weise folgende Aufgaben:
a. 954.27 + 1426.45; b. 728.38 + 89.43 + 234.256;
c. 8324.53 + 458.765 + 324.67 + 9423.9.

65) Die Brücke, die von New-York nach Brooklyn führt, wird von vier Kabeln getragen. Jedes Kabel ist 1090 m lang und ist aus 5282 Drähten von gleicher Länge hergestellt. Wie viel Meter Draht ist zu den 4 Kabeln verwandt?

66) Die Zahl der Neubauten hat in den 6 Jahren von 1877 bis 1882 in Berlin bezw. 476, 437, 342, 201, 169 und 233 betragen; die Bevölkerungszunahme hat in dem Zeitraume 196900 betragen. Wie viel mußten daher Unterkunft in den Häusern suchen, welche die Ueberproduktion der Vorjahre hervorgebracht hat, wenn man im Durchschnitt (leider!) 60 Einwohner auf je ein Berliner Haus rechnen muß?

67) Im Jahre 1873 wurden, als der Viadukt der Rheinischen Eisenbahn über das Ruhrthal bei Herdecke gebaut werden sollte, zwei Projekte ausgearbeitet: 1) 12 gewölbte Oeffnungen von je 20 m Spannweite und 2) 6 Oeffnungen mit Eisenkonstruktion von je 40 m Spannweite. Beim ersten Projekte war nach der Massenrechnung erforderlich: 1) Fundamente: Beton für 5 Strompfeiler 1800 cbm, Mauerwerk 2500 cbm, 2) aufgehendes Mauerwerk sämtlicher Pfeiler und Widerlager 14070 cbm, 3) Gewölbemauerwerk 5480 cbm und 4) Brüstungen und Gesimse 550 cbm. Als Preis für das fertige Mauerwerk jeglicher Art incl. der Betonfundamente wurde unter Berücksichtigung der erheblichen Kosten für Lehr- und Arbeitsgerüste der Durchschnittssatz von 30 ℳ pro cbm angenommen.
Beim zweiten Projekte waren erforderlich: 1) Betonfundamente für 3 Strompfeiler 840 cbm, sämtliches Mauerwerk für alle 5 Pfeiler 7760 cbm, à cbm wie vorhin 30 ℳ, 2) das Gewicht einer fertigen Eisenkonstruktion von 40 m Weite betrug für 2 Geleise rund 180000 kg. Der Preis betrug zur Zeit der Projekts-Aufstellung für 1000 kg 600 ℳ, 3) für Bohlenbelag und Geländer pro Oeffnung 4000 ℳ. Wie hoch stellten sich demnach die Gesamtkosten für jedes der beiden Projekte?

68) Bei dem Bau eines Fabrikgebäudes war als Bedingung gestellt, daß in einem großen Raume der Lichtraum zwischen zwei Säulen mindestens 4 m betragen soll. Es sollen eiserne Träger und Säulen verwandt werden. Um jener Bedingung zu genügen, sind die Träger und Säulen in vierfacher Weise angeordnet. Berechne nach folgenden Angaben die Kosten der erforderlichen Eisenteile für jedes Projekt. Es ist erforderlich:

1) Ein Trägergewicht von 51600 kg, einschließlich 21700 kg mit 1 ℳ und 24200 kg mit 6 ℳ Ueberpreis, Grundpreis 15 ℳ; ferner 8500 kg Säulengewicht zu 18 ℳ (die Preisangaben gelten für 100 kg).

2) Ein Trägergewicht von 48370 kg, einschließlich 12930 kg mit 1 ℳ, 26220 kg mit 3 ℳ Ueberpreis, Grundpreis 15 ℳ; ferner 8500 kg Säulengewicht zu 18 ℳ.

3) Ein Trägergewicht von 41150 kg, einschließlich 4650 kg mit 1 ℳ, 2190 kg mit 2 ℳ und 10670 kg mit 3 ℳ Ueberpreis, Grundpreis 15 ℳ; ferner 12420 kg Säulengewicht zu 18 ℳ.

4) Ein Trägergewicht von 40430 kg, einschließlich 2000 kg mit 1 ℳ, 10060 kg mit 3 ℳ Ueberpreis, Grundpreis 15 ℳ; ferner 12420 kg Säulengewicht zu 18 ℳ.

§ 5. Division.

Eine Zahl durch eine andere dividieren (teilen) heißt eine dritte Zahl finden, welche mit der letzteren multipliziert, die erste zum Produkte giebt. Die Zahl, welche dividiert werden soll, wird Dividendus, die Zahl, durch welche dividiert werden soll, Divisor und die durch die Division entstandene Zahl Quotient genannt. Das Zeichen für die Division ist ein Kolon (:) und heißt „dividiert durch".

69) Führe folgende Divisionen aus:
a. 78532 : 126; b. 693470 : 239; c. 854697 : 497; d. 987654 : 789.

Anmerk. Ist der Divisor eine große Zahl, so verfährt man, wie nachfolgende ausgeführte Division zeigt.

51989238 : 8943 = 5813
44715
72742 — 51 : 9 = 5; 72 : 9 = 8; 11 : 9 = 1
71544
11983 — 30 : 9 = 3.
8943
30408
26829
3579 Rest

Wenn 8243 der Divisor wäre, so würde man zunächst mit 8 dividieren. Stelle die Regel auf!

70) Führe folgende Divisionen aus:
a. 2345678 : 9238; b. 123456789876 : 789845.

71) Führe folgende Divisionen aus, wie nachfolgende ausgeführte Division zeigt.

965384 : 23 = 41973
45
223
168
74
5 Rest

Die Produkte aus dem Divisor und den einzelnen Ordnungen des Quotienten sollen im Kopfe gebildet und subtrahiert und nur der Rest angeschrieben werden.

a. 84629 : 21; b. 1853172 : 16; c. 597531 : 52.

72) Führe folgende Divisionen aus, ohne die Produkte und Reste jedesmal anzuschreiben.

Z. B.: 91532 : 12 = 7627
8 Rest.

a. 4568 : 2; b. 56789 : 3; c. 2357 : 6; d. 16425 : 8; e. 1325667 : 8;
f. 91532 : 7; g. 234567 : 11; h. 354832 : 15; i. 886999 : 12.

73) Führe folgende Divisionen aus:
a. (90 + 36) : 9; b. (48 + 32 + 80) : 80;
c. (23 + 18 + 49) : 9; d. (127 + 354 + 957) : 719;
e. (640 + 32) : 16; f. (2459 + 189 + 23 + 12345) : 628.
(Wie wird eine Summe durch eine Zahl dividiert?)

74) Führe folgende Divisionen aus:
a. (108 — 48) : 12; b. (170 — 51) : 17; c. (368 — 143) : 25;
d. (23497 — 6442) : 5; e. (19435 — 8765) : 15.
(Wie wird eine Differenz durch eine Zahl dividiert?)

75) Führe folgende Divisionen aus:
a. (7 . 91) : 13; b. (18 . 29) : 6; c. (18 . 12) : 8;
d. (18 . 5 . 11) : 9; e. (25 . 7 . 4 . 35 . 2) : 50;
f. (16 . 25 . 28 . 19) : 56; g. (37 . 43) : 4; h. (16 . 2 . 28) : 5.
(Wie wird ein Produkt durch eine Zahl dividiert?)

76) Führe folgende Divisionen aus:
a. (48 : 6) : 2; b. (1024 : 8) : 8; c. (924 : 5) : 2;
d. (333 : 7) : 9; e. (645684 : 4) : 25; f. (217 : 5) : 7.
(Wie wird ein Quotient durch eine Zahl dividiert?)

77) Führe folgende Divisionen aus:
a. (48 + 36) : (8 + 4); b. (69 + 31 + 17 + 29) : (25 + 6);
c. (118 + 55 — 63) : (43 — 18); d. (168 — 12 — 18) : (28 — 17).
(Wie wird eine Summe oder Differenz durch eine Summe oder Differenz dividiert?)

78) Führe folgende Divisionen aus:
a. 1026 : 6 . 9; b. 1456 : 7 . 8; c. 1984 : 8 . 3; d. 4937 : 6 . 7.
(Wie wird eine Zahl durch ein Produkt dividiert?)

79) Am Schlusse des Jahres 1840 waren in Deutschland 549 km Eisenbahnen, am Schlusse des Jahres 1890 aber 42869 km. a. Auf das Wievielfache sind die Bahnen innerhalb 50 Jahren gestiegen? b. Wie viel km sind also in einem Jahre durchschnittlich gebaut?

80) Nach 25jährigen statistischen Beobachtungen kamen bei Reisen mit der Post im Durchschnitt ein Getöteter auf 355000 Reisende und ein Verletzter auf 30000 Reisende. Dagegen kamen während der letzten 10 Jahre auf der Eisenbahn durchschnittlich ein Getöteter auf 7 Millionen Reisende und ein Verletzter auf 1750000 Reisende. Wie vielmal sicherer ist demnach das Reisen auf den Eisenbahnen, als auf den Landstraßen?

81) Im Jahre 1840 besaßen sämtliche Dampfmaschinen Preußens 12778 PS, im Jahre 1878 aber 3041838 PS. a. Auf das Wievielfache ist die Dampfkraft in diesem Zeitraume gestiegen? b. Um wie viel PS hat sich demnach die Dampfkraft im Durchschnitt jährlich vermehrt?

82) Vor der Kanalisierung des Mains betrug der Schiffahrtsverkehr auf demselben jährlich durchschnittlich 311586 tkm, nach der Kanalisierung desselben stieg der Verkehr im Jahre 1877 auf 15352452, 1888 auf 20551352, 1889 auf 29159283 und 1890 auf 34807411 tkm. Auf das Wievielfache hat sich also der Verkehr in jedem dieser vier Jahre gegen früher erhöht?

83) Seit 1873 hat sich der Straßenverkehr in Berlin wie folgt vermehrt: 1873 = 3783184, 1883 = 70554748 und 1889 = 134400431 Passagiere. Wie vielmal größer war der Straßenverkehr 1883 und 1889 als im Jahre 1873?

84) Nach dem Archiv für Eisenbahnwesen betrug 1887 die Gesamtlänge der auf der ganzen Erde im Betriebe befindlichen Eisenbahnen 547872 km, das gesamte Anlagekapital dafür beziffert sich auf 114052 Millionen *M*. Wie teuer kommt 1 km im Durchschnitt?

85) Deutschland besaß in demselben Jahre 39785 km, das Anlagekapital dafür betrug 9902 Mill. ℳ. Wie teuer kommt 1 km im Durchschnitt?

86) Wie lange würde eine Kanonenkugel von der Erde bis zur Sonne fliegen, wenn die Geschwindigkeit zu 700 m in der Sekunde angenommen wird? Die Entfernung der Sonne von der Erde beträgt ungefähr 21 Millionen Meilen zu 7420 m.

87) Die im Jahre 1877 beginnende Zurückhaltung der Bauthätigkeit in Berlin führte eine fortschreitende Genesung der wirtschaftlichen Lage des Grundbesitzes herbei; denn im Jahre 1878 kamen 930 Miets-Erhöhungen und 23472 Miets-Ermäßigungen vor, im Jahre 1880 bezw. 1820 und 6861, im Jahre 1882 bezw. 3119 und 3074, im Jahre 1884 bezw. 8452 und 1709. Wie viel Miets-Ermäßigungen kamen in jedem der vier Jahre auf 100 Miets-Erhöhungen? (Worin hat dies nach Aufgabe 66 seinen Grund?)

88) Nachdem die Mosel kanalisiert ist, darf man auf einen jährlichen Thalverkehr von 2 Millionen t und auf einen Bergverkehr von 500000 t jährlich rechnen. Wieviel Durchschleusungen sind demnach thalwärts täglich erforderlich, wenn 250 Schiffahrtstage jährlich gerechnet werden, die mittlere Ladefähigkeit der Schiffe zu 500 t und als größter Tagesverkehr der vierte Teil über den Durchschnitt angenommen wird und wenn bergwärts ebensoviel Durchschleusungen wie thalwärts nötig sind?

89) Für eine Einzeldurchschleusung ist eine Wassermenge von 80 m Länge, 10 m Breite und 3 m Tiefe angenommen, die Mosel hat bei Mittelniedrigwasser 80 cbm/sek. Der wievielte Teil des Moselwassers wäre demnach zu den Durchschleusungen nach vorstehender Aufgabe erforderlich?

90) Nach einem speziellen Kostenanschlage sind zu einem Hause erforderlich: 284 cbm in Haufen aufgesetzter Kalksteine à 1800 kg, 45 cbm Sandsteine à 2400 kg, 98 cbm Tuffsteine à 750 cbm, 8400 Stück Backsteine à 1000 3600 kg, 12900 Stück Dachplatten à 100 150 kg, 35 cbm Ätzkalk à 1100 kg, 62 cbm Sand à 1700 kg, 70 cbm Holz à 600 kg. Diese Materialien müssen 5 km weit gefahren werden und es ist für die Fuhre zu 45 Zentner 4 ℳ zu rechnen. Wie hoch belaufen sich die Transportkosten?

§ 6. Rechenprobe.

Ein Haupterfordernis des guten Rechnens ist das Richtigrechnen. Ist eine Rechnung ausgeführt, so möchte man darum gerne die Gewißheit haben, ob das erhaltene Resultat richtig ist. Es wird zu diesem Zwecke diese oder jene Rechenprobe empfohlen. Es sollen von diesen hier einige folgen. Eine allgemein empfohlene Probe ist: Man rechne jede Aufgabe zweimal, erhält man dann ein übereinstimmendes Resultat, so ist dies ein Beweis für die Richtigkeit der Rechnung. Gar leicht kommt es aber vor, daß man bei beiden Ausrechnungen denselben Fehler macht und darum in beiden Fällen dasselbe falsche Resultat erhält. Um dies zu vermeiden, ist zu empfehlen, daß man bei der zweiten Ausrechnung einen anderen Gang wie bei der ersten einschlägt, z. B. bei der Addition einmal die Posten von unten nach oben und darnach von oben nach unten addiert, oder bei der Multiplikation die Faktoren umsetzt.

Als sichere Multiplikationsprobe ist die Division zu empfehlen, aber diese ist umständlich. Man dividiere das Produkt durch einen der Faktoren, ist der Quotient dann gleich dem anderen Faktor, so ist die Multiplikation richtig ausgeführt. Eine sichere, aber ebenfalls umständliche Divisionsprobe ist die Multiplikation. Man multipliziere den Divisor mit dem Quotienten und zum Produkte addiere man den etwa verbliebenen Rest. Das erhaltene Resultat muß mit dem Dividendus übereinstimmen, wenn die Division richtig ausgeführt ist.

Kürzer ist die weniger bekannte Neunerprobe.

1. Bei der Addition. Man addiere die Quersummen*) aller Posten, dividiere die Summe durch 9, dividiere ebenfalls die Quersumme des Resultats der Addition durch 9, die bei diesen Divisionen verbleibenden Reste sind einander gleich, sobald die Addition richtig ausgeführt ist. Da es nur auf jene Reste der Quersummen ankommt, so kann man, wie bei folgendem Beispiele gezeigt wird, verfahren. $645 + 1819 + 49 + 6789 + 187 = 9489$. $6 + 4 = 1$; $1 + 5 + 1 + 8 = 6$; $6 + 1 + 4 = 2$, die 9 übergeht man ganz usw. So erhält man schließlich 3. Ebenfalls erhält man 3 beim Resultat. — Bei einiger Uebung ist diese Probe rascher ausgeführt, als eine nochmalige Addition und bietet mehr Sicherheit als diese.
2. Bei der Multiplikation. Beispiel: $6496 . 897 = 5826912$. Man suche wie bei der Addition die Quersumme jedes Faktors, d. h. die Reste wie vorhin (hier 7 und 6), multipliziere diese mit einander (hier $7 . 6 = 42$), dividiere wieder durch 9 (42:9) und merke sich den Rest. (Man konnte auch die Quersumme von jenem Produkte 42 nehmen, in beiden Fällen erhält man 6). Man suche darnach wie bei der Addition die Quersumme von dem Resultate der ausgeführten Multiplikation. Ist letztere richtig ausgeführt, so muß von der Quersumme derselbe Rest (hier 6) verbleiben, was auch der Fall ist. — Würde man bei einem oder beiden Faktoren keinen Rest behalten, so wäre das Endresultat $= 0$, alsdann darf bei der Quersumme des Produkts auch kein Rest verbleiben.
3. Bei der Division $\underline{5826935 : 6496 = 897}$
   23 Rest.
   Man multipliziere wie bei der Multiplikation die Quersumme des Divisors und Quotienten, addiere die Quersumme des Produktes zur Quersumme des Restes. Nach vorstehendem Beispiele also: $7 . 6 = 42 = 6$, $6 + 5 = 2$. Ist die Division richtig ausgeführt, so muß die Quersumme des Dividendus auch 2 als Rest ergeben, was auch der Fall ist.
   Wenn die Neunerprobe auch keine absolute Sicherheit bietet, so ist sie doch sehr zu empfehlen, besonders bei der Multiplikation und Division, weil sie wenig Zeit in Anspruch nimmt.

91) Vier Rechner haben die Zahlen 3494 und 6532 mit einander multipliziert und haben folgende Resultate erhalten: 22653808, 23922908, 22822808 und 24604918; welches Resultat kann nach der Neunerprobe nur richtig sein?

*) Die Summe der Zahlenwerte der einzelnen Ziffern einer Zahl ohne Rücksicht auf ihren Stellenwert wird Quersumme genannt, z. B. die Quersumme der Zahl 9426 ist $= 21$.

92) Drei Rechner haben 281842451 durch 36092 dividiert und haben folgende Resultate erhalten 7795 und 244 als Rest, 7929 und 56 als Rest, 7809 und 23 als Rest; welches Resultat kann nach der Neunerprobe nur richtig sein?

§ 7. Von der Teilbarkeit der Zahlen.

Eine gründliche Uebung dieses Kapitals ist für das Rechnen von großer Bedeutung; denn man lernt dadurch die Beziehungen der Zahlen zu einander kennen, und dies befähigt uns, viele Erleichterungen, die sich beim Rechnen darbieten, rasch zu erkennen.

Man sagt, eine ganze Zahl ist durch eine andere ganze Zahl teilbar, wenn die Division der ersteren durch die letztere keinen Rest läßt, also eine ganze Zahl als Quotient giebt.

Solche Zahlen, die durch keine Zahl außer 1 teilbar sind, nennt man Primzahlen (wirkliche Primzahlen), alle anderen zusammengesetzte Zahlen.

93) Nenne sämtliche Primzahlen:

a. zwischen 1 und 10; b. zwischen 10 und 50; c. zwischen 50 und 100.

Ob eine ganze Zahl durch eine andere ganze Zahl teilbar ist, kann in sehr vielen Fällen nur durch eine ausgeführte Division ermittelt werden; doch giebt es einige Kennzeichen der Teilbarkeit, die in folgendem angegeben sind. Eine Zahl ist teilbar:

I. durch 2, wenn die letzte Ziffer eine gerade Zahl, oder Null ist. (Was ist eine gerade, was eine ungerade Zahl?)

II. durch 4, wenn die zwei letzten Ziffern eine durch 4 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

III. durch 8, wenn die drei letzten Ziffern eine durch 8 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

(Eine Zahl ist durch 8 teibar, wenn die Hunderte eine gerade Zahl bilden und die beiden letzten Stellen sich durch 8 teilen lassen, oder wenn jene eine ungerade Zahl bilden und die beiden letzten Stellen, nachdem sie um 4 vermindert sind, sich durch 8 teilen lassen.)

IV. durch 5, wenn die letzte Ziffer eine Null, oder 5 ist.

V. durch 10, wenn die letzte Ziffer eine Null ist.

VI. durch 3, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

VII. durch 6, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar und die letzte Ziffer eine gerade Zahl, oder Null ist.

VIII. durch 9, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.

IX. durch 11, wenn die Summe ihrer Ziffern auf den ungeraden Stellen = ist der Summe ihrer Ziffern auf den geraden Stellen, oder beide Summen um 11, oder ein Vielfaches von 11 differieren.

X. durch 25, wenn die zwei letzten Ziffern eine durch 25 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

XI. durch 125, wenn die drei letzten Ziffern eine durch 125 teilbare Zahl bilden, oder Nullen sind.

(Gieb den Grund für jedes der vorstehenden elf Kennzeichen der Teilbarkeit der Zahlen an.)

94) Bilde 4 fünfziffrige Zahlen, die durch 2 teilbar sind.

95) Bilde a. 4 vierziffrige Zahlen, die durch 4; b. 4 sechsziffrige Zahlen, die durch 8 teilbar sind.

96) Welche von folgenden Zahlen sind durch 8, 4 und 2, welche durch 4 und 2, und welche nur durch 2 teilbar?

a. 84564; b. 17248; c. 92528; d. 48900; e. 9406; f. 3454; g. 10208; h. 18722; i. 12344.

97) Bilde a. 4 fünfziffrige Zahlen, die durch 3; b. 4 sechsziffrige Zahlen, die durch 6 und c. 4 siebenziffrige Zahlen, die durch 9 teilbar sind.

98) Welche von folgenden Zahlen sind durch 9, 6 und 3, welche nur durch 9 und 3, welche nur durch 6 und 3, und welche nur durch 3 teilbar?

a. 675441; b. 642426; c. 987351; d. 98766; e. 12345675; f. 24684.

99) Bilde 4 fünfziffrige und 4 sechsziffrige Zahlen, die durch 11 teilbar sind.

100) Welche von folgenden Zahlen sind durch 11 teilbar?

a. 6567; b. 34567; c. 652586; d. 84394; e. 8463284562; f. 45678765; g. 1819070; h. 18081921.

101) Bilde a. 6 fünfziffrige Zahlen, die durch 25, b. 6 sechsziffrige, die durch 125 teilbar sind.

102) Welche von folgenden Zahlen sind durch 125, 25 und 5, welche durch 25 und 5 und welche nur durch 5 teilbar?

a. 678920; b.45775; c.876275; d.843575; e.84250; f.98765.

Merke nachfolgende Sätze:

1. Ein Produkt aus mehreren Faktoren ist durch jeden Faktor teilbar. Z. B.: 2.3.5=30; 30 ist also durch jeden der drei Faktoren teilbar.

2. Ist eine Zahl durch mehrere Zahlen teilbar, so ist sie nicht immer durch das Produkt aus zwei oder mehreren dieser Faktoren teilbar. Z. B.: 54 ist teilbar durch 2, 3, 6, 9, 18 und 27; aber nicht durch 2.6 oder 2.18 usw.

3. Dies ist nur der Fall, wenn sämtliche Faktoren außer 1 keinen gemeinschaftlichen Faktor haben. Z. B.: 210 ist teilbar durch 2, 3, 5 und 7, darum auch durch 2.3, 3.5, 5.7, 2.3.5, 3.5.7, 2.5.7 usw.

103) Aus welchen Primfaktoren sind folgende Zahlen zusammengesetzt? 9, 12, 15, 16, 18, 20, 30, 48, 63, 75, 81, 91.

104) Zerlege folgende Zahlen in ihre Primfaktoren, wie das ausgeführte Beispiel zeigt.

324, 1000, 7200, 1536, 2880, 3448.

144		
144	1	
72	2	
36	2	
18	2	Primfaktoren.
9	2	
3	3	
1	3	

105) Aus welchen Faktoren kann also jede der vorstehenden Zahlen gebildet werden? Z. B. 144: a. 144 . 1; b. 72 . 2; c. 36 . 2 . 2; d. 18.2.2.2; e. 9.2.2.2.2; f. 3.3.2.2.2.2; g. 36.4; h. 18.4.2; i. 18.8; k. 9.8.2; l. 9.4.4 usw.

106) Welche gemeinschaftliche Primfaktoren haben:

a. 224 und 336; b. 780 und 936; c. 384 und 448.

107) Welchen größten gemeinschaftlichen Faktor haben vorstehende Zahlenpaare? (Der größte gemeinschaftliche Faktor ist gleich dem Produkte der gemeinschaftlichen Faktoren.)

Der größte gemeinschaftliche Faktor läßt sich am bequemsten in folgender Weise finden. Man dividiere die kleinere Zahl in die größere und den jedesmaligen Rest in den vorhergehenden Divisor und setze dies fort, bis kein Rest mehr bleibt. Der letzte Divisor ist der größte gemeinschaftliche Faktor.

Beispiel: a. 1312 : 369 = 3
1107
369 : 205 = 1
205
205 : 164 = 1
164
164 : 41 = 4
164

b. 1155 : 442 = 2
884
442 : 271 = 1
271
271 : 171 = 1
171
171 : 100 = 1
100
100 : 71 = 1
71
71 : 29 = 2
58
29 : 13 = 2
26
13 : 3 = 4
12
1

Beispiel a. 41 ist der letzte Divisor und darum der größte gemeinschaftliche Faktor der beiden Zahlen 1312 und 369. (Beweis!) Beispiel b. Bleibt ein Rest 1, so haben die betreffenden Zahlen außer 1 keinen gemeinschaftlichen Faktor. Solche Zahlen nennt man bedingte Primzahlen. Z. B.: 4 und 9, oder 16, 25, 27, 49 sind bedingte Primzahlen, obwohl jede einzelne Zahl eine zusammengesetzte Zahl ist. Ob zwei Zahlen bedingte Primzahlen sind, erkennt man schon, wenn man nach dem angegebenen Verfahren auf einen Rest stößt, der eine wirkliche Primzahl ist und in dem vorhergehenden Divisor nicht aufgeht, und man hat dann nicht nötig, die Rechnung weiter fortzusetzen. Man hätte also die Rechnung bei dem Reste 71 abbrechen können, da man 71 leicht als wirkliche Primzahl erkennt.

108) Nenne 6 Zahlenpaare, die bedingte Primzahlen sind.

109) Welchen größten gemeinschaftlichen Faktor haben:

a. 11872 und 5984; b. 523 und 189; c. 133 und 231;
d. 1079 und 1743; e. 1278 und 2059; f. 276 und 893;

110) Dividiere das Produkt der Zahlen 45 und 616 durch das Produkt der Zahlen 99 und 35.

Ansatz: $\frac{45 . 616}{99 . 35}$ (Hier ist eine wagerechte Linie das Divisionszeichen. Diese Darstellung kommt besonders im technischen Rechnen häufig vor und wird darum, weil sie viele Vorteile bietet, später oft angewandt werden. Bevor vorstehende Rechnung ausgeführt wird, teile oder verkürze Dividendus und Divisor durch gemeinsame Faktoren.)

111) Berechne in derselben Weise: a. 14.495.221:110.819; b. 78.380.378.189:56.135.102.143.

112) Berechne folgende Zahlenausdrücke aus der Mechanik:

a. Widerstandsmoment $W = \frac{120 . 1000}{750}$;

b. $W = \frac{30 . 2400 + 70 . 1800}{750}$; c. $W = \frac{250 . 10392}{8 . 750}$;

d. $W = \frac{325\,(2704 + 2 . 6568)}{8 . 750}$; e. $W = \frac{50 . 3645 + 240 . 1825}{750}$;

f. $W = \frac{50 . 2370 + 155 . 1350 + 240 . 975}{750}$;

113) Berechne folgende Zahlenausdrücke:

a. $\frac{210}{77} : \frac{78}{143}$; b. $\left(\frac{102}{35} : \frac{52}{95}\right) . \left(\frac{52}{33} : \frac{34}{77}\right)$.

(Ansatz bei a.: $\frac{210 . 143}{77 . 78} = ?$ Beweis!)

II. Abschnitt.

Die Bruchrechnung.

I. Die gewöhnlichen Brüche.

Wenn man irgend ein Ganzes in gleiche Teile zerlegt und einen oder mehrere dieser Teile nimmt, so erhält man einen Bruch. Bei jedem Bruche kommen zwei Zahlen vor. Die eine sagt, in wie viel gleiche Teile das Ganze zerlegt ist, sie giebt an, welchen Namen die Teile führen und heißt deshalb der Nenner; die andere zeigt an, wie viel solcher Teile zu nehmen sind, sie zählt die Teile, deshalb heißt sie der Zähler.

Wie schreibt man einen Bruch?

Wenn ein Bruch weniger Teile als das Ganze hat, so wird er ein echter und wenn er eben so viel oder mehr Teile als das Ganze hat, so wird er ein unechter Bruch genannt. $^3/_4$ ist ein echter, $^5/_4$ ein unechter Bruch. Sind Ganze und ein Bruch verbunden, so hat man eine gemischte Zahl, z. B. $4^3/_4$.

§ 1. Addition der Brüche.

1) Was sind gleichnamige Brüche?
2) Wie werden diese addiert?
3) Addiere folgende Brüche:

a. $^5/_9 + {}^3/_9$; b. $^3/_{16} + {}^5/_{16} + {}^7/_{16}$; c. $^4/_{23} + {}^5/_{23} + {}^6/_{23} + {}^8/_{23}$;
d. $^7/_{40} + {}^9/_{40} + {}^{13}/_{40} + {}^{17}/_{40} + {}^{19}/_{40}$; e. $^{28}/_{103} + {}^{64}/_{103} + {}^{45}/_{103} + {}^{56}/_{103}$;
f. $6^4/_9 + 8^1/_9 + 13^2/_9$; g. $16^{11}/_{12} + {}^5/_{12} + 6^{11}/_{12} + {}^7/_{12}$.

4) Was versteht man unter Heben oder Kürzen der Brüche?
5) Kürze folgende Brüche im Kopfe:

a. $^{12}/_{16}$; b. $^{18}/_{27}$; c. $^{24}/_{36}$; d. $^{35}/_{49}$; e. $^{400}/_{700}$; f. $^{33}/_{110}$; g. $^{75}/_{100}$; h. $^{81}/_{729}$;
i. $^{44}/_{594}$; k. $^{234}/_{552}$; l. $^{120}/_{144}$; m. $^{26}/_{65}$; n. $^{48}/_{72}$; o. $^{52}/_{78}$; p. $^{216}/_{360}$; q. $^{125}/_{225}$.

Ist der größte gemeinschaftliche Faktor des Zählers und Nenners eines Bruches nicht so leicht wie bei den vorangehenden Beispielen zu finden, so verfährt man, wie auf Seite 16 gezeigt ist.

6) Kürze folgende Brüche: a. $^{768}/_{896}$; b. $^{516}/_{559}$; c. $^{936}/_{1560}$; d. $^{1305}/_{1392}$; e. $^{2907}/_{4567}$; f. $^{973}/_{1807}$; g. $^{1425}/_{1520}$.

7) Was sind ungleichnamige Brüche?

8) Wie werden diese addiert?

9) Verwandle: a. $^3/_4$ in 12tel; b. $^2/_5$ in 20stel; c. $^4/_9$ in 36stel; d. $^{13}/_{16}$ in 48stel; e. $^{13}/_{18}$ in 72stel; f. $^2/_3$ und $^3/_4$ in 12tel; g. $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_6$, $^7/_{10}$, $^{11}/_{12}$, $^{15}/_{16}$, $^{19}/_{32}$ in 480stel.

10) Die folgenden Brüche mache sämtlich zu 84stel und ordne sie dann nach ihrer Größe: $^1/_4$, $^2/_3$, $^1/_2$, $^5/_6$, $^6/_7$, $^5/_{12}$, $^{13}/_{28}$, $^{19}/_{42}$, $^{13}/_{21}$, $^{11}/_{14}$.

11) Was versteht man unter Haupt-(General-)Nenner?

Wenn unter den zu addierenden Brüchen ein Bruch ist, in dessen Nenner alle anderen aufgehen, so ist dieser Nenner der Hauptnenner.

12) Addiere: a. $^2/_3 + {}^8/_9$; b. $^1/_2 + {}^4/_5 + {}^9/_{10}$; c. $^1/_3 + {}^3/_4 + {}^1/_2 + {}^{13}/_{48} + {}^5/_8 + {}^1/_{24}$; d. $^3/_{16} + {}^5/_6 + {}^9/_{24} + {}^8/_9 + {}^{19}/_{48} + {}^{97}/_{144} + {}^{23}/_{36} + {}^1/_2 + {}^{69}/_{72} + {}^2/_3 + {}^5/_8 + {}^{11}/_{12}$; e. $134^7/_{12} + 8^9/_{28} + 1849^{23}/_{84} + 68^{11}/_{14} + 87643^4/_7 + 9^8/_{21}$.

Wenn die Nenner wirkliche oder auch bedingte Primzahlen sind, so ist das Produkt sämtlicher Nenner der Hauptnenner.

13) Addiere:
a. $^2/_3 + {}^3/_4$; b. $6^1/_3 + 13^4/_5 + 1845^2/_3$; c. $9^4/_7 + 18^2/_3 + 219^5/_8$; d. $6423^8/_{17} + 48^5/_8 + 925^4/_9 + 123456^4/_5 + {}^6/_7$.

Sind Nenner vorhanden, die einen gemeinschaftlichen Faktor haben, so ist das Produkt sämtlicher Nenner auch eine Zahl, in der alle Nenner aufgehen, aber nicht die kleinste. Da es aber vorteilhaft ist, einen möglichst kleinen Hauptnenner zu haben, so tritt die Aufgabe an uns heran, den kleinsten Hauptnenner, oder das kleinste gemeinschaftliche Vielfache mehrerer Zahlen zu suchen.

In vielen Fällen erkennt man die kleinste Zahl, worin mehrere Zahlen aufgehen, sofort.

14) Welches ist die kleinste Zahl, worin aufgehen:
a. 4 und 6; b. 6 und 10; c. 12 und 18; d. 6, 8 und 9; e. 8, 6 und 10; f. 2, 5, 8 und 10; g. 2, 3, 4, 8 und 12?

15) Addiere: a. $^3/_4 + {}^5/_6$; b. $^7/_{10} + {}^8/_{15}$; c. $^2/_3 + {}^5/_6 + {}^3/_8 + {}^3/_4$; d. $^1/_2 + {}^2/_3 + {}^3/_4 + {}^4/_5 + {}^7/_8 + {}^5/_6 + {}^9/_{10}$; e. $23^3/_{10} + 5^1/_3 + 16^1/_2$.

Läßt sich nicht sofort erkennen, welches der kleinste Hauptnenner ist, so ist folgendes Verfahren anzuwenden.

Addiere: $^2/_3 + {}^3/_4 + {}^4/_5 + {}^5/_6 + {}^6/_7 + {}^7/_8 + {}^8/_9 + {}^9/_{10}$.

A u s r e c h n u n g:

a. das Verfahren, wie der k l e i n s t e Hauptnenner gefunden wird.

2	6	7	8	9	10
3	3	7	4	9	5
		7	4	3	5

Hauptnenner $= 2 . 3 . 7 . 4 . 3 . 5 = 2520$.

B e m e r k u n g: 1) Nenner, die Faktoren anderer Nenner sind, werden beim Suchen des Hauptnenners nicht berücksichtigt. (Hier 3, 4 und 5, weshalb?) 2) Sind mehrere, mindestens zwei Nenner vorhanden, die einen gemeinschaftlichen Faktor haben, so werden diese durch denselben dividiert.

(Gieb den Grund dafür an.) Wie dann der Hauptnenner gefunden wird, zeigt das vorstehende Beispiel. 3) Dividiere die Nenner, die gemeinsame Faktoren haben, durch Primfaktoren, weil es sonst vorkommen kann, daß das obige Verfahren nicht zum kleinsten Hauptnenner führt.

Z. B.:

6	8	12	18
2	8	2	3
	4		3

$6 . 2 . 4 . 3 = 144.$

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache für 8, 12 und 18 ist aber 72.

b. die Addition selbst:

	2520	
${}^{2}/_{3}$	840	1680
${}^{3}/_{4}$	630	1890
${}^{4}/_{5}$	504	2016
${}^{5}/_{6}$	420	2100
${}^{6}/_{7}$	360	2160
${}^{7}/_{8}$	315	2205
${}^{8}/_{9}$	280	2240
${}^{9}/_{10}$	252	2268
		16559

$$\frac{16559}{2520} = 6^{1439}/_{2520}.$$

16) Addiere:

a. ${}^{1}/_{2} + {}^{2}/_{3} + {}^{3}/_{4} + {}^{5}/_{8} + {}^{5}/_{6}$; b. ${}^{3}/_{4} + {}^{4}/_{5} + {}^{5}/_{6} + {}^{7}/_{10} + {}^{11}/_{12} + {}^{4}/_{15}$;
c. ${}^{3}/_{8} + {}^{5}/_{12} + {}^{8}/_{15} + {}^{17}/_{20} + {}^{23}/_{30}$; d. ${}^{7}/_{60} + {}^{4}/_{25} + {}^{7}/_{30} + {}^{5}/_{24} + {}^{17}/_{120}$;
e. ${}^{5}/_{18} + {}^{3}/_{25} + {}^{7}/_{20} + {}^{8}/_{15} + {}^{41}/_{45}$; f. ${}^{3}/_{7} + {}^{5}/_{8} + {}^{5}/_{12} + {}^{7}/_{9} + {}^{15}/_{28} + {}^{3}/_{4}$;
g. $68^{5}/_{6} + 75^{3}/_{7} + 80^{1}/_{12} + 3^{5}/_{21}$; h. $16^{7}/_{8} + 12^{4}/_{5} + 22^{2}/_{3} + 18^{13}/_{15}$;
i. $3^{5}/_{8} + {}^{2}/_{3} + 9^{6}/_{7} + 6^{8}/_{9} + 19^{17}/_{42} + 18^{13}/_{28} + 16259^{16}/_{21}$;
k. $228^{3}/_{10} + 1945^{11}/_{15} + 28^{9}/_{25} + 7455^{23}/_{35} + 829^{19}/_{42} + 416^{17}/_{30}$.

§ 2. Subtraktion der Brüche.

17) Wie werden gleichnamige Brüche von einander subtrahiert?

18) Subtrahiere: a. ${}^{8}/_{13} - {}^{4}/_{13}$; b. ${}^{11}/_{17} - {}^{9}/_{17}$; c. $4^{2}/_{5} - {}^{4}/_{5}$;
d. $108^{9}/_{91} - {}^{90}/_{91}$; e. $281^{13}/_{17} - 199^{16}/_{17}$; f. $1250^{23}/_{37} - 999^{35}/_{37}$.

19) Wie werden ungleichnamige Brüche von einander subtrahiert?

20) Subtrahiere: a. ${}^{1}/_{2} - {}^{1}/_{3}$; b. ${}^{4}/_{5} - {}^{2}/_{3}$; c. ${}^{127}/_{191} - {}^{23}/_{127}$; d. ${}^{8}/_{15} - {}^{3}/_{10}$;
e. $262^{9}/_{14} - 188^{4}/_{21}$; f. $213^{3}/_{10} - 78^{5}/_{6}$; g. $2160^{3}/_{8} - 1874^{7}/_{12}$.

21) Rechne aus: a. $({}^{3}/_{4} + 6^{5}/_{8} + 9^{5}/_{12}) - ({}^{1}/_{2} + 2^{2}/_{3} + 3^{3}/_{4})$;
b. $(1^{1}/_{2} + 2^{1}/_{3} + 3^{4}/_{5} + 6^{7}/_{8} + 9^{11}/_{12}) - (2^{1}/_{2} + 5^{1}/_{3} + {}^{6}/_{7} + 1^{5}/_{8})$;
c. $(3^{1}/_{2} + {}^{4}/_{5} + 3^{2}/_{7}) - (16^{7}/_{8} - 13^{4}/_{5}) + (13^{1}/_{2} - 8^{3}/_{5})$;
d. $(3^{4}/_{5} + 4^{5}/_{6} - 5^{6}/_{7}) - (18^{3}/_{4} + 17^{2}/_{5} - 36^{1}/_{8}) + (18^{3}/_{5} - 5^{26}/_{35})$.

22) Zu einem Hause sind zwei Sorten Ziegelsteine verwandt und zwar $63^{2}/_{5}$ Mille, von der einen Sorte $19^{3}/_{4}$ Mille, wie viel von der anderen?

23) A verkaufte eine Eiche für $108^{1}/_{2}$ ℳ, er hatte an Fuhrlohn $7^{4}/_{5}$ ℳ ausgegeben und außerdem $9^{3}/_{10}$ ℳ gewonnen. Wie teuer hat er die Eiche eingekauft?

24) Jemand hat $20^{4}/_{5}$ Schock Latten gekauft und verkauft davon an A $6^{2}/_{3}$, an B $4^{5}/_{6}$ und an C $5^{3}/_{20}$ Schock, wie viel behält er übrig?

25) Die Summe zweier Zahlen ist $69^{3}/_{7}$, die eine Zahl ist $17^{3}/_{8}$, welches ist die andere?

26) Der Unterschied zweier Zahlen ist $120\frac{5}{6}$, die eine Zahl ist $71\frac{5}{17}$, wie groß ist die andere und wie groß ist die Summe?

27) Die Summe dreier Zahlen ist $263\frac{3}{4}$, die erste ist $19\frac{3}{4}$, die zweite ist $17\frac{8}{9}$ größer als die erste, wie groß ist die dritte?

28) Lägen auf einem Lagerplatze $19\frac{17}{20}$ Tausend Steine weniger, so befänden sich $103\frac{4}{25}$ Tausend darauf; wie viel Steine sind vorhanden?

29) Drücke die folgenden Aufgaben erst durch Klammern aus und suche dann das Resultat.

a. Zu der Summe der Zahlen $8\frac{4}{5}$ und $3\frac{1}{9}$ addiere die Differenz derselben Zahlen.

Ausrechnung: $(8\frac{4}{5} + 3\frac{1}{9}) + (8\frac{4}{5} - 3\frac{1}{9}) = 8\frac{4}{5} + 8\frac{4}{5} = ?$

b. Von der Summe der Zahlen $19\frac{8}{9}$ und $13\frac{4}{5}$ subtrahiere die Differenz derselben Zahlen.

c. Mit den Zahlen $18\frac{3}{4}$, $9\frac{3}{8}$, $6\frac{1}{6}$ nimm dieselben Berechnungen vor, wie in Aufgabe 31, Abschnitt I, angegeben ist.

§ 3. Multiplikation der Brüche.

I. Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man:

A. den Zähler mit der Zahl multipliziert und den Nenner unverändert läßt.

30) Rechne aus: a. $\frac{6}{37} \cdot 5$; b. $\frac{11}{49} \cdot 3$; c. $\frac{16}{17} \cdot 4$; d. $1\frac{17}{69} \cdot 4$; e. $8\frac{13}{73} \cdot 5$; f. $4\frac{3}{5} \cdot 6$; g. $14\frac{13}{17} \cdot 12$; h. $36\frac{5}{7} \cdot 19$; i. $34\frac{7}{11} \cdot 123$.

B. den Nenner durch die Zahl dividiert und den Zähler unverändert läßt.

31) Rechne aus: a. $\frac{5}{36} \cdot 6$; b. $\frac{4}{35} \cdot 7$; c. $\frac{18}{91} \cdot 13$; d. $\frac{19}{92} \cdot 23$; e. $1\frac{5}{144} \cdot 48$; f. $8\frac{19}{108} \cdot 36$; g. $15\frac{71}{264} \cdot 132$.

C. den Multiplikator und Nenner des Bruches zunächst durch dieselbe Zahl dividiert und dann wie unter A verfährt.

Z. B.: $\frac{4}{27} \cdot 18 = \frac{4}{3} \cdot 2 = 2\frac{2}{3}$.

32) Rechne aus: a. $\frac{5}{24} \cdot 36$; b. $\frac{15}{56} \cdot 28$; c. $2\frac{5}{24} \cdot 16$; d. $4\frac{5}{18} \cdot 27$.

33) Rechne aus: a. $3\frac{5}{68} \cdot 17$; b. $4\frac{5}{17} \cdot 13$; c. $2\frac{9}{28} \cdot 42$; d. $7\frac{213}{5789} \cdot 23$; e. $\frac{637}{36117} \cdot 567$; f. $28\frac{7}{30} \cdot 27$.

II. Da es auf die Reihenfolge der Faktoren nicht ankommt, so ist $7 \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{9} \cdot 7$; ist also der Multiplikator ein Bruch und der Multiplikandus eine ganze Zahl, so verfährt man wie vorhin.

34) Rechne aus: a. $24 \cdot \frac{7}{8}$; b. $28 \cdot 3\frac{4}{7}$; c. $12 \cdot 6\frac{2}{9}$; d. $13 \cdot 15\frac{4}{5}$.

III. Brüche werden mit einander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert. (Beweis!)

35) Rechne aus: a. $\frac{9}{11} \cdot \frac{3}{5}$; b. $\frac{18}{29} \cdot \frac{14}{17}$; c. $\frac{28}{39} \cdot \frac{5}{11}$; d. $\frac{126}{425} \cdot \frac{8}{13}$.

Haben der Zähler des einen Bruches und der Nenner des anderen Bruches einen gemeinschaftlichen Faktor, so verfährt man wie folgt: Beispiel:

$$\frac{9}{28} \cdot \frac{35}{48} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 16} = \frac{15}{64}.$$

36) Multipliziere: a. $\frac{27}{46} \cdot \frac{23}{36}$; b. $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{11}$; c. $\frac{15}{28} \cdot \frac{14}{5}$; d. $\frac{11}{14} \cdot \frac{35}{48}$; e. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{10}{11}$; f. $\frac{18}{19} \cdot \frac{57}{64} \cdot \frac{16}{9}$.

IV. Gemischte Zahlen werden mit einander multipliziert, indem man sie in unechte Brüche verwandelt und dann wie vorhin verfährt.

37) Rechne aus: a. $3\frac{1}{3} \cdot 8\frac{1}{4}$; b. $3\frac{7}{9} \cdot 16\frac{5}{8}$; c. $5\frac{3}{4} \cdot 7\frac{2}{3}$; d. $8\frac{4}{7} \cdot 16\frac{1}{4}$; e. $3\frac{5}{8} \cdot \frac{16}{29} \cdot 8\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$; f. $3\frac{4}{5} \cdot 6\frac{7}{8} \cdot 9\frac{10}{11}$; g. $\frac{7}{90} \cdot 20\frac{8}{21} \cdot \frac{3}{8}$.

38) Rechne aus: a. $3\frac{1}{2} \cdot \frac{14}{15} \cdot 1\frac{3}{7} + 4\frac{2}{5} \cdot \frac{25}{33} \cdot 4\frac{7}{10}$;
b. $(1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} - 2\frac{5}{9}) \cdot 4\frac{1}{2}$; c. $9\frac{3}{4} + (3\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7}) - (2\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15})$;
d. $[4\frac{1}{2} \cdot (3\frac{4}{5} - 2\frac{2}{3}) - (6\frac{3}{4} - 5\frac{8}{9}) + 3\frac{1}{2} \cdot (1\frac{2}{5} + 1\frac{3}{10})] \cdot 5\frac{5}{6}$.

39) Das Erdgeschoß eines Hauses brachte jährlich 450 ℳ Miete, das erste Obergeschoß $1^{22}/_{75}$, das zweite $^{61}/_{75}$ und der Boden $^{1}/_{4}$ mal so viel als das Erdgeschoß. Wie viel betrug die jährliche Miete des Hauses?

40) Wenn der Umfang eines Kreises $3^{1}/_{7}$ mal so groß als sein Durchmesser ist, wie viel cm beträgt der Umfang, wenn der Halbmesser a. $3^{1}/_{2}$; b. $5^{1}/_{4}$; c. $6^{1}/_{3}$ cm lang ist?

41) Das Baukapital eines Hauses beträgt 6345 ℳ, die bebaute Grundfläche eines anderen Hauses ist $1^{2}/_{5}$ mal so groß und hat für jedes Quadratmeter $1^{3}/_{8}$ mal so viel gekostet; wie viel beträgt das Baukapital dieses Hauses?

42) Der Arbeiter A erhält $1^{1}/_{4}$ mal so viel Lohn als B bei gleicher Arbeitszeit, B erhält $3^{1}/_{4}$ ℳ; wie viel erhält A, wenn er außerdem $1^{1}/_{5}$ mal so lange als B gearbeitet hat?

43) Der Unterschied zweier Zahlen ist $27^{2}/_{5}$, das $11^{4}/_{5}$fache des Unterschiedes ist gleich der Summe der beiden Zahlen; berechne Minuend und Subtrahend.

§ 4. Division der Brüche.

I. Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man:

A. den Zähler durch dieselbe dividiert und den Nenner unverändert läßt. Z. B.: $^{16}/_{17} : 8 = ^{2}/_{17}$.

44) Dividiere: a. $^{27}/_{31} : 9$; b. $^{108}/_{115} : 12$; c. $^{144}/_{175} : 18$; d. $^{504}/_{1001} : 28$.

B. den Nenner mit derselben multipliziert und den Zähler unverändert läßt. Z. B.: $^{1}/_{2} : 4 = ^{1}/_{8}$.

45) Dividiere: a. $^{3}/_{19} : 4$; b. $^{15}/_{19} : 7$; c. $^{21}/_{29} : 8$; d. $^{23}/_{25} : 13$.

C. den Zähler des Bruchs und den Divisor, wenn diese einen gleichen Faktor haben, durch denselben dividiert und dann wie unter B. verfährt. Z. B.: $^{6}/_{25} : 8 = ^{3}/_{25} : 4 = ^{3}/_{100}$.

46) Dividiere: a. $^{36}/_{47} : 48$; b. $^{35}/_{39} : 28$; c. $^{19}/_{54} : 57$; d. $^{108}/_{113} : 72$.

47) Dividiere: a. $^{234}/_{653} : 9$; b. $^{42}/_{53} : 56$; c. $^{13}/_{15} : 8$; d. $^{430}/_{1009} : 86$.

II. Ist der Dividendus eine gemischte und der Divisor eine ganze Zahl, so dividiert man, wenn ersterer größer als letzterer ist, zunächst in die Ganzen, den etwaigen Rest und den Bruch verwandelt man in einen unechten Bruch und verfährt wie unter I; ist der Dividendus aber kleiner als der Divisor, so verwandelt man ihn sofort in einen unechten Bruch und verfährt wie unter I.

48) Dividiere: a. $25^{5}/_{9} : 5$; b. $5^{3}/_{4} : 4$; c. $13^{3}/_{7} : 8$; d. $13^{2}/_{5} : 3$; e. $22^{1}/_{3} : 7$; f. $15^{5}/_{8} : 25$; g. $18^{3}/_{4} : 19$; h. $648^{3}/_{4} : 5$; i. $529^{7}/_{8} : 9$; k. $734^{5}/_{6} : 17$; l. $423^{5}/_{6} : 795$; m. $3742^{7}/_{12} : 23$; n. $139767^{1}/_{7} : 431$; o. $4^{4}/_{5} : 6$; p. $2^{3}/_{8} : 6$; q. $5^{3}/_{4} : 9$; r. $18^{4}/_{9} : 54$.

III. Ist der Divisor ein Bruch, so kehrt man diesen um und verwandelt dadurch die Division in Multiplikation.

Z. B.: $^{2}/_{5} : ^{3}/_{4} = ^{2}/_{5} \cdot ^{4}/_{3} = ^{8}/_{15}$. (Weise die Richtigkeit nach.)

49) Dividiere: a. $6 : ^{2}/_{3}$; b. $127 : ^{5}/_{8}$; c. $34 : ^{2}/_{15}$; d. $23562 : ^{9}/_{17}$; e. $462 : ^{9}/_{11}$; f. $127 : ^{5}/_{8}$.

50) Dividiere: a. $^{6}/_{11} : ^{3}/_{22}$; b. $^{9}/_{17} : ^{3}/_{14}$; c. $^{9}/_{10} : ^{3}/_{5}$; d. $^{11}/_{4} : ^{29}/_{76}$; e. $^{19}/_{24} : ^{18}/_{23}$; f. $^{17}/_{24} : ^{17}/_{28}$.

IV. Ist der Dividendus eine gemischte Zahl und der Divisor ein Bruch, oder findet das umgekehrte Verhältnis statt, oder sind beide gemischte Zahlen, so verwandelt man die gemischten Zahlen in unechte Brüche und verfährt dann wie unter III.

51) Dividiere: a. $2\frac{3}{4}:\frac{5}{6}$; b. $8\frac{4}{5}:\frac{11}{20}$; c. $\frac{5}{6}:2\frac{3}{4}$; d. $\frac{11}{20}:8\frac{4}{5}$; e. $4\frac{2}{3}:8\frac{1}{5}$; f. $12\frac{3}{4}:5\frac{5}{8}$; g. $48\frac{3}{7}:7\frac{5}{9}$; h. $126\frac{2}{3}:8\frac{1}{5}$; i. $21\frac{3}{8}:29\frac{3}{4}$; k. $1234\frac{5}{6}:2345\frac{6}{7}$; l. $22\frac{11}{12}:18\frac{5}{6}$; m. $8\frac{1}{5}:126\frac{2}{3}$.

52) Verwandle folgende Doppelbrüche in einfache Brüche:
a. $\dfrac{\frac{3}{4}}{5}$; b. $\dfrac{\frac{1}{3}}{8}$; c. $\dfrac{\frac{2}{7}}{9}$; d. $\dfrac{\frac{16}{17}}{19}$; e. $\dfrac{\frac{18}{29}}{36}$; f. $\dfrac{2\frac{1}{3}}{24}$; g. $\dfrac{1\frac{4}{9}}{9}$.

53) Desgleichen: a. $\dfrac{5}{\frac{6}{11}}$; b. $\dfrac{10}{\frac{3}{7}}$; c. $\dfrac{1}{\frac{4}{7}}$; d. $\dfrac{25}{\frac{35}{48}}$; e. $\dfrac{29}{3\frac{1}{2}}$.

54) Desgleichen: a. $\dfrac{\frac{13}{15}}{\frac{16}{19}}$; b. $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}}$; c. $\dfrac{2\frac{1}{2}}{3\frac{4}{5}}$; d. $\dfrac{6\frac{4}{7}}{4\frac{1}{5}}$; e. $\dfrac{\frac{92}{77}}{\frac{78}{11}}$.

$\left(\text{Z. B.: } \dfrac{\frac{18}{19}}{\frac{17}{16}} = \frac{18}{19}:\frac{17}{16} = \frac{18\,.\,16}{19\,.\,17} = \frac{288}{323}\right)$.

55) Rechne aus: a. $(6\frac{3}{4}+5\frac{1}{2}):3\frac{1}{2}$; b. $(12\frac{1}{2}-8\frac{2}{5}+9\frac{1}{10}):4\frac{4}{15}$;
c. $(3\frac{1}{2}\,.\,5\frac{1}{7}-1\frac{1}{14}\,.\,2\frac{2}{3}):(3\frac{1}{2}+4\frac{2}{5}\,.\,6\frac{1}{4})$;
d. $\left(\dfrac{4\frac{1}{2}}{5}+\dfrac{2\frac{2}{3}}{8}+\dfrac{7\frac{1}{2}}{9}\right):\left(\dfrac{2\frac{1}{2}}{3}-\dfrac{3\frac{3}{5}}{12}\right)$;
e. $(8\frac{3}{4}\,.\,5\frac{1}{2}\,.\,\frac{6}{7}\,.\,\frac{21}{24}\,.\,9\,.\,\frac{7}{15}):(\frac{3}{4}\,.\,\frac{5}{8}\,.\,\frac{11}{12}\,.\,\frac{4}{5}\,.\,\frac{6}{7}\,.\,\frac{8}{9})$;
f. $(\frac{52}{55}:\frac{78}{77})\,.\,(1\frac{11}{38}:\frac{63}{95})$; g. $(\frac{48}{35}\,.\,\frac{33}{16}:\frac{99}{140}):(8\frac{1}{51}\,.\,12\frac{3}{4})$;
h. $\left(\dfrac{3\frac{1}{2}+4\frac{1}{4}}{9\frac{1}{3}-3\frac{5}{6}}:\dfrac{9\frac{27}{28}}{12\frac{3}{5}}\right).\dfrac{\frac{66}{7}}{\frac{49}{11}}.\dfrac{\frac{45}{88}}{\frac{14}{9}}$;
i. $\left(\dfrac{19\frac{53}{100}:7\frac{3}{4}}{5\frac{31}{65}-4\frac{8}{13}}:\dfrac{\frac{3}{7}:\frac{7}{6}}{1\frac{5}{19}}\right).\left(\dfrac{1\frac{1}{29}}{1\frac{1}{12}}:\dfrac{2\frac{4}{19}}{\frac{58}{63}}\right)$.

56) Die Summe der Zahlen $6\frac{3}{4}$ und $4\frac{2}{5}$ multipliziere mit dem Unterschied dieser Zahlen, das Produkt dividiere durch $23\frac{9}{19}$ und den Quotient multipliziere mit $8\frac{24}{47}$. (Ansatz: $\dfrac{223\,.\,47\,.\,19\,.\,400}{20\,.\,20\,.\,446\,.\,47}$.)

57) Von einem Vorrat Latten wurden verkauft $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ derselben, der Rest betrug $2\frac{2}{3}$ Schock; wie viel Schock Latten waren vorhanden und wie viel sind verkauft?

58) Wie viel Geld habe ich in der Tasche, wenn der vierte und fünfte Teil desselben zusammengenommen $2\frac{1}{4}$ ℳ beträgt?

59) Es verwandte jemand den 3ten Teil seiner jährlichen Einkünfte auf Kost und Miete, den 8ten Teil auf Kleidung und Wäsche, den 10ten Teil für Nebenausgaben und ersparte noch 954 ℳ. Wie hoch belaufen sich seine jährlichen Einkünfte?

60) Jemand hatte, bis er sich verheiratete, $\frac{8}{45}$ seines Lebens in frühester Kindheit, $\frac{3}{14}$ als Schüler, $\frac{1}{8}$ als Lehrling, $\frac{13}{40}$ als Geselle, $\frac{1}{30}$ auf der Baugewerkschule und 4 Jahr 4 Monat 10 Tage als Meister verlebt; wie alt war er bei seiner Verheiratung? (1 Jahr = 360 Tage.)

61) 3 Zimmermeister kaufen das sämtliche Nutzholz, das in einem Forstorte gefällt ist, für eine gewisse Summe, und zwar giebt A $\frac{1}{3}$ derselben, B $\frac{3}{11}$ und C 1547 ℳ. a. Wie viel beträgt jene Summe? b. Wie viel haben A und B zu der Kaufsumme beigetragen?

62) 5 Personen besitzen gemeinschaftlich eine Fabrik. A erhielt im Jahre 1892 vom Reingewinn $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{8}$, C $\frac{2}{9}$, D $\frac{1}{12}$ und E 2254 ℳ. a. Wie viel betrug der ganze Gewinn? b. Wie viel erhielten A, B, C und D?

63) 3 Maurermeister in Bremen erhalten von der Verwaltung der Sollinger Steinbrüche in Holzminden 1391 qm 6 cm starke Sandstein-

platten, und zwar erhält A so oft $^1/_2$ qm, als B $^1/_3$ qm und C $^1/_4$ qm. Wie viel bekommt jeder?

64) 5 Ziegeleibesitzer liefern die Ziegelsteine zu einer Zuckerfabrik, und zwar liefert A $^4/_{15}$ derselben, B $^6/_{25}$, C $^7/_{50}$, D $^{13}/_{75}$ und E 15000 Stück mehr als D. a. Wie viel liefern sie zusammen? b. Wie viel muß jeder liefern?

65) Von einer Erbschaft soll A $^2/_{13}$ und B $^3/_{16}$ erhalten, sie bekommen beide $976^1/_4$ ℳ. Wie viel beträgt die ganze Erbschaft und wie viel erhält jeder?

66) B erhält für $7^3/_4$ Hundert Mark $34^7/_8$ ℳ Zinsen; wie viel erhält er a. auf ein Hundert? b. auf 5 Hundert?

67) A hat in $3^3/_4$ Jahren $1287^1/_2$ ℳ Zinsen eingenommen, B in $9^3/_4$ Jahren $3256^1/_2$ ℳ; wer von beiden hat jährlich die meisten Zinsen eingenommen?

68) A hat in $9^3/_4$ Tagen $23^2/_5$ ℳ verdient; wie lange hat B gearbeitet, wenn er täglich $1^1/_4$ mal so viel Lohn erhält und ihm $17^1/_4$ ℳ ausgezahlt werden? (Ansatz: $\dfrac{17^1/_4}{\dfrac{23^2/_5}{9^3/_4}\cdot 1^1/_4} = \dfrac{^{69}/_4 \cdot {}^{39}/_4}{^{117}/_5 \cdot {}^5/_4} = \dfrac{69.39.5.4}{117.5.4.4} = {}^{23}/_4$.)

69) A erbt $^3/_{16}$ von $47897^3/_5$ ℳ; durch Fleiß und Sparsamkeit gelingt es ihm seinen Anteil in einigen Jahren um $^7/_8$ desselben zu vermehren. Wie viel fehlt ihm noch, um ein Geschäft kaufen zu können, das 24250 ℳ kosten soll?

70) Mit einer gewissen Summe ging A auf die Wanderschaft, mit dem 42fachen dieser Summe kehrte er heim. Er gab davon 60 ℳ seiner kranken Mutter, kaufte für $82^4/_5$ ℳ Handwerkszeug und behielt noch 210 ℳ übrig. Wie viel hatte er mit auf die Wanderschaft genommen?

II. Die Dezimalbrüche.

71) Wie groß ist: a. der 10te Teil von einem Hundert? b. von einem Zehner? c. von einem Einer? d. von einem Zehntel? e. von einem Hundertstel? f. von einem Tausendstel?

72) a. Wie viel Einer gehören zu einem Zehner? b. wie viel Zehntel zu einem Einer? c. wie viel Hundertstel zu einem Zehntel?

So wie die Zehner, Hunderter, Tausender usw. die Zahlenordnungen sind, so sind die Zehntel, Hundertstel, Tausendstel usw. die Bruchordnungen.

73) Nenne die 6 untersten Zahlen- und die 6 obersten Bruchordnungen.

Man schreibt einen Dezimalbruch gewöhnlich auf die Art, daß man nur den Zähler hinschreibt.

Die Zehner	schreibt man auf den	1ten Platz	links	von den Einern
„ Zehntel	„ „ „ „	1 „	rechts	
„ Hunderter	„ „ „ „	2 „	links	
„ Hundertstel	„ „ „ „	2 „	rechts	
„ Tausender	„ „ „ „	3 „	links	
„ Tausendstel	„ „ „ „	3 „	rechts	

Der Bruch wird von dem Ganzen durch ein Komma geschieden.

74) Was bedeuten demnach die Ziffern in den folgenden Zahlen?
a. 189,456; b. 6459,846; c. 1093,645; d. 1050,4586.

75) Wie schreibt man demnach: a. 9 Einer und 8 Zehntel?
b. 6 Zehner, 3 Einer, 5 Zehntel, 6 Hundertstel?
c. 8 Einer, $^1/_{10}$, $^2/_{100}$, $^3/_{1000}$, $^4/_{10000}$?

76) Wieviel sind: a. $^8/_{10} + ^3/_{100}$; b. $^3/_{10} + ^9/_{100} + ^4/_{1000}$;
c. $^4/_{10} + ^8/_{100} + ^5/_{1000} + ^6/_{10000}$?

77) Wie liest man: a. 6,96; b. 98,45; c. 8,456; d. 19,1234; e. 1234,4321?

Sind in einem Dezimalbruche nicht alle Bruchordnungen vertreten, so muß an deren Platz eine Null gesetzt werden. Z. B.: 6 Ganze, 4 Zehntel und 9 Tausendstel schreibt man $= 6{,}409$; denn $^4/_{10} + ^9/_{1000} = ^{409}/_{1000}$.

78) Wie schreibt man demnach: a. $6 + ^3/_{10} + ^4/_{1000}$?
b. $19 + ^6/_{10} + ^3/_{100} + ^4/_{10000}$? c. $189 + ^3/_{100} + ^4/_{10000}$?
d. $4 + ^5/_{1000} + ^6/_{10000} + ^8/_{1000000}$? e. $15894 + ^5/_{10} + ^3/_{100000}$?
f. Dreitausend Ganze und 5 Milliontel?
g. Fünfhundert sechs Ganze und 25 Tausendstel?

79) Wie liest man folgende Ausdrücke? a. 6,05; b. 109,008;
c. 2,0005; d. 4,00105; e. 2,30005; f. 10000,00001.

Sind keine Ganze vorhanden, so setzt man eine Null vor das Komma, z. B.: $^9/_{10} = 0{,}9$.

80) Wie schreibt man demnach: a. $^{17}/_{100}$? b. $^{123}/_{1000}$? c. $^8/_{100}$?
d. $^5/_{10000}$? e. $^5/_{100} + ^6/_{1000}$? f. $^4/_{1000} + ^9/_{100000}$? g. $^5/_{1000000}$?

Aus vorhergehendem geht hervor, daß der Dezimalbruch ein Bruch ist, dessen Zähler jede beliebige Zahl sein kann, dessen Nenner aber stets eine Potenz der Zehn oder eine Zahlenordnung ist, also mit einer Eins und einer oder mehreren Nullen geschrieben wird.

Regeln:

1. Will man einen Dezimalbruch schreiben, so muß der Zähler so viel Ziffern haben, wie der Nenner Nullen hat.
2. Will man einen Dezimalbruch lesen, so ist der Nenner eine Zahlenordnung mit so viel Nullen, wie der Zähler Ziffern hat.

Vergleichen wir den Wert der einzelnen Ziffern in den beiden Zahlen 643,84 und 64,384, so finden wir, daß der Wert jeder Ziffer der ersten Zahl 10mal so groß ist, als der der zweiten, daß also die erste Zahl überhaupt 10mal größer als die zweite ist. Rückt man also das Komma (Dezimalkomma) eine Stelle nach rechts, so wird dadurch die Zahl mit 10 multipliziert, und rückt man es statt dessen eine Stelle nach links, so wird sie durch 10 dividiert.

81) Wie multipliziert oder dividiert man demnach einen Dezimalbruch oder überhaupt eine Zahl mit 100, 1000, 10000 usw.?

82) Rechne aus: a. 5,28 . 100; b. 45,6432 . 1000; c. 843,56 . 100;
d. 98764,3 : 10000; e. 18,50 . 100; f. 456,8 . 1000;
g. 0,0456 : 100; h. 4,685 : 1000; i. 0,0034 . 1000;
k. 0,00084 . 1000000; l. 0,700 : 100; m. 0,6 : 100000;
n. 24 . 100; o. 643 : 100; p. 6145 : 1000; q. 43,43 : 1000.

83) Wieviel mal ist die erste Zahl in jedem der folgenden Paare größer oder kleiner als die zweite?
a. 38,4 und 3,84; b. 5,85 und 58,5; c. 4,654 und 465,4;
d. 793,2 und 7,932; e. 0,385 und 0,0385; f. 0,5 und 0,0005;
g. 516 und 5,16; h. 0,003 und 0,0030; i. 34,56 und 034,5600;
k. 84,356 und 0,084356; l. 45678 und 45,6780.

84) Wann ist eine Null in einem Dezimalbruche ohne Bedeutung und darum auch überflüssig? Z. B.: $6{,}940 = 6{,}94$.

§ 1. Addition der Dezimalbrüche.

Bei der Addition ist besonders darauf zu achten, daß die gleichen Zahlen- wie Bruchordnungen untereinander gesetzt werden.

85) Addiere:

a.	b.	c.
0,856	13,42	0,00045
0,678	184,0853	13,020867

d. $7{,}725 + 17{,}5268 + 0{,}16045 + 16{,}00006 + 235{,}16$;
e. $333{,}03 + 18{,}0567 + 2345{,}67895 + 0{,}23 + 189468{,}235$;
f. $128^6/_{100} + {}^{43}/_{1000} + 9^5/_{10} + 145^6/_{10000} + 4852^{2634}/_{100000}$;
g. $1^1/_{1000} + 2^{13}/_{10000} + 169^{88}/_{100} + 49^{28}/_{100000} + 185^{865}/_{10000} + {}^{15}/_{10000000}$.

86) Ein rechtwinkliger Garten ist 69,75 m lang und 34,63 m breit; wie viel lfd. Meter Einfriedigung sind erforderlich?

87) Die eine Seite eines Dreiecks ist 19,4 m lang, die zweite ist 6,53 m länger als die erste und die dritte ist 0,845 m länger als die zweite; wie groß ist der Umfang des Dreiecks?

88) Wie lang ist ein Haus, wenn in der Vorderseite sich drei Zimmer von 5,4, 6,30 und 4,75 m Länge befinden, jede Außenwand 0,38 m und jede Innenwand 0,25 m stark ist?

§ 2. Subtraktion der Dezimalbrüche.

89) Subtrahiere:

a.	b.	c.
0,947	9,567	2195,185
0,135	3,09	29,2345

d. $345{,}6789 - 199{,}99$; e. $178{,}34 - 88{,}666$;
f. $192{,}35432 - 88{,}765$; g. $23{,}0008 - 4{,}888$;
h. $19{,}56002 - 13{,}88765$; i. $23^{14}/_{10000} - 22^{841}/_{100000}$;
k. $18^4/_{10} - 16^{876541}/_{1000000}$; l. $1 - {}^{8999}/_{100000}$.

90) Es hat jemand angekauft 35,4, 25,45, 32,25, 50,00, 18,275 und 43,85 Tausend und verkauft 19,175, 13,35, 18,25, 60,5, 40,2 und 23,45 Tausend Ziegelsteine; wie viel Steine müssen noch vorhanden sein?

91) $(18{,}043 + 16{,}4067 + 189{,}40689) - (82{,}8888 + 19{,}009)$.

92) $(123{,}456 + 654{,}321 - 0{,}666) - (848{,}801 - 183{,}467)$.

93) Der Maurermeister A hat laut Rechnungsbuch sechs Ausbesserungen ausgeführt, die Summe der Auslagen beträgt für die einzelnen Ausbesserungen: 169,68 ℳ, 990,37 ℳ, 657,75 ℳ, 323,19 ℳ, 857,60 ℳ und 458,58 ℳ, und die Summe der bezw. Rechnungsbeträge: 212,25 ℳ, 1185,75 ℳ, 758,50 ℳ, 687,75 ℳ, 1013,00 ℳ und 553,75 ℳ. Wie viel beträgt:
a. der Gewinn bei jeder einzelnen Ausbesserung?
b. die Summe aller Auslagen und
c. aller Rechnungsbeträge?
d. der ganze Gewinn?

94) Ein Bauunternehmer hat laut Kassebuch im Jahre 1894 folgende Einnahmen und Ausgaben gehabt:

Monat	Einnahme ℳ	₰	Ausgabe ℳ	₰
Januar	675	75	312	15
Februar	1685	50	1066	78
März	2448	25	728	68
April	3459	16	1843	45
Mai	924	—	2018	46
Juni	664	65	2516	38
Juli	1528	75	2849	18
August	2384	80	2918	32
September	3198	16	3016	45
Oktober	2965	19	2748	56
November	4568	15	1986	65
Dezember	2319	16	1864	19

In seiner Kasse befinden sich 10 Scheine à 100 ℳ, 12 Scheine à 50 ℳ, 30 Doppelkronen, 45 Kronen, 5,77 ℳ Nickel- und Kupfermünzen und der Rest ist Silbermünze. Wie viel Mark sind dies?

95) Von der Summe der Zahlen 195,006, 99,3589 und 18,86994 soll der Unterschied der beiden letzten Zahlen subtrahiert werden.

96) Zum Unterschied der Zahlen 1562,8 und 981,951 soll der Unterschied der Zahlen 6564,5 und 289,808 addiert werden.

97) Der Umfang eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 18,54 m; wie lang ist die Grundlinie desselben, wenn ein Schenkel 5,875 m lang ist?

§ 3. Multiplikation der Dezimalbrüche.

Dezimalbrüche werden multipliziert, indem man sie, ohne auf die Dezimalkommas Rücksicht zu nehmen, wie ganze Zahlen multipliziert und darnach von rechts nach links so viele Dezimalen abschneidet, als die Faktoren zusammen Dezimalen haben.

$(3{,}14 \,.\, 17{,}2 = {}^{314}/_{100} \,.\, {}^{172}/_{10} = {}^{54008}/_{1000} = 54{,}008.)$

98) Multipliziere: a. 6 . 3,57; b. 18 . 5,321; c. 22,65 . 23; d. 192,014 . 652; e. 2,8 . 3,9; f. 7,28 . 5,2; g. 3,8421 . 2,341; h. 32,684 . 1,23456.

Hat das Produkt nicht so viel Stellen, wie Dezimalen abgeschnitten werden müssen, so werden die fehlenden Stellen durch Nullen ersetzt. Z. B.: 0,04 . 0,2 = 0,008.

99) Multipliziere: a. 0,28 . 0,67; b. 0,0045 . 0,12; c. 12,83 . 0,0068; d. 0,00034 . 1000; e. 0,3586 . 0,07238.

Sollen mehrere Multiplikationen ausgeführt werden, deren Resultate addiert werden sollen, z. B.: 23,48 . 18,4 + 19,17 . 4,28 + 18,25 . 6,4, so verfährt man wie folgt:

23,48 . 18,4 =	9	392	Siehe Abschn. I Aufg. 63.
	187	84	
	234	8	
19,17 . 4,28 =	1	5336	
	3	834	
	76	68	
18,25 . 6,4 =	7	300	
	109	50	
	630	8796	

100) Löse in derselben Weise folgende Aufgaben:
a. $26{,}57 . 3{,}4 + 38{,}42 . 0{,}64 + 264{,}18 . 0{,}58$; b. $128{,}23 . 8{,}04 + 68{,}45 . 18{,}3 + 69{,}45 . 3{,}06$; c. $8{,}43 + 0{,}38 + 5{,}06 . 0{,}54 + 12{,}34 . 5{,}8$.

101) Rechne aus: a. $(3{,}245 + 1{,}56 + 378{,}21204 + 0{,}34) . 8{,}43$;
b. $(843{,}268 - 199{,}6894 + 0{,}3456) . 0{,}034$;
c. $3{,}14 . 4{,}5 - (0{,}382 - 0{,}0898) . 5{,}602$;
d. $(453{,}104 - 89{,}845) . 3{,}84 - (0{,}845 + 3{,}16) . 26{,}48$;
e. $(4{,}232 + 1{,}45 - 0{,}384) . 16{,}45 - (0{,}284 - 0{,}0284 + 2{,}84)$.

102) Ein rechtwinkliger Bauplatz ist 33,25 m lang und 18,36 m breit; wie groß ist der Inhalt desselben?

103) A verkauft an B von einem rechtwinkligen Bauplatze, der 53,6 m lang und 33,15 m breit ist, einen ebenfalls rechtwinkligen Bauplatz von 20 m Länge und 16,75 m Breite. a. Wieviel qm behält A noch? b. Wieviel erhält A, wenn B für das qm 5,75 ℳ zahlt? c. Wieviel wäre bei demselben Preise der ganze Bauplatz wert?

104) Wie groß ist der Umfang eines Kreises von 12,62 m Durchmesser, wenn a. $\pi = 3{,}1415926$; b. $\pi = 3{,}141592$ ist?

105) Wieviel ist der Umfang im ersten Falle größer?

106) Ein Wagenrad hat 93 cm im Durchmesser; welchen Weg wird dasselbe beim Fortrollen zurückgelegt haben, nachdem es sich 1635mal um seine Achse bewegt hat?

107) Der Kolben einer Dampfmaschine geht in einer Sekunde 4mal hin und zurück und macht bei jedem Gange einen Weg von 0,815 m. Welchen Weg legt derselbe zurück a. in 1 Minute? b. in einer Stunde 16 Minuten?

108) Ein rundes Wasserbecken hat einen Durchmesser im Lichten von 18,26 m, der Boden desselben wird mit Ziegelsteinen flachkantig gepflastert und es werden für das qm 32 Stück gerechnet. Wie viel Stück sind erforderlich, wenn π: a. $= 3{,}14$; b. $= 3{,}14159$ ist? (Flächeninhalt des Kreises $= r^2 \pi$ oder $\frac{d^2 \pi}{4}$.)

109) Der Durchmesser eines Kreises ist 72 cm lang; berechne den Umfang und Inhalt desselben. Es sei π: a. $= 3^1/_7$; b. $= 3{,}14$.

110) Welches ist der Unterschied der Antworten?

111) Welche Antwort ist am genauesten? Um das zu finden, wähle bei der Lösung der Aufgabe 109 den genaueren Wert 3,14159 für π.

Jeder frei fallende Körper legt in einem luftleeren Raume in der ersten Sekunde 4,904 m zurück und nach dem Fallgesetze in jeder folgenden Sekunde $2 . 4{,}904$ m mehr als in der vorhergehenden, also in der 2ten Sekunde $= 3 . 4{,}904$ m, in der 3ten $= 5 . 4{,}904$ m usw., in 1 Sekunde $= 1 . 4{,}904$ m, in 2 Sekunden $= (1 + 3) . 4{,}904 = 2 . 2 . 4{,}904$ m, in 3 Sekunden $= (1 + 3 + 5) . 4{,}904$ m $= 3 . 3 . 4{,}904$ m.

112) Durch welchen Raum fällt demnach ein Stein a. in der 5ten, b. in der 8ten, c. in der 15ten Sekunde? (Vom Widerstande der Luft soll abgesehen werden.)

113) Durch welchen Raum fällt ein Stein a. in 3, b. in 7, c. in 13 Sekunden?

114) Man ließ einen Stein von einem Turme herabfallen, um aus der Fallzeit die Höhe des Turmes zu berechnen, der Fall dauerte 4 Sekunden; wie hoch ist der Turm?

115) Jemand ließ einen Stein in den Brunnen auf der Festung Königsstein fallen, der in ungefähr 8 Sekunden auf das Wasser schlug; wie tief ist der Brunnen bis an den Wasserspiegel?

§ 4. Division der Dezimalbrüche.

116) Dividiere 75 durch 16. Den Rest verwandle in Zehntel und setze die Division fort, den jetzt verbleibenden Rest in Hundertstel usw.

117) Dividiere: a. 731 : 8; b. 354 : 7; c. 12345 : 678; d. 9 : 11; e. 15 : 16; f. 3 : 40; g. 106 : 32.

118) Verwandle folgende gewöhnliche Brüche in Dezimalbrüche. (Man dividiert, wie vorhin angegeben ist, mit dem Nenner in den Zähler, z. B.: $^{9}/_{16} = 9 : 16 = 0{,}5625$.)

A. Im Kopfe: a. $^{1}/_{2}$; b. $^{3}/_{5}$; c. $^{7}/_{20}$; d. $^{3}/_{4}$; e. $^{17}/_{50}$; f. $^{9}/_{25}$.
B. Schriftlich: a. $^{13}/_{16}$; b. $^{3}/_{40}$; c. $^{369}/_{800}$; d. $^{372}/_{1250}$; e. $^{3476}/_{15625}$.

Geht die Division auf, wie das bei vorstehenden Beispielen der Fall ist, so erhält man einen vollständigen (endlichen) Dezimalbruch, geht die Division dagegen nicht auf, so erhält man einen unvollständigen (unendlichen) Dezimalbruch.

119) Verwandle folgende Brüche, die sich nur in einen unendlichen Dezimalbruch verwandeln lassen, in fünfstellige Dezimalbrüche: a. $^{3}/_{11}$; b. $^{1}/_{3}$; c. $^{2}/_{3}$; d. $^{4}/_{9}$; e. $^{5}/_{44}$; f. $^{35}/_{74}$; g. $^{9}/_{55}$; h. $^{13}/_{15}$.

Ein gewöhnlicher Bruch läßt sich durch einen vollständigen Dezimalbruch darstellen, wenn der Nenner nur die Primfaktoren 2 und 5 enthält. — Ein Dezimalbruch, in dessen Bruchstellen eine Ziffer, oder eine bestimmte Reihenfolge von Ziffern immer wiederkehrt, wird ein periodischer und die Reihe der immer wiederkehrenden Ziffern selbst die Periode genannt. Die periodischen Dezimalbrüche werden eingeteilt in rein periodische und gemischt periodische. Bei ersteren beginnt die Periode unmittelbar nach dem Komma, bei letzteren nach einer oder mehreren Bruchstellen. Die Bruchstellen vor der Periode werden Bruchvorstellen und die aus den Bruchvorstellen und der ersten Periode bestehende Zahl die gemischte Periode genannt. Z. B.: 0,2727 … ist ein rein periodischer, 0,32727 … ein gemischt periodischer Bruch.

120) Von den Antworten der Aufgaben unter 119 gieb einige Beispiele für jede Art der periodischen Brüche an.

121) Verwandle folgende Brüche in Dezimalbrüche und setze die Division so lange fort, bis sich die Periode wiederholt.
a. $^{9}/_{22}$; b. $^{12}/_{13}$; c. $^{7}/_{19}$; d. $^{15}/_{17}$; e. $^{3}/_{35}$.

122) Verwandle folgende Brüche in Dezimalbrüche und ordne sie dann nach ihrer Größe: $^{9}/_{10}$, $^{11}/_{12}$, $^{8}/_{11}$, $^{10}/_{13}$, $^{13}/_{16}$, $^{11}/_{14}$.

123) Desgleichen folgende: $^{313}/_{517}$, $^{538}/_{873}$, $^{483}/_{800}$, $^{3017}/_{5000}$.

Wie die gewöhnlichen Brüche in Dezimalbrüche verwandelt werden können, so lassen sich auch umgekehrt die Dezimalbrüche in gewöhnliche Brüche verwandeln.

Ein vollständiger Dezimalbruch wird in einen gewöhnlichen Bruch verwandelt, indem man denselben in gewöhnlicher Bruchform hinschreibt und wo möglich verkürzt. Z. B.: $0{,}375 = ^{375}/_{1000} = ^{3}/_{8}$.

124) Verwandle folgende vollständige Dezimalbrüche in gewöhnliche Brüche: a. 0,75; b. 0,16; c. 0,875; d. 0,6875; e. 0,84375; f. 0,06; g. 0,008; h. 0,025; i. 0,00375.

Ein rein periodischer Dezimalbruch wird in einen gewöhnlichen Bruch verwandelt, indem man eine Periode als Zähler setzt und als Nenner eine Zahl, welche aus so viel Neunen besteht, als die Periode Stellen hat Z. B.: 0,2727 ... $= {}^{27}/_{99} = {}^{3}/_{11}$.

125) Verwandle folgende Dezimalbrüche in gewöhnliche Brüche:
a. 0,33 ...; b. 0,66 ...; c. 0,55 ...; d. 0,8484 ...;
e. 0,783783 ...; f. 0,945945 ...; g. 0,35463546 ....

Ein gemischt periodischer Dezimalbruch wird in einen gewöhnlichen Bruch verwandelt, indem man den Unterschied aus der gemischten Periode und der Zahl der Bruchvorstellen als Zähler setzt, als Nenner aber so viele Neunen als die Periode Stellen hat, nebst so vielen Nullen, als Bruchvorstellen vorhanden sind.

Z. B.: 0,4666 ... $= \frac{46-4}{90} = {}^{42}/_{90} = {}^{7}/_{15}$; oder $0,1022727 = \frac{10227-102}{99000} = {}^{10125}/_{99000} = {}^{9}/_{88}$.

126) Verwandle folgende Dezimalbrüche in gewöhnliche Brüche:
a. 0,533 ...; b. 0,5833 ...; c. 0,9166 ...;
d. 0,113636 ...; e. 0,40909 ...; f. 0,83954954 ....

Ein Dezimalbruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man zuerst in die Ganzen, wenn solche vorhanden sind, dividiert, den Rest derselben in Zehntel verwandelt und sodann in sämmtliche Zehntel dividiert, den Rest der Zehntel in Hundertstel verwandelt usw.

Z. B.: 49,5434 : 12 = 4,12861 ...

127) Dividiere: a. 5,86 : 2; b. 7,5832 : 8; c. 8,3256 : 17;
d. 273,672 : 543; e. 0,357642 : 6; f. 0,00215 : 316.

Ist der Divisor ein Dezimalbruch, so verwandelt man denselben dadurch, daß man dessen Dezimalkomma durchstreicht, in Ganze und rückt im Dividendus das Komma um so viel Dezimalstellen, als der Divisor hatte, von links nach rechts fort. Sollte der Dividendus zu wenig Dezimalstellen haben, so ersetzt man die fehlenden Stellen durch Nullen. Z. B.: 34,563 : 2,56 = 3456,3 : 256; oder 9,5 : 2,64 = 950 : 264, oder 16 : 1,24 = 1600 : 124.

128) Rechne aus: a. 400 : 0,25; b. 378 : 0,02; c. 564 : 0,0015;
d. 18088 : 0,476; e. 1 : 0,24; f. 253,944 : 7,2;
g. 23,82245 : 0,37; h. 56,4 : 0,015; i. 0,5 : 76,91342.

129) Rechne aus:
a. (0,2345 + 13,42 + 13,845) : 4,15;
b. 261,639464 : (0,524 + 26,42 + 8,742 + 6,206);
c. (43,25 + 0,187 + 3,5678) : (1,234 + 2,34 + 3,4);
d. (19,456 — 13,8397) : 1,854; e. 18,432 : (21,9435 — 18,567);
f. (13,42 . 19,65) : 3,93; g. 18,324 : (2,4 . 0,6);
h. [18,24 : 6,08 — (0,3 . 1,8 + 3,43 — 2,195)] : 1,225.

Sollen gewöhnliche Brüche und Dezimalbrüche addiert oder subtrahiert werden, so müssen, bevor dies geschehen kann, entweder sämtliche Brüche in gewöhnliche Brüche oder in Dezimalbrüche umgewandelt werden.

130) Rechne aus:
a. $(12,436 - 2^{3}/_{8} + 1,8 + 2^{4}/_{5}) - (4^{3}/_{16} - 3,8321) + (8^{3}/_{4} - 7,888)$;
b) $[16,125 + 9^{5}/_{6} - 3^{3}/_{14} - (28,625 + 9,85 - 24,75) + 18^{2}/_{3} - 8,25 + 17^{3}/_{7}]$.

Kommen beide Arten Brüche in einer Multiplikations- oder Divisions-Aufgabe vor, so ist eine derartige Verwandlung nicht nötig. Z. B.: $2^{1}/_{7} \,.\, 3,22 = \frac{15 \,.\, 3,22}{7} = 6,9$; oder $13,25 : 8^{1}/_{3} = 13,25 \,.\, {}^{3}/_{25} = \frac{13,25 \,.\, 3}{25} = 1,59$.

131) Rechne aus: a. $16,2372 \,.\, 4^1/_3$; b. $18,64 \,.\, 3^1/_8$; c. $4^2/_9 \,.\, 0,876$; d. $16,275 : 8^1/_3$; e. $26^2/_3 : 0,15$; f. $18,45 : 6^3/_7$.

132) Rechne aus:

a. $13^1/_2 \,.\, [1843,2 - 13,5 \,.\, (12^1/_8 - 12,035 + 14^4/_5]$;

b. $14^2/_3 \,.\, [3^1/_7 \,.\, 4,25 + 3^3/_{11} \,.\, (18,95 - 13,025) - 0,225]$.

133) Ein rechtwinkliger Bauplatz ist 935,25 qm groß; wie lang ist derselbe bei einer Breite von 25,8 m?

134) Wie groß ist ein Dreieck, wenn die Grundlinie 16,75 m und die Höhe 12,63 m lang ist?

135) Fünf Dreiecke haben die gleiche Höhe von 18,47 m und die Grundlinien sind 13,24, 18,19, 16,23, 23,25 und 12,13 m lang. Wie groß ist der Flächeninhalt sämtlicher Dreiecke?

136) Ein Dreieck hat 492,24 qm Fläche; wie lang ist die Grundlinie bei 16,8 m Höhe?

137) Ein Wagenrad hat 225 Umläufe gemacht und einen Weg von 565,2 m durchlaufen; wie groß ist: a. der Umfang? b. der Durchmesser des Rades? ($\pi = 3,14$). (Den Durchmesser eines Kreises findet man, wenn man seinen Umfang durch π dividiert)

138) Der Kolben einer Dampfmaschine, der in 1 Minute 180 mal hinauf und ebenso oft herab ging, hatte in dieser Zeit 352,80 m durchlaufen; wie groß war der Kolbenhub?

139) Eine Schraube hat 19 Umdrehungen gemacht und ist mit ihrem Ende 0,076 cm fortgerückt. a. Wie weit rückt sie bei jeder Umdrehung mit ihrem Ende fort? b. Wie viel Umdrehungen muß sie machen, wenn sie 0,25 m mit ihrem Ende fortrücken soll?

140) Der Durchmesser eines Zahnrades sei 2,15 m, die Entfernung der Zähne 120 mm; wie viel Zähne befinden sich auf dem Rade? ($\pi = 3,14159$.)

141) In jenes Zahnrad greift ein anderes, das 225 Zähne hat? welchen Durchmesser hat dieses?

142) Jemand geht von A. nach B., beide Orte sind durch eine Landstraße verbunden. In A. steht an dem Nummersteine 15,5 und in B. 6,9; wie viel Schritte hat er gemacht, wenn 1 Schritt = 60 cm, b. = 70 cm gerechnet wird?

143) A. hat in $4^3/_4$ Jahren 1097,50 ℳ Zinsen eingenommen, B. in 6 Jahren 6 Monaten 1683,75 ℳ. Wer von beiden hat jährlich die meisten Zinsen eingenommen?

144) Ein Mann lebt von seinen Zinsen. Er hat im ersten Vierteljahre 728,50 ℳ, im zweiten 1128,25 ℳ, im dritten 1029,50 ℳ und im vierten 920,75 ℳ Zinsen eingenommen. Am Schlusse des Jahres sind ihm von seiner Einnahme 628,50 ℳ übrig geblieben. Wie viel hat er durchschnittlich a. jeden Monat, b. jeden Tag ausgegeben?

145) Jemand hat 50 Raummeter Brennholz für 185,50 ℳ erstanden, an Fuhrlohn hat er 80 ℳ und an sonstigen Kosten 12,75 ℳ bezahlt. Er giebt davon an einen Freund 17 Raummeter ab, ohne Gewinn zu nehmen; wie viel muß dieser zahlen?

146) A. hat unweit einer Stadt ein rechtwinkliges Grundstück, das 217,8 m lang und 74,40 m breit ist. Er legt rechtwinklig der Länge nach eine 13,5 m breite Straße hindurch, so daß die Tiefe der Fläche an der einen Seite 5,50 m mehr beträgt, als an der andern Seite. Jene Fläche zerlegt er in 10 und diese in 12 inhaltsgleiche Bauplätze. a. Wie teuer

kommt jeder Bauplatz, wenn pro Quadratmeter 3,60 ℳ bezahlt wird? (Die Fläche der Straße wird nicht berücksichtigt.) b. Wenn alle Bauplätze zu dem Preise verkauft würden, wie teuer würde dann das Quadratmeter der ursprünglichen Fläche bezahlt?

In der Praxis rechnet man nur selten mit vollständigen, bei weitem in den meisten Fällen mit abgekürzten Dezimalbrüchen; denn es ist eine unnötige Genauigkeit, wenn z. B. die Rechnung eine Antwort mit Hundertstel, Tausendstel Pfennig, Millimeter usw. ergiebt.

Den durch Weglassen der niedrigeren Stellen in der Antwort entstandenen Fehler pflegt man dadurch so gering als möglich zu machen, daß man die letzte beizubehaltende Ziffer um 1 erhöht, wenn die erste wegzulassende Ziffer gleich oder größer als 5 ist und dagegen die letzte beizubehaltende Ziffer unverändert läßt, wenn die erste wegzulassende Ziffer kleiner als 5 ist.

147) Kürze folgende Dezimalbrüche auf 3 Dezimalstellen:
a. 17,8443; b. 123,84563; c. 0,14159; d. 3,23435.

148) Desgleichen auf 2 Dezimalstellen:
a. 19,4454; b. 3,1234; c. 16,0958; d. 3,14159.

149) Kürze folgende Dezimalbrüche so, wie es in der Praxis üblich ist:
a. 18,497 ℳ; b. 13,4321 m; c. 16,3456 kg; d. 8,452 ℳ;
e. 18,79989 cbm; f. 123,45678 qm.

Das abgekürzte Multiplikations- und Divisionsverfahren. Dasselbe soll an zwei Beispielen gezeigt werden.

Erstens die abgekürzte Multiplikation.

```
765,340958
   25,6307
----------
1530681916
 382670479
  45920457
   2296023
     53574
----------
19616,22449
```

Hier ist zunächst der vollständige Multiplikandus mit der höchsten Ziffer des Multiplikators 2 multipliziert; dann ist der Multiplikandus mit der zweiten Ziffer 5 des Multiplikators multipliziert, jedoch von dem Produkte der letzten Ziffer (5 . 8 = 40) die Null weggelassen und die 4 dem Produkte der folgenden Ziffer 5 zugezählt worden, also 5 . 5 = 25 und 4 dazu giebt 29. Bei der nun folgenden Multiplikation des Multiplikandus mit der dritten Ziffer 6 des Multiplikators ist die letzte Ziffer des Multiplikandus ganz übergangen und von dem Produkte 6 . 5 = 30 die drei an das Produkt der folgenden Ziffer 9 übertragen worden, also 6 . 9 = 54 und drei dazu giebt 57 usw. Bei der Multiplikation mit der vierten Ziffer 3 des Multiplikators ist von dem Produkte 3 . 9 = 27 nicht 2 sondern 3 zu übertragen, da 27 näher an 30, als an 20 liegt. Wäre die Multiplikation vollständig ausgeführt, so müßten von dem Produkte 6 + 4 = 10 Stellen abgeschnitten werden, jetzt aber nur diese Summe der Dezimalstellen vermindert um die Anzahl der Stellen, die hinter der ersten Stelle 2 des Multiplikators stehen, also 10 — 5 Stellen. Bei d. unter Aufgabe 150 sind demnach 14 — 4 Stellen abzuschneiden. (Gieb den Grund an.)

Um Irrtümer zu vermeiden, pflegt man die nicht weiter in Anwendung kommenden Ziffern durchzustreichen.

150) Multipliziere in gleicher Weise:
a. 23,40274 . 18,79563; b. 1234,56789 . 34,5678;
c. 8,56794323 . 52,847; d. 0,0763934 . 0,0034567.

Zweitens die abgekürzte Division: 12,374 : 5,2073

```
123740 : 52073 = 2,3763
104146
------
 19594
 15622
 -----
  3972
  3645
  ----
   327
   312
   ---
    15
    15
```

Zunächst ist verfahren, wie auf Seite 29 angegeben ist. Statt dem erhaltenen Reste 19594 eine Null anzuhängen, ist die letzte Ziffer 3 des Divisors nur so weit berücksichtigt, daß der durch Multiplikation derselben mit dem nächstfolgenden Teilquotient 3 sich ergebende Zehner (3 . 3 = 9 = 1 Zehner) zu dem Produkt aus 7 und 3 hinzugefügt ist, also 7 . 3 = 21 und 1 dazu giebt 22. Ebenso ist bei den folgenden Resten verfahren.

151) Dividiere in gleicher Weise: a. 7,63203 : 3,716048; b. 10,926954 : 0,35478; c. 2 : 15,314865; d. 3 : 0035843297.

III. Abschnitt.

Weitere Anwendung der Grundrechnungen.

§ 1. Die Resolution oder das Resolvieren.

Unter Resolvieren versteht man, höhere Benennungen in niedrigere verwandeln, z. B. Meter in Centimeter, Mark in Pfennige usw.

Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viele Einheiten der niederen Benennung zu einer Einheit der höheren Benennung gehören, wird Resolutionszahl genannt. Mit der Resolutionszahl wird beim Resolvieren die Zahl der höheren Ordnung multipliziert.

1) Wie heißt die Resolutionszahl: a. für km und m? b. für m und cm? c. für Grad und Minuten? d. für hl und l? e. für Schock und Stück? f. für ha und qm? g. für kg und g? h. für qm und qcm?

2) Wie viel Pfennig sind: a. 56 ℳ? b. 3449 ℳ? c. 63 ℳ 18 ₰? d. 14 ℳ 9 ₰?

3) Wie viel Meter sind: a. 9 km? b. 10 km 118 m? c. 15 km 18 m? d. 18 dm? e. 9 dm 8 m? f. 3 km 4 dm 3 m?

4) Wie viel Millimeter sind: a. 14 cm? b. 9 cm 3 mm? c. 8 m 6 cm? d. 5 dm 4 m 8 cm 2 mm? e. 3 dm 14 cm? f. 8 km 5 m 14 cm 8 mm? g. 9 km 18 cm 4 mm?

5) Wie viel Liter sind: a. 11 hl? b. 13 hl 5 l? c. 2 cbm 9 hl 14 l?

6) Wie viel Quadratmeter sind: a. 2 ha? b. 8 ha 9 a? c. 5 ha 5 a 5 qm? d. 19 ha 14 qm? e. 13 ha 9 a 8 qm?

7) Wie viel Quadratmillimeter sind: a. 8 qcm? b. 3 qm 147 qcm? c. 14 qm 19 qmm? d. 8 qm 181 qcm 5 qmm? e. 2 a 2 qm 2 qcm?

8) Wie viel Kubikcentimeter sind: a. 3 cbm? b. 4 cbm 145 cbcm? c. 18 cbm 18000 cbcm?

9) Wie viel Sekunden sind: a. 3° 4′? b. 4° 5″? c. 19° 19′ 19″?

10) Wie viel Stunden sind 19 Jahr 129 Tage 13 Stunden?

11) Wie viel Stück sind 3 Gros 4 Dutzend 11 Stück?

12) Wie viel Gramm sind: a. 7 dg? b. 11 kg 19 dg? c. 6 kg 14 dg 9 g? d. 4 Ztr 18 kg 9 dg 4 g? e. 5 Ztr 5 dg 5 g? f. 2 t 11 Ztr 14 kg 15 dg 4 g? g. 3 t 15 dg 2 g?

13) Wie viel Pfennig sind: a. $^3/_4$ ℳ? b. $^1/_5$ ℳ? c. $^1/_{20}$ ℳ?
14) Wie viel Gramm sind: a. $^3/_{10}$ kg? b. $^3/_4$ kg? c. $^4/_5$ kg?
15) Wie viel Centimeter sind: a. $^1/_2$ m? b. $^1/_5$ m? c. $^3/_{20}$ m?
16) Wie viel Minuten sind: a. $^3/_4$ St.? b. $^4/_5$ St.? c. $^2/_3$ St.?
17) Wie viel Liter sind: a. $^7/_{10}$ hl? b. $^9/_{10}$ hl? c. $^3/_4$ hl? d. $^{13}/_{25}$ hl?
18) Wie viel Quadratcentimeter sind: a. $^9/_{10}$ qm? b. $^3/_8$ qm? c. $^4/_{25}$ qm?
19) Wie viel Ztr und kg sind: a. $^4/_{20}$ t? b. $^{19}/_{20}$ t? c. $^3/_4$ t?
20) Wie viel Dutzend und Stück sind: a. $^9/_{16}$; b. $^3/_8$; c. $^5/_{24}$ Gros?
21) Wie viel Ries, Buch und Bogen sind: a. $^{11}/_{24}$; b. $^{13}/_{16}$; c. $^{19}/_{48}$ Ballen Schreibpapier?
22) Wie viel Mark und Pfennig sind: a. 3,46 ℳ? b. 19,06 ℳ? c. 0,67 ℳ? d. 0,40 ℳ? e. 0,06 ℳ?
23) Wie viel Gramm sind: a. 0,19 kg? b. 0,234 kg? c. 0,068 kg? d. 0,08 kg? e. 3,002 kg? f. 2,4 kg?
24) Wie viel cm und mm sind: a. 0,123 m? b. 0,086 m?
25) Wie viel qm und qcm sind: a. 0,453456 a? b. 0,30456 a?
26) Wie viel km, m und cm sind 9,30405 km?
27) Wie viel Neuries, Neubuch, Heft und Bogen sind: a. 3,456; b. 4,067; c. 9,008; d. 8,304 Neuries?

§. 2. Die Reduktion oder das Reduzieren.

Unter Reduzieren versteht man, niedere Benennungen in höhere verwandeln, z. B. Millimeter in Centimeter, Gramm in Kilogramm usw.

Reduzieren ist also das Gegenteil von Resolvieren. Die Resolutionszahl wird hier Reduktionszahl genannt. Wenn man mit dieser Zahl in die Einheiten der niederen Benennung dividiert, so erhält man die höhere Benennung.

28) Wie heißt die Reduktionszahl für: a. Ar und Quadratmeter? b. Quadratmeter und Quadratcentimeter? c. Kubikmeter und Kubikcentimeter?
29) Wie viel Mark und Pfennig sind: a. 500 ₰? b. 365 ₰?
30) Wie viel qm undq cm sind: a. 60000 qcm? b. 964239 qcm?
31) Wie viel kg und g sind: a. 3000 g? b. 2565 g? c. 8469 g?
32) Wie viel cbm und cbcm sind: a. 4567894321 cbcm? b. 6300000 cbcm? c. 8452104894 cbcm? d. 4000003401 cbcm?
33) Wie viel m und cm sind: a. 3201 mm? b. 86408 mm?
34) Wie viel cbm, cbcm und cbmm sind: a. 7654321 cbmm? b. 123456789 cbmm? c. 8004000038003 cbmm?
35) Wie viele Jahre, Tage, Stunden, Minuten und Sekunden sind 1 Billion Sekunden?
36) Wie viel Mark sind: 5, 10, 12, 25, 50, 48, 75, 36, 80, 90 ₰?
37) Wie viel Kilogramm sind: 10, 25, 50, 75, 100, 125, 250, 36 g?
38) Wie viel Meter sind: a. 16, 20. 34, 57, 80, 75, 90 cm? b. 160, 180, 256, 225, 125, 45, 225 mm?
39) Wie viel Hektoliter sind: $2^4/_5$, $49^1/_5$, $67^3/_4$, $1^7/_8$ l?
40) Wie viel Stunden sind: $6^2/_3$, $8^2/_5$, $16^2/_3$ Minuten?
41) Wie viel Tage sind: $20^4/_5$, $18^3/_4$, $6^2/_5$ Stunden?
42) Wie viel Quadratmeter sind: 6354 qcm? 9000 qcm? 18005 qcm? 83 qcm? 15 qmm; 345 qcm 9 qmm? 165 qcm 18 qmm?

43) Wie viel Kilogramm sind: 924 g? 88 g? 703 g? 5000 g? 3209 g? 4560 g? 19 dg? 23 dg 5 g? 9 dg 4 g? 4 kg 29 dg? 5 kg 44 dg 8 g? 3 kg 6 dg 5 g?

44) Wie viel Tonnen sind: 4 Ztr? 13 Ztr? 2 Ztr 15 kg? 3 Ztr 18 kg 624 g? 19 Ztr 23 g? 12 Ztr 5 kg 23 g? 28 Ztr 40 kg 100 g? 18 t 15 Ztr 20 kg 90 g?

§ 2. Vermischte Aufgaben.

45) Ein Klassenzimmer ist 8,50 m lang und 6,25 m tief. Wie viel Lichtmenge ist erforderlich, wenn nach der braunschweigischen Normalbestimmung, die $1/_5$ der Grundfläche als Lichtmenge vorschreibt, die Größe der Fenster bestimmt wird?

46) Die Berliner Stadtbahn hat eine Länge von 12 km und erforderte einen Kostenaufwand von 70 Mill. ℳ. Wie viel kostet mithin 1 kg, 1 m, 1 cm und 1 mm?

47) In einem Jahre betrugen in der Provinz Hannover die Unterhaltungskosten für 3270 km Chausseen $1^3/_4$ Mill. ℳ und für 8800 km Landstraßen $1^1/_2$ Mill. ℳ. Wie viel betrugen in jedem Falle die Unterhaltungskosten für 1 lfd. m im Durchschnitt?

48) Bei Wasserleitungen ist es wünschenswert, daß das Wasser nicht zu lange in den Zuflußröhren steht. Eine wievielmalige Entleerung und Füllung findet täglich statt, wenn bei einem Tagesverbrauch von 107 l pro Kopf und einer Einwohnerzahl von 140 000 das Rohrnetz 3150 cbm Inhalt hat?

49) Im Jahre 1889 lieferten die Braunschweiger Wasserwerke 2 475 260 cbm Wasser. Der größte Tagesverbrauch betrug 11 027 cbm und der größte Stundenverbrauch 752 cbm. Das Wievielfache des Durchschnittsverbrauchs betrug dies?

50) Für öffentliche Zwecke wurden der Braunschweiger Wasserleitung in demselben Jahre 743 021 cbm Wasser entnommen. Wie viel Liter entfallen demnach pro Kopf und Tag, wenn rund 71 000 Bewohner Leitungswasser entnahmen?

51) Bei Anlage einer Wasserleitung nahm man eine Bevölkerungszahl von 120 000 Einw. an, den Wasserverbrauch schätzte man im Jahresdurchschnitt pro Kopf und Tag (24 Std.) auf 75 l, am Tage des stärksten Verbrauchs auf das $1^1/_2$fache des Durchschnittsverbrauchs. Für die Größenbestimmung der einzelnen Teile der Anlage ist die angenommene Leistung am Tage des stärksten Verbrauchs maßgebend. a. Wie groß muß demnach der nutzbare Inhalt der Klärteiche sein, wenn das zu verwendende Wasser drei Tage zur Klärung braucht? Es sollen 4 Filter angebracht werden, es soll aber nur auf die gleichzeitige Benutzung von 3 Filter wegen Reinigung derselben gerechnet werden. Wie viel nutzbare Fläche muß darum jeder Filter haben bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 2,45 m in 24 Stunden?

52) Im Jahre 1873 — einem Jahre mit außergewöhnlicher Bautätigkeit — sind nach Berlin 550 Mill. Stück Ziegelsteine eingeführt. Zur Veranschaulichung dieser Zahl stelle folgende Berechnungen an. Angenommen: a. es sollten die Ziegelsteine (Normalformat) auf einem Platze von 100 m Länge und Breite aufgeschichtet werden, wie hoch würde der Haufen werden? b. es sollte aus den Steinen eine 2 Stein starke und

2 m hohe Mauer hergestellt werden, wie lang würde dieselbe werden, wenn pro qm Ansichtsfläche der Mauer 200 Steine zu rechnen sind? c. es sollte die Ziegelsteine 1 Maurer vermauern, wie viel Jahre à 180 Arbeitstage müßte derselbe arbeiten, wenn er pro Tag 800 Stück vermauerte?

53) Von verschiedenen Fachmännern sind die im Turme des Ulmer Münsters enthaltenen Massen, die derselbe vor dem letzten Ausbau hatte, berechnet. Aus den ziemlich übereinstimmenden Ergebnissen ist der Durchschnitt genommen. a. Die Sohlenfläche des Fundaments für das nordwestliche Turmviertel hält 164 qm und die darauf gleichmäßig verteilte Last hält 5437 cbm à 2100 kg. Wie viel beträgt die Belastung für 1 qcm? b. Für das nordöstliche Viertel beträgt die Sohlenfläche 99 qm und die darauf ruhende Last hält 4567 cbm a 2100 kg. Wie viel beträgt die Belastung für 1 qcm?

54) Nach dem Ausbau des Turmes sind für jedes Viertel noch 783 cbm Quaderbau à 2300 kg hinzugekommen. Wie viel beträgt nun die Einheitsbelastung des Baugrundes?

55) Nach der amtlichen Statistik bestanden im Jahre 1890 im Oberbergamtsbezirk Dortmund 175 Steinkohlenbergwerke, welche mit 127 794 Arbeitern 33 740 286 t absatzfähige Steinkohlen förderten. Der durchschnittliche Lohn betrug pro Arbeiter und Jahr 1106 ℳ. Die Arbeitslöhne betrugen $^3/_5$, die sonstigen Ausgaben $^2/_5$ der Selbstkosten. Wie hoch belaufen sich also die Selbstkosten für 1 t Kohle?

56) Laut statistischer Erhebungen betrug im Jahre 1888 die gesamte Kohlengewinnung der Welt rund 466,5 Mill. t, der Durchschnittspreis für 1 t stellte sich auf 5,68 ℳ, Beschäftigung fanden in den Kohlenbergwerken rund 1 475 000 Arbeiter. a. Wie viel betrug der Gesamtwert der Weltproduktion? b. Wie viel t hat 1 Arbeiter im Durchschnitt jährlich gefördert? c. Wie viel betrug der durchschnittliche Verbrauch pro Kopf, wenn die Bevölkerung der Erde zu rund 1400 Mill. Einwohner angenommen wird?

57) Der Schnellzug Berlin-Hannover legt die Entfernung von 264 km in 3 Stunden 39 Minuten zurück. Wie viel beträgt die Fahrzeit für 1 km und welche Strecke legt der Zug in 1 Sekunde zurück?

58) In Chicago ist während der Weltausstellung eine Lokomotive ausgestellt, die am 9. Mai 1893 auf einer ebenen und geraden Bahnstrecke zwischen Buffalo und Rochester 164 km in der Stunde zurückgelegt hat. a. Wie viel Umdrehungen machte demnach das Triebrad in der Stunde und in der Sekunde, wenn der Durchmesser desselben 2184 mm beträgt? b. Welche Kolbengeschwindigkeit ergiebt sich in der Stunde und in der Sekunde bei 610 mm Kolbenhub?

59) Am 27. August 1891 legte ein Sonderzug in Nordamerika eine Strecke von 19,3 km in 8 Minuten 42 Sekunden zurück. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit für 1 Stunde und 1 Sekunde ergiebt dies?

60) Dieser Zug erreichte auf einer Strecke von 3,2 km eine Geschwindigkeit von 145 km pro Stunde, die dabei verwandte Personenzugmaschine hatte einen Kolbenhub von 559 mm und einen Raddurchmesser von 1727 mm. Berechne darnach die Kolbengeschwindigkeit und die Umdrehungszahl der Treibräder pro Minute?

61) Die deutschen Vorschriften gestatten nur eine Kolbengeschwindigkeit

von 300 m in der Minute; welche Strecke durfte demnach jener Zug in maximo in der Stunde zurücklegen?

62) Ferner gestatten die deutschen Vorschriften nur 260 Umdrehungen in der Minute, welche Strecke dürfte hiernach jener Zug in maximo in der Stunde zurücklegen?

63) Die Betriebslänge der vollspurigen Eisenbahn für den öffentlichen Verkehr belief sich am Ende des Betriebsjahres 1890 in Deutschland auf 42104 km, an Betriebsmitteln hatten die Bahnverwaltungen einen Bestand von 14188 Lokomotiven, 26399 Personenwagen und 287704 Gepäck- und Güterwagen. Wie viel beträgt dies auf 10 km Betriebslänge?

64) Die Leistungen der Lokomotiven betrug 513,6 Mill. Lokomotiv-km. a. Welchen Weg hat demnach jede Lokomotive in einem Jahre durchschnittlich zurückgelegt? b. Wie viel Lokomotiv-km entfallen durchschnittlich auf 1 km Betriebslänge?

65) Im Personenverkehr haben insgesamt 426056116 Reisende die Eisenbahn benutzt und hat hierbei durchschnittlich jeder derselben 26,34 km zurückgelegt. Wie viel Personen-km beträgt dies durchschnittlich für 1 km Betriebslänge?

66) Im Güterverkehr sind 215910742 t Güter gefördert worden, jede Tonne ist durchschnittlich 102,92 km weit gefahren. Wie viel tkm bringt dies durchschnittlich auf 1 km Betriebslänge?

67) Die Transportkosten beim Personenverkehr sind auf der Eisenbahn dreimal so billig als auf den Landstraßen. Wie viel ist also durch die Eisenbahn jährlich an Transportkosten gespart, wenn angenommen würde, daß der Reiseverkehr nach Aufgabe 65 auf der Landstraße stattgefunden hätte und wenn 1 Personen-km 3,08 ₰ eingetragen hat?

68) Die Geschwindigkeit der Eisenbahnzüge ist im Durschnitt 6 mal größer als die der Fahrpost. a. Wie viel Zeit, in Stunden ausgedrückt, würde nach den Angaben der vorigen Aufgabe durch die Eisenbahn gespart, wenn die Fahrpost stündlich 9 km zurücklegt? b. Welchem Geldbetrage würde dies entsprechen, wenn für die Stunde 60 ₰ gerechnet wird?

69) Die Eisenbahnverwaltungen widmen der Abnutzung der Eisenbahn-Schienen eine große Aufmerksamkeit. Nach der über die Dauer der Schienen geführten Statistik beträgt die Abnutzung der Schienen der Höhe nach bei Strecken, auf denen nicht gebremst wird, bei einer Steigung von $1:133^1/_3$ und in Krümmungen von 1000 m Radius für 1 Mill. t 0,21 mm. Welche Dauer ergiebt sich demnach für eine Schiene, wenn auf einer solchen Bahn täglich 28 Personenzüge à 112 t und 10 Güterzüge à 640 t Gewicht verkehren, wenn ferner die Abnutzung in der Höhe nicht mehr als 12 mm betragen soll?

70) 1 mm Abnutzung ergiebt für eine 8 m lange Schiene 3,75 kg Gewichtsverlust. Wie viel kg würde demnach die Abnutzung für eine 100 km lange Bahn nach voriger Aufgabe für das Jahr betragen?

71) Bei dem Rhein-Weser-Elbkanal ist mit Sicherheit anzunehmen, daß er auf jedem seiner rund 470 km jährlich 3 Mill. t Güter zu befördern haben wird. Gegenüber der Eisenbahnfracht würde dann für das tkm 1,03 ₰ an Frachtkosten gespart. Wie hoch würde sich also der volkswirtschaftliche Nutzen jährlich bei diesem mäßigen Verkehr belaufen?

72) Im Anfange des Jahres 1866 wurde eine Korlismaschine aufgestellt, seit ihrer Aufstellung hat sie bis jetzt (Ende 1893) mit ganz

geringen Unterbrechungen gearbeitet. Die jährliche Arbeitszeit werde zu 300 Tagen à 10 Stunden angenommen. Die Maschine hat ein Schwungrad von 5,60 m Durchmesser, das in der Minute 70 Umdrehungen macht. a. Berechne den Weg, den ein Punkt des Umfanges in der angegebenen Zeit gemacht hat. b. Wie viel Meilen sind dies? (Eine Meile = 7420 m) c. Wie oft ist der Erdumfang (= 1720 Meilen) in dem Wege enthalten?

73) Ein lfd. m Sägeblock im mittleren Durchmesser

liefert an Bohlen und Brettern	von 37 cm	42 cm	47 cm
	qm	qm	qm
Von 10,5 cm Stärke	0,42	0,63	0,79
„ 8 „ „	0,63	0,94	1,26
„ 5 „ „	0,94	1,41	1,89
„ 4 „ „	1,20	1,81	2,43
„ 2 „ „	1,99	2,98	4,09

Stelle nach vorstehender Tabelle eine Tabelle auf, aus der zu ersehen ist, wie viel lfd. m Sägeblock für 1 qm Bohlen und Bretter erforderlich ist.

74) Ein Sägemühlenbesitzer hat über die Leistungen seiner Brettsägemühle mehrere Versuche angestellt und folgende Resultate festgestellt:

Anzahl der Sägeblätter	12	4	18	6	11
Mittlere Dicke des Balken in m . .	0,231	0,43	0,282	0,264	0,23
Hubhöhe des Gatters in m	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46
Anzahl der Schnitte pr. Min. . . .	214	214	214	214	204
Vorrückung pr. Schnitt in mm . . .	2,2	4	1	1,6	1,1
Maschinenkraft in PS	9,66	5,82	12,71	6	6,66
Länge des Schnitts pr. Min. in m .					
Geschwindigkeit der Säge pr. Min. in m					
Schnittfläche pr. Min. in qm . . .					
„ „ „ Std. u. PS in qm .					

Es ist die Tabelle weiter auszuführen, es sind also die Resultate für die letzten vier Positionen zu berechnen.

75) Der Dampfer „Fürst Bismarck" hat eine Maschinenkraft von 16 400 PS, pro PS-Std. werden 0,729 kg Kohlen gebraucht. Wie viel Eisenbahnwaggon à 200 Ztr sind demnach zu einer Fahrt nach Amerika erforderlich, wenn dieselbe 6 Tage 9 Stunden 8 Minuten dauert?

76) Der Wert der Kanalisation der Städte ist besonders daraus zu ersehen, daß nach statistischen Ermittelungen in London 1870, als die Kanäle dem Betriebe übergeben wurden, 24,4 von je 1000 Einwohnern starben, dagegen im Jahre 1880 22,5 und im Jahre 1883 sogar nur noch 20,5 Menschen. Diese geringere Sterblichkeit wird hauptsächlich auf die Kanalisation zurückgeführt. a. Wie viel Menschen starben nach vorstehenden Angaben bei einer Bevölkerungszahl von $4\frac{1}{2}$ Mill. 1883 weniger als 1870? Welches Durchschnittsalter erreichten die Einwohner Londons 1870 und 1883?

77) Die Höhe der laufenden Verwaltungskosten hängt in den Berufsgenossenschaften nicht nur von der Zahl der versicherten Personen, sondern auch von der Zahl der Betriebe, der Unfallgefährlichkeit der betreffenden Berufszweige, der räumlichen Ausdehnung der Berufsgenossenschaft usw.

ab. Dies ist ersichtlich aus folgenden statistischen Angaben über die Müllerei- und die norddeutsche Textil-Berufsgenossenschaft. Erstere bestand im Jahre 1888 aus 38 640 Betrieben mit 86 677 Arbeitern, die 53 603 000 ℳ Lohn erhielten, es kamen 624 entschädigte Unfälle vor und die Verwaltungskosten betrugen 203 690,95 ℳ; letztere: 2147 Betriebe, 111 075 Arbeiter, 60 586 000 ℳ Lohn, 249 entschädigte Unfälle und 46 651,50 ℳ Verwaltungskosten. Berechne für jede der beiden Berufsgenossenschaften: a. Wie viel Unfälle auf 1000 Arbeiter kommen? b. Wie viel die Verwaltungskosten betragen für jeden Arbeiter, für 1000 ℳ Lohn und für jeden Betrieb?

§ 3. Aufgaben wie sie beim Veranschlagen und in der Mechanik vorkommen.

Bemerk.: Ganz besonders beim Veranschlagen kommen Ausrechnungen vor, die als Geduldsproben zu bezeichnen sind und bei denen die Schwierigkeit nur darin liegt, daß man durch die Ausdehnung der Rechnung sehr leicht ermüdet wird. Zur Uebung und Gewöhnung sollen einige Titel aus einem Kostenanschlage berechnet werden, die aus dem Hochbautechniker von Schmölke entnommen sind.

78) Kostenberechnung
betreffend
den Neubau eines Landhauses für Herrn N. N. in A.

Pos.	Stückzahl	Gegenstand	Einheits-Preis ℳ	Einheits-Preis ₰	Geldbetrag ℳ	Geldbetrag ₰
		Titel II Maurerarbeiten a) Arbeitslohn:				
3	36,50	cbm Fundamentmauerwerk aus Bruchstein auszuführen . . . . (Die näheren Angaben über Material, Ausführung usw. sind bei den einzelnen Positionen fortgelassen.)	3	50		
4	279,50	cbm Ziegelsteinmauerwerk des Kellers aufzuführen	3	60		
5	202	cbm Mauerwerk des Erdgeschosses aufzuführen	4	00		
6	115	cbm Mauerwerk des ersten Stockwerks aufzuführen	4	50		
7	12	cbm Mauerwerk des Dachgeschosses aufzuführen	5	00		
8	3	m zweifachen Schornsteinkasten oberhalb des Daches aufzuführen	4			
9	3	m einfachen Schornsteinkasten oberhalb des Daches aufzuführen	2	50		
10	3	m dreifachen Schornsteinkasten oberhalb des Daches aufzuführen	6	00		
11	3	m fünffachen Schornsteinkasten oberhalb des Daches aufzuführen	18			
12	585,25	qm die sichtbaren Außenflächen des Gebäudes mit Verblendsteinen zu verblenden . .		80		
13	65,75	m Sockelgesims aus Parallelsteinen herzustellen		20		
14	173	qm preußisches Kappengewölbe, ½ Stein stark, herzustellen	2			
		Seitenbetrag				

Pos.	Stückzahl	Gegenstand	Einheits-Preis M.	₰	Geldbetrag M.	₰
		Uebertrag			?	?
15	70	qm hochkantiges Mauersteinpflaster herzustell.	1	20		
16	125,24	qm Mauersteinpflaster auf der flachen Seite herzustellen		45		
17	90	qm Mauersteinpflaster, besteh. aus zwei übereinandergelegten Flachschichten, herzust.	1			
18	10,25	qm Concretausfüllung		40		
19	70	qm Mauersteinpflaster mit einem 2,5 cm starken Zementestrich zu versehen und die Oberfläche zu glätten		50		
20	9	qm Mettlacher Fließen zu verlegen . . .	1	20		
21	148,50	qm glatten Wandputz im Keller anzufertigen		35		
22	651,50	qm glatten Putz im Erdgeschoß „		60		
23	310,50	qm „ „ „ 1 Stockwerk „		40		
24	73	qm Fachwandputz „		60		
25	566	qm Rapputz im Keller und im Dachgeschoß anzufertigen		20		
26	231	qm Gewölbedeckenputz im Keller anzufertigen		50		
27	238	qm Deckenputz auf Schalung „	1			
		Summa			?	?
		b. Materialien:				
60	46	cbm Bruchsteine anzuliefern und anzufahren	6			
61	172	Mille Hintermauerungssteine desgl. . . .	25			
62	49,5	Mille Verblendsteine desgl.	40			
63	275	Stück Normalprofilsteine desgl.		05		
64	4	Ecksteine hierzu		20		
65	8,25	Mille Klinker anzuliefern und anzufahren .	38			
66	1018	hl eingelöschten Kalk „ „ „ .	1	40		
67	14	Tonnen Zement „ „ „ .	7			
68	206	cbm Bausand „ „ „ .	4			
69	325	Stück Mettlacher Platten anzuliefern . .		30		
		Summa			?	?

79) Massenberechnung der Zimmerarbeiten bei einem Neubau. Es soll die Berechnung nur auf die Balkenlagen beschränkt werden. Der Platz, wo die Längen einzutragen sind, ist durch ein Fragezeichen angedeutet.

Pos.	Stückzahl	Gegenstand	Tannenhölzer 20/24 cm	16/22 cm	Eichenholz 10/12 cm
		A. Verbandholz.			
		I. Balkenlage über dem Erdgeschosse.			
1	7	Balken des östlichen Teiles zu 10,70m Länge	74,90		
2	3	Mauerlatten daselbst „ 5,70m „			?
3	2	Balken des westlichen Teiles „ 6,03m „	?		
4	7	desgl. „ „ „ „ 6,40m „	?		
5	2	Wandstichbalken das. „ 5,60m „	?		
		Seitenbetrag	?	?	?

Pos.	Stückzahl	Gegenstand	Tannenhölzer		Eichenholz
			20/24 cm	16/22 cm	10/12 cm
		Übertrag	?	?	?
6	6	Balken das. über Küche und Speisekammer zu 3,80 m Länge	?		
7	1	Wandstichbalken das. „ 3,24 m „	?		
8	3	Balken über den Abort „ 2,50 m „	?		
9	1	Treppenwechsel „ 2,50 m „	?		
10	3	Wechsel „ 1,50 m „	?		
11	1	Mauerlatte das. „ 15,0 m „			?
12	23	Unterlagklötze unter die Balken, welche in Mauern liegen, die in beiden Geschossen gleiche Stärke haben, zu 0,40 m Länge . .			?
		II. Balkenlage des westlichen Teiles.			
13	11	Balken zu 6,0 m Länge		?	
14	4	desgl. „ 3,80 m „		?	
15	2	Wandstichbalken „ 5,60 m „		?	
16	1	Stichbalken „ 3,24 m „		?	
17	1	desgl. auf der Abortswand „ 2,36 m „		?	
18	1	Treppenwechsel „ 2,50 m „		?	
19	3	Wechsel „ 1,50 m „		?	
20	1	Mauerlatte auf der westlichen Mauer zu „ 13,0 m „			?
21	1	desgl. auf der östl. Mauer: [4,80 m + 2,0 m + 5,0 m]:			?
22	1	desgl. auf der Mittelmauer: [3,0 m + 1,20 m]:			?
		Hierzu $^1/_{20}$ (5%) für Verschnitt und Abrundung	?	?	?
		Summa	?	?	?

80) Mache eine Aufstellung wie in voriger Aufgabe über das Verbandholz, das zu den Fachwerkswänden eines Gebäudes erforderlich ist. Es sind nur Tannenhölzer verwandt. 2 Wandrähme des östlichen Teils à 6,80 m Länge und $^{13}/_{17}$ cm Stärke, 2 Schwellen daselbst à 6,0 m Länge und $^{13}/_{17}$ cm Stärke, 12 Ständer daselbst à 3,75 m Länge und $^{12}/_{15}$ cm Stärke, 4 Streben daselbst à 3,25 m Länge und $^{12}/_{15}$ cm Stärke, 2 Thürriegel daselbst à 1,30 m Länge und $^{12}/_{15}$ cm Stärke, 4 Verriegelungen daselbst à 4,20 m Länge und $^{10}/_{12}$ cm Stärke, 8 Ständer des westl. Teiles à 3,50 m Länge und $^{12}/_{15}$ cm Stärke, 4 Streben daselbst à 4,0 m Länge und $^{12}/_{15}$ cm Stärke, 2 Thürriegel daselbst à 1,30 m Länge und $^{12}/_{15}$ cm Stärke, 2 Verriegelungen à 2,20 m Länge und $^{10}/_{12}$ cm Stärke, 2 desgl. à 2,80 m Länge und $^{10}/_{12}$ cm Stärke. Für Verschnitt und zur Abrundung ist $^1/_{20}$ mehr zu rechnen.

81) Wie viel cbm Verbandholz ist nach den beiden vorangehenden Aufgaben in Rechnung zu stellen und zwar a) Tannen- und b) Eichenholz?

82) Um das Nachrechnen zu erleichtern, werden Zahlenansätze, wie nachstehend geschehen ist, hinzugefügt. Rechne die Ansätze aus wie das bei dem ersten Ansatze geschehen ist. Der Platz für die Resultate ist durch ein Fragezeichen angedeutet.

Pos.	Gegenstand	Länge m	Breite od. Höhe m	Flächeninhalt qm
	XXIV. Rapputz aus Kalkmörtel.			
	Die Gewölbeflächen des Kellers:			
	über den drei vorderen Räumen:			
	[2 . 2,16 m + 1,80 m]:	6,12	5,23	32,0599
	über den beiden hintern Räumen:			
	[3,20 m + 1,05 m]:	4,25	2,95	?
	über dem Abortsraum	1,65	0,80	?
	Die Wandflächen daselbst:			
	im vorderen Raum: [2 . (2 . 2,16 m + 0,4 m) + 2 . 5,23 m + 4 . 0,75 m]:	?		
	im mittleren Raum: [2 . 5,23 m + 2 . 1,80 m]:	?		
	in den beiden hinteren Räumen:			
	[2 . (3,20 m + 1,05 m) + 4 . 2,95 m]: . .	?		
	im Treppenraum: [2 . $\frac{3,60\text{ m}}{2}$]:	?		
		?	2,40	?
	der beiden inneren Giebelflächen des Dachraums des westlichen Teiles: [$\frac{2 . 5,57\text{ m}}{2}$]:	?	2,23	?
	die innere Fläche des östlichen Giebels über der Kehlbalkenlage: [$\frac{6,24\text{ m}}{2}$]:	?	1,80	?
33	Rapputz aus Kalkmörtel . . . . Summa			?
	XXV. Innerer, glatter Wandputz aus Kalkmörtel auf massive Wände.			
	a. Im Erdgeschoß:			
	im Besuchzimmer: [2 . 5,50 m + 2 . 5,0 m]: . .	?		
	im Flur: [2 . 2,0 m + 5,50 m + 3,40 m]: . .	?		
	im Treppenhause: [2 . 2,75 m + 2 m]: . . .	?		
	in der Küche: [2 . 2,63 m + 2 . 3,25 m]: . .	?		
	in der Speisekammer: [2 . 3,10 m + 2 . 1,25 m]:	?		
	im Abort: [2 . 2,0 m + 2 . 1,25 m]:	?		
	im Wohnzimmer: [4 . 5,50 m]:	?		
	im Schlafzimmer: [2 . 5,50 m + 2 . 4,42 m]: .	?		
		?	3,50	?
	b. Im Obergeschoß:			
	im Zimmer des Herrn: [2 . 5,07 m + 5,57 m]:	?		
	im Vorplatze: [2 . 2,0]:	?		
	im Magdzimmer: [2 . 5,0 m + 3,22 m]: . .	?		
	im Treppenhause: [2 . 2,75 m + 2,0 m]: . .	?		
	im Abort: [2 . 2,0 m + 2 . 1,25 m]:	?		
		?	3,30	?
	im Schlafzimmer: [2 . 6,0 m]:	?	3,75	?
	in den Dachkammern: [2 . 5,50 m]:	?	2,80	?
	und: [4 . 2,12 m]:	?	3,27	?
34	Glatter Wandputz auf massiven Wänden.			
	Summa			?

83) Wie viel qm glatten Wandputz erfordern folgende Zimmer? Es sind die Ansätze wie in vorstehender Aufgabe zu machen. 1 Zimmer 5,83 m lang und 7,03 m tief, 1 desgl. 4,55 und 4,25 m, 1 desgl. 5,70 und 5,70 m, 1 desgl. 6,88 und 5,83 m, 1 desgl. 3,38 und 6,55 m, 1 desgl. 4,42 und 4,25 m, 1 desgl. 4,40 und 4,40 m. Sämtliche Zimmer sind 3,60 m hoch.

84) In einem Kostenanschlage sind 5 Stück Vierfüllungsthüren mit 0,40 m breitem, glattem Futter, 13 cm breiter Bekleidung, die Thüren 1 m breit, 2,20 m hoch aufgeführt. Es sind 40,75 qm (beiderseitig gemessen) zu grundieren, zweimal mit Ölfarbe zu streichen, holzartig zu malen und zu lackieren angesetzt. Um das Nachrechnen zu erleichtern, ist im Anschlage folgender Zahlenansatz aufgenommen: $5\,[2\,.\,1{,}28\text{ m}\,.\,2{,}34\text{ m} + 0{,}40\,(2\,.\,2{,}20\text{ m} + 1{,}00\text{ m})]$. Erklärung: $1{,}28\text{ m} = 1\text{ m}$ Thürbreite $+ 2\,.\,13$ cm für Bekleidung $+ 2$ cm für Anschlag; $2{,}34\text{ m} = 2{,}20\text{ m}$ Thürhöhe $+ 13$ cm für Bekleidung $+ 1$ cm für Anschlag. In demselben Anschlage sind noch aufgeführt 1 Thür wie die vorhin, aber nur mit 0,27 m breitem Futter, desgl. 7 Thüren mit nur 14 cm breitem Futter. Stelle für jeden Fall den Zahlenansatz auf und berechne die Fläche und die Gesamtkosten, wenn á qm 1,30 ℳ angesetzt ist.

85) *)Die Belastung eines Balkens beträgt:

1. $1{,}20\,[0{,}80\,.\,0{,}52\,.\,1600\text{ kg} + {}^5/_8\,(5{,}60 + 5{,}24)\,500\text{ kg}]. =$
2. $2{,}70\,[[0{,}80\,.\,0{,}52 + (4{,}10 + 4{,}00 + 3{,}80 + 3{,}65)\,0{,}39]\,.\,1600\text{ kg} + {}^5/_8\,[(5{,}60 + 2.5{,}73 + 5{,}86 + 5{,}24 + 2.5{,}37 + 5{,}50)\,.\,500\text{ kg} + (5{,}86 + 5{,}50)\,(350\text{ kg} + 250\text{ kg})]]. =$

Sa. =

3. abzüglich: $1{,}20\,(2359\text{ kg} + 4\,.\,2{,}60\,.\,0{,}39\,.\,1600\text{ kg}). =$

Verbleibt =

86) Die Belastung eines Balkens beträgt:

1. über 1,00 m: $1{,}55\,[(3{,}90 + 3{,}80)\,.\,0{,}13\,.\,950\text{ kg} + 2\,.\,\frac{1{,}60}{2}\,.\,750\text{ kg}]$ . . . . = ?
   abzüglich: $0{,}55\,(2\,.\,2{,}20\,.\,0{,}13\,.\,950\text{ kg} + 2\,.\,\frac{160}{2}\,.\,750\text{ kg}) = ?$ . . . . = ?

   = ?
2. über 1,10 m: $1{,}10\,.\,2\,.\,\frac{160}{2}\,.\,750\text{ kg}$ . . . . = ?
3. über 1,40 m: $2{,}50\,.\,2151\text{ kg} - 2\,.\,959\text{ kg}$ . . . . = ?
4. über 1,10 m: $1{,}10\,.\,1200\text{ kg}$ . . . . = ?
5. über 0,20 m: $0{,}75\,.\,2151\text{ kg} - 959\text{ kg}$ . . . . . = ?

Sa. ?

87) Der Druck auf eine Säule unter den Trägern der Mittelwand in einem Laden beträgt:

a. Die halbe Belastung der Träger für die linke Seite:

1. Mauerwerk = $[(0{,}7 + 4{,}0 + 3{,}6)\,.\,2{,}9 - (2{,}8 + 2{,}6)\,1{,}3]\,0{,}38\,.\,1600$. = ?
2. Balkenlagen $= 3\,.\,\frac{6{,}22\,.\,1{,}7}{2}\,.\,2{,}9\,.\,500$ . . . . = ?
3. das Dach $= \frac{7{,}75 + 8{,}2}{2}\,2{,}9\,.\,250$ . . . . = ?

*) Aufg. 85 bis 88 sind der Mechanik von Schlösser entnommen.

b. Die halbe Belastung der Träger für die rechte Seite:

1. Mauerwerk =
$[(0{,}7 + 4{,}0 + 3{,}6) \cdot 2 - (2{,}8 + 2{,}6) \cdot 1{,}3] \cdot 0{,}38 \cdot 1600$. = ?
2. Balkenlagen $= 3 \cdot \frac{6{,}22 + 1{,}7}{2} \cdot 2 \cdot 500$ . . . . = ?
3. das Dach $= \frac{7{,}75 + 8{,}2}{2} \cdot 2 \cdot 250$ . . . . = ?

c. Das halbe Eigengewicht d. Träger $= 3 \cdot 5{,}74 \cdot 54$. = ?

d. Die halbe Last der Sprengwände =
$[6{,}33 \cdot (4{,}0 + 3{,}6) \cdot 0{,}13] \cdot 1600$ . . . . . = ?

Sa. = ?

Von dieser Last hat also die Säule die Hälfte zu tragen.

88) Eine Schaufensteröffnung von 3,50 m Weite wird durch eine eiserne Säule in zwei Strecken von bezw. 1,10 m und 2,40 m geteilt. Die Träger über derselben liegen auf der Säule und dem rechtsseitigen Endauflager frei auf und laden über erstere hinaus 1,10 weit frei aus. Um den Druck auf die Säule zu berechnen, ist folgende Berechnung anzustellen:

Es ist die Belastung

A. des kleineren Trägerteils:

1. über 0,40 m : $0{,}40\ [(0{,}65 \cdot 0{,}65 + 0{,}80 \cdot 0{,}52) \cdot 1600\,\text{kg} + \frac{5{,}80}{2} \cdot 500\,\text{kg}]$ . . . . = ?
2. über 0,65 m : $1{,}90\ [[0{,}65 \cdot 0{,}65 + (4{,}30 + 4{,}15) \cdot 0{,}52 + (4{,}00 + 3{,}80) \cdot 0{,}39 + 1{,}90 \cdot 0{,}26] \cdot 1600\,\text{kg} + \frac{5{,}80 + 2 \cdot 5{,}93 + 6{,}06}{2} \cdot 500\,\text{kg} + \frac{6{,}06}{2} \cdot 350\,\text{kg} + \frac{6{,}45}{2} \cdot 250\,\text{kg}] = ?$
abzüglich: $1{,}25\ [2792\,\text{kg} + [(2{,}70 + 2{,}55) \cdot 0{,}52 + (2{,}40 + 2{,}20)\, 0{,}39] \cdot 1600\,\text{kg}] = ?$ = ?
3. über 0,05 m : $0{,}05 \cdot 2792$ kg . . . . = ?

B. des größeren Trägerteils:

1. über den letzten 0,55 m : $0{,}55 \cdot 2792$ kg . . . . . . = ?
2. über 0,65 m wie vorhin ad 2 . . . . = ?
3. über 1,20 m mit: $1{,}20 \cdot 2792$ kg . . . . = ?
4. 1,50 m von Säulenaxe mit:
$[\frac{5{,}80}{2}(4{,}30 + 4{,}15 + 4{,}00 + 3{,}80) - 4 \cdot \frac{1{,}50}{2} \cdot 3{,}00] \cdot 0{,}13 \cdot 950\,\text{kg} = ?$

Überhaupt = ?

Der rechtsseitige Endaufdruck beträgt:

$$\frac{1}{240}[(212{,}5 \cdot 1536 + 152{,}5 \cdot 27\,668 + 150 \cdot 4708 + 60 \cdot 3350) - (2{,}5 \cdot 140 + 37{,}5 \cdot 27668 + 90 \cdot 1117)]$$ . . . . . = ?

(Der Endaufdruck wird abgesetzt)

Der Druck auf die Säule beträgt daher . . . . . = ?

89) Häufig sind in der Mechanik Rechnungen auszuführen, die scheinbar große rechnerische Anforderungen stellen, die sich aber leicht ausführen lassen, sobald man die sich darbietenden Vereinfachungen erkennt und benutzt. Berechne folgende Zahlenausdrücke, die der Mechanik entnommen sind, auf die bequemste Weise:

a) $$\frac{511\,000\,(0{,}003 + \frac{1{,}7}{400} - 0{,}002 + \frac{1}{25})}{\frac{511000}{1000}};$$

b) $\frac{6,9}{6,6}\left[\frac{20875 \,.\, 20,95 - (2850 \,.\, 18,7 + 3780 \,.\, 13,2 + 3960 \,.\, 6,6)}{7} - \frac{20875 \,.\, 14,35 - (2850 \,.\, 12,1 + 3780 \,.\, 6,6}{7}\right] - \frac{3960}{2};$

c) $\frac{9,62}{6,6}\left[\frac{18951 \,.\, 34,15 - (2850 \,.\, 31,9 + 3780 \,.\, 26,4 + 3960 \,.\, 6 \,.\, 6,6)}{7} - \frac{18951 \,.\, 27,55 - (2850 \,.\, 25,3 + 3780 \,.\, 19,8 + 3960 \,.\, 3 \quad 6,6)}{7}\right];$

d) Zur Bestimmung des Winddrucks auf einen Schornstein ist folgende Rechnung auszuführen: $15 \,.\, 1,2 \,.\, 150 \,.\, 0,67 + 5 \,.\, 1,5 \,.\, 150 + 2,5 \,.\, \frac{1,50 + 1,65}{2} \,.\, 150 + 2,5 \,.\, \frac{1,65 + 1,80}{2} \,.\, 150 + 2,5 \,.\, \frac{1,80 + 2,15}{2} \,.\, 150 + 2,5 \,.\, \frac{2,15 + 2,60}{2} \,.\, 150 + 2,5 \,.\, \frac{2,60 + 3,30}{2} \,.\, 150 + 2,5 \,.\, \frac{3,30 + 4,70}{2} \,.\, 150;$

e) $$\frac{4000 - 5000 \,.\, 15\left(\frac{1}{550} + \frac{1}{560} + \frac{550 - 15}{550 \,.\, 560}\right)}{1 - \frac{15}{560} + \frac{539 - 15}{550} + \frac{(550 - 15)\,(539 - 15)}{550 \,.\, 560}}$$

Anmerk.: b, c und d sind derartig zu vereinfachen, daß ein schriftliches Rechnen kaum nötig ist.

§ 4. Kalkulationen.

90) Wie hoch stellt sich der Preis folgender Dachdeckungen pro Quadratmeter Dachfläche bei folgenden Preisen: 450 m Latten 60 ℳ, 1 Schock Nägel 0,60 ℳ, 1 hl Mörtel 1,20 ℳ, 1000 Dachspließe 6 ℳ, 1000 Dachsteine (Biberschwänze) 45 ℳ, 1000 Falzziegel 150 ℳ. 1. Spließdach (18 cm Lattung): 5,6 m Latten, 0,1 Schock Nägel, 40 Stück Dachsteine, 0,14 hl Mörtel, 40 Stück Dachspließe und 40 Steine eindecken á Tausend 11 ℳ. 2. Doppeldach (13 cm Lattung): 7,7 m Latten, 0,14 Schock Nägel, 48 Steine, 0,17 hl Mörtel, 48 Steine eindecken á Tausend 10,25 ℳ. 3. Kronendach (26 cm Lattung): 3,86 m Latten, 0,07 Schock Nägel, 60 Steine, 0,175 hl Mörtel, 60 Steine eindecken à Tausend 10,25 ℳ. 4. Falzziegeldach (31 cm Lattung): 3,22 m Latten, 0,06 Schock Nägel, 16 Stück Falzziegel, 16 Stück eindecken á Tausend 9 ℳ.

91) In einem Fabrikraume von 12,60 m Länge und 8,40 m Breite soll ein Zementbeton-Boden hergestellt werden, die Betonmasse soll 10 cm hoch aufgetragen und abgeglichen werden. Wie teuer kommt der Boden, wenn pro qm an Materialien 15 l Zement à 150 l 7,50 ℳ, 0,05 cbm Sand à 3 ℳ, 0,09 cbm Kies à 5 ℳ und an Arbeitslohn 0,45 ℳ in Ansatz zu bringen sind?

92) Ein Bauunternehmer erhält für den Bau einer Straßenbrücke von 7 m Spannweite, die aus Zementbeton hergestellt ist, 1100 ℳ. Berechne nach folgenden Angaben den Gewinn. Die Ausgaben haben betragen: 32 cbm Erde zu den Fundamenten auszuheben à 0,75 ℳ, 9,5 Zimmer-Arbeitstage à 3,50 ℳ, 26,5 Maurer-Arbeitstage à 3,50 ℳ, 55 Arbeitertage à 2,50 ℳ, 12 cbm Kalksteine à 1,20 ℳ, 12,5 cbm Sandsteine à 3,50 ℳ, für Anfuhr der Steine 20,30 ℳ, 173,8 Zentner Zement à 3,25 ℳ, für Vorhalten der Gerüste 27,78 ℳ.

93) Berechne nach folgenden Angaben die Kosten für 35 einflügelige Sechsfüllungsthüren. Dem Tischler für jede Thür: 2,2 qm Thür à 10 ℳ, 1,6 qm Futter à 6,50 ℳ, 11,8 m Verkleidung à 0,85 ℳ, dem Schlosser à Stück 18 ℳ, dem Anstreicher für jede Thür 7,5 qm anzustreichen à 0,90 ℳ.

94) Eine Ziegelei in der Nähe von Berlin hat in einem Jahre 5 Mill. Steine hergestellt und dieselben pro Mille zu 32 ℳ durchschnittlich franko Berlin abgesetzt. Die allgemeinen (General-) Unkosten betragen:

17500 ℳ für Verzinsung des Anlage- und Betriebskapitals, ferner 13000 ℳ für Abschreibungen, Geschäftsführung usw., die direkten Herstellungskosten betragen 18 ℳ pro Mille und die Fracht nach Berlin beträgt 3,50 ℳ pro Mille. Wie viel Reingewinn ist erzielt?

95) Der Verkaufspreis der Ziegelsteine hat sich in einem andern Jahre um durchschnittlich 3 ℳ pro Mille erhöht, es ist aber darum die Zufuhr von entfernter gelegenen Ziegeleien nach Berlin derart gestiegen, daß die Produktion jener Ziegelei auf 3 Mill. eingeschränkt werden mußte. Wie viel Reingewinn ist in diesem Jahre erzielt?

96) Ein Mühlenbaumeister behauptet, daß durch müllerischen Ausbau der Einrichtungen, Vereinfachung des Mahlverfahrens usw. viel erspart werden kann. Unter anderm führt er an, daß an Verstäubung und Schwund in vielen Mühlen bis $1\frac{1}{2}$ kg an 100 kg erspart werden könne. Wie viel würde dies jährlich bei einer Mühle von täglich 2000 kg Leistung ausmachen bei einem Preise von 15,50 ℳ für 100 kg und bei jährlich 300 Arbeitstagen?

97) Ein Müller will feststellen, ob es vorteilhafter ist, Roggen ungeschält oder geschält zu vermahlen. Er vermahlt darum je hundert Meterzentner Roggen gleicher Güte nach beiden Methoden und stellt nachstehende Ergebnisse fest: a. bei ungeschältem Roggen erhält er aus 100 kg Mehl No. 2 = 54 kg, No. 3 = 21 kg, Kleie 23 kg und der Verlust beträgt 2 kg; b. bei geschältem Roggen erhält er Mehl No. 2 = 70 kg, Mehl No. 3 = 10 kg, Schälmehl 8 kg, Kleie 10,5 kg und der Verlust beträgt 1,5 kg. Wie hoch kann er in jedem Falle 100 kg Roggen verwerten, wenn 100 kg Mehl No. 2 = 21,60 ℳ, No. 3 = 19,90 ℳ, Schälmehl 9,50 ℳ und Kleie 8,40 ℳ kosten?

98) Einem Müller wird ein Posten Weizen zum Kauf angeboten und zwar 1000 kg zu 156 ℳ. Welchen Reingewinn würde er pro 1000 kg bei nachfolgendem Mahlergebnis erzielen: Weizenmehl No. 00 = 13,20 Ztr à 11,25 ℳ, Weizenmehl No. 1 = 1,25 Ztr à 9,50 ℳ, Weizenmehl No. 2 = 0,92 Ztr à 6,25 ℳ, Kleie 3,70 Ztr à 4 ℳ. Mahlkosten (Arbeitslohn, Zinsen und Abschreibungen für Anlagekapital usw.) = 20 ℳ.

99) Wie viel würde der Reingewinn für das Jahr à 304 Tage betragen bei einer Tagesleistung von 2500 kg, wenn er im Durchschnitt einen Reingewinn wie nach vorstehender Aufgabe erzielen würde?

100) Wie viel müßte der Reingewinn nach voriger Aufgabe für 1000 kg betragen, wenn ein Reingewinn von 4500 ℳ für das Jahr als angemessen bezeichnet würde?

101) Eine kleine Dampfmühle vermag 3000 kg Getreide in 24 Stunden zu vermahlen. An Kosten sind berechnet: 2000 ℳ für Verzinsung und Tilgung (Amortisation) der Anlage, 500 ℳ für Verzinsung des Betriebskapitals, 1000 ℳ für Unterhaltung und andere Unkosten, 3750 ℳ für Arbeitslöhne und Gespanne, 1000 ℳ für Abgaben, Versicherungen usw. a. Wie viel betragen die Kosten für 1 t Mahlgut bei jährlich 304 Arbeitstagen? b. Wie viel beträgt der gesamte Reingewinn, wenn der durchschnittliche Reingewinn pro t 17,80 ℳ betragen hat?

102) Ein Müller treibt Lohnmüllerei. Er muß, da seine Mühle abgelegen liegt, das Mahlgut oft stundenweit aus den benachbarten Ortschaften abholen und die Mahlprodukte zurückliefern. Der Mahllohn

beträgt, wie das vor langer Zeit schon üblich war, $^1/_{16}$ des Mahlguts. Berechne nach folgenden Angaben den Gewinn des Müllers. Es werden jährlich 24000 Ztr vermahlen. Der Durchschnittliche Preis des Mahlguts betrage 8,50 ℳ für 50 kg. An Kosten sind zu berechnen: 10 ₰ Mahllohn pro Ztr für die Gesellen; es müsten aus vorhin angegebenen Gründen 4 Pferde gehalten werden, es sind für 1 Pferd mit allem Zubehör (Knecht, Wagen, Geschirr, Abnutzung, Unterhaltung usw.) 4 ℳ täglich zu rechnen; Beköstigung für die Müllergesellen 1080 ℳ.

103) a. Wie viel würde nach voriger Aufgabe der Gewinn betragen, wenn die Mühle zu 40000 ℳ angekauft wäre und für Verzinsung 2000 ℳ und Wertverminderung 2725 ℳ jährlich in Ausgabe gesetzt würde? b. Um wie viel müßte der Mahllohn pro Ztr erhöht werden, wenn ein Reingewinn von 4000 ℳ erzielt werden sollte?

104) Nicht allein vom Getreidepreise hängt der Brotpreis ab, Getreide- und Brotpreise stehen nicht immer in demselben Verhältnisse. Dies mögen folgende beiden Beispiele zeigen. a. In einem Jahre ist der Roggen trocken und gut geerntet, 1000 kg geben 680 kg Mehl und 295 kg Kleie, 100 kg Mehl geben 130 kg Brot. 1000 kg Roggen kosten 150 ℳ, das Mahlgeld dafür beträgt 10 ℳ, Backgeld für 1 kg Brot 2,5 ₰. 100 kg Kleie kosten 9 ℳ. b. Nehmen wir nun den Fall an, daß in einem andern Jahre die Roggenernte schlecht und der Roggen klamm ist. In diesem Jahre geben 1000 kg Roggen nur 600 kg Mehl und 350 kg Kleie, 100 kg Mehl geben nur 123 kg Brot. 1000 kg Roggen kosten 120 ℳ, das Mahlgeld dafür beträgt 15 ℳ, Backgeld für 1 kg Brot 2,5 ₰. 100 kg Kleie kosten 8 ℳ. (Der Preis der Kleie richtet sich hauptsächlich nach dem Ausfall der Futterernte.)

105) Bei einem großen Bauwerke wurden die Ziegelsteine durch eine Wasserdruck-Maschine hinauf befördert. Die Maschine kostet incl. Zubehör 1200 ℳ. Für Zinsen, Abnutzung, Reparaturen usw. sind $^1/_5$ dieser Summe für 1 Jahr zu 180 Arbeitstage à 10 Arbeitsstunden zu rechnen, Wasserkosten für dieselbe Zeit 283,5 ℳ, Tagelohn für 4 Jungen á 1,25 ℳ, die die Füllung bezw. Entleerung des Fördergefäßes besorgten. Die Zeit für einen Aufzug betrug durchschnittlich $8^1/_4$ Minute und es wurden durchschnittlich mit demselben 100 Steine hochgefördert. Das Hinauftragen würde bei gleicher Höhe pro Tausend 2,50 ℳ kosten. Wie viel beträgt also die Ersparung durch den Motor in 180 Tagen?

106) Berechne aus folgenden Angaben die Baggerkosten für 1 cbm Baggermasse. Der Bagger „Weser" war in einem Jahre nach Abzug aller Aufenthalte 3450 Stunden 50 Minuten in Thätigkeit, die mittlere Leistung betrug in 1 Stunde 114 cbm. Die Kosten betrugen: Abschreibungen und Zinsen 13685 ℳ, Löhne 11121 ℳ, Steinkohlen, Oel usw. 29610 ℳ, Tauwerk, Besen usw. 1561 ℳ, Abnutzung der Pumpe, Rohrleitung usw. 15533 ℳ, Reparaturen während der Arbeitszeit und des Stillliegens 28695 ℳ.

107) Um zu ermitteln, ob die Herstellung des Steinschlags durch Handarbeit oder Maschinenbetrieb vorteilhafter sei, wurde von dem Architekten- und Ingenieur-Verein zu Hamburg Folgendes festgestellt. Von dortigen Steinschlägern in Akkord fertig zu dort gebräuchlichem Chaussee-Material geschlagen kostet 1 cbm von Granitfindlingen 3,60 ℳ, Plötzkyer Sandstein 3,60 ℳ und Ziegelbrocken 1 ℳ. Der Maschinenbetrieb ergab

folgende Resultate: Es wurden geschlagen 0,5 cbm von Granitfindlingen in 22 Minuten, Plötzkyer Sandstein in 12 Minuten und Ziegelbrocken in 17 Minuten. a. Wie viel cbm würden demnach rund bei 10stündiger Arbeitszeit nach diesen Resultaten von jedem Material täglich durch die Maschine geborchen? b. Wie hoch würde sich nach folgenden Angaben der Preis für 1 cbm Schotter stellen? Die jährlichen Kosten für 240 Arbeitstage betragen: Zinsen, Amortisation und Reparatur für die Lokomobile 600 ℳ und für den Steinbrecher 384 ℳ. Tägliche Kosten: Kohlen 225 kg à t 20 ℳ, 1 Maschinist 4,50 ℳ, 4 Arbeitsleute 14,40 ℳ.

108) Der Besitzer eines Sägewerks hat früher minderwertiges Holz und die Abfälle als Brennholz verkauft und für 1 Raummeter 4,50 ℳ erhalten. Jetzt läßt er aus diesem Material Holzwolle herstellen. Aus 1 Raummeter erhält er durchschnittlich 180 kg Holzwolle. Die Herstellungskosten für 400 kg (Tagesleistung) betragen an Arbeitslohn für 1 Arbeiter 3 ℳ, für Brennmaterial, Öl usw., für Verzinsung und Tilgung der maschinellen Anlage und sonstige Unkosten pro Tag 5 ℳ. Wie hoch wird jetzt 1 Raummeter dieses Holzmaterials verwendet, wenn 100 kg Holzwolle zu 8,50 ℳ verkauft wird?

109) Die Perronhalle des schlesischen Bahnhofs in Berlin war vor Einrichtung der jetzigen elektrischen Beleuchtung mit 140 Gas-Schnittbrennern zu 12 N.-K. Lichtstärke und 180 l Verbrauch in der Stunde, sowie mit 44 Schnittbrennern zu 3 N.-K. Lichtstärke und 80 l Verbrauch in der Stunde erhellt. Diese Anzahl der Gasbrenner ist durch 12 elektrische Lampen zu je 360 N.-K. ersetzt worden. Für den Zeitraum vom 13. Juni bis 2. Dezember ist eine genaue Berechnung der Kosten für die elektrische Beleuchtung angestellt. Die Halle wurde in dieser Zeit im ganzen 813 Stunden erleuchtet und zwar 513 Stunden mit 6, die übrige Zeit mit 12 Lampen. Die während dieser Zeit entstandenen Betriebskosten betrugen 2210 ℳ, außerdem ist für Verzinsung und Tilgung des Anlagekapitals für die Lampenbrennstunde 0,175 ℳ zu rechnen a. Wie teuer würde die Beleuchtung für die angegebene Zeit bei Gasbeleuchtung gekommen sein, wenn sämtliche Gasflammen die ganze Zeit gebrannt hätten und wenn 1 cbm Gas 15,2 ₰ kostet? b. Wie viel betrugen die Kosten für die elektrische Beleuchtung? c. Wie viel N.-K.-Stunden leistet die Gas- und die elektrische Beleuchtung? d. Wie teuer kommt die N.-K.-Stunden bei jeder Beleuchtungsart?

110) Zu welch geringem Preise man Leuchtgas in einer Privatgasanstalt herstellen kann, ist aus nachstehenden Angaben, die einer Kostenberechnung der Gasanstalt in der Zuckerraffinerie von Pfeiffer u. Langen in Elsdorf entnommen sind, zu ersehen.

Ausgaben: Für Abschreibungen 3504,70 ℳ, für Verzinsung 1752,35 ℳ, für Ersatzstücke, Retorten usw. 1977,33 ℳ, Arbeitslöhne 4861,38 ℳ, für 3160 t Kohlen à 9,64 ℳ. Einnahme: 1690,2 t Koks à 6,94 ℳ, 152 830 kg Teer à 100 kg 1,94 ℳ, für Ammoniakwasser usw. 728,90 ℳ. Es sind 867 694 cbm Gas gewonnen. a. Wie viel betragen die Selbstkosten für 1 cbm Gas? b. Wie viel cbm Gas ergeben 100 kg Kohlen? c. Wie viel Kohlen erfordern 1 cbm Gas? d. Wie hoch stellt sich das Brennmaterial für 1 PS-Stunden, wenn bei einem 100pferdigen Gasmotor für 1 PS-Stunden 680 l Gas erforderlich sind?

111) Siehe Aufgabe 15, Abschn. I. Die Gesamterzeugung an Gas betrugen bezw. 13 447 880 und 16 963 630 cbm. Wie hoch kam demnach 1 cbm Gas in jedem der beiden Jahre?

(Worin hat die Verschiedenheit der Produktionskosten hauptsächlich wohl seinen Grund? Bei großen Gasanstalten übersteigen die Kosten für die Rohrleitung meistens die Produktionskosten. In Berlin betragen erstere rund 5 ₰ pro 1 cbm Gas.)

112) Bei einem größeren Erdarbeitsbetrieb in der Nähe von Berlin mit Lokomotivtransport wurden unter sehr günstigen Verhältnissen bei leichtem Sandboden 33 Seitenkipper à 2,6 cbm Inhalt von 22 Mann in 7 Minuten regelmäßig entleert. Wie viel Minuten oder Arbeitsstunden betrug dies pro cbm?

113) Die durchschnittliche Tagesleistung ergab, daß jene 22 Mann in 12 Arbeitsstunden 2831 cbm entluden und die zwischen den einzelnen Zügen vorkommenden Nebenarbeiten verrichteten. Wie viel Minuten oder Arbeitsstunden betrug dies pro cbm?

114) Bei den ausgeführten Erdarbeiten bei Erbauung einiger Bahnstrecken der Hess. Ludwigsbahn-Gesellschaft in der Nähe Frankfurts a. M. wurden unter ganz ähnlichen Verhältnissen wie in Aufgabe 112 und 113 ebenfalls bei leichtem Sandboden 26 Seitenkipper à 1,33 cbm Inhalt regelmäßig von 6 Arbeitern in 4 Minuten entleert. Wie viel Minuten oder Arbeitsstunden betrug dies pro cbm?

115) Die durchschnittliche Tagesleistung ergab, daß jene 6 Arbeiter in 12 Stunden 29 Arbeitszüge mit 26 Rollwagen à 1,33 cbm entluden und ebenfalls wie in Aufgabe 113 die zwischen den einzelnen Zügen vorkommenden Nebenarbeiten verrichteten. Wie viel Minuten oder Arbeitsstunden sind pro cbm verwandt?

Bemerk.: Vergleicht man die Resultate von Aufgabe 112 und 113 mit denen von 114 und 115, so ist der Vorteil kleiner Rollwagen, wenigstens soweit dies die Arbeiten des Endladens betrifft, gegenüber großen Rollwagen in die Augen springend.

116) Bei der Anschüttung des Centralbahnhofs zu Frankfurt a. M. wurden große Kippwagen von 3 cbm Fassung verwandt. Ein Zug von 20 Wagen wurde von 12 Mann in $7^1/_2$ Minute entleert. Wie viel Minuten oder Arbeitsstunden kommen demnach auf 1 cbm?

117) Bei der Anschüttung der Bahnhofsanlage der vorigen Aufgabe betrug die Transportmasse $2^1/_4$ Mill cbm. Wie viel Tagesschichten à 12 Arbeitsstunden sind durch die Verwendung großer Wagen für das Entladen allein mehr aufgewendet worden, als dies nach den Resultaten der Aufgabe 114 nötig war?

§ 5. Einheitsberechnungen.

Aus sehr vielen Gründen ist es von der größten Wichtigkeit, Einheitsberechnungen vorzunehmen. Diese können, wie aus folgenden Aufgaben zu erkennen ist, verschiedener Art sein.

118) Zu einem Neubau sind 1120 lfd. m Verbandholz, 26,09 cbm haltend, verwandt. An Arbeitslohn hat ein Zimmermeister dafür verausgabt 1028 Stundlöhne à 30 ₰ und 288 Stundlöhne à 15 ₰. Welchen Einheitspreispreis a. pro lfd. m, b. pro cbm muß er darum bei Übernahme von Bauten in Rechnung ziehen, wenn er für sich $^1/_5$ des Lohnes als Meistergeld rechnet?

119) Bei einem Neubau sind 350 qm Rappuß hergestellt. An Arbeitslohn hat ein Bauunternehmer dafür verausgabt 180 Gesellenstunden à 30 ₰

und 64 Handlangerstunden à 25 ₰. a. Welchen Einheitspreis muß er demnach pro qm bei Uebernahme von Bauten in Rechnung ziehen, wenn er für sich $^1/_5$ des Lohnes als Meistergeld rechnet? b. Wie viel qm müssen demnach drei Gesellen und ein Handlanger täglich bei 10stündiger Arbeitszeit herstellen?

120) Bei einem Neubau sind 17 cbm Fundament- und 76,9 cbm Keller- und Sockelmauerwerk aus Bruchsteinen hergestellt. Es sind dazu 122 cbm Bruchsteine verwandt. Wie viel cbm sind demnach pro cbm Mauerwerk zu rechnen?

121) Es ist eine Gartenmauer aus Bruchsteinen hergestellt. Dieselbe hält 320 cbm Mauerwerk. An Material ist verwandt: 480 cbm Bruchsteine, 483,2 hl gelöschten Kalk und 92 cbm Sand. a. Wie viel Material ist pro cbm Mauerwerk verwandt? b. Wie viel ist zu viel verwandt, wenn pro cbm Mauerwerk 1,30 cbm Bruchsteine, 140 l gelöschten Kalk und 280 l Sand im allgemeinen gerechnet werden?

122) Das Schulhaus in Friedrichsfelde, Regsbz. Potsdam, hat 403 qm bebaute Grundfläche, 5316 cbm Rauminhalt und ist für 480 Schüler bestimmt; die Gesamtkosten betragen 33 480 ℳ. Berechne die Kosten pro qm Grundfläche, pro cbm Gebäude und pro Schüler.

123) Das Klassengebäude des Gymnasiums Berlin-Moabit enthält für 900 Schüler Unterrichtsräume. Die bebaute Grundfläche beträgt 977,5 qm, der umbaute Raum 18 210 cbm, die Bausumme betrug 346000 ℳ. Die Turnhalle ist für ca. 100 Turner eingerichtet. Die bebaute Grundfläche beträgt 365 qm, der umbaute Raum 2882 cbm, die Bausumme betrug 31 700 ℳ. Wie hoch stellten sich die Baukosten a. für 1 qm bebauter Grundfläche, b. für 1 cbm umbauten Raumes und c. für 1 Schüler resp. 1 Turner?

124) Ein Bauunternehmer hat 4 Miethäuser auf eigene Rechnung gebaut, die bebaute Fläche beträgt bezw. 327, 304, 260 und 205 qm, die Baukosten betragen bezw. 125 241, 129 200, 106 340 und 75 440 ℳ. Die Höhe beträgt bei jedem Hause von der Kellersohle bis Oberkante Gebälk des Obergeschosses 18,75 m. a. Wie viel betragen die Kosten für 1 qm Grundfläche bei jedem Hause und im Durchschnitt bei allen vier Häusern? b. Wie viel betragen die Kosten pro 1 cbm Rauminhalt bei jedem Hause und im Durchschnitt bei allen vier Häusern?

125) Eine sich über drei Tage erstreckende sorgfältige Untersuchung einer Compound-Dampfmaschine hat bei vollem Betriebe stattgefunden. Es wurden folgende Ergebnisse festgestellt: Dauer des Versuchs 39 Std., Gewicht der verbrannten Kohle 8141 kg, Verdampfung pro kg Kohle 8,2 kg Wasser, Durchschnittsleistung der Dampfmaschine 371 PS. Wie viel beträgt a. der Kohlen-, b. der Wasserverbrauch pro Stunde und PS?

126) In einem Jahre hatten die in Deutschland vorhandenen Krankenkassen rd. 4 200 000 Mitglieder. Für 1 864 829 Erkrankungsfälle mit 25 301 178 Krankheitstagen wurden 47 406 121 ℳ verausgabt. a. Wie viel Tage kommen auf 1 Fall? b. Wie viel Kosten kommen auf 1 Fall und auf 1 Tag? c. Wie viel Fälle, wie viel Tage und wie viel Kosten kommen auf 1 Mitglied? (Die Rechnung ist auf 2 Dezimalstellen abzurunden).

127) Ein Bauunternehmer übernahm die Ausmauerung von 140 lfd. m Tunnel. Die Gesamtkosten waren folgende: Für Steinmaterial (Granit) 1465,80 cbm à 75 ℳ, für Lehrbogen und Rüstungen 8188,10 ℳ, für Arbeits-

lohn und Mörtel 29808 ℳ, für Verfugen von 140 lfd. m à 7,55 ℳ. Wie hoch stellten sich die Kosten für 1 lfd. m Ausmauerung?

128) Die Kosten für den Ausbruch eines 475 m langen Tunnels waren folgende: Für 38720 Mineur-Schichten à 5 ℳ, für 15090 Schütter-Schichten à 3,50 ℳ, für 4886 Handlanger-Schichten à 2,50 ℳ, für Sprengmaterial 73071,75 ℳ, für Schärfen der Bohrer 36932 ℳ, für Aufsicht 7910 ℳ, für Holzbau 3880 ℳ. Wie hoch stellten sich die Kosten für 1 lfd. m?

129) Um einen Damm von 30 m Maximalhöhe über der Thalsohle von rd. 230000 cbm Füllraum herzustellen, wurde ein 140 m langes Absturzgerüst gebaut. Für die ganze Gerüstanlage wurden verwandt:

1. 140 cbm Holz, wovon 14 cbm altes Holz war. Dieses ist nicht in Ansatz gebracht wegen schließlicher Wiedergewinnung einer ungefähr gleich großen Holzquantität. Es waren also zu berechnen 126 cbm Holz, die 4040 ℳ kosteten. a. Wie viel cbm betrug dies für 1 lfd. m Gerüst? b. Wie viel kostete rd. 1 cbm Holz? Wie viel betrugen die Kosten der Holzbeschaffung für 1 lfd. m Gerüst?
2. 1000 kg Schmiedeeisen zu Bolzen, Klammern usw. kosteten zusammen 540 ℳ. Wie viel betrug dies a. für 1 kg, b. für 1 cbm Holz und c. für 1 lfd. m Gerüst?

An Arbeitsaufwand war erforderlich:

1. 475 Zimmermanns-Schichten mit einem Kostenaufwand von 1876 ℳ. a. Wie viel betrug der Zimmermanns-Tagelohn durchschnittlich? b. Wie viel Zimmermanns-Schichten und Arbeitslohn kommen auf 1 cbm verarbeitetes Holz und auf 1 lfd. m Gerüst?
2. 180 Tagelöhner-Schichten mit einem Kostenaufwand von 396 ℳ. Beantworte dieselben Fragen wie vorher?
3. Aufsicht 148 ℳ.
   a. Wie hoch stellen sich die Kosten für 1 lfd. m Gerüst und zwar a. nach den einzelnen Positionen und im ganzen?
   b. Das Gerüst hatte eine Ansichtsfläche (Vertikalprojektion) von rd. 1400 qm. Wie hoch stellte sich der Preis für 1 qm Ansichtsfläche?

130) Vermittelst des Gerüstes der vorigen Aufgabe sind 28000 cbm Material verfüllt. a. Wie viel betrugen die Gerüstkosten für 1 cbm? b. Wie viel fällt von den Gerüstkosten auf 1 cbm, wenn dieselben auf die 230000 cbm betragende Füllungsmasse verteilt werden?

131) Für generelle Kostenüberschläge und Kostenvergleichung inbezug auf konkurrierende Projekte ist es für Behörden wie für den Baugewerkmeister wichtig, eine Baustatistik, wie sie aus folgender Aufgabe zu ersehen ist, zu führen. A. In einer großen Stadt ist ein Gymnasium gebaut, die bebaute Grundfläche desselben beträgt 950 qm und der Rauminhalt 20805 cbm, das Baukapital hat 380000 ℳ betragen. Wie hoch stellt sich der Einheitspreis für 1 qm bebauter Grundfläche und 1 cbm Rauminhalt? B. Die Gesamtfläche der inneren Räume beträgt beim Kellergeschoß 636,50 qm, beim Erdgeschoß 679,50 qm, bei der 1. Etage 705,75 qm und bei der 2. und 3. Etage 741 qm. a. Wie groß ist der Mauerquerschnitt jeder Abteilung im ganzen und für 100 qm bebauter Grundfläche? b. Stelle eine Massenberechnung an ohne Berücksichtigung der Abzüge für Thür- und Fensteröffnungen. Die Höhe des Kellergeschosses beträgt 3,90 m,

des Erdgeschosses und der 1. Etage je 4,75 m und der 2. und 3. Etage je 4,25 m. C. Zu den 4 Balkenlagen sind 3790 lfd. m oder 202,722 cbm Holz verwandt. a. Wie viel lfd. m Holz bringt dies pro qm Decke? und b. wie viel cbm pro lfd. m Holz? D. Zu den Dachverbänden sind 2612,5 lfd. m oder 65,31 cbm Holz verwandt. Beantworte dieselben Fragen wie unter C.

132) Um einen Pfahlrost für einen größeren Hochbau in Wilhelmshafen herzustellen, wurden 1885 Stück 10 m lange Rundpfähle mit zwei Dampframmen eingerammt. Die ganze Dauer der Arbeitsperiode der beiden Rammen, incl. Ein- und Ausfahren, betrug 90 Tage. In Thätigkeit war die Ramme I hiervon 60 Tage, die Ramme II 56 Tage. Mit Ramme I wurden geschlagen 911, mit Ramme II 974 Pfähle. Für die Ramme I wurden verausgabt: Arbeitslöhne für die Bedienungsmannschaften der Ramme, für Anspitzen der Pfähle und Abschneiden der Köpfe 2604,40 ℳ, Kohlen für Kesselheizung 375 ℳ, Schmiere usw. 195 ℳ, Reparaturen, Kesselreinigung usw. 377 ℳ, für Verzinsung und Tilgung der Beschaffungskosten der Ramme für 300 Arbeitstage 1500 ℳ. Für die Ramme II bezw. 2450,90 ℳ, 350 ℳ, 240 ℳ, 593 ℳ und 1500 ℳ. a. Wie viel Pfähle wurden mit jeder Ramme durchschnittlich jeden Tag eingerammt? b. Wie hoch beliefen sich die Kosten bei jeder Ramme pro Pfahl und pro lfd. m eingeschlagener Pfahllänge? Durchschnittliche Rammtiefe der Pfähle 9 m.

§ 6. Gewichtsberechnungen.

Man unterscheidet bei einem Körper dessen absolutes und spezifisches Gewicht. Das absolute Gewicht ist die Größe des Drucks, den derselbe auf seine Unterlage ausübt; dasselbe wird durch die in verschiedenen Ländern üblichen Normal-Gewicht-Einheiten, z. B. Zentner, Pfund usw. ausgedrückt. Das spezifische Gewicht drückt das Gewichtsverhältnis eines Körpers zum Wasser bei gleichem Rauminhalt aus. Das Gewicht des Wassers wird gleich 1 angenommen. Ist z. B. irgend ein Körper 3 mal so schwer, als eine Wassermasse desselben Kubikinhaltes, so hat derselbe das spezifische Gewicht 3. Ist das spezifische Gewicht eines Körpers 0,79, so heißt das, der Körper ist 0,79 mal so schwer als dieselbe Raumgröße Wasser.

Da ein Kubikdecimeter (= 1 Liter) Wasser 1 kg wiegt, so erhält man a. das absolute Gewicht eines Körpers in Kilogramm, wenn man den Inhalt desselben in Kubikdecimeter ausdrückt und diese mit dem spezifischen Gewicht multipliziert. Bezeichnet man Kilogramm mit k, Kubikdecimeter mit d und spez. Gewicht mit s, so ergiebt sich die Formel:

a. $K = d . s.$ Durch Umformung erhält man:

b. $d = \frac{K}{s}$ und c) $s = \frac{K}{d}$.

Drücke die beiden letzten Formeln in Worten aus!

133) Wie schwer ist eine Fensterbrüstung von Sandstein, welche 1,5 m lang, 30 cm breit und 15 cm dick ist? Spezifisches Gewicht = 2,4.

Ausrechnung: $K = d . s = 15 . 3 . 1{,}5 . 2{,}4 =$

134) Wie schwer ist ein Balken aus Fichtenholz, der 5,20 m lang und $^{20}/_{28}$ cm stark ist? Spezifisches Gewicht = 0,47.

135) Zwei Träger aus Schmiedeeisen haben eine Mauer von einer Stärke = 1 Stein, einer Länge von 5,63 m und einer Höhe von 4,93 m

zu tragen. Wie viel haben die Träger zu tragen, wenn das spezifische Gewicht des Mauerwerks = 1,6 ist?

136) Wie viel wiegt eine Sandsteinplatte, die 2 m lang, 1,20 m breit und 25 cm dick ist? und wie viel solcher Platten können in einem Doppelwaggon (200 Ztr) verladen werden? Spezifisches Gewicht = 2,4.

137) Ein Fenstergitter erfordert 6 aufrechte Eisenstangen von 2,25 m Länge und $^2/_2$ cm Stärke, desgleichen 2 Querstangen von 1,46 m Länge und $\frac{2,5}{2,5}$ cm Stärke. Wie schwer ist dies Gitter? Spezifisches Gewicht 7,79.

138) Behuf Berechnung der Transportkosten für das nach Aufgabe 81 veranschlagte Verbandholz berechne das Gewicht desselben. Spezifisches Gewicht des Tannenholzes 0,55 und des Eichenholzes 0,84.

139) Wie groß ist der Druck, den der Schnee auf ein flaches Dach, das 16,25 m lang und 12,20 m breit ist, ausübt, wenn er 32 cm hoch liegt? Das spezifische Gewicht des Schneees ist im Mittel = 0,16.

140) Wie viel wiegt eine gußeiserne Herdplatte von 1,65 m Länge 0,95 m Breite, und 12 mm Dicke. Das spezifische Gewicht = 7,21.

141) Wie viel lfd. Meter Fichtenholz von $^{20}/_{24}$ cm Stärke können in einem Doppelwaggon (200 Ztr) verladen werden, wenn das Holz a. frisch und das spez. Gewicht im Mittel 0,84 ist? b. trocken und das spezifische Gewicht 0,49 ist?

142) Wie viel Stück Backsteine von 25 cm Länge, 12 cm Breite und 6,5 cm Dicke gehen auf ein Fuder von 50 Ztr? Spezifisches Gewicht 1,53.

143) Wie teuer kommen demnach 1000 Stück durchschnittlich, wenn für das Tausend in der Ziegelei 25 ℳ bezahlt wird und der Fuhrlohn für je 50 Ztr 5 ℳ beträgt?

144) 1 cbm aufgesetzte Bruchsteine giebt, wenn dieselben schlecht aufgesetzt sind 0,55, wenn sie gut aufgesetzt sind 0,80 Steinmasse; wie viel beträgt in jedem der beiden Fälle der Fuhrlohn für das Kubikmeter, wenn für eine Fuhre (80 Ztr) 5 ℳ bezahlt wird? Spezifisches Gewicht 2,24.

145) Wie viel Hektoliter Steinkohlen können in einem Doppelwaggon (200 Ztr) verladen werden, wenn das spezifische Gewicht derselben 1,51 ist?

146) Ein Schwungrad wiegt 493 kg. Wie groß ist der Kubikinhalt? Spezifisches Gewicht = 7,25.

Ausrechnung: $d = \frac{k}{s} = \frac{493}{7,25} =$

147) Die große Glocke im Dom zu Erfurt ist 285 Ztr schwer. Wie viel Kubikinhalt hat das Metall? Spezifisches Gewicht 8,82.

148) Die vier Kabel, die die Brücke zwischen New-York und Broklyn, die East-River-Brücke, tragen, haben ein Gesamtgewicht von 6 928 344 engl. ℔. Wie viel Kubikinhalt haben dieselben, wenn das spezifische Gewicht 7,818 ist und 11 engl. ℔ = 5 kg sind?

149) Der Brückturm bei New-York wiegt auf der Fundierung etwa 93 000 t, der bei Brooklyn 70 000 t. Wie viel cbm hält jeder, wenn das spezifische Gewicht im Mittel = 2,57 ist?

150) Es sind schon viele Projekte zu einer Eisenbahnbrücke über den Kanal zwischen Frankreich und England ausgearbeitet. a. Nach einem Projekte sind 118 Pfeiler angeordnet. Das zu denselben erforderliche Mauerwerk hält 3 939 600 cbm. Wie viel wiegt demnach 1 Pfeiler durchschnittlich bei einem spezifischen Gewicht von 2,8? b. An Eisen sollen

76 310 t zu Senkkasten und 771 265 t zu Überbauten verwandt werden. Welchen Kubikinhalt hat das Eisen bei einem spezifischen Gewicht von 7,8?

151) Ein Balken ist 4 m lang und $^{15}/_{20}$ cm stark und wiegt 72 kg. Welches ist sein spezifisches Gewicht?

Ausrechnung: $s = \frac{k}{d} = \frac{72}{40\,.\,1{,}5\,.\,2} =$

152) Ein Block von carrarischem Marmor, welcher 2,2 m lang, 1,3 m breit und 1 m dick ist, wiegt 7702 kg. Welches ist sein spezifisches Gewicht?

153) A. versendet zwei Doppelwaggon (à 200 Ztr) Fichtenholz. In dem ersten Waggon hat er, weil das Holz ziemlich frisch war, nur 12,50 cbm, und in dem zweiten hingegen, weil es fast trocken war, 20,8 cbm verladen können. Berechne das spezifische Gewicht für beide Sorten.

154) Vier Sandsteinquader von 1,24 m Länge, 0,85 m Breite und 0,95 m Höhe werden mit der Bahn versandt und wiegen 9 t 92,5 kg; welches ist das spezifische Gewicht?

155) Das Holz eines fichtenen Floßes hat 50 cbm Inhalt. Mit wie viel Zentner könnte dasselbe beladen werden, bis es ganz ins Wasser sinkt? Spezifisches Gewicht des fichtenen Holzes = 0,45. (In der Wirklichkeit muß jedoch die Last etwas kleiner genommen werden, damit das Floß nicht untergeht).

156) Ein Floß besteht aus 460 cbm Fichtenholz und ist beschwert mit 30 cbm Sandstein; wie groß ist das spezifische Gewicht des Ganzen, wenn das des Fichtenholzes 0,6, und das des Sandsteins 2,4 beträgt?

Ausrechnung: $s = \frac{k}{d} = \frac{460\,000\,.\,0{,}6 + 30\,000\,.\,2{,}4}{460\,000 + 30\,000} = \frac{46\,.\,0{,}6 + 3\,.\,2{,}4}{46 + 3} =$

157) Ein Floß besteht aus 80 cbm Eichenholz und 148 cbm Fichtenholz, das spezifische Gewicht des Eichenholzes ist 1,05 und das des Fichtenholzes 0,65; wie groß ist das spezifische Gewicht des Ganzen?

158) Ein Floß besteht aus 120 cbm Buchenholz. Da das spezifische Gewicht desselben 1,02 ist, so sind an dem Floße 30 leere Tonnen von à 25 kg Gewicht und 0,25 cbm Größe angebracht; wie groß ist das spezifische Gewicht des Ganzen?

159) Wie viel muß jeder Balken einer Balkenlage tragen, wenn dieselbe bei 5,75 m freier Länge und 0,94 m Entfernung der Balken von Mitte zu Mitte außer den Konstruktionsteilen der Decke des unteren Raumes und des Fußbodens noch ein dichtes Menschengedränge tragen soll?

Jeder Balken hat zu tragen:

a. das Eigengewicht. Der Balken ist $^{24}/_{28}$ cm stark und 5,65 m lang, spezifisches Gewicht 0,58 = ... ? kg
b. den Fußboden. Jeder Balken hat von links nach rechts die Hälfte eines Balkenfeldes, also im Ganzen 5,65 . 0,94 = ? qm Fußboden zu tragen, die Bretter sind 4 cm stark, spez. Gewicht = 0,58. Gewicht des Fußbodens = ? „
c. die Zwischendecke. Es kommt davon nicht die ganze Breite eines Balkenfeldes in Rechnung, sondern es geht hiervon die Fläche des Balkens ab. Für das Quadratmeter muß man bei Einschubdecke mit Einschluß der Schwarten und Leisten 30 kg rechnen, also im ganzen = ? „
d. die Ausfüllung mit Schutt. Die Höhe desselben beträgt 8 cm, 1 cbm zu 1250 kg gerechnet, also im ganzen = ? „

e. die Decke des unteren Raumes. Dieselbe ist einschließlich Kalkputz auf 50,75 kg für das Quadratmeter zu rechnen, also im ganzen . . . . ? kg

f. die zufällige Belastung muß man bei dichtem Menschengedränge auf 400 kg für das Quadratmeter berechnen, also im ganzen . . . . ? „

Ganze Belastung ? kg

160) Nach der Deutschen Bauzeitung ist das zu der 4176 qm großen Dachfläche des Metzer Domes verwandte Kupferblech $^3/_4$ cm stark und hat ein Gewicht von rd. 39 000 kg. Bei diesen Angaben liegt ein Irrtum vor; denn: a. Wie viel würde das verwandte Kupferblech wiegen, wenn die beiden ersten Angaben als richtig angenommen werden und die Falzung der Platten vernachlässigt wird? Spez. Gew. 8,88. b. Wie stark dürften die Kupferplatten nur sein, wenn die beiden anderen Angaben als richtig angenommen werden? c. Wie viel qm würden die eingedeckten Dachflächen nur halten, wenn die beiden anderen Angaben als richtig angenommen werden? Bemerk. Zwei von jenen Angaben sind richtig, welche wird die falsche sein?

IV. Abschnitt.

Verhältnis-Bestimmungen und Proportionen.

Zwei gleichartige Größen lassen eine zweifache Vergleichung zu. Man kann nämlich erstens fragen, um wie viel und zweitens wie viel mal die eine größer ist als die andere. Da man im praktischen Rechnen alle Größen durch Zahlen ausdrückt, so sind, wenn von Größen gesprochen wird, nur Zahlen gemeint. Überhaupt kann sich eine derartige Vergleichung zweier gleichbenannten Größen nur auf deren Maßzahlen beziehen. Das Ergebnis der ersten Vergleichung wird gefunden, wenn man die beiden Größen von einander subtrahiert, und ist also eine Differenz; das Ergebnis der anderen Vergleichung wird gefunden, wenn man beide Größen durcheinander dividiert, und ist folglich ein Quotient. Das Ergebnis der Vergleichung zweier Größen wird ihr Verhältnis genannt und zwar nennt man die Differenz zweier Größen das arithmetische und den Quotient zweier Größen das geometrische Verhältnis derselben. Wenn z. B. von zwei Häusern das eine 24 000 ℳ und das andere 8000 ℳ gekostet hat, so sagt man, wenn man den Preis derselben vergleicht, entweder das erstere hat 16 000 ℳ mehr, oder es hat dreimal so viel als das andere gekostet.

Das geometrische Verhältnis ist ganz besonders für das Baufach wichtig, darum soll dieses noch näher betrachtet werden.

Die schriftliche Form für das geometrische Verhältnis ist die angedeutete Division, z. B. 6 : 2. (Lies: 6 zu 2.) Die beiden zu vergleichenden Zahlen nennt man Glieder. 6 ist das erste Glied oder der Dividendus, 2 ist das zweite Glied oder der Divisor. Die Zahl, welche angiebt, wie oft das zweite Glied in dem ersten enthalten ist, heißt Verhältniszahl oder Exponent.

Häufig wird jedoch das geometrische Verhältnis zweier Größen durch eine Zahl ausgedrückt. Dies ist jedoch nur dann möglich, wenn eine allgemein bekannte Einheit zu Grunde gelegt ist. So drückt z. B. das spezifische Gewicht das Gewichtsverhältnis des Wassers und eines anderen Körpers aus bei gleichem Rauminhalt. Das Gewicht des Wassers ist immer = 1 angenommen. Ist nun das spezifische Gewicht des Eisens = 7,5, so heißt das, das Eisen ist 7,5 mal so schwer als Wasser.

Auch das Verhältnis zwischen Durchmesser und Umfang eines Kreises wird durch eine Zahl und zwar durch 3,14, oder 3,14159 oder $3^1/_7$ usw. ausgedrückt. Was bedeutet in diesem Falle 3,14?

In vielen Fällen wird das eine Glied eines geometrischen Verhältnisses ebenfalls immer als 1 angenommen, es werden aber trotzdem beide Glieder angegeben. Man sagt z. B. die Steigung einer Eisenbahn beträgt 1 : 80, das Böschungsverhältnis eines Dammes ist 1 : $1^1/_2$ usw. (Erkläre diese Verhältnisse.)

Auch das Größenverhältnis einer Zeichnung und des gezeichneten Gegenstandes wird in gleicher Weise ausgedrückt. Steht unter einer Zeichnung: Maßstab 1 : 10, so heißt das, der gezeichnete Gegenstand ist 10 mal so lang und breit als die Zeichnung, oder die Länge und Breite der Zeichnung beträgt $^1/_{10}$ der natürlichen Größe.

1) Was soll also damit gesagt werden, wenn unter einer Zeichnung steht: Maßstab 1 : 100, oder 1 : 5, oder 1 : 1, oder 1 : $33^1/_3$?

2) Wie lang muß eine Zeichnung werden, wenn ein Gegenstand von a. 1 m, b. 3,6 m Länge gezeichnet werden soll nach dem Maßstabe: a. 1 : 1; b. 1 : 5; c. 1 : 10; d. 1 : 20; e. 1 : 25; f. 1 : $33^1/_3$; g. 1 : 50; h. 1 : $66^2/_3$; i. 1 : 75; k. 1 : 100; l. 1 : 200; m. 1 : 1000?

Praktische Regel: Dividiert man mit dem zweiten Gliede des Verhältnisses in die natürliche Größe (Länge oder Breite), so erhält man die Größe (Länge oder Breite) der Zeichnung.

3) Eine Fassade soll im Verhältnis von a. 1 : 100; b. 1 : 50; c. 1 : 200 gezeichnet werden, wie lang wird die Zeichnung, wenn das Gebäude a. 15 m, b. 19 m, c. 12,50 m, d. 18,40 m lang werden soll?

4) Ein Fassadenstreifen soll in dem Verhältnis von 1 : 10 gezeichnet werden, wie breit und hoch muß die Zeichnung werden, wenn die natürliche Breite 4,45 m und die Höhe 9,75 m beträgt?

5) Ein Dampfcylinder soll in dem Verhältnis von 1 : 3 gezeichnet werden, welche Maße erhält die Zeichnung, wenn derselbe eine lichte Länge von 920 mm und einen lichten Durchmesser von 400 mm hat?

6) Ein Mühlenstein von 1,3 m Durchmesser und 280 mm Höhe ist a. im Verhältnis von 1 : 8, b. im Verhältnis von 1 : 10 gezeichnet, welche Maße hat die Zeichnung?

7) Die Fassade eines Hauses ist im Verhältnis von 1 : 100 gezeichnet; wie lang und hoch ist dieselbe in Wirklichkeit, wenn die Zeichnung 16,5 cm lang und 9,8 cm hoch ist?

Praktische Regel: Multipliziert man mit dem zweiten Gliede des Verhältnisses die Länge und Breite der Zeichnung, so erhält man die wirkliche Länge und Breite des gezeichneten Gegenstandes.

8) Der Querschnitt einer Sechsfüllungsthür ist im Verhältnis von 1 : 5 gezeichnet; wie stark ist das Holz zum Rahmen und zu den Füllungen zu nehmen, wenn die Stärken in der Zeichnung bezw. 8 mm und 5 mm betragen?

9) Ein Wasserrad hat auf der Zeichnung einen Durchmesser von 616 mm und eine Breite von 152 mm, welches sind die natürlichen Maße, wenn der Maßstab 1 : 12 ist?

10) Ein Steuerkatasterblatt ist im Maßstab 1 : 2500 gezeichnet, auf demselben ist ein Kirchdorf dargestellt. Die Länge der Kirche mit Chorbau ist 1,67 cm, die Länge derselben ohne Chor 1,32 cm, die Breite derselben 0,65 cm; die Länge des Schulhauses ist 0,66 cm, die Breite desselben vorn 0,40 cm und hinten 0,42 cm. Gieb das wirkliche Maß dieser Gebäude an?

11) Auf der Heyberger'schen Karte von Bayern, Württemberg, Baden und der Pfalz ist der Starnberger See 4,9 cm lang gezeichnet: welches ist seine wirkliche Länge, da der Maßstab der Karte 1 : 400 000 ist?

12) Die Vorderwand eines Hauses ist 12,70 m lang und 8,20 m hoch, nach welchem Maßstabe ist dieselbe gezeichnet, wenn die Zeichnung 12,7 cm lang und 8,2 cm hoch ist?

Praktische Regel: Dividiert man mit den Maßzahlen der Länge und Breite der Zeichnung in die entsprechenden Maßzahlen des gezeichneten Gegenstandes, so erhält man das zweite Glied des Verhältnisses.

13) Nach welchem Maßstabe ist eine 2,40 m hohe und 1,10 m breite Thür gezeichnet, wenn die Zeichnung 48 cm hoch und 22 cm breit ist?

14) Eine Riemenscheibe hat 900 mm Durchmesser und 230 mm Breite, der Durchmesser der Zeichnung beträgt 30 mm; nach welchem Maßstabe ist die Zeichnung angefertigt, und wie viel Millimeter beträgt die Breite auf der Zeichnung?

15) Welcher Maßstab ist für einen Lageplan gewählt, wenn ein 45 m langes und 33 m breites Grundstück auf demselben 9 cm lang und 6,6 cm breit dargestellt ist?

16) Das Gebäude einer Mühle ist 18,6 m lang und 12,6 m breit, auf der Zeichnung ist der Grundriß 55,8 cm lang und 37,8 cm breit; in welchem Maßstabe ist derselbe gezeichnet?

In den meisten Fällen ist jedoch kein Glied eines geometrischen Verhältnisses eine Eins. So sagt man z. B. die Querschnittsseiten des tragfähigsten Trägers verhalten sich wie 5 : 7.

In solchen Fällen werden aber der besseren Übersicht wegen beide Glieder möglichst klein ausgedrückt. Man sagt z. B. nicht, wenn A. 1875 ℳ und B. 2500 ℳ Einnahme hat, deren Einkünfte verhalten sich wie 1875 : 2500, sondern wie 3 : 4. Beide Zahlen haben das gemeinschaftliche Maß 625 und darum werden beide durch dasselbe geteilt.

17) Drücke folgende Verhältnisse so klein wie möglich aus, vermeide aber Brüche:

a. 28 : 35; b. 63 : 72; c. 54 : 126; d. 14 : 35; e. 78 : 91;
f. 369 : 1312; g. 833 : 1547.

(Siehe Abschnitt I. Aufgabe 107.)

Ferner pflegt man Brüche in einem geometrischen Verhältnisse zu vermeiden. Man sagt z. B. nicht, die Einkünfte des A. und B. verhalten sich wie $\frac{1}{4} : \frac{1}{3}$, sondern wie 3 : 4. Dies erreicht man, indem man den Zähler des einen Bruches mit dem Nenner des andern Bruches multipliziert. (Beweise die Richtigkeit.)

18) Drücke folgende Verhältnisse durch ganze Zahlen aus:
a. $^1/_6 : ^1/_{11}$; b. $^1/_9 : ^1/_5$; c. $^2/_3 : ^3/_4$; d. $^2/_5 : ^3/_{11}$; e. $^3/_8 : ^5/_{18}$; f. $^5/_{12} : ^{25}/_{48}$; g. $4^1/_2 : 6$; h. $25^5/_7 : 42^6/_7$.

19) A. hat jährlich 1500 ℳ Einnahme, B. dagegen 2240 ℳ. In welchem Verhältnis steht deren Einnahme?

20) 1 qm hochkantiges Ziegelpflaster erfordert 56 Mauerziegel, 1 qm flachkantiges aber nur 32 Stück. In welchem Verhältnis steht das Material?

21) Aus 1 hl Lehm kann $3^1/_3$ qm Lehmputz auf Wänden, oder $1^3/_7$ qm Lehmdecken oder 1 qm Windelboden hergestellt werden. Gieb das Materialverhältnis an.

22) Ist der untere Durchmesser einer Säule = 0,60 cm, so ist die Höhe bei einer toskanischen Ordnung 4,20 m, bei der dorischen Ordnung 4,80 m, bei der jonischen Ordnung 5,40 m, bei der korinthischen Ordnung 6 m. a. In welchem Verhältnis steht der Durchmesser zur Höhe in jedem einzelnen Falle? b. In welchem Verhältnisse stehen die Höhen dieser Säulen bei gleichem Durchmesser?

23) Man unterscheidet bei einer Säulenordnung das Postament, die Säule und das Gebälk. Ist nach der toskanischen Ordnung das Postament 2,1 m hoch, so ist die Säule 6,3 m und das Gebälk 1,575 m hoch. a. Stelle das Höhenverhältnis der drei Hauptstücke zu einander fest. b. Wie groß muß nach voriger Aufgabe der untere Durchmesser der Säule sein? c. Gieb die Höhe der drei Hauptstücke an, wenn der untere Durchmesser 0,84 m beträgt?

24) Eine 19,8 m lange Hausfront hat in der Mitte einen 4,4 m langen Risalit (Vorsprung); stelle das Verhältnis auf zwischen der Länge desselben und jedem der beiden gleichen rückliegenden Teile.

25) Bei einer Hausfront von 28,6 m Länge sind zwei Eckrisalite und ein Risalit in der Mitte angebracht. Würde die Teilung a. nach dem Zahlenverhältnisse 3 : 6 : 4 : 6 : 3, b. nach dem Zahlenverhältnisse 4 : 9 : 5 : 9 : 4 gemacht, wie lang würde in jedem Falle jede Vorlage und jeder zurückliegende Teil sein?

26) 7,30 hl Zement und 4,015 cbm Sand sind zusammen gemischt; welches ist das Mischungsverhältnis?

27) 1874 kostete 1 Tausend Ziegelsteine 42,50 ℳ, 1882 kostete dieselbe Sorte 25,50 ℳ. Stelle das Preisverhältnis auf.

28) Wenn ein Arbeiter in $5^1/_3$, ein anderer in $6^2/_5$ Tagen eine Arbeit vollendet, in welchem Verhältnisse steht beider Arbeitsleistung?

Ausrechnung: $\frac{1}{5^1/_3} : \frac{1}{6^2/_5}$, oder $^3/_{16} : ^5/_{32}$, oder 6 : 5.

29) Der Arbeitslohn für 70,25 cbm Fundamentmauerwerk aus lagerhaften Bruchsteinen beträgt 182,65 ℳ, für 54,5 cbm aus Mauerziegeln 152,60 ℳ. Gieb das Preisverhältnis pro Kubikmeter an.

30) A. hat in 27 Tagen 94,50 ℳ verdient, B. in 19 Tagen 47,50 ℳ. Stelle das Lohnverhältnis auf.

31) A. hat in diesem Jahre 33,5 Raummeter Brennholz mit 90,45 ℳ im vorigen Jahre 28,5 Raummeter mit 92,34 ℳ bezahlt. a. Stelle das Preisverhältnis für das Raummeter, b. das Warenverhältnis für eine Mark auf.

32) A. hat auf einer Holzversteigerung 48,2 Festmeter Nutzholz für 737,46 ℳ gekauft und später mit $^1/_6$ Gewinn wieder verkauft; B. hingegen

hat 36,5 Festmeter für 521,22 ℳ gekauft und mit $^1/_4$ Gewinn verkauft. Stelle das Verhältnis des Ein- und Verkaufspreises zwischen A. und B. auf.

Wenn die Glieder eines Verhältnisses große Zahlen sind, und dieselben sollen, trotzdem sie keinen gemeinschaftlichen Faktor haben, durch kleinere Zahlen ausgedrückt werden, so muß ein annäherndes Verhältnis gesucht werden. Es verhalten sich die Zahlen 48 und 65 etwa wie 3 : 4; 71 und 99 etwa wie 5 : 7.

33) Welches sind die annähernden Verhältnisse für: a. 46 und 91? b. 25 und 36? c. 44 und 76? d. 52 und 79?

Ist das eine Glied des Verhältnisses bedeutend größer als das andere, also ein Vielfaches desselben, so dividiert man das größere durch das kleinere und rechnet den Bruch für ein Ganzes, wenn er $^1/_2$ oder größer als $^1/_2$ ist, im andern Falle berücksichtigt man ihn nicht. Z. B. Es soll das annähernde Verhältnis zwischen 27 und 922 festgestellt werden. $922 : 27 = 34^4/_{27}$. Das annähernde Verhältnis ist demnach 1 : 34.

34) Welches ist das annähernde Verhältnis der Zahlen: a. 29 und 235? b. 62 und 384? c. 79 und 726? d. 183 und 832?

35) Zu einem Fachwerksbau betrugen laut Anschlag die Zimmerarbeiten mit Material 4584,13 ℳ, die Schlosserarbeiten mit Material 1097,04 ℳ. Stelle das annähernde Preisverhältnis zwischen beiden Arbeiten auf.

36) Eine Patent-Schraubenwinde bei 1400 kg Hebekraft kostet 34,00 ℳ, bei 10 000 kg Hebekraft 137,50 ℳ. Stelle das Verhältnis der Hebekraft und des Preises auf.

Sollte das annähernde Verhältnis, das nach der vorhin angegebenen Methode gefunden wird, nicht genügen, so verfährt man wie nachfolgende Beispiele zeigen.

Beispiel a. In welchem Verhältnisse stehen 23 und 99? $99 : 23 = 4^7/_{23}$ = ca. $4^1/_3$; das Verhältnis ist also: $1 : 4^1/_3$ oder 3 : 13.

b. In welchem Verhältnisse stehen 32 und 167? $167 : 32 = 5^7/_{32}$ = ca. $5^1/_4$. Das Verhältnis ist also: $1 : 5^1/_4$ oder 4 : 21.

37) Stelle in ähnlicher Weise das Verhältnis auf zwischen: a. 25 und 108; b. 112 und 731; c. 803 und 2677.

Sollten vorstehende Methoden noch nicht genügen, um ein annäherndes Verhältnis zwischen zwei größeren Zahlen zu finden, so verfahre, wie nachstehend an einem Beispiele gezeigt wird.

Ein preußischer Fuß ist (ungefähr) = 0,3139 m, es soll das Verhältnis des preußischen Fußes zum Meter in kleinen Zahlen möglichst genau ausgedrückt werden.

Man verfahre, wie in Abschnitt I gezeigt ist, um den größten gemeinschaftlichen Faktor für zwei Zahlen zu finden, also:

$$\begin{array}{r} 10000 : 3139 = 3 \\ 9417 \\ \hline 3139 : 583 = 5 \\ 2915 \\ \hline 583 : 224 = 2 \\ \text{usw.} \end{array}$$

Man betrachte die erhaltenen Quotienten als Nenner von Brüchen, deren Zähler = 1 ist, also $^1/_3$, $^1/_5$, $^1/_2$ usw. Der erste Bruch giebt schon ein annäherndes Verhältnis an, der preußische Fuß verhält sich also zum Meter wie 1 : 3. Addiert man aber den zweiten Bruch zum Nenner des ersten, also $\frac{1}{3 + ^1/_5} = \frac{1}{^{16}/_5} = {}^5/_{16}$, so erhält man ein genaueres Verhältnis, also 5 : 16. Addiert man nun den dritten Bruch zum Nenner des zweiten, also $\frac{1}{5 + {}^1/_2} = \frac{1}{{}^{11}/_2} = {}^2/_{11}$ und diesen Bruch zum Nenner des ersten Bruchs, also $\frac{1}{3 + {}^2/_{11}} = \frac{1}{{}^{35}/_{11}} = {}^{11}/_{35}$, so erhält man das Verhältnis wie 11 : 35. Jedes folgende Verhältnis ist genauer als das vorhergehende; jedoch wählt man für den praktischen Gebrauch das Verhältnis, was leicht verwendbar ist, aber doch auch nicht zu sehr von der Wahrheit abweicht. Von den vorstehenden Verhältnissen empfiehlt sich besonders das zweite 5 : 16, also $3^1/_5{}' = 1$ m.

38) Es soll das Verhältnis in kleineren Zahlen möglichst genau ausgedrückt werden zwischen: a. preuß. Morgen und Hektar (1 preuß. Morgen = 0,2553 ha); b. preuß. Scheffel und Hektoliter (1 preuß. Scheffel = 0,5496 hl); c. Durchmesser und Peripherie ($\pi = 3{,}14159$).

39) Eine Eisenbahn hat zwischen zwei Stationen folgende Steigungen: auf 0,5 km ist sie horizontal, auf 2,08 km hat sie 26 m, auf 0,819 km 9 m, auf 2,002 km 14 m. auf 0,75 km 3,75 m Steigung und auf 0,5 km ist sie wieder horizontal. Es sollen die Steigungen für jede Strecke in den üblichen Verhältniszahlen angegeben werden.

40) Eine Eisenbahn ist zwischen zwei Stationen auf 0,5 km horizontal, auf 1 km hat sie eine Steigung von 1 : 250, auf 1,001 km desgl. von 1 : 143, auf 0,75 km desgl. von 1 : 100, auf 3,003 desgl. von 1 : 91 und auf 0,650 km ist sie wieder horizontal. Wie viel Meter beträgt die Gesamtsteigung?

41) Eine Eisenbahn ist zwischen zwei Stationen 625 m horizontal, dann steigt sie 13 m bei einem Steigungsverhältnis von 1 : 125, desgl. 6 m bei 1 : 130, desgl. 8 m bei 1 : 143, desgl. 9,6 bei 1 : 116 und 526 m ist sie wieder horizontal. Wie lang ist die Eisenbahn zwischen den beiden Stationen?

42) Die Zahnradbahn auf den Drachenfels hat eine Gesamtsteigung von 220 m auf 1470 m Bahnlänge. Welches ist das durchschnittliche Steigungsverhältnis?

43) Die Zerkleinerung des Zementsteines bis zur Staubfeinheit ist die Hauptaufgabe des Zementfabrikanten. Die bisher übliche Art der Zerkleinerung war die Vermahlung, jetzt werden vielfach Rollmühlen angewandt. Kraft- und Kohlenersparnis der Rollmühle gegenüber dem Mahlgange sind bedeutend, wie aus folgenden erprobten Zahlen ersichtlich ist: 1. ein Mahlgang von 1500 mm Steindurchmesser leistet, wenn direkt niedergemahlen wird, mit 27 PS stündlich 500 kg; 2. ein Mahlgang von 1500 mm Steindurchmesser leistet, wenn gesiebt und der Überschlag zurückgeleitet wird, mit 33,5 PS stündlich 800 kg; 3. eine Rollmühle leistet unter den Bedingungen wie bei 2. mit 40 PS stündlich 1600 kg. a. In welchem Verhältnisse steht die Leistung pro 1 PS? b. In welchem Verhältnisse steht der Arbeitsaufwand für 1000 kg fertigen Zement?

Verbindet man zwei gleiche Verhältnisse durch ein Gleichheitszeichen, so erhält man eine **Proportion**. Z. B. 3 : 4 = 6 : 8 oder 12 : 3 = 8 : 2.

44) Welche Glieder nennt man Vorder- und Hinterglieder und welche äußere und innere?

Merke dir folgende Sätze:

I. In jeder Proportion ist das Produkt aus den äußeren Gliedern dem Produkte aus den inneren Gliedern gleich. Ist dies nicht der Fall, so ist die Proportion falsch.

45) Welche von nachstehenden Proportionen sind richtig und welche falsch?

a. $34 : 51 = 22 : 33$; b. $812 : 77 = 63 : 14$;
c. $84 : 65 = 24 : 15$; d. $323 : 285 = 221 : 195$.

II. Aus zwei gleichen Produkten bildet man eine Proportion, indem man die Faktoren des einen Produkts zu äußeren und die Faktoren des andern Produkts zu inneren Gliedern macht.

46) Bilde aus folgenden gleichen Produkten Proportionen:

a. $9 . 16 = 6 . 24$; b. $17 . 63 = 51 . 21$; c. $15 . 27 = 9 . 45$.

III. Wenn man alle Glieder, oder ein inneres und äußeres Glied mit einer gleichen Zahl multipliziert, oder durch solche dividiert, so bleibt die Proportion richtig.

47) Drücke folgende Proportionen durch möglichst kleine, aber ganze Zahlen aus:

a. $34 : 51 = 85 : 170$; b. $126 : 189 = 315 : 470$;
c. $27 : 45 = 78 : 130$; d. $51 : 91 = 102 : 182$.

48) Drücke folgende Proportionen durch die kleinsten ganzen Zahlen aus:

a. $1^1/_3 : 7 = 2^2/_3 : 14$; b. $3 : 1^2/_3 = 2^1/_4 : 1^1/_4$;
c. $2^1/_2 : 6^2/_3 = {}^1/_3 : {}^8/_9$; d. $16^2/_3 : 1^2/_3 = 2^6/_7 : {}^2/_7$.

IV. Sind von den 4 Gliedern drei bekannt, so läßt sich das vierte berechnen. Das unbekannte Glied bezeichne mit χ.

49. Es sind die drei ersten Glieder gegeben, suche das vierte:

a. 4, 9, 6; b. 14, 18, 21; c. $2^1/_2$, $3^3/_4$, $2^1/_3$.

Ausrechnung: $4 : 9 = 6 : \chi$, demnach $4\chi = 9 . 6$; $\chi = 13^1/_2$.

50) Es sind das erste, zweite und vierte Glied bekannt, suche das dritte:

a. 5, 17, 51; b. 9, 13, 91; c. 1, 75, 0, 95, 11,4.

51) Berechne die Höhe (h) eines Balkens, wenn sich die Querschnittsseiten (b : h) wie 5 : 7 verhalten und b = 17 cm mißt.

52) Desgleichen berechne die Breite (b), wenn h = 25 cm ist.

53) Berechne die kleinere Querschnittsseite eines Balkens, wenn sich dieselben wie 3 : 4 verhalten und die größere 18 cm mißt.

54) A. hat in einer gewissen Zeit 36,4 ℳ verdient. Wie viel beträgt der Lohn für B. in derselben Zeit, wenn sich der Stundenlohn des ersteren zu dem des letzteren wie 7 : 8 verhält?

55) A. hat in 8 Tagen 25,60 ℳ verdient. Wie viel wird B. in 13 Tagen verdienen, wenn sich deren Stundenlohn wie 4 : 5 verhält?

$$\left(\text{Ansatz: } \frac{25{,}60}{8} : \frac{\chi}{13} = 4 : 5.\right)$$

56) A. hat in 7 Tagen bei 35 ₰ Stundenlohn 24,50 ℳ verdient. Wie viel Stundenlohn hat B. erhalten, wenn er in 12 Tagen 50,40 ℳ verdient hat? (Die Arbeitszeit pro Tag ist bei beiden gleich.)

57) 1 cbm des comprimierten Straßenkörpers verhält sich zu dem Volumen einer zu dessen Herstellung erforderlichen, locker geschütteten Materialmenge wie 1 : 1,4. a. Wie hoch muß die lose Schüttung sein, wenn die comprimierte Decke der Straße 12 cm betragen soll? b. Wie hoch wird die comprimierte Decke, wenn die lose Schüttung 15 cm hoch ist? c) Wie viel cbm locker geschüttete Materialmenge ist pro km von 4,80 m

Breite erforderlich, wenn die comprimierte Decke 10 cm stark sein soll? Ansatz für a. $12 : \chi = 1 : 1{,}4$.

58) Nach den Bestimmungen der Heizversuchstation München verhält sich der Brennwert der Böhmischen Pechstückkohle, der Miesbacher Kohle und des Koks wie 1 : 0,688 : 1,201. a. Wie viel W.-E. enthalten demnach die Miesbacher Kohlen und der Koks, wenn der Heizwert der böhmischen Kohlen 6109 W.-E. beträgt? b. Wie teuer müßten demnach 100 kg Böhmische Pechstückkohle oder 100 kg Miesbacher Kohle sein, wenn 100 kg Koks 1,90 *M* kosten?

59) Es erzeugt 1 kg Steinkohle 7,5, 1 kg Koks 6,25, 1 kg Braunkohle 3,25, 1 kg Holz 3, 1 kg Torf 2,25 kg Wasserdampf. In welchem Verhältnisse steht darnach der Brennwert der genannten Brennmaterialien? Die Verhältniszahl für Steinkohle werde zu 100 angenommen. Ansatz $7{,}5 : 6{,}25 = 100 : \chi$; $\chi = 83{,}2$.

Bemerk. Der Brennwert des Koks ist demnach 0,832mal so groß als der der Steinkohle. Weshalb?

60) Ein Edisonbrenner von 16 N.-K. entwickelt 43 W.-E. in der Stunde, eine Petroleumlampe von gleicher Lichtstärke 597 und eine Gasflamme 845 W.-E. In welchem Verhältnisse steht die Wärmeentwickelung der drei Beleuchtungsarten, wenn die Verhältniszahl für die Gasflamme zu 100 angenommen wird?

61) Nach eingehenden Versuchen und Ermittelungen kostet die Pferdestärke pro Jahr zu 309 Arbeitstagen à 10 Stunden und bei einem Kohlenpreise von 17,50 *M* pro t bei einer Maschine von 5 PS 755 *M*, bei einer von 10 PS 470 *M*, bei einer von 20, 100, 500 und 3000 PS bezw. 315, 155, 110 und 80 *M*. Stelle die Preise für 1 PS in vorstehenden Fällen durch Verhältniszahlen dar. Die Verhältniszahl für den letzten Fall soll 100 sein.

Bemerk. Es ist vorteilhaft, wenn in großen Zentralanlagen die Kraft erzeugt und durch elektrische Kraftübertragung an kleinere Fabrikanten und Gewerbetreibende abgegeben wird.

62) Eine Lokomotive hat nach den Verhältnissen der Dampfmaschine eine Zugkraft von 10 200 kg, die Zugleistung derselben beträgt bei 20 km Geschwindigkeit in der Stunde:

Steigung	t	Steigung	t
0	2870	1 : 150	1130
1 : 1000	2380	1 : 120	950
1 : 350	1700	1 : 100	800
1 : 200	1320	1 : 80	700

a. In welchem Verhältnisse steht in den einzelnen Fällen die Zugkraft zu der Zugleistung? (In ganzen Zahlen anzugeben, die Verhältniszahl für die Zugkraft ist zu 1 anzunehmen.)
b. In welchem Verhältnisse steht die Zugleistung in den einzelnen Fällen zu einander? Die Verhältniszahl bei der horizontalen Bahn ist zu 100 anzunehmen.

63) Die Prüfungsstation für Baumaterialien an der Königl. Gewerbeakademie zu Berlin hat Druckprüfungen auf Ziegelsteine ausgeführt. Als Festigkeitscoefficient ergab sich für bessere Ziegelsteine 100, für gewöhnliche Ziegelsteine 80, für poröse Vollsteine 70 und für poröse Lochsteine 33. Die mittlere Druckfestigkeit betrug für die erste Sorte 258 kg pro qcm. Wie viel betrug demnach die Druckfestigkeit für die anderen Sorten?

64) Es soll ein Fahrstuhl angelegt werden, der 100 Fahrten täglich machen soll. Würde der Fahrstuhl betrieben: a. durch eine mittels Gasmotors betriebene Wasserpumpe, dann ist erforderlich eine Kraft von 5,7 PS. Die Dauer des Pumpens beträgt täglich 2,5 Stunden, der Gasmotor verbraucht für 1 PS-Stunde 0,9 cbm Gas à 16 ₰. b. Durch Wasser aus der städtischen Leitung. Der Wasserverbrauch beträgt für 1 Fahrt 955 l à cbm 15 ₰. c. Durch elektrische Kraftübertragung. Die täglichen Kosten betragen in diesem Falle 1,34 ℳ. In welchem Verhältnisse stehen die täglichen Kosten der drei Betriebe, wenn für den elektrischen Betrieb die Verhältniszahl 100 angenommen wird?

V. Abschnitt.

Der einfache Dreisatz.

§ 1. Der einfache Dreisatz mit direkten oder geraden Verhältnissen.

A. Multiplikationsdreisatz.

Aufgabe 1 bis 7 sind im Kopfe zu rechnen.

1) Ein Liter kostet 75 ₰; wie teuer ist 1 hl? Wie teuer sind: a. 3 hl? b. 30 hl? c. 6 hl? d. 600 hl?

2) Ein Gramm kostet 5 ₰; wie teuer ist 1 kg? Wie teuer sind: a. 3 kg? b. 25 kg?

3) 1 qm eines Bauplatzes kostet 2,25 ℳ, wie teuer ist 1 a? Wie teuer sind: a. 5 a? b. 15 a? c. 2,5 a? d. 13 a?

4) 1 lfd. m Holz zu gewöhnlichen Gebäuden zu verbinden, zu richten und die Eisenteile anzubringen, kostet 4 ₰; wie viel kosten: a. 100 m? b. 50 m? c. 250 m? d. 1000 m? e. 3500 m? f. 600 m? g. 123 m?

5) Für 1 qm glatten Wandputz wird 50 ₰ berechnet; wie viel demnach für: a. 36 qm? b. 89 qm? c. 112 qm? d. 563 qm?

6) Wenn 1 kg einer Ware 25 ₰ kostet, wie viel kosten dann: a. 4 kg? b. 32 kg? c. 72 kg? d. 116 kg? e. 26 kg? f. 63 kg? g. 115 kg? h. 439 kg?

7) Wenn 1 kg einer Ware 40 ₰ kostet, wie viel kosten dann: a. 6 kg? b. 18 kg? c. 10 kg? d. 40 kg? e. 46 kg? f. 7 kg? g. 37 kg?

8) 1 qm flaches Ziegelpflaster in Sand zu legen kosten einschl. Planieren des Sandes 45 ₰; wie viel wird demnach für die Pflasterung eines Kellers von 4,75 m Länge und 3,25 m Breite bezahlt?

9) 1 qm Fußboden kostet 3,50 ℳ. Wie teuer kommen demnach die Fußboden für 2 Zimmer à 4,60 m Länge und 5,40 m Tiefe, und für 3 Zimmer à 3,80 m Länge und 5,40 m Tiefe?

10) 1 cbm Bruchsteinmauerwerk erfordert 1,25 cbm regelmäßig aufgesetzte Bruchsteine, 1,40 l gelöschten Kalk und 280 l Sand; wie viel Material ist zu einer Mauer erforderlich, die 12,5 m lang, 1,20 m hoch und 0,45 m dick ist?

11) Wie viel kostet das Material zu dieser Mauer, wenn 1 cbm Bruchsteine 4,50 ℳ, 1 hl gelöschter Kalk 1,80 ℳ und 1 cbm Sand 3 ℳ kostet?

12) 1 steigendes Meter russisches Rohr von 16 cm □ erfordert, wenn alle Wangen $^1/_2$ Stein stark sind, 61 Steine, 21 l Kalk, 42 l Sand. Wie

teuer kommt ein 9,40 m hohes Rohr, wenn 1 Stein 3,6 ₰ kostet, Kalk und Sand wie Aufgabe 11 berechnet werden und an Arbeitslohn 1,20 ℳ für das steigende Meter bezahlt wird?

13) In einem Zimmer von 5,60 m Länge und 6,20 m Tiefe ist ein 95 cm hohes Paneel von 3 cm starkem Kiefernholze mit Sockel. Für Thüren und Öfen sind 4,75 lfd. m abzusetzen. Wie viel kostet das Paneel, wenn für das Quadratmeter anzufertigen und anzubringen mit Material 9,25 ℳ bezahlt ist?

14) Neben einer Dreschmaschine soll ein 12,4 m langer und 6,5 m breiter Raum mit 10—15 cm starken, sauber abgespitzten und rechtwinkelig besäumten Steinplatten auf einer 15 cm hohen Sandbettung in Kalkmörtel verlegt werden. Wie teuer kommt der Plattenbelag, wenn für das qm berechnet wird: 1 qm Steinplatten 4,80 ℳ, 0,15 cbm Sand à 3 ℳ, 0,08 hl Mörtel á 1,80 ℳ, Arbeitslohn 1,15 ℳ?

B. Divisionsdreisatz.

Aufgaben 15 bis 23 sind im Kopfe zu rechnen.

15) 1 a kostet a. 100 ℳ, b. 200 ℳ, c. 450 ℳ; wie viel kostet 1 qm?

16) 1 hl Kalk kostet a. 2 ℳ, b. 1,80 ℳ; wie viel kostet 1 l?

17) 1 kg kostet a. 10 ℳ, b. 20 ℳ, c. 5 ℳ, d. 45 ℳ; wie viel kostet 1 g?

18) Für 1 ℳ bekommt man 1 kg; wie viel für einen ₰?

19) Das Hundert Latten kostet 33 ℳ; wie viel kostet 1 Stück?

20) Das Hundert Rüstbäume kostet a. 90 ℳ, b. 160 ℳ, c. 240 ℳ, d. 308 ℳ; wie viel kostet 1 Stück?

21) 1 hl verlängerter Zementmörtel kostet 3,80 ℳ; wie viel kosten a. 50 l? b. 25 l? c. 75 l? d. 10 l? e. 5 l? f. 30 l? g. 45 l?

22) 100 Rüstbäume wurden für 250 ℳ eingekauft und für 320 ℳ wieder verkauft: wie viel wurde am Stück gewonnen?

23) 1 hl einer Ware kostet 72 ℳ; wie viel kosten a. 10 l? b. 5 l? c. $2\frac{1}{2}$ l? d. 25 l? e. $12\frac{1}{2}$ l? f. $33\frac{1}{3}$ l? g. $16\frac{2}{3}$ l?

24) Der Maurermeister A. hat bei einem Neubau 375 cbm Erde ausheben und bis 50 m verkarren lassen und dafür 300 ℳ berechnet; wie viel hat er für das cbm gerechnet?

25) Derselbe hat für ein 6,5 m langes und 2,25 m breites Kappengewölbe mit Hintermauerung an Material 1050 Stück Ziegelsteine, 410 l Kalk und 820 l Sand berechnet; wie viel Material hat er für das qm, flach gemessen, gerechnet? (Auf Ganze abzurunden.)

26) Ein Tischlermeister erhält an Arbeitslohn für die Herstellung zweier Fußböden von gleicher Größe einschl. Nägel 76,23 ℳ. Für den einen erhält er für das qm 1,50 ℳ, für den zweiten, weil derselbe sauberer auszuführen ist, 1,80 ℳ. a. Wie viel Quadratmeter hält jeder Fußboden? b. Wie lang ist jeder bei einer Breite von 4,2 m?

27) Der Besitzer eines Kalkofens sendet dem Maurermeister A. drei Wagen mit Kalk. Auf dem ersten sind 23,20 hl, auf dem zweiten 5,75 hl weniger, als auf dem ersten, und auf dem dritten 9,65 hl mehr, als auf dem zweiten. Er bekommt dafür 81,30 ℳ; wie viel kostet ein Scheffel?

28) B. kauft ein Fuder Kohlen, welches mit Wagen 58 Ztr 8 kg wiegt, für 31,32 ℳ. Wie viel hat der Wagen gewogen, wenn der Ztr Kohlen mit 72 ₰ berechnet ist?

29) Der Tischlermeister A. hat zu einem Gebäude 465 qm Fußböden

von 4 cm starken Dielen zu liefern. Er will die Bretter aus Sägeblöcken, die 6 m lang sind, schneiden lassen. Wie viel Blöcke muß er schneiden lassen, wenn er aus einem Block 6 Bretter von durchschnittlich 27 cm Breite erhält?

30) Zwölf Gesellen und 4 Handlanger haben in 19 Tagen 785,84 ℳ verdient; wie viel haben ein Gesell und ein Handlanger täglich verdient, wenn 2 Gesellen so viel wie 3 Handlanger erhalten?

31) 9 Gesellen, 2 Handlanger und 3 Lehrlinge haben für eine gewisse Zeit zusammen 354 ℳ Arbeitslohn erhalten. Jeder Gesell hat täglich 2,50 ℳ, jeder Handlanger 1,70 ℳ und jeder Lehrling 1,20 ℳ verdient. Wie viel Tage haben sie gearbeitet?

32) 6 Gesellen und 2 Handlanger haben in einer Woche 118,83 ℳ verdient. 3 Handlanger erhalten so viel Lohn wie 2 Gesellen, ein Gesell hat $2^1/_2$ Tage, ein zweiter $1^1/_2$ Tag und ein Handlanger $1^3/_4$ Tag die Arbeit versäumt. Wie viel haben ein Gesell und ein Handlanger täglich verdient?

33) An einer 13,90 m langen Giebelwand eines Fachwerksgebäudes sind 12 Ständer von 15 cm Stärke; wie weit stehen dieselben von einander entfernt? 1,10

C. Der wirkliche Dreisatz.

Die Regeldetrie, die Regel von drei Gliedern oder die Regel des Dreisatzes, lehrt aus drei gegebenen Größen eine vierte unbekannte Größe berechnen. Bei den bei weitem meisten Rechnungsarten, die im praktischen Leben vorkommen, z. B. bei der Zins-, Rabatt-, Diskonto-, Gewinn- und Verlustrechnung usw. ist dies ebenfalls der Fall; der Dreisatz umfaßt also den größten Teil des praktischen Rechnens. Da jedoch die genannten Rechnungsarten von außerordentlicher Wichtigkeit sind, so sollen dieselben in besonderen Abschnitten behandelt werden. In diesem Abschnitte soll der Dreisatz nur mehr im allgemeinen behandelt werden, er soll gleichsam nur als Mittel betrachtet werden, das uns in den Stand setzt, die im praktischen Rechnen vorkommenden Aufgaben zu lösen. Die Dreisatzrechnung ist darum von großer Bedeutung und eine gründliche Übung derselben sehr zu empfehlen. Es wird genügen, wenn bei der größeren Zahl von Aufgaben nur der Ansatz gemacht wird; denn die weitere Ausrechnung bietet wenig Abwechselung und darum auch wenig Förderung.

Nenne aus Aufgabe 36, 37, 46 und 47 die drei gegebenen Größen.

Von den drei gegebenen Größen müssen zwei gleichnamig sein und ebenfalls die dritte bekannte und die unbekannte Größe. Diese dritte Größe wird, weil sie der unbekannten Größe die Benennung giebt, die Hauptgröße genannt.

Nenne aus Aufgabe 36 bis 42 die Hauptgröße.

Jede Aufgabe besteht aus einem Frage- und Bedingungssatze.

Welches sind in den Aufgaben 36 bis 42 die Frage- und Bedingungssätze?

In welchem Satze ist die Hauptgröße enthalten?

Es giebt verschiedene Methoden zur Lösung von Dreisatz-Aufgaben. Nachstehend folgen einige, die an Beispielen klargelegt werden sollen.

I. Methode. Beispiel: Wie viel kosten 19 Raumeter Brennholz, wenn man für 13 ℳ 4 Raumeter erhält?

Schreibe die Aufg.: ? ℳ 19 Rm.,
für 13 „ = 4 „ .

Ansatz: $\frac{13 \text{ ℳ} \,.\, 19}{4} = \quad ?$

Sprich: 1 Raummeter kostet den 4. Teil von 13 ℳ ($^{13}/_{4}$), 19 Rm. kosten 19 mal so viel.

Regel: Schreibe die Hauptgröße über den Bruchstrich, schließe dann durch die zweite Größe des Bedingungssatzes auf die Einheit und durch die Größe des Fragesatzes auf die Mehrheit.

Löse folgende Aufgaben:

34) Wie viel kosten 13 m, wenn 8 m 21 ℳ kosten?

35) Wie viel Mark sind 763 schwed. Kronen, wenn 8 schwed. Kronen 9 ℳ sind?

36) Wie viel verdienen 13 Arbeiter, wenn 9 Arbeiter 19,80 ℳ verdienen?

37) Wie viel qm Rapp-Putz auf Mauern können 11 Gesellen in einem Tage herstellen, wenn 4 Gesellen 112 qm in einem Tage herstellen?

II. Methode. Da die Hauptgröße durch die eine der beiden andern Größen dividiert und mit der anderen multipliziert werden muß, so braucht man nur zu untersuchen, ob das Resultat größer oder kleiner werden muß als die Hauptgröße. Ist ersteres der Fall, so dividiert man durch die kleinere und multipliziert mit der größeren der beiden übrigen Zahlen; im zweiten Falle dividiert man durch die größere und multipliziert mit der kleineren der beiden übrigen Zahlen.

Beispiel: Ein Bauunternehmer hat für seine 5 Pferde in einem Jahre 186 hl Hafer gekauft. Wie viel Hafer muß er für ein Jahr kaufen, wenn er 7 Pferde halten will?

Ausrechnung: Er muß mehr Hafer kaufen, es muß also die Hauptgröße 186 hl durch 5 dividiert und mit 7 multipliziert werden.

Also Ansatz: $\frac{186 \text{ hl} \cdot 7}{5} = ?$

Löse folgende Aufgaben:

38) Wie viel hannoversche Himten sind 143 hl, wenn 5 hl 16 Ht. sind?

39) Wie viel kostet das Material für 65 cbm Kalkmörtel, wenn dasselbe für 18 cbm 111,6 ℳ gekostet hat?

40) Ein Bauunternehmer will ein Haus von 182 qm bebauter Grundfläche für 28574 ℳ ausführen. Wie viel würde ein Haus von 169 qm bebauter Grundfläche bei demselben Einheitspreise pro qm Grundfläche kosten?

III. Methode. Vielfach ist es auch üblich, eine Proportion aus den 4 Größen zu bilden.

Beispiel: Wie viel kosten 125 kg, wenn 6 kg 11 ℳ kosten?

Ausrechnung: Man kann den Schluß bilden, wie sich die Menge der Ware verhält, so verhält sich auch der Preis für die Ware. Es ergiebt sich also die Proportion: $125 : 6 = x : 11$ oder $6 : 125 = 11 : x$,

demnach $x = \frac{11 \cdot 125}{6} = ?$

Löse folgende Aufgaben:

41) Wie viel qm buchene Riemen können aus 72 cbm Rundholz geschnitten werden, wenn aus 38,5 cbm derselben Art 1000 qm geschnitten sind?

42) Wie viel Betonmasse ist zu einer Mauer von 47 cbm Inhalt erforderlich, wenn zu einer Mauer von 38 cbm Inhalt 49,4 cbm Betonmasse erforderlich war?

43) Wie viel cbm Lehm sind zu 265 qm Windelboden erforderlich, wenn zu 378 qm 39 cbm verwandt sind?

44) Es haben 7 Arbeiter in einer gewissen Zeit 64,50 *M* verdient; wie viel Lohn werden 11 Arbeiter bei demselben Stundenlohne in derselben Zeit erhalten?

Bemerk.: Da diese Methode etwas umständlicher als die beiden ersten ist, so verdienen erstere den Vorzug. Später soll noch gezeigt werden, daß sich leicht Irrtümer bei der Bildung von Proportion einschleichen können, die bei den ersten Methoden nicht so leicht möglich sind. Bei Aufgaben, wie sie in Abschnitt IV vorkommen (Aufg. 51 bis 61), bei denen es besonders auf Verhältnisse ankommt, ist die Bildung einer Proportion am Platze. Übrigens können derartige Aufgaben auch nach den beiden ersten Methoden gerechnet werden. Z. B. Aufg. 59, Abschnitt IV.

a. Nach der ersten Methode.

Verhältniszahl 100 bei 7,5 kg

? „ 6,25 „

Ansatz: $\frac{100 \,.\, 6{,}25}{7{,}5} = ?$

Sprich: Entwickelte die Kohle nur 1 kg Wasserdampf, so erhält man die Verhältnisz.: $\frac{100}{7{,}5}$, bei 6,25 kg Wasserd. $= \frac{100 \,.\, 6{,}25}{7{,}5}$

b. Nach der zweiten Methode. Schlußfolgerung: Je weniger Wasserdampf das Brennmaterial erzeugt, desto kleiner ist die Verhältniszahl. Es muß also 100 durch die größere der beiden übrigen Zahlen dividiert und mit der kleineren multipliziert werden.

Folgende Regeln sind noch zu beachten:

I. Wenn der Zahlenansatz gemacht ist, so werden, wenn im Zähler und Nenner gleiche Faktoren sind, diese gegenseitig gehoben. (Siehe Bruchrechnung.)

Beispiel: Wie viel kosten 35 m, wenn 56 m 67 *M* kosten?

Ausrechnung: $\frac{67\,\mathcal{M} \,.\, 35}{56} = \frac{67 \,.\, 5}{8} = ?$

Löse folgende Aufgaben:

45) Wie viel kosten 45 kg, wenn 25 kg 132 *M* kosten?

46) 24 Arbeiter haben 345 *M* verdient, wie viel würden demnach 28 Arbeiter in derselben Zeit verdienen?

II. Kommen Brüche, besonders gemeine Brüche, vor, so schaffe diese fort.

Beispiel: Wie viel kosten $3^1/_3$ Dutzend, wenn $4^1/_2$ Dutzend 8,64 *M* kosten?

Ausrechnung: $\frac{8{,}64\,\mathcal{M} \,.\, 3^1/_3}{4^1/_2} = \frac{864 \,.\, 10 \,.\, 2}{100 \,.\, 3 \,.\, 9} = \frac{32 \,.\, 2}{10} = 6{,}4\,\mathcal{M}.$

Löse folgende Aufgaben:

47) Wie viel kosten $8^3/_5$ Schock, wenn $2^2/_3$ Schock $6^2/_5$ *M* kosten?

48) Wie viel kosten $3^3/_4$ Gros, wenn $1^2/_3$ Gros 9,8 *M* kosten?

49) Ein in gleichförmiger Bewegung sich befindender Dampfwagen durchläuft in $1^7/_{10}$ Stunden $52^3/_8$ km; wie viel Zeit gebraucht er, um $2^1/_2$ km zu durchlaufen?

III. Kommen in einer Aufgabe verschiedene Benennungen vor, z. B. kg und g, m und cm, Gros und Dutzend usw., so verwandelt man die höheren Einheiten in niedere, oder die niederen Einheiten in höhere. Letzteres gewährt nur dann einen Vorteil vor dem ersteren, wenn man Brüche bekommt, die sich heben lassen.

Beispiele: a. 7 Gros 2 Dutzend 3 Stück kosten 25 *M* 20 *₰*; wie viel kosten demnach 15 Gros 6 Dutzend 8 Stück?

Ausr.: 7 Gros 2 Dtz. 3 St. = $7\frac{3}{16}$ Gros;
15 „ 6 „ 8 „ = $15\frac{5}{9}$ „ ; 25 ℳ 20 ₰ = $25\frac{1}{5}$ ℳ od. = 25,20 ℳ.

$$\frac{25\frac{1}{5}\,ℳ \cdot 15\frac{5}{9}}{7\frac{3}{16}} = ?$$

b) Für 3 Gros 5 Dutzend 7 Stück zahlt man 88 ℳ 63 ₰; wie viel für 12 Gros 8 Dutzend 5 Stück?

Ausr.: 3 Gros 5 Dtz. 7 St. = 499 St.;
12 „ 8 „ 5 „ = 1829 St.; 88 ℳ 63 ₰ = 88,63 ℳ.

$$\frac{88{,}63\,ℳ \cdot 1829}{499} = ?$$

Löse folgende Aufgaben:

50) 7 Ries 10 Buch kauft man für 46 ℳ 30 ₰; wie viel kosten 2 Ballen 3 Ries 15 Buch?

51) Für 141 ℳ 31 ₰ kauft man 76 ℔ 350 g; wie viel wird man für 7 Ztr 88 ℔ 250 g bezahlen müssen?

52) Ein Papierhändler will aus 7 Neuries 6 Buch Papier 114,95 ℳ lösen; wie teuer darf er 8 Buch verkaufen?

53) 63 ℔ 12 Unzen kosten in England 5 L 2 sh 4 d; wie hoch kommen 37 Ztr 56 ℔? (1 Ztr = 112 ℔; 1 ℔ = 16 Unzen; 1 L = 20 sh; 1 sh = 12 d.)

54) Früher rechnete man nach Thalern = 30 Silbergroschen à 12 Pfg. Wie viel Reichsmünze sind 15 Thaler 18 Silbergroschen 5 Pfg., wenn $\frac{1}{3}$ Thaler = 1 ℳ ist?

55) Die Fracht für 73 t 12 Ztr 36 kg betrug 920 ℳ 45 ₰. a. A. erhielt davon 39 t 15 Ztr 30 kg; wie viel Fracht mußte er bezahlen? b. B. mußte 175,60 ℳ Fracht zahlen; wie viel Ware erhielt er? c. C. erhielt den Rest der Ware; wie viel erhielt er und wie viel Fracht mußte er zahlen?

56) 29 Ztr $72\frac{1}{2}$ ℔ Ware kosten 1189 ℳ. A. erhielt davon 11 Ztr $50\frac{3}{4}$ ℔, B. mußte 480 ℳ zahlen, C. erhielt den Rest. a. Wie viel mußte A. zahlen? b. Wie viel Ware erhielt B.? c. Wie viel Ware erhielt C., und wie viel mußte er zahlen?

IV. Haben die beiden Größen, die eine gleiche Benennung haben müssen, eine verschiedene Benennung, z. B. km und m, oder ℳ und ₰, so müssen sie auf gleiche Benennung gebracht werden.

Beispiel: Wie viel kosten 375 g, wenn 18 kg 75 ℳ kosten?

Ansatz: $\frac{75\,ℳ \cdot 0{,}375}{18} = ?$ Oder: $\frac{75\,ℳ \cdot 375}{18\,000} = ?$

Löse folgende Aufgaben:

57) Welche Strecke hat nach Aufgabe 49 der Dampfwagen in 15 Minuten durchlaufen?

58) Die von A. nach B. gleichmäßig ansteigende Landstraße ist $6\frac{3}{8}$ km lang und steigt auf 100 m $3\frac{1}{4}$ m; wie viel liegt B. höher als A.?

59) An derselben Landstraße liegt der Ort C., der von A. $\frac{7}{8}$ km weiter entfernt liegt als von B.; wie viel liegt B. höher als C.?

60) Die von D. nach E. führende Landstraße ist 5,744 km lang und steigt gleichmäßig 93,34 m; wie viel beträgt die Steigung pro 100 m?

Löse noch folgende Aufgaben nach einer der drei Methoden:

61) Mittels einer Dampfmaschine von 8 Pferdestärken werden in einer gewissen Zeit 325 hl Wasser ausgepumpt; wie viel Hektoliter Wasser können mittels einer Dampfmaschine von 11 Pferdestärken in derselben Zeit auf dieselbe Höhe gepumpt werden?

62) Eine Dampfmaschine von 21 Pferdestärken kann in einer gewissen Zeit 300 hl Wasser auspumpen; wie viel Pferdestärken muß eine Maschine haben, wenn dieselbe in derselben Zeit 240 hl auf dieselbe Höhe auspumpen soll?

63) Mittels einer Dampfmaschine von 20 Pferdestärken wird ein gewisses Quantum Wasser auf eine Höhe von 150 m gepumpt; wie viel Pferdestärken müßte die Dampfmaschine haben, wenn sie dasselbe Quantum Wasser auf eine Höhe von 225 m pumpen sollte?

64) Bei den folgenden Städten ist angegeben, wie viel pariser Fuß sie über dem Meere liegen. Berechne deren Höhe in m, wenn 13 m = 40 pariser Fuß sind: a. Berlin 113'. b. Hannover 240'. c. Holzminden 300'. d. Göttingen 412'. e. München 1626'. f. Wien 451'. g. Quito in Südamerika 8943'.

65) Der Turm des Straßburger Münsters ist $437^1/_5$ alte pariser Fuß hoch; wie viel Meter sind dies? 1 par. Fuß = 0,3248 m.

66) Der Turm der St. Stephanskirche in Wien hat eine Höhe von 436,6' österr.; wie viel Meter sind dies? 1' österr. = 0,3161 m.

67) Die St. Pauluskirche in London hat eine Länge von 480' engl., der Durchmesser der Kuppel beträgt 105' und die Höhe 221,7'; wie viel betragen diese engl. Maße nach unserm Maße? 1' engl. = 0,3048 m.

68) Die St. Genovefakirche (Pantheon) in Paris hat eine Länge von 340 pariser Fuß und eine Breite von 250', der Durchmesser der Kuppel beträgt $62^2/_3$', die ganze Höhe 340'. Verwandle die Maße in Meter.

69) Die Spurweite der meisten Eisenbahnen beträgt 4' 8'' 6''' engl. Wie viel Meter sind dies? 1' = 12'' à 12'''.

70) Ein auf einer wagerechten Ebene senkrecht stehender Stab von 1,30 m Länge wirft einen Schatten von 3,25 m Länge, der Schatten eines auf derselben Ebene befindlichen Turmes ist zu derselben Zeit $69^3/_4$ m lang; wie hoch ist der Turm?

71) Wie lang würde nach voriger Aufgabe der Schatten eines 43,36 m hohen Turmes sein?

72) Nach der Statistik wog ein Fünfzigpfennigbrot in Berlin 1887 = 2,42 kg, 1888 = 2,36 kg, 1889 = 2,02 kg und 1890 = 1,84 kg. a. Wie viel betrug darnach die Ausgabe pro Kopf in jedem dieser Jahre, wenn man den Brotverbrauch auf 180 kg im Durchschnitt rechnet? b. Wie viel betrug die Ausgabe für die ganze Bevölkerung Deutschlands, zu rund 50 Millionen gerechnet, im Jahre 1890 mehr gegen jedes der drei vorhergehenden Jahre?

73) Die Wasserfracht von Ruhrort bis Mannheim-Ludwigshafen (= 325 km) beträgt für die „Karre" (= 34 Ztr Kohlen) durchschnittlich 0,90 ℳ. Wie viel Einnahme würde ein Dampfer nach diesem Frachtsatze haben, wenn derselbe mit Anhang 2000 t beförderte?

74) Der billigste Eisenbahn-Frachtsatz für Kohlen beträgt 1,18 ₰ für 1 tkm. Wie viel würde nach voriger Aufgabe die Eisenbahnfracht für 2000 t betragen?

75) Nach wissenschaftlichen Untersuchungen enthält unter 100 Teilen

	Eiweiß	Fett	Stärkemehl
Russischer Weizen	16,36	2,08	64,73 Teile
Land- "	12,81	2,24	69,94 "
Engl. "	9,75	1,83	66,84 "

Nimmt man, wie Fachmänner das thun, ein Wertverhältnis zwischen Eiweiß : Fett : Stärkemehl = 5 : 3 : 1 an, so erhält man die Nährwert-Einheiten jeder Weizensorte, wenn man den Gehalt an Eiweiß mit 5, den an Fett mit 3 und den an Stärkemehl mit 1 multipliziert und diese Produkte addiert. a. Wie viel Nährwert-Einheiten hat demnach jede der drei Weizensorten? b. In welchem Verhältnis steht der Preis einer Nährwert-Einheit der drei Weizensorten zu einander, wenn 1000 kg der drei Weizensorten bezw. 140, 135 und 130 ℳ kosten? c. Wie viel müßten 1000 kg russischer Weizen und desgl. 1000 kg Landweizen kosten, wenn der engl. Weizen mit 130 ℳ bezahlt wird und die Nährwert-Einheiten jener Sorten nach dem Preise der Nährwert-Einheiten dieser Sorte bezahlt würden? d. Wie teuer müßten unter denselben Umständen 1000 kg Landweizen oder 1000 kg englischer Weizen sein, wenn 1000 kg russischer Weizen 140 ℳ kosten?

76) Nach wissenschaftlichen Untersuchungen enthält unter 100 Teilen

	Eiweiß	Fett	Stärkemehl
Hafer	9	4,7	43,3 Teile
Mais	8,4	4,8	60,6 "
Heu	5,4	1	41 "
Stroh	0,8	0,4	35,6 "

a. Wie viel Nährwert-Einheiten hat jede der vier Futtersorten?
b. Wie teuer müßten die drei ersten Futtersorten sein, wenn 50 kg Stroh 3 ℳ kosten?

77) In welchem Verhältnisse steht der Nährwert a. der drei Weizensorten nach Aufgabe 75, wenn die Verhältniszahl für russischen Weizen zu 100, b. der vier Futtersorten nach Aufgabe 76, wenn die Verhältniszahl für Hafer zu 100 angenommen wird?

78) Jemand kauft $16\frac{1}{2} + 15\frac{1}{4} + 18\frac{1}{8}$ kg und giebt für $1\frac{3}{4}$ kg 2,80 ℳ. Wie viel ist der Betrag?

79) Ein Steinbruchbesitzer kauft 2 Pferde zu 1575 ℳ; da er dem Verkäufer die Steinplatten zu einem Satteldach, dessen Dachflächen je 18,25 m lang und 9,20 m breit sind, geliefert hat und den Betrag dafür abzieht, so zahlt er nur 1050 ℳ aus. a. Wie viel „Fuder", jedes 8 qm deckend, hat er geliefert? b. Wie hoch ist das Fuder gerechnet?

80) Zwei Schlosser kaufen zusammen für 1175 ℳ Stabeisen, 50 kg zu 12,50 ℳ; B. giebt 62,50 ℳ mehr aus als A. a. Für wie viel Mark kauft jeder? b. Wie viel kg erhält jeder?

81) Die Schlossermeister A. und B. erhalten aus England $4\frac{7}{8}$ t Stabeisen. Sie müssen für das Eisen 50 L 13 sh 4 d und an Unkosten 100,11 ℳ zahlen. a. Wie viel Mark kostet das Eisen, wenn 5 L = 100,50 ℳ sind? b. Wie viel Eisen erhält jeder, wenn A. 112,5 ℳ mehr als B. zahlt? c. Wie viel kosten 50 kg?

82) Vier Maurergesellen haben im Akkord 398 qm Bruchsteinmauerflächen vor dem Vermauern hammerrecht bearbeitet. A. hat an Arbeitslohn 74,80 ℳ, B. 63,40 ℳ und C. 90,20 ℳ erhalten; D. hat 112,50 qm

bearbeitet. Wie viel qm hat jeder der drei ersten hergerichtet, und wie viel Lohn hat D. bekommen?

83) Wie viel Grad (⁰) sind:

a. 15⁰ (die gesundeste Zimmerwärme) $18\frac{1}{2}$⁰, $23\frac{1}{2}$⁰ Reaumur nach Celsius und Fahrenheit? (Berücksichtige, daß der Nullpunkt bei Fahrenheit = + 32⁰ ist und daß 4⁰ Reaumur = 5⁰ Celsius = 9⁰ Fahrenheit sind.)

b. 18⁰, $28\frac{3}{4}$⁰ Celsius nach R. und F.?

c. 75⁰, $95\frac{3}{4}$⁰ Fahrenheit nach R. und C.?

d. Bei einer Dampfmaschine wird die Temperatur des Speisewassers zu 105⁰ F. und die Heizgase zu 350⁰ F. gemessen. Wie viel Grad sind dies nach R. und C.?

In Frankreich teilt man den Kreis in 400⁰ à 100′ (Minuten) à 100″ (Sekunden), in Deutschland in 360⁰ à 60′ à 60″.

84) Wie viel Grad, Minuten und Sekunden nach französischer Einteilung sind demnach: 1⁰, 60⁰, 90⁰, 15⁰ 30′, 60⁰ 20′ 30″ nach unserer Einteilung?

85) Wie viel Grad, Minuten und Sekunden nach unserer Einteilung sind demnach: 1⁰, 45⁰, 60⁰, 90⁰, 63⁰, 37⁰ 45′, 20⁰ 10′ 10″ nach französischer Einteilung?

Unter einer Pferdestärke (PS) versteht man die Kraft, welche erforderlich ist, um 75 kg in 1 Sek. 1 m hoch zu heben.

86) Wie viel mkg (Meter-kg) leistet eine Maschine von 1 PS a. in 1 Minute? b. in 1 Stunde? c. in 9 Stunden 14 Minuten 10 Sekunden?

87) Wie viel mkg leistet eine Maschine von $2\frac{1}{3}$ PS in 3 Tagen à 10 Std., 4 Std. und 15 Min.?

88) Wie viel PS hat eine Maschine, wenn sie in der Sek. a. 300 mkg, b. 745 mkg leistet?

89) Wie viel PS hat eine Maschine, wenn sie a. in 10 Std. 7 200 000 mkg, b. in 6 Std. 15 Min. 25 Sek. 3 941 875 mkg leistet?

90) Wenn ein Infanterist, dessen Körpergewicht zu 70 kg und dessen Belastung durch Kleidung, Tornister und Waffen zu 30 kg anzunehmen ist, bei der horizontalen Fortbewegung des Gesamtgewichts von 100 kg mit der normalen Marschgeschwindigkeit von 1,33 m in der Sek. nach Rühlmann eine sekundliche Arbeit von 29 mkg geleistet, a. wie viel PS leistet er dann rund? (Nimm 30 mkg an.) b. Wie viel mkg leistet er dann bei dreistündigem Marsche?

91) Die tägliche Arbeitsleistung eines Menschen beträgt nach Angaben von Fachmännern im Maximum an der Kurbel 352 000 (nach Rühlmann nur 288 000), beim Bergsteigen 328 000 und beim Treppensteigen 280 800 mkg. a. Wenn die sekundliche Arbeit in diesen drei Fällen gleich der nach voriger Aufgabe wäre, wie lang wäre dann die wirkliche Arbeitszeit? b. Wie groß wäre die sekundliche Arbeitsleistung, wenn die Arbeitszeit zu 10 Std. angenommen würde? c. Wie viel PS würde nach b. die Arbeitsleistung betragen?

92) Wie viel mkg beträgt die mittlere tägliche mechanische Nutzleistung eines Arbeiters bei 10stündiger Arbeitszeit, wenn die Sekundenleistung zu 6 mkg angesetzt werden darf und wenn ferner von der Arbeitszeit im Mittel $\frac{2}{5}$ zum Ausruhen und zum Sammeln frischer Kräfte abzusetzen sind?

93) Berechne nach voriger Aufgabe a. wie viel PS ein Arbeiter leistet, b. wie viel Arbeiter rund 1 PS leisten.

94) Berechne nach voriger Aufgabe den Widerstand in mkg, welchen nachstehend aufgeführte Erdmassen der Lösung aus ihrem gewachsenen Zustande entgegenstellen. Es beansprucht milder Stichboden 0,08, schwerer Stichboden 0,12, milder Hackboden 0,16 und schwerer Hackboden 0,2 Tagewerke.

95) Berechne desgleichen den Gesamtwiderstand in mkg, den nachstehende Gesteine der Loslösung entgegen setzen. Bei Lösung von Steinmassen verwendet man häufig Sprengstoffe. Angenommen es würde Dynamit Nr. 1 verwandt, dessen Nutzleistung rd. 75 000 mkg für 1 kg beträgt. Es erfordert: Festes Gestein im Mittel 0,7 Tagewerke und 200 g Dynamit, sehr festes Gestein im Mittel 1 Tagewerk und 300 g Dynamit und höchst festes Gestein im Mittel 1,6 Tagewerke und 500 g Dynamit.

96) Stelle das Verhältnis des Widerstandes der in den beiden vorangehenden Aufgaben aufgeführten Bodenarten untereinander fest. Die Verhältniszahl für milden Stichboden soll zu 100 angenommen werden.

97) Eine Wasserkraft hat in der Sek. 300 l Zufluß und 3,40 m Gefälle. Wie groß ist die Wasserkraft in PS ausgedrückt? Da 1 l Wasser 1 kg wiegt, so vermag 1 l frei fallendes Wasser 1 kg so hoch zu heben, als es fällt; es ist also 1 l frei fallendes Wasser, das 1 m fällt, gleich 1 mkg zu rechnen.

Regel: Um die Wasserkraft eines Triebwerks in PS zu finden, hat man die sekundliche Durchflußmenge in Litern mit dem Gefälle des Triebwerks in Metern zu multiplizieren und das Produkt durch 75 zu dividieren. Ansatz: $\frac{300 \cdot 3{,}40}{75}$.

98) Die Wassermenge des Niagara wird auf 7500 cbm in der Sek. geschätzt, die Höhe des Wasserfalls beträgt 48,76 m. Wie viel PS hat die Wasserkraft?

99) Ein kleines Gebirgsbächlein liefert in der Std. 126 cbm Wasser, das Gefälle läßt sich auf 7,5 m Höhe bringen. Wie viel PS hat die Wasserkraft?

100) An einem Bache mit viel Wasser und starkem Gefälle soll eine Mühle angelegt werden, wozu 40 Pferdestärken nötig sind, der Bach führt durchschnittlich 2,84 cbm Wasser in der Sek. zu; wie groß muß das Gefälle sein?

Regel: Man findet das Gefälle in Metern, wenn man die Anzahl der PS mit 75 multipliziert und durch die Durchflußmenge (in der Sek. in Litern) dividiert. Also: $\frac{40 \cdot 75}{2840} = ?$

101) Wie groß muß das Gefälle sein, wenn die Wasserkraft bei 2,1 cbm Wasser in der Sek. 36 PS betragen soll?

102) Ein Gebirgsbach wird an einem Gebirgsabhange hergeleitet und dadurch ein Gefälle von 7,8 m und eine Wasserkraft von 30 PS erzielt; wie groß muß die Wassermenge, die in der Sek. zugeleitet wird, sein?

Regel: Man findet die Durchflußmenge in Litern, wenn man die Anzahl der PS mit 75 multipliziert und dies Produkt durch das Gefälle (in Metern) dividiert. Also: $\frac{30 \cdot 75}{7{,}8} = ?$

103) Eine Mühle hat 1,75 m Gefälle und es soll, da noch Wasser verfügbar ist, die Wasserkraft um 5 PS erhöht werden; wie viel Wasser muß in der Sek. mehr zugeleitet werden?

Man unterscheidet bei einer Wasserkraft die absolute (wirkliche) Wasserkraft und den Nutzeffekt der Wasserräder. Die absolute Wasserkraft ist die von dem bewegten Wasser ausgeübte Kraft, wie sie von der Natur beim Fallen des Wassers von einer gewissen Höhe herab dargeboten wird. Der Nutzeffekt der Wasserräder ist die Kraft, welche das Triebwerk auf das eigentliche Mahl-, Sägewerk usw. nutzbringend überträgt. Bei der Einwirkung des Wassers auf das Rad findet ein Kraftverlust statt; denn es kommt nicht alles Wasser zur Wirkung, es findet Reibung statt usw.

104) Eine Wasserkraft hat 12 absolute PS; wie viel effektive PS sind dies, wenn man nur $^3/_4$ Nutzeffekt annehmen darf? Ansatz: $12 \cdot {}^3/_4 = ?$

105) Über das 0,90 m hohe Wehr eines Baches fallen in der Sek. 3,5 cbm Wasser; wie groß ist die effektive Wasserkraft a. bei $^3/_{10}$, b. bei $^7/_{20}$ Nutzeffekt?

106) Ein kleines Gebirgsbächlein liefert in der Sek. 80 l Wasser und läßt 7 m Gefälle nutzbar machen, wie viel effektive PS hat die Wasserkraft, da bei dem großen Gefälle der Nutzeffekt $^7/_{10}$ beträgt?

107) Die für die Turbinenanlage des Portlandzementwerkes in Lauffen am Neckar verfügbare Wasserkraft hat ein nutzbares Gefälle von 3,80 m und eine Wassermenge von 41 000 Sekundenliter, der Nutzeffekt der Turbinen beträgt $^3/_4$. Wie viel absolute und effektive PS bietet die Wasserkraft?

108) Eine Wasserkraft hat 48 absolute PS, an der Welle der Turbine werden 36 PS gemessen. Welches ist der Nutzeffekt der Turbine?
Ansatz: $^{36}/_{48} = 0,75$.

109) Eine Gesellschaft in Rom hat in einer Entfernung von 25 km von Rom eine Wasserkraft von 4 sekundlichen cbm mit 50 m Fallhöhe zu einer elektrischen Kraftleitung nach Rom erworben. a. Wie viel absolute PS besitzt die Wasserkraft? Welchen Nutzeffekt hat die Wasserkraft, wenn dieselbe 2000 nutzbare Pferdestärken besitzt?

110) An der Welle einer Turbine werden 40 PS gemessen, der Nutzeffekt derselben beträgt 0,80. a. Wie viel absolute PS besitzt die Wasserkraft? b. Wie groß ist die Zuflußmenge des Wassers pro Sek. bei einem Gefälle von 4,5 m?

Ansatz a: $\frac{40}{0,8} = ?$

111) Man hat dem Rheinfalle bei Schaffhausen eine Arbeitsmenge von 15 000 effektiven PS entnommen und zur Erzeugung von Aluminium nutzbar gemacht. Wie viel cbm Wasser müssen dem Rheine pro Sek. entnommen werden, da das Gefälle 20 m beträgt und der Nutzeffekt zu $^3/_4$ angenommen ist?

112) Es giebt keinen größeren Kraftspeicher als die Steinkohle. Der Brennwert der Steinkohle betrage rd. 7000 W.-E., und jede W.-E. ist gleichbedeutend mit 424 mkg Arbeit. a. Wie viel mkg Arbeit könnte demnach 1 kg Kohle leisten, wenn der Brennwert vollständig in Arbeit umgesetzt würde? b. Wie viel mkg auf die Sek. bezogen erzielte man demnach mit 1 kg Steinkohle, wenn dieselbe in 1 Std. verbrannt würde? c. Wie viel kg Steinkohle wäre demnach nur für 1 PS-Std. erforderlich? d. In welchem Verhältnisse steht die zu einer PS-Std. erforderliche Kohle zu der Wassermenge, die zu derselben Leistung bei 5 m Gefälle erforderlich ist?

113) Eine Dampfmaschine verbraucht pro PS-Std. 3 kg Kohle à 7000 W.-E. a. Den wie vielten Teil der in der Kohle enthaltenen

Wärme setzt sie also in Arbeit um? b. Welches ist also der Nutzeffekt der Maschine rücksichtlich der wirtschaftlichen Ausnutzung der Kohle?

114) Der Schnelldampfer „Fürst Bismarck" gebraucht pro PS-Std. 0,729 kg Kohle. Beantworte die Frage b. nach voriger Aufgabe.

116) Nach Prof. Riedler beträgt der Brennstoffverbrauch pro PS-Std. bei

Motoren von	1	2	3	4	6 PS,
Dampfmaschinen	5,8	5,3	5	4,3	4 kg Kohlen,
Gasmotoren	1000	900	850	800	800 l Gas.

Beantworte ebenfalls die Frage b. nach Aufgabe 113. Der Wärmewert des Gases werde durchschnittlich für 1 cbm zu 5000 W.-E. angenommen.

117) Eine mittelgute Dampfmaschine nutzt nur etwa den 10. Teil von der in der Steinkohle enthaltenen Wärmemenge aus. Wie viel kg Steinkohle verbraucht sie demnach für 1 PS-Std., wenn der Brennwert derselben zu rund 7000 W.-E. angenommen wird?

118) Die Pumpwerke der Wasserleitung zu Hannover sollen täglich in 22 Stunden 25 000 cbm 50,50 m (incl. der Reibungswiderstände) hochheben. Die Arbeit sollen zwei Dampfmaschinen von gleicher Stärke vollbringen. Wie viel PS muß also jede Maschine auf die Kolbenstangen der Pumpen übertragen, wenn der Nutzeffekt der Pumpen a. = 1 wäre, b. aber nur 0,85 beträgt?

Ansatz: a. $\frac{25\,000 \,.\, 1000 \,.\, 50{,}5}{2 \,.\, 22 \,.\, 60 \,.\, 60 \,.\, 75}$, b. $\frac{25\,000 \,.\, 1000 \,.\, 50{,}5}{2 \,.\, 22 \,.\, 60 \,.\, 60 \,.\, 75 \,.\, 0{,}85}$.

119) Ein durch eine Dampfmaschine von 18 PS getriebenes Schöpfwerk fördert bei einer Hubhöhe von 2,1 m 23 cbm Wasser i. d. Min. a. Wie viel PS beträgt die Nutzarbeit? b. Welches ist der Nutzeffekt der Maschine?

120) Bei der Kanalisierung der Mosel von Metz bis Coblenz sollen, um das erforderliche Fahrwasser zu gewinnen, 40 Schleusen gebaut werden. Auf jede Schleuse kommt, da das Gesamtgefälle ca. 100 m beträgt, im Durchschnitt $2^1/_2$ m Stau. Wie viel PS würden demnach durch die Wasserkraft der 40 Schleusen gewonnen werden können, wenn die Mosel bei Mittelwasserstande 80 Sekunden-cbm hat und der Nutzeffekt der Turbinen zu 0,75 angenommen wird?

121) Welchen Kapitalwert hätte diese Wasserkraft im Vergleich zu einer gleichen Dampfkraft, wenn für 1 PS-Std. 1 kg Kohle bei 10 Arbeitsstunden täglich und 300 Arbeitstagen jährlich gerechnet, der Kohlenpreis für 1 t zu 12 ℳ angenommen und für 5 ℳ Ersparnis an Kohlen 100 ℳ Kapital angesetzt wird?

122) Bei Ausübung einer Zugkraft erhält man die geleistete Arbeit in PS, wenn man die Zugkraft mit der m-sek.-Geschwindigkeit multipliziert und durch 75 dividiert. Welche Arbeit in PS leistet demnach eine Lokomotive, wenn dieselbe bei einer Geschwindigkeit von 20 km in der Stunde eine Zugkraft von 9000 kg hat?

Ansatz: $\frac{9000 \,.\, 20\,000}{60 \,.\, 60 \,.\, 75} = \; ?$

123) Wie viel t Zugleistung kommt nach voriger Aufgabe und nach Aufg. 62, Abschnitt IV, auf 1 PS-Arbeit?

§ 2. Dreisatzrechnung mit indirekten oder umgekehrten Verhältnissen.

A. Multiplikations- und Divisions-Dreisatz.

124) 5 Arbeiter können 48 Schock Latten in 12 Tagen schneiden; wie viel Tage gebraucht ein Arbeiter dazu?

125) Auf einer Mühle mit 4 Gängen wurde in 6 Tagen eine gewisse Menge Getreide gemahlen; in wie viel Tagen könnte dieselbe Arbeit mit einem Gange geleistet werden?

126) 3 Arbeiter können einen Haufen Erde in $7\frac{1}{2}$ Tagen verkarren; in wie viel Tagen wird ein Arbeiter damit fertig?

127) Auf einem Gange einer Mühle kann in 42 Stunden eine gewisse Menge Getreide gemahlen werden, in wie viel Stunden könnte das Getreide auf 4 Gängen gemahlen werden?

128) 1 Arbeiter hat in $19\frac{1}{3}$ Wochen à 6 Tage eine gewisse Arbeit vollendet; wie lange hätten 4 Arbeiter arbeiten müssen?

129) Der Zimmermeister A. hat für ein Pferd den Hafer für 29 Wochen und 4 Tage selbst geerntet; wie lange würde der Vorrat reichen, wenn er noch 2 Pferde kaufte?

130) Es soll ein Kanal angelegt werden, wozu nach dem Anschlage 140 Arbeiter auf 1 Monat erforderlich sind; wie viel Arbeiter brauchen nur angestellt zu werden, wenn der Kanal erst in 7 Monaten fertig zu sein braucht?

B. Der wirkliche Dreisatz.

Auch in den hierher gehörenden Aufgaben sind wie unter § 1 drei Größen gegeben, aus denen eine vierte unbekannte Größe berechnet werden soll.

Das, was auf Seite 64 über diese Größen gesagt ist, trifft auch hier zu.

Nenne aus Aufgabe 132, 133, 134 und 137 a. die drei bekannten Größen und ebenfalls die unbekannte Größe; b. die Hauptgröße.

Welches sind in denselben Aufgaben die Frage- und Bedingungssätze?

In welchem Satze ist die Hauptgröße enthalten?

Der Unterschied zwischen den Aufgaben unter § 1 und den folgenden Aufgaben liegt in den Schlüssen, wozu dieselben berechtigen. Z. B. Aufgabe 34 berechtigt zu dem Schlusse: „je mehr Meter, desto mehr Geld"; Aufgabe 36: „je mehr Arbeiter, desto mehr Lohn"; Aufgabe 41: je mehr cbm, desto mehr qm Riemen." Solche Verhältnisse, bei denen es heißt: „je mehr, desto mehr", „je weniger, desto weniger" usw. werden direkte oder gerade Verhältnisse genannt. Aufgabe 132 läßt den Schluß zu: „je mehr Gänge, desto weniger Stunden." Solche Verhältnisse, bei denen es heißt: „je weniger, desto mehr", „je mehr, desto weniger" usw., werden indirekte oder ungerade Verhältnisse genannt.

Dreisatzaufgaben mit indirekten Verhältnissen können nach denselben Methoden wie die Aufgaben mit direkten Verhältnissen gerechnet werden. Nachstehend soll eine Aufgabe nach jenen drei Methoden gelöst werden.

Aufgabe: Eine Mauer kann von 6 Gesellen in 15 Tagen aufgeführt werden. In wie viel Tagen werden 5 Gesellen damit fertig?

1. Methode. Schreibe die Aufgabe: ? Tagen. 5 Gesellen.
15 „ 6 „

Ansatz: $\dfrac{15 \text{ Tg. } 6}{5} =$

Sprich: Wenn 6 Gesellen mit der Arbeit in 15 Tagen fertig werden, so muß 1 Gesell 6 mal so lange arbeiten = 15 Tage . 6; 5 Gesellen dagegen brauchen nur den 5. Teil der Zeit von 15 Tagen . 6.

Regel: Schreibe die Hauptgröße über den Bruchstrich, schließe dann durch die zweite Größe des Bedingungssatzes auf die Einheit und durch die Größe des Fragesatzes auf die Mehrheit. Unterschied zwischen dieser und der entsprechenden Regel unter § 1: Dort schließt man auf die Einheit durch Division, hier durch Multiplikation, ferner dort schließt man auf die Mehrheit durch Multiplikation, hier durch Division.

II. Methode. Da 5 Gesellen mehr Zeit als 6 Gesellen gebrauchen, so muß das Resultat größer werden, die Hauptgröße muß also mit der größern der beiden übrigen Größen multipliziert und durch die kleinere dividiert werden. Also Ansatz wie vorhin. Siehe die entsprechende Regel unter § 1.

III. Methode. Bildet man aus je zwei gleichbenannten Größen ein Verhältnis, so würde man die beiden Verhältnisse erhalten: 6 : 5 und 15 : x. Man würde aber eine falsche Proportion bekommen, wenn man die beiden Verhältnisse durch ein Gleichheitszeichen verbände, dieselbe wird erst richtig, wenn man das eine Verhältnis umkehrt, also das Vorderglied zum Hintergliede macht. Dann erhält man die Proportion: $6 : 5 = x : 15$, also $x = \frac{15 \cdot 6}{5}$. Es wird nicht bestritten werden, daß sich bei dieser Methode leicht Irrtümer einschleichen können.

Löse folgende Aufgaben:

131) Zu einem Fußboden sind 72 lfd. m Dielen von 30 cm Breite verwandt; wie viel lfd. m Dielen wären erforderlich gewesen, wenn die Breite derselben nur 18 cm betragen hätte?

132) Eine Mühle mahlt mit 3 Gängen eine gewisse Menge Getreide in $37\frac{3}{4}$ Stunden; wie viel Zeit wäre erforderlich, wenn sie mit ihren 5 Gängen ebenso viel Getreide mahlen soll?

133) 4 Gesellen haben in 30 Tagen eine Straße gepflastert; wie viel Gesellen hätten angestellt werden müssen, wenn die Arbeit in 24 Tagen hergestellt werden sollte?

134) Die Zimmerarbeiten zu einem Fachwerksgebäude können 6 Gesellen in 6 Wochen herstellen; wie viel Gesellen muß man mehr anstellen, wenn die Arbeit schon in $4\frac{1}{2}$ Wochen fertig sein soll?

135) A. hat 61,75 Festmeter Nutzholz gekauft und das Festmeter mit 9,45 ℳ bezahlt, B. hat für das Festmeter nur 8,55 ℳ gegeben; wie viel Festmeter hat B. erhalten, wenn sie beide für die gleiche Summe gekauft haben?

136) Zu einer Einfriedigung sind 96 Pfosten erforderlich, wenn die Entfernung derselben von Mitte zu Mitte gerechnet 3,5 m beträgt; wie viel Pfosten sind erforderlich, wenn die Entfernung derselben 4,2 m beträgt?

137) Der Bauunternehmer A. will an seine Privatstraße zwei Reihen Obstbäume pflanzen. Er muß, wenn dieselben $8\frac{1}{2}$ m auseinander stehen, 120 Stück kaufen; wie viel Bäume müßte er kaufen, wenn dieselben nur $7\frac{1}{2}$ m von einander entfernt sein sollen?

138) Zu einem Dampfkessel sind 1756 Nieten, deren Entfernung von Mitte zu Mitte 40 mm beträgt, verwandt; wie viel Nieten wären erforderlich, wenn die Entfernung derselben 45 mm betrüge?

139) Der Bauunternehmer A. will auf einer 250 m langen Straße einen Asphalt-Fußweg anlegen. Das vorhandene Material reicht aber nur aus für 220 m Länge, wenn dasselbe 2 m breit wird; wie breit darf der Weg nur gemacht werden, wenn das vorhandene Material für die ganze Länge reichen soll?

140) In einem Doppelwaggon können 104,165 qm 4 cm dicke Sandsteinplatten verladen werden; wie viel qm würden bei einer Dicke von 5 cm eine Doppelladung ausmachen?

141) In einem Doppelwaggon können 720 Stück Sandsteinplatten von $^1/_9$ qm Größe verladen werden, wie viel Stück von derselben Stärke würden eine Ladung ausmachen, wenn das Stück $^1/_4$ qm groß wäre?

142) Dem Zimmermeister A. werden 42,5 Festmeter Holz, jedes zu 18 ℳ angeboten; wie teuer muß er aber das Festmeter einkaufen, wenn er für die Summe, die jenes Quantum Holz kosten soll, 50 Festmeter erwerben muß?

143) Zu einer Arbeit gebraucht man 18 Arbeiter eine gewisse Zeit, wenn diese täglich 10 Stunden arbeiten. Wie viel Stunden muß täglich gearbeitet werden, wenn 15 Arbeiter in derselben Zeit das Werk vollenden sollen?

144) Der Besitzer eines Sägewerks hat mit 3 Kreissägen in 6 Monaten ein gewisses Quantum Rundholz schneiden lassen. Wie viel Kreissägen hätte er in Betrieb setzen müssen, wenn dasselbe Quantum Holz in $4^1/_2$ Monaten verarbeitet werden sollte?

145) Ein Vorrat Hafer reicht für 6 Pferde auf eine bestimmte Zeit, wenn jedes täglich 10 kg erhält. Wie viel kg darf jedes Pferd täglich erhalten, wenn 8 Pferde eben so lange mit dem Vorrate auskommen sollen?

146) Mit einer Dampfmaschine von 18 Pferdestärken kann man in $3^1/_2$ Minuten ein gewisses Quantum Wasser auspumpen; wie viel Pferdestärken muß die Maschine haben, wenn man dasselbe Ergebnis in $2^1/_4$ Minuten erzielen wollte?

147) Mittels einer Dampfmaschine kann man in $4^1/_2$ Minuten 27 cbm Wasser auspumpen; wie viel Minuten müßte die Maschine arbeiten, wenn sie 42 cbm aus derselben Tiefe pumpen sollte?

148) Zu einem Zahnrade sind 125 Zähne erforderlich, wenn deren Entfernung von Mitte zu Mitte 96 mm beträgt, wie viel Zähne wären erforderlich, wenn die Entfernung derselben 100 mm betrüge?

149) A. erhält für eine gewisse Summe aus Magdeburg 1316 qm Dielen, für dieselbe Summe erhält er Dielen aus Bremen; wie viel qm erhält er, wenn letztere $^1/_8$ billiger sind?

150) Der Ziegeleibesitzer A. hat für seine 4 Pferde den Hafer für $5^1/_3$ Monate selbst geerntet, die Lieferung des Hafers für den übrigen Teil des Jahres will er dem Getreidehändler B. übertragen. Bevor dies geschieht, kauft er noch drei Pferde. Wie lange reicht er jetzt mit dem selbst geernteten Hafer, und für welche Zeit muß nun die Lieferung des Hafers abgeschlossen werden?

151) Eine Straße, die von A. nach B. führt, wird bei einer gleichmäßigen Steigung von $1 : 40 = 14{,}48$ km lang; wie lang müßte dieselbe werden, wenn die gleichmäßige Steigung nur $1 : 50$ betragen sollte?

152) Eine Straße, die eine gleichmäßige Steigung von 1 : 25 hat und 9,675 km lang ist, wird so angelegt, daß sie 10,836 km lang wird; welches ist das Steigungsverhältnis, wenn dasselbe ebenfalls gleichmäßig ist?

153) Von zwei in einander greifenden Rädern hat das kleinere 19 und das größere 228 Zähne, wie oft wird sich das erste Rad umgedreht haben, wenn sich das zweite 3 mal umgedreht hat?

154) Drei gezahnte Räder greifen in einander, das erste hat 270, das zweite 90 und das dritte 18 Zähne; wie oft wird sich das erste und dritte Rad umgedreht haben, wenn sich das zweite 5 mal umgedreht hat?

155) Von zwei in einander greifenden Rädern soll das eine 21 Umdrehungen machen, wenn das andere 4 macht; wie viel Zähne muß das größere Rad haben, wenn das kleinere 28 hat?

156) Nach den Ergebnissen der Versuchsstation für Prüfung von Brennmaterialien in München kann man mit 1 kg Ruhrkohle 9,62 kg, mit 1 kg Saarkohle 8,64 kg und mit 1 kg böhmischer Kohle 8,03 kg Wasser von ^{0} Grad in Dampf von 100^0 verwandeln. Eine halblokomobile Dampfmaschine bedarf stündlich 29,5 kg Saarkohle. a. Wie viel kg Ruhrkohle, b. Wie viel kg böhmischer Kohle wäre demnach zur Heizung dieser Maschine erforderlich?

157) Wie viel kg böhmischer Pechstückkohle oder Koks haben so viel Brennwert, wie 100 kg Miesbacher Kohle? Siehe Aufgabe 58, Abschn. IV.

158) Nach den Ergebnissen der Königl. Preuß. Prüfungsstation für Baumaterialien beträgt die mittlere Druckfestigkeit unvermauerter Steine in Würfelform pro qcm bei Basalt 1382, bei Granit 1107 und bei Quadersandstein 689 kg. a. In welchem Verhältnis steht die Druckfestigkeit dieser Steinarten, wenn für Sandsteinquader die Verhältniszahl 100 angenommen wird? b. Sollten Säulen für eine gleiche Belastung aus diesen Steinarten hergestellt werden, in welchem Verhältnisse müßten die Querschnitte stehen, wenn die Verhältniszahl für Sandsteinquader wieder zu 100 angenommen wird?

159) Wenn durch Versuche festgestellt wäre, daß zur Erhaltung einer Straße eine bestimmte Menge eines gewissen Materials, beispielsweise jährlich 15 cbm Basalt, oder 33 cbm harter Kalkstein, oder 55 cbm harter Sandstein erforderlich wäre, welches wäre dann der Wertcoefficent der beiden letzten Materialien, wenn der des Basalts zu 100 angenommen würde?

160) Die Gemeindeverwaltung der Stadt Breslau hat über die dort bisher zur Verwendung gelangten Pflasterarten eine Berechnung über Neubau- und Unterhaltungskosten angestellt, die sich über einen Zeitraum von 30 Jahren erstreckt. Nach genauer Berechnung beträgt die jährlich aufzubringende Kostensumme für Neubau und Unterhaltung zusammen pro qm: bei Granitpflaster 0,54 ℳ, Chaussierung 1,10 ℳ, Eisenpflaster 1,58 ℳ, Holzpflaster 2,05 ℳ und Asphaltierung 2,20 ℳ. a. In welchem Verhältnisse stehen die Kosten der genannten Pflasterarten, wenn die Verhältniszahl für Granitpflaster zu 100 angenommen wird? b. Welches Verhältnis ergiebt sich aber rücksichtlich des Wertes der einzelnen Pflasterungsarten zu einander, wenn die Verhältniszahl (der Wertcoefficient) für das Granitpflaster wieder zu 100 angenommen wird? (Das billigste Pflaster ist hier das wertvollste.)

161) An einer Maschine haben 6 Gesellen 4 Tage, 5 Gesellen 6 Tage und 4 Gesellen 9 Tage gearbeitet. a. Wie lange hätten 4 Gesellen an der Maschine demnach arbeiten müssen? b. Wie viel Gesellen hätten angestellt werden müssen, wenn die Maschine in 30 Tagen hätte fertig werden sollen?

162) Bei einem Baue waren nach einander beschäftigt: 6 Gesellen 18 Tage, 10 Gesellen 16 Tage und 5 Gesellen 22 Tage. In welcher Zeit hätten 18 Gesellen den Bau vollenden können?

163) An einer Ausschachtung arbeiteten 15 Mann 18 Tage, 22 Mann 25 Tage, 20 Mann $15\frac{1}{4}$ Tage und 14 Mann $12\frac{1}{2}$ Tage; in wie viel Tagen hätten 26 Mann die Arbeit vollenden können?

164) Eine Arbeit kann von 12 Arbeitern in $8\frac{2}{3}$ Wochen ausgeführt werden. Nachdem 9 Arbeiter $5\frac{1}{3}$ Wochen gearbeitet haben, werden 14 Arbeiter angestellt; wie lange werden diese noch zu arbeiten haben?

165) Eine Arbeit kann von 14 Mann in 18 Wochen ausgeführt werden. Nachdem anfangs 6 Mann 8 Wochen, dann 12 Mann 8 Wochen gearbeitet haben, stellt man 16 Mann an; wie lange haben diese noch zu arbeiten?

166) Ein Ziegeleibesitzer hat für seine 6 Pferde auf 40 Wochen Hafer vorrätig. Nach 8 Wochen kauft er noch zwei hinzu, nach abermals 9 Wochen verkauft er ein Pferd und nach abermals 6 Wochen wieder eins; für wie viel Wochen hat er jetzt noch Hafer?

167) An einer Ausschachtung arbeiteten 8 Mann 16 Tage, 10 Mann 27 Tage und 15 Mann 20 Tage. Wenn man statt dessen 20 Mann 25 Tage arbeiten ließe, wie viel Mann könnten dann entlassen werden, wenn der Rest der Arbeit in 9 Tagen vollendet werden sollte?

VI. Abschnitt.

Der zusammengesetzte Dreisatz.

In den hierher gehörenden Aufgaben sind zu der Berechnung der unbekannten Größe mehr als drei Größen gegeben. Es sind zwei Gruppen zu unterscheiden und zwar Aufgaben: 1) mit einem Fragesatze und mindestens zwei Bedingungssätzen und 2) mit einem Frage- und einem Bedingungssatze.

Erstere Gruppe soll zunächst näher ins Auge gefaßt werden.

§ 1. Aufgaben mit einem Fragesatze und mindestens zwei Bedingungssätzen.

1) A. in Bremen bezieht aus Schweden 1350 kg Roheisen; wie viel Mark kostet das Eisen, wenn 150 kg 7 Kronen kosten und 8 Kronen 9 ℳ sind?

Fragesatz: Wie viel Mark kosten 1350 kg? Bedingungssätze: 150 kg kosten 7 Kronen und 8 Kronen sind = 9 ℳ.

Die Größe, die mit der zu suchenden gleichnamig ist, wird wie bei dem einfachen Dreisatz ebenfalls die Hauptgröße genannt.

Gieb die Frage- und Bedingungssätze und die Hauptgröße aus Aufg. 2, 3, 6 und 7 an.

Aus Aufgabe 1 könnte man zwei Dreisatz-Aufgaben bilden. Zunächst könnte man ausrechnen, wie viel Kronen kosten 1350 kg Roheisen, wenn 150 kg 7 Kronen kosten?

Also: $\frac{7\text{ Kron.}\,.\,1350}{150} = 63$ Kronen.

Jetzt wäre zu berechnen, wie viel Mark sind 63 Kronen, wenn 8 Kronen 9 ℳ sind?

Also: $\frac{9\,ℳ\,.\,63}{8} = 70{,}875\,ℳ$.

Der zusammengesetzte Dreisatz ist also nichts weiter, als die Verbindung mehrerer Dreisätze zu einer Aufgabe.

Derartige Aufgaben werden im praktischen Leben gewöhnlich durch den sogenannten Kettensatz gelöst. Obwohl derselbe wenig geistbildend ist, so ist er doch zu empfehlen, weil er sicherer zu dem richtigen Ergebnis führt, als die bei dem einfachen Dreisatze angewandten Schlußfolgerungen.

Aufgabe 1 wird nach dem Kettensatze wie folgt gerechnet:

? ℳ	1350 kg
150 kg	7 Kronen
8 Kr.	9 ℳ

Erklärung: Man sucht zunächst aus der Aufgabe den Fragesatz, also: Wie viel Mark kosten 1350 kg? Zur Linken des senkrechten Striches schreibt man denjenigen Gegenstand, nach welchem gefragt wird (hier ℳ), die Anzahl der Mark, die berechnet werden soll, bezeichnet man durch ein Fragezeichen (? ℳ). Zur Rechten des Striches schreibt man in gleicher Höhe die zweite Größe des Fragesatzes (hier 1350 kg). Mit der Benennung der Größe rechts muß links in der folgenden Zeile wieder begonnen werden (also hier mit 150 kg), zur Rechten des Striches kommt dann wieder die von dieser abhängige Größe (also hier 7 Kronen). Mit der Benennung der letzten Größe rechts muß wiederum links in der folgenden Zeile begonnen werden (also hier mit 8 Kr.), rechts kommt dann wieder die von dieser abhängige Größe (hier 9 ℳ). Ist man auf der rechten Seite zu demjenigen Gegenstand angelangt, welcher als der gefragte zuerst links mit dem Fragezeichen bezeichnet ist, so ist der Kettensatz beendigt.

Die Antwort erhält man, wenn das Produkt aus allen rechtsstehenden Zahlen durch das Produkt aus allen links stehenden dividiert wird.

Statt des senkrechten Striches wählt man auch wohl einen wagerechten.

$$\frac{?\,ℳ\ \ 1350\text{ kg}\,.\,7\text{ Kr.}\ 9\,ℳ}{150\text{ kg}\,.\,8\text{ Kr.}}$$

Erklärung: Die mechanische Regel ist hier, wie leicht zu ersehen ist, dieselbe wie vorhin. Sprich: So oft 150 kg in 1350 kg enthalten sind, so viel mal sind 7 Kronen zu entrichten und so oft 8 Kronen in diesen Kronen enthalten sind, so viel mal 9 ℳ hat A. zu bezahlen.

Die Benennungen auf beiden Seiten des Striches, wie Kilogramm, Kronen und Mark, kann man fortlassen, man muß nur darauf achten, daß genau, gleich einer Kette, die Benennungen auf beiden Seiten wechseln.

Vorstehenden Kettensatz schreibt man also:

?	1350
150	7
8	9

Oder: $\frac{?\ 1350\,.\,7\,.\,9}{150\,.\,8}$

Auch hier sind dieselben Vereinfachungen, auf die bei dem einfachen Dreisatz aufmerksam gemacht ist, in Anwendung zu bringen.

2) Wie viel Meter erhält man für 80 ℳ, wenn man für 4 ℳ 3 Yards bekommt und 12 Yards 11 m sind?

3) Der preuß. Kubikfuß sächsischer Sandstein kostete früher einschl. Wassertransport in Berlin 1,75 ℳ; wie viel Kubikmeter erhält man demnach für 1000 ℳ, wenn 10 cb' = 0,309 cbm sind?

4) A. hat für $2^3/_5$ preuß. Morgen Land 2575 ℳ gegeben, B. übernimmt davon zum Einkaufspreise für 1000 ℳ; wie viel a erhält B., wenn 4 preuß. Morgen = 102 a sind?

5) A. hat aus England für 576,45 ℳ Stabeisen erhalten und für 112 engl. ℔ 13,5 ℳ bezahlt; wie viel kg hat er erhalten, wenn 11 engl. ℔ = 5 kg sind?

6) A. muß nach London 600 L senden; wie viel Mark sind dies, wenn 100 L = 2544 Francs und 125 Francs = 100 ℳ sind?

7) Wie viel Mark kosten 180 m in Wien, wenn 100 m = 128 österr. Ellen sind, 9 österr. Ellen $10^1/_2$ Gulden kosten und 100 österr. Gulden 174,75 ℳ sind?

8) A. in Bremen erhält 42 Schiffpfund Roheisen aus Schweden. Wie viel kostet das Eisen, wenn 150 kg 7 Kronen kosten und 8 Kronen 9 Reichsmark sind? 10 Schiffpfund = 1360 kg.

9) Aus A. werden 1265 kg feine Eisenwaren nach Konstantinopel versandt. Wie viel Piaster hat der Empfänger zu bezahlen, wenn 50 kg 66 ℳ kosten, 24 Piaster = 5 Francs und 100 Francs = 80 ℳ sind?

10) A. in Bremen erhält aus England 40 engl. Ztr Zinn für 151 L 6 sh 4 d; wie viel Mark kosten 50 kg, wenn 11 engl. ℔ = 5 kg, 1 engl. Ztr = 112 engl. ℔ und 10 L = 201,50 ℳ sind?

11) A. sendet nach Portugal eine Maschine zum Preise von 1200 Milreis. Wie viel Mark erhält er, wenn 558,75 Francs = 100 Milreis, 1 L = 25,30 Francs und 100 L = 2024 ℳ sind?

12) A. sendet nach dem Haag 200 kg Ware und erhält für 50 kg 63 ℳ. Wie viel Gulden muß der Empfänger zahlen, wenn 500 Gulden = 95 holländ. Dukaten und 10 Duk. = 96 ℳ sind?

13) Wie viel Pfennig kosten 10 dg, wenn 1 Ztr 25,50 Dollar kosten und 100 Dollar = 425 ℳ sind?

Ausrechnung:

1) durch Resolvieren oder Reduzieren wird eine gleiche Benennung erzielt.
1 Ztr = 5000 dg; 425 ℳ = 42 500 ₰.

$$\frac{?\ 10 \,.\, 25{,}50 \,.\, 42\,500}{5000 \,.\, 100} = ?$$

Auch konnten die 10 dg in Zentner verwandelt werden. (10 dg = $^1/_{500}$ Ztr).

2) Oder es werden die fehlenden Bedingungssätze (50 dg = 1 ℔; 100 ℔ = 1 Ztr; 1 ℳ = 100 ₰) hinzugefügt.

$$\frac{?\ 10 \,.\, 1 \,.\, 1 \,.\, 25{,}50 \,.\, 425 \,.\, 100}{50 \,.\, 100 \,.\, 1 \,.\, 100 \,.\, 1} = ?$$

14) Wie viel Pfennig kosten 8 l einer Ware, wenn 12 hl 29 Gld. kosten und 120 Gld. = 10 L und 100 L = 2057 ℳ sind?

15) Wie viel Pfennig kosten 25 g, wenn 1 engl. Ztr 18 sh kostet? 1 engl. Ztr = 112 engl. ℔, 1 Zollztr. = 111 engl. ℔, 1 L = 20,57 ℳ.

16) Die chinesische Mauer hat nach dem Berichte eines amerikanischen Ingenieurs, der das Bauwerk aus eigener Anschauung kennt, einen Inhalt von 6350 Mill. engl. Kubikfuß. Wie viel km würde eine Mauer von 1,8 m Höhe und 0,60 m Stärke lang werden, wenn jene Masse zu derselben verwandt würde? 1 engl. Fuß = 0,305 m.

17) Ein Gegner des Getreidezolls behauptet, daß die Preise der Getreidearten in den Jahren 1888 und 1889 20 Ztr Getreide bei dem 50 ℳ-Zoll um 35 ℳ verteuert worden sind. a. Würde dies auf Wahrheit beruhen, um wie viel wäre dann dem deutschen Volke das Brot im Jahre 1889 verteuert, wenn nach den Ermittelungen der Reichsregierung pro Kopf und Jahr 164 kg Roggen und Weizen zu rechnen sind, wenn ferner Deutschland rd. 48 Mill. Einwohner zählte? b. Wie viel ist also den Landwirten (hauptsächlich den Großgrundbesitzern) zugute gekommen, wenn der Zoll in diesem Jahre 78 810 400 ℳ betragen hat?

Bemerk. Selbst wenn die Annahme über die Verteuerung des Getreides richtig wäre, so ist das gefundene Resultat doch unrichtig, weil ein sehr großer Teil der Bevölkerung selbstgeerntetes Getreide verzehrt.

18) In Amerika legte ein Eisenbahnzug eine Strecke von 436,32 engl. Meilen in 7 Std. $19\frac{1}{2}$ Min. zurück. In welcher Zeit müßte bei gleicher Geschwindigkeit ein Zug die 583 km lange Strecke zwischen Berlin und Köln zurücklegen? 1 engl. Meile = rd. 1,6 km. (Die Fahrzeit des Köln-Berliner Expreßzuges beträgt 10 Std. 8 Min.)

19) Berechne die Material-Kosten für 1 cbm Zementmörtel bei nachstehenden Mischungen, wenn der Preis für 150 l Zement im lose aufgemessenen Zustande 6 ℳ, 1 cbm Sand 2,60 ℳ und 1 cbm Wasser 0,05 ℳ beträgt.

100 l	Zement,	100 l	Sand,	53 l	Wasser	geben	166,7 l	Mörtel.
100 „	„	200 „	„	76 „	„	„	266,2 „	„
100 „	„	300 „	„	107 „	„	„	371,4 „	„
100 „	„	400 „	„	132 „	„	„	470,5 „	„
100 „	„	500 „	„	163 „	„	„	569,9 „	„

20) Nach Professor Märker erntet man unter gleichen Verhältnissen 14 Ztr Landweizen und 20 Ztr engl. Weizen pro Morgen = 26 ar. Wie viel beträgt dann der Mehrbetrag pro ha bei engl. Weizen, wenn dieser zu 142 ℳ und der Landweizen zu 155 ℳ für 1000 kg verwertet wird?

21) Ein sächsischer Müller hat berechnet, daß der Landweizen 23 Ztr pro sächs. Acker = 55 a, der engl. Weizen dagegen 34 Ztr Ertrag bringt. Welches Resultat würden diese Angaben nach voriger Aufgabe ergeben?

22) Nach genauen Versuchen erzielt man bei einem stündlichen Verbrauch von 110 l Gas bei Auer-Licht 50,4 H.-L. (Hefner-Lichten), bei Regenerativbrennern 22,5 H.-L. und in offenen Schnittbrennern 10 H.-L. a. Wie viel Gas ist für eine Flamme von 16 N.-K. in jedem der drei Fälle stündlich erforderlich, wenn 58,3 H.-L. = 50,2 N.-K. sind? b. In welchem Verhältnisse steht die wirtschaftliche Ausnutzung des Gases bei gleicher Lichtmenge? Die Verhältniszahl für Auerlicht ist zu 100 anzunehmen.

23) In Berlin wurden verschiedene Glanzlicht-Sparbrenner rücksichtlich des Gasverbrauchs in Gegenwart von Zeugen und Vertretern der verschiedenen Systeme einer Prüfung durch Sachverständige unterzogen. Die Resultate dieser Prüfung waren folgende:

System	Westphal	per Std.	425 l	75,29 N.-K.
„	Schülke	„	„	105 „	21,72 „
„	Auer	„	„	90 „	13,07 „
„	Siemens	„	„	700 „	121 „

Wie viel betrugen die Kosten per Std. und N.-K. bei einem Gaspreise von 16 ₰ für 1 cbm?

§ 2. Aufgaben mit einem Frage- und einem Bedingungssatze.

Die Zahl der in diesen beiden Sätzen gegebenen Größen beträgt mehr als drei.

Nenne aus den Aufgaben 34 bis 40 die Frage- und Bedingungssätze.

Wie viel Glieder hat jeder dieser Sätze? Die Größe, die mit der unbekannten Größe gleiche Benennung hat, wird wie bei dem einfachen Dreisatz ebenfalls die Hauptgröße genannt.

Nenne aus den Aufgaben 34, 35, 39 und 41 die Hauptgröße.

24) 1 Arbeiter verdient täglich 2,50 ℳ; wie viel verdienen demnach 8 Arbeiter in 6 Wochen à 6 Tage?

25) Auf einem Mahlgange werden jede Stunde $^2/_3$ hl Roggen vermahlen; wie viel Hektoliter können demnach auf vier Mahlgängen in 6 Tagen à 16 Stunden vermahlen werden?

26) Zu 1 qm Dachfläche sind 25 Stück Dachpfannen erforderlich; wie viel Stück erfordert demnach eine 20,4 m lange und 10,5 m breite Dachfläche?

27) 1 cbdcm Sandstein wiegt 2,35 kg; wie schwer ist demnach eine Fensterbrüstung, welche 12 dcm lang, 3 dcm breit und 1,5 dcm dick ist?

28) Ein cbm Ziegelmauerwerk erfordert 400 Stück Mauerziegel, 120 l gelöschten Kalk und 240 l Sand; wie viel Material ist demnach zu einer 25,75 m langen, 1,20 m hohen und 0,25 m dicken Mauer erforderlich?

29) 12 Personen verdienen in 6 Wochen 1080 ℳ; wie viel verdient demnach 1 Person in 1 Woche?

30) 3 Arbeiter haben in 5 Wochen à 6 Tage bei täglich 10stündiger Arbeit 1080 ℳ verdient; wie viel verdient demnach 1 Arbeiter in 1 Stunde?

31) Eine eichene Stange hat eine Breite von 6 cm und eine Dicke von 4 cm und trägt bei dreifacher Sicherheit 15044 kg; wie viel betrüge die Tragfähigkeit derselben bei gleicher Sicherheit, wenn sie 1 cm breit und dick wäre?

32) Ein Block von carrarischem Marmor, welcher 2,5 m lang, 1 m breit und 0,8 m dick ist, wiegt 5666,66 kg; wie viel würde er wiegen, wenn er 1 dcm lang, breit und dick wäre?

33) In einer Fabrik werden zu 24 Lampen, welche jeden Abend $6^1/_2$ Stunden brennen, in 6 Monaten à 30 Tage 24 Ztr $37^1/_2$ ℔ Petroleum verbraucht. Wie viel Gramm ist für eine Lampe in der Stunde erforderlich?

Die folgenden Aufgaben können wiederum nach denselben Methoden, die bei dem einfachen Dreisatze angegeben sind, gelöst werden. Nachstehend ist eine Aufgabe nach diesen Methoden gelöst.

Aufg.: 12 Personen verdienen in 9 Wochen 1620 ℳ. Wie viel verdienen demnach 7 Personen in 10 Wochen?

I. Methode.

Schreibe die Aufgabe:	1620 ℳ	12 P.	9 W.
	?	7 „	10 „

Ansatz: $\dfrac{1620 \text{ ℳ} \,.\, 7 \,.\, 10}{12 \,.\, 9}$

Regel: Schreibe die Hauptgröße über den Bruchstrich und schließe wie früher durch die andern Größen des Bedingungssatzes auf die Einheit und durch die Größen des Fragesatzes auf die Mehrheit.

II. Methode. Der Ansatz ist derselbe. Schreibe die Hauptgröße über den Bruchstrich und stelle folgende Fragen: a. Müssen 7 Personen mehr oder weniger verdienen als 12 Personen und b. wird in 10 Wochen mehr oder weniger verdient als in 9 Wochen? Von den Antworten hängt es ab, mit welcher Zahl dividiert und multipliziert werden muß. Siehe einfachen Dreisatz.

III. Methode.

Ansatz: $1620 : x = 12 : 7$
$= 9 : 10$, folgl.

$$x = \frac{1620 \mathcal{M} . 7 . 10}{12 . 9}$$

Löse folgende Aufgaben:

34) 6 Personen haben in 21 Tagen 100800 Stück Backsteine gemacht; wie viel Stück werden demnach 9 Personen in 24 Tagen machen?

35) 12 Zimmergesellen haben in $6\frac{1}{2}$ Tagen 720 m Bauholz beschlagen, wie viel Meter werden demnach 10 Arbeiter in $3\frac{1}{4}$ Tagen beschlagen?

36) 6 Maurer haben in $3\frac{3}{4}$ Tagen 352,5 qm Rapputz hergestellt; wie viel Quadratmeter werden demnach 5 Gesellen in $4\frac{1}{2}$ Tagen herstellen?

37) Eine Mühle liefert mit ihren 5 Gängen in 24 Stunden $8\frac{1}{2}$ t Mehl; wie viel würde sie demnach mit 3 Gängen in $10\frac{3}{4}$ Stunden liefern können?

38) Zu einer Straße von 150 m Länge und 12,5 m Breite sind 91 875 Pflastersteine erforderlich; wie viel Stück sind demnach für eine Straße von 135,5 m Länge und 13,75 m Breite erforderlich?

39) Auf 3 Mahlgängen werden in 6 Tagen à 16 Stunden 184 hl Roggen vermahlen; wie viel Hektoliter Roggen können in 10 Tagen à 18 Stunden auf den 7 Mahlgängen der Mühle vermahlen werden?

40) In den Straßen einer Stadt brennen 120 Gasflammen, wofür die Stadt bei 1250 Beleuchtungsstunden im Jahre und bei einer Lichtstärke von 10 Wachskerzen 3750 ℳ jährlich zahlt. Wie hoch käme demnach die Gasbeleuchtung jährlich, wenn 180 Gasflammen bei einer Lichtstärke von 12 Wachskerzen und bei jährlich 1100 Beleuchtungsstunden vorhanden wären?

41) A. hat in seiner Fabrik 30 Gasflammen, wofür er in $5\frac{2}{3}$ Monaten bei täglich vierstündiger Brennzeit 710 ℳ zahlt. Wie viel müßte er demnach zahlen, wenn er nur 24 Gasflammen $5\frac{1}{2}$ Monate bei täglich $5\frac{1}{2}$ stündiger Brennzeit brauchte?

42) 5 Maurergesellen haben in 3 Wochen (je 6 Tage) 5 Tagen bei täglich zwölfstündiger Arbeit 41 400 Ziegelsteine vermauert; wie viel Stück werden 8 Gesellen in 4 Wochen 2 Tagen bei täglich elfstündiger Arbeit unter sonst gleichen Umständen vermauern?

43) Eine Dampfmaschine von 12 Pferdestärken braucht in 18 Tagen bei täglich zwölfstündiger Arbeitszeit 155,52 Ztr Steinkohlen, wie viel Steinkohlen wird eine Dampfmaschine von 10 Pferdestärken in 15 Tagen bei täglich vierzehnstündiger Arbeitszeit gebrauchen?

44) 5 Pferde fraßen in einem Jahre (365 Tage) für 1806,75 ℳ Hafer, als das Hektoliter 8,25 ℳ kostete und jedes Pferd täglich 12 l erhielt. Wie viel Mark wird der Hafer bei dem Preise von 8,75 ℳ das Hektoliter für 4 Pferde für 275 Tage kosten, wenn jedes Pferd nur 11 l täglich erhalten soll?

45) Um eine Kalkgrube, die 3 m lang, 2,5 m breit und 2,4 m tief ist, zu füllen, sind 108 hl gebr. Kalk gelöscht. Wie viel Hektoliter sind zu löschen, um eine Grube zu füllen, die 4,2 m lang, 3,5 m breit und 1,80 m tief ist?

46) Zu einer 62,5 m langen, 1,6 m hohen und 0,25 m dicken Gartenmauer sind 15 200 Mauerziegel verwandt; wie viel Steine wären demnach zu einer 83,40 m langen, 1,20 m hohen und 0,25 m dicken Mauer erforderlich?

47) A. bezahlt einem Fuhrmanne für das Fortschaffen des Schuttes aus einer 12 m langen, 10,5 m breiten und 2,30 m tiefen Baugrube 390 ℳ, jede Fuhre ist mit 1,20 ℳ bezahlt. Wie viel muß demnach B. für die Fortschaffung des Schuttes aus einer Baugrube, die 20,75 m lang, 16,4 m breit und 1,8 m tief ist, bezahlen, wenn für jede Fuhre nur 1,10 ℳ berechnet wird?

48) 48 Personen haben in 15 Tagen 1800 ℳ verdient; in wie viel Tagen werden danach 32 Personen 1440 ℳ verdienen?

Anmerk. Es kommt hier das ungerade Verhältnis „je weniger Arbeiter, desto mehr Zeit" vor. Beachte, welchen Einfluß dies nach den früheren Auseinandersetzungen hat.

Ansatz: $\frac{15 \cdot 48 \cdot 1440}{32 \cdot 1800}$

49) 8 Arbeiter können in 9 Wochen 4200 qm pflastern; wie lange werden demnach 20 Arbeiter an 7875 qm zu thun haben?

50) 15 Arbeiter verdienen bei täglich 12stündiger Arbeit in einer gewissen Zeit 465 ℳ; wie viel Stunden müssen 18 Arbeiter täglich arbeiten, um in derselben Zeit 460 ℳ zu verdienen?

51) 4 Arbeiter haben bei täglich 9stündiger Arbeit in einer gewissen Zeit 108 qm Feldsteinmauerwerk mit Kalkmörtel gefugt; wie viel Stunden müssen 3 Arbeiter täglich arbeiten, um in derselben Zeit 96 qm zu fugen?

52) Auf drei Gängen einer Mühle werden in 12 Stunden 25 hl Getreide vermahlen; in welcher Zeit werden auf 4 Gängen der Mühle $91^{2}/_{8}$ hl vermahlen?

53) 4 Pferde erhalten in 16 Wochen 67,20 hl Hafer; wie viel Pferde werden mit 126 hl 20 Wochen auskommen?

54) 4 Maurer stellen in $7^{3}/_{4}$ Tagen $147^{1}/_{4}$ qm hochkantiges Ziegelpflaster her; wie viel Maurer können in 6 Tagen 171 qm herstellen?

55) Ein Maurermeister hat an 20 Gesellen für 4 Tage 200 ℳ ausgezahlt; für wie viel Gesellen würden demnach 577,5 ℳ reichen, wenn sie 7 Tage gearbeitet haben?

56) 9 Arbeiter verdienen bei täglich 10stündiger Arbeit in einer gewissen Zeit 230 ℳ; wie viel Arbeiter können bei täglich 12stündiger Arbeit in derselben Zeit 184 ℳ verdienen?

57) Auf drei Mahlgängen werden in 18 Stunden 34,5 hl Roggen vermahlen; wie viel Mahlgänge wären demnach erforderlich, wenn in 15 Stunden $47^{11}/_{12}$ hl vermahlen werden sollen?

58) Die Dachpfannen zu einem Ziegeldache kosten 201,40 ℳ. Dasselbe ist ein Satteldach, jede Dachfläche ist rechtwinklig und 12,60 m lang und 7,20 m breit. Das Dach ist 20 cm weit gelattet und jede Pfanne deckt in der Breite 18 cm. Wie viel würden demnach die Dachpfannen zu einem Pultdache kosten, wenn die Dachfläche ebenfalls rechtwinklig, aber 21,06 m lang und 9,90 m breit und 18 cm weit gelattet ist und jeder Ziegel in der Breite ebenfalls 18 cm deckt?

59) Eine Dampfmaschine von 30 Pferdestärken bewegt in 3 Wochen à 6 Tagen à 12 Stunden eine Erdmasse von einer gewissen Beschaffenheit von 16 m Länge, 10 m Breite und 7,5 m Höhe; in wie viel Wochen ununterbrochener Arbeit wird eine Erdmasse derselben Beschaffenheit von

40 m Länge, 14 m Breite und 6 m Höhe durch eine Dampfmaschine von 25 Pferdestärken bewegt werden?

60) Der Güterverkehr auf den rd. 42 000 km deutschen Eisenbahnen beträgt jährlich rd. 22 Milliarden tkm, auf den 120 000 km Landstraßen Deutschlands 4,5 Milliarden tkm. In welchem Verhältnis steht daher der Güterverkehr pro km? Die Verhältniszahl für den Eisenbahnverkehr = 100.

61) Die Transportkosten für den Güterverkehr auf den Eisenbahnen betragen rd. 880 Mill. ℳ, für den Güterverkehr auf den Landstraßen rd. 1300 Mill. ℳ. In welchem Verhältnisse stehen demnach die Transportkosten pro tkm? Die Verhältniszahl für den Eisenbahntransport ist = 100 anzunehmen.

62) Das Heizmaterial hat für einen Ofen, in dem 9,7 kg Kohle 50 789 W.-E. entwickeln, für 1 Jahr 19,40 ℳ gekostet. Wie hoch würde das Heizmaterial bei einem andern Ofen, in dem 12,5 kg Kohlen 45 903 W.-E. entwickeln, unter sonst gleichen Verhältnissen kommen?

63) Als mittlere Dauer der nicht imprägnierten Schwellen auf den deutschen und österreichischen Bahnen hat sich ergeben: für eichene Schwellen 13,6, für kieferne 7,2, für fichtene 5 und für buchene 3 Jahre. Die Preise der vier Holzarten verhalten sich wie 5 : 3 : 2,8 : 2,5. a. Welches wäre der Wert- (Qualitäts-) Coefficient der vier Schwellenarten, wenn nur die Dauer ins Auge gefaßt würde? b. Welcher Wertcoefficient würde sich ergeben, wenn auch das Preisverhältnis berücksichtigt wird? In beiden Fällen ist für die eichene Schwelle die Verhältniszahl 100 anzunehmen.

64) Als mittlere Dauer der auf rationelle Weise imprägnierten Schwellen ist anzunehmen für eichene Schwellen 20, für kieferne 15, für fichtene 9 und für buchene 18 Jahre. Beantworte dieselben Fragen wie unter vorangehender Aufgabe.

65) Eine gewöhnliche Gasflamme von 16 N.-K. erzeugt rd. 900 W.-E., ein Auerlicht von 50 N.-K. rd. 540 W.-E. und eine elektrische Glühlampe von 24 N.-K. rd. 70 W.-E. In welchem Verhältnisse steht die Wärmeentwickelung der drei Beleuchtungsarten, wenn die Verhältniszahl für die elektrische Glühlampe zu 100 angenommen wird?

66) Es ist für den Baugewerkmeister wichtig, von den ihm zum Kauf angebotenen (offerierten) Portlandzementen das vorteilhafteste, d. h. verhältnismäßig billigste Material zu wählen. Es sind ihm drei Sorten angeboten und er hat durch Versuche Folgendes festgestellt:

No.	Gewicht lose von 1 cbm	Preis für 100 kg	Preis lose für 1 cbm	Zugfestigkeit (1 : 3) nach 28 Tagen	Güteverhältnis	Vorteilhaftigkeit
	kg	ℳ	ℳ	kg auf 1 qcm		
1	1505	3,72	55,99	9,80	= 1	= 1
2	1130	3,88	?	12,85	?	?
3	1365	3,88	?	16,40	?	?

Fülle die Tabelle aus.

Bemerk. Das Güteverhältnis wird aus der Zugfestigkeit hergeleitet, die Vorteilhaftigkeit oder der Wertcoefficient aus dem Preise für 1 cbm und dem Güteverhältnis. 1 Teil Zement ist mit 3 Teilen Sand gemischt (1 : 3).

67) 5 Gesellen haben in 27 Tagen bei täglich 12 stündiger Arbeit 270 holl. Gld. verdient; wie viel Mark müßten demnach 12 Gesellen in 20 Tagen bei täglich 10 stündiger Arbeit verdienen? 100 holl. Gld. = 170 ℳ.

$$\text{Ansatz: } \frac{170\,ℳ \,.\, 270 \,.\, 12 \,.\, 20 \,.\, 10}{100 \,.\, 5 \,.\, 27 \,.\, 12}$$

Anmerkung. Die 270 Gld., die die Hauptgröße sind, müssen zunächst in Mark umgewandelt werden, und dann wird wie oben von der Einheit auf die entsprechende Mehrheit geschlossen.

68) 16 Gesellen haben in 12 Wochen (je 6 Tage) 4 Tagen bei täglich 9stündiger Arbeit 1520 Rubel verdient; wie viel Mark verdienen hiernach 12 Gesellen in 14 Wochen 5 Tagen bei täglich 11stündiger Arbeit, wenn 100 Rubel 207 ℳ sind?

69) 6 Schlossergesellen haben für eine Maschine, an der sie bei täglich 12stündiger Arbeit 12 Wochen 2 Tage gearbeitet haben, 1554 ℳ Arbeitslohn erhalten; wie viel holl. Gulden Arbeitslohn müßten demnach 8 Gesellen für eine Maschine erhalten, wenn sie an derselben bei täglich 10stündiger Arbeit 13 Wochen 4 Tage gearbeitet haben. 100 Gld. = 170 ℳ.

70) Auf 5 Gängen einer Mühle wurden in 24 Stunden 185 hl Getreide vermahlen; in wie viel Stunden vermahlt die Mühle mit ihren 7 Gängen 1102,5 Bussel? 1 Bussel = 35,237 l.

71) Eine Dampfmaschine von 12 Pferdestärken braucht in 15 Tagen bei täglich 12 stündiger Arbeit 8 t 12 Ztr 80 ℔ Saarkohle. Wie viel Ruhrkohle braucht demnach eine Dampfmaschine von 10 Pferdestärken in 19 Tagen bei täglich 14 stündiger Arbeit, wenn 100 ℔ Ruhrkohle so viel Wasser in Dampf verwandelt wie 111,5 ℔ Saarkohle?

72) Ein Schafstall von 39,02 m Länge und 12,32 m Breite hat 13 360 ℳ gekostet. Wie viel Gulden würde demnach ein 32,8 m langer und 11,5 m breiter Schafstall kosten, wenn für das Quadratmeter bebauter Grundfläche derselbe Preis berechnet wird? 100 Gld. = 175,25 ℳ.

73) Ein Bauunternehmer baut für A. in Beuthen ein 16,4 m langes, 11,6 m tiefes Wohnhaus und erhält dafür 16646,40 ℳ; für B. in Reudzin (Rußland) baut er ein Haus, das 25 Arschin lang und $15^1/_2$ Arschin tief ist. Wie viel Rubel erhält er für dasselbe, wenn der Preis für das Quadratmeter Grundfläche bei beiden Häusern gleich ist? 1 Arschin = 0,711 m, 100 Rubel = 207 ℳ.

74) Ein sächsischer Mühlenbesitzer kauft in Böhmen 5000 Wiener Metzen Roggen à 2 Gld. 40 Neukreuzer. Verladungsgebühren, Versand, Wasserversicherung und Zoll betragen 4700 ℳ. Wie hoch kommt ihm der Dresdener Scheffel zu stehen in Reichsmünze, wenn 1038 Wiener Metzen 615 Dresdener Scheffel und 100 ℳ = 54,60 Gld. österr. sind?

VII. Abschnitt.

Die Prozentrechnung.

Die Zahl Hundert ist für das praktische Leben sehr wichtig. In sehr vielen Fällen ist der Preis der Waren für 100 ℔, 100 Stück usw. angegeben; bei Festsetzung des Gewinnes bestimmt man zunächst, wie viel mit 100 ℳ verdient werden muß und setzt darnach die Einzelpreise fest; der Architekt, der einen Entwurf zu irgend einem Bauwerke macht und den Bau leitet, erhält pro 100 ℳ Baukapital ein Bestimmtes; ferner bei Zinsen, Rabatt, Diskont, Zoll, Steuer, Gewinn, Verlust usw. ist die Zahl Hundert der Ausgangspunkt. Daher ist diese Zahl für das Rechnen von der allergrößten Wichtigkeit, sie hat zu einer besonderen Rechnungsart Veranlassung gegeben. Diese Rechnungsart heißt die Prozentrechnung. Das Wort Prozent heißt nämlich für Hundert (pro = für, centum = hundert).

Die Prozentrechnung umfaßt, wie vorhin schon angegeben ist, die wichtigsten Rechnungsarten, es sollen die meisten derselben jedoch in besonderen Abschnitten behandelt und die Prozentrechnung zunächst nur im allgemeinen ins Auge gefaßt werden.

Ein Architekt erhält für die Anfertigung des Entwurfs zu einem Wohnhause und für die Leitung des Baues 5 Prozent von dem Baukapitale, das 20000 ℳ beträgt.

Bei der Prozentrechnung sind, wie vorstehendes Beispiel zeigt, zunächst drei Stücke zu unterscheiden und zwar: 1. der Prozentbetrag, d. h. wie viel die Prozente von der gegebenen Summe betragen (also hier die Summe, die der Architekt erhält); 2. der Prozentsatz, d. h. wie viel Prozente gerechnet werden sollen (hier 5 Prozent); 3. die Zahl, von welcher die Prozente zu rechnen sind (hier 20000 ℳ).

Statt 5 Prozent schreibt man kurz 5 p. c. oder 5%.

Sind zwei von diesen drei Stücken bekannt, so kann das dritte berechnet werden. Es können also drei verschiedene Rechnungsarten vorkommen und zwar:

§ 1. Berechnung des Prozentbetrages.

Welche beiden Stücke müssen gegeben sein?

1) Wie viel beträgt 1%? Antwort: Den 100. Teil.
2) Wie berechnet man also 1% von einer gegebenen Zahl?
3) Wie viel beträgt 1% von 100, 500, 900, 600, 1300, 1800, 72600?
4) Wie viel ₰ beträgt 1% von 1 ℳ?
5) Wie viel ₰ beträgt 1% von 16, 25, 38, 46, 84, 79 ℳ?
6) Wie viel ist 1% von 623, 845, 328, 128,5, 1956,25, 16,18, 9,25?
7) Wie viel sind 2% von 100, 400, 300, 900, 600, 1700?
8) Wie viel sind 3% von 100, 600, 500, 150, 250?

Praktische Regel: Um von einer gegebenen Zahl den Prozentbetrag zu berechnen, dividiert man dieselbe durch 100 und multipliziert den Quotient mit dem Prozentsatze.

9) Wie viel sind 4% von 218, 324, 425, 282, 319, 612, 815?
10) Wie viel ₰ betragen 3% von 1 ℳ?
11) Wie viel ₰ betragen 4% von 16, 23, 29, 32, 45, 58 ℳ?

Bei der folgenden Aufgabe nenne die Quotienten, die mit dem Prozentsatz multipliziert werden müssen.

12) Wie viel beträgt der Prozentbetrag von:

a. 750 ℳ zu 4%?	b. 825 ℳ zu 5%?
c. 1819 ℳ zu 3%?	d. 83 ℳ zu 4%?
e. 2168 Fr. zu 5%?	f. 2368 Rubel zu 6%?
g. 1365,50 ℳ zu 6%?	h. 1843,40 ℳ zu 4%?
i. 863 Doll. 15 Ct. zu 6%?	k. 2345 Gld. 60 Nkrz. zu 5%?

Zuweilen tritt 1000 an die Stelle der Zahl 100. Dies geschieht, um kleine Brüche zu vermeiden. Man sagt dann „pro mille“ (‰) d. h. für Tausend.

13) Wie viel beträgt 1‰, 2‰, 3‰ von 8432 ℳ?

14) Wie viel beträgt der Prozentbetrag von:

a. 840 ℳ zu $4\frac{1}{4}\%$?

Ausrechnung: $\frac{4\frac{1}{4} \cdot 840}{100} = \frac{17 \cdot 840}{4 \cdot 100} = \frac{17 \cdot 21}{10} = ?$ ℳ

Sprich: Bei $4\frac{1}{4}\%$ bringt 1 ℳ $= \frac{4\frac{1}{4}}{100}$ Mark,

also 840 ℳ = 840 mal so viel. Siehe Dreisatz.

b. 3486 ℳ zu $3\frac{2}{3}\%$? c. 2384 ℳ zu $5\frac{1}{2}\%$?
d. 9336 „ „ $4\frac{3}{4}$ „ ? e. 928 „ „ 4,6 „ ?
f. 838 Gld. „ $4\frac{1}{2}$ „ ? g. 894 Frcs. „ $4\frac{2}{3}$ „ ?

Läßt sich der Bruch beim Prozentsatz in einen endlichen Dezimalbruch verwandeln, so verfährt man bequemer nach der Regel vor Aufg. 9. Der Ansatz für Aufg. c. ist demnach = 23,84 . 5,5

15) Wie viel beträgt der Prozentbetrag von:

a. $642\frac{1}{2}$ ℳ zu $3\frac{1}{5}\%$? b. $2763\frac{3}{5}$ L zu $6\frac{2}{3}\%$?
c. 2656 ℳ 80 ₰ zu $5\frac{1}{2}\%$? d. 1803 Rubel 75 Kop. zu $8\frac{2}{3}\%$?
e. 671 L 8 sh zu $3\frac{2}{3}\%$? f. 1354 Doll. 72 Ct. zu $5\frac{1}{4}\%$?

16) Wie viel beträgt $1\frac{1}{2}\text{‰}$, $3\frac{1}{2}\text{‰}$, $4\frac{1}{2}\text{‰}$ von 6243 ℳ?

17) Den wievielten Teil von 100 bilden folgende Prozentsätze?

1 % =	$4\frac{1}{6}\%$ =	25 % =
$1\frac{1}{4}$ „ =	5 „ =	$33\frac{1}{3}$ „ =
$1\frac{1}{3}$ „ =	$6\frac{1}{4}$ „ =	$37\frac{1}{2}$ „ =
$1\frac{2}{3}$ „ =	$6\frac{2}{3}$ „ =	50 „ =
2 „ =	$8\frac{1}{3}$ „ =	$62\frac{1}{2}$ „ =
$2\frac{1}{2}$ „ =	10 „ =	$66\frac{2}{3}$ „ =
$3\frac{1}{3}$ „ =	$12\frac{1}{2}$ „ =	75 „ =
4 „ =	20 „ =	$87\frac{1}{2}$ „ =

Ist der Prozentsatz ein bequemer Teil von 100, so ist es vorteilhaft, wenn man verfährt, wie nachfolgendes Beispiel zeigt.

Wie viel beträgt der Prozentbetrag von 288 bei $8\frac{1}{3}\%$?

Ausrechnung: $8\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ von 100, folglich ist der Prozentbetrag $= \frac{288}{12} = 24$ ℳ.

18) Welches ist der Prozentbetrag von:

a. 409 ℳ 80 ₰ zu $8\frac{1}{3}\%$? b. 5525,70 Rubel zu $3\frac{1}{3}\%$?
c. 111,60 Francs zu $12\frac{1}{2}\%$? d. 5683 L 4 sh zu $33\frac{1}{3}\%$?
e. 1881,45 Dollar zu $6\frac{2}{3}\%$? f. 1875,36 Gulden zu $4\frac{1}{6}\%$?
g. 4238 Rubel 25 Kop. zu $6\frac{1}{4}\%$?

19) In D. bekommt ein Maurer 3,6 ℳ Tagelohn; er verlangt $16\frac{2}{3}\%$ Lohnerhöhung. Wie viel Lohn verlangt er?

20) Das Ausheben einer Baugrube ist zu 540 ℳ veranschlagt. Der Unternehmer N. übernimmt die Arbeit zu $12\frac{1}{2}\%$ unter dem Kostenanschlag; wie viel bekommt er?

21) Eine Fahrkarte III. Klasse von Holzminden über Köln, Frankfurt am Main, Kassel und zurück nach Holzminden kostet etwa 35 ℳ; ein Rundreiseschein ist ungefähr 18% billiger. Wie teuer ist derselbe?

22) Beim Mahlen des Getreides rechnet man $6\frac{1}{4}\%$ für Müllerlohn, 5% für Verstäuben und 10% für Kleie, der Rest ist Mehl. A. läßt 15 hl Roggen, das hl zu 70 kg, mahlen. Wie viel kg bekommt davon

der Müller? Wie viel gehen im Staube verloren? Wie viel Kleie und wie viel Mehl bekommt A.?

23) Ein Haus hat 22400 ℳ gekostet. Wie hoch muß es vermietet werden, wenn sich das Baukapital mit $5\frac{1}{4}\%$ verzinsen soll?

24) A. stellt seine Zahlungen ein; die Gläubiger erhalten nur $37\frac{1}{2}\%$ ihrer Forderungen. B. hat 7200 ℳ, C. 6000 ℳ, D. 5400 ℳ, E. 4800 ℳ und F. 3600 ℳ zu fordern; wie viel bekommt jeder?

25) Der Architekt A. hat zu einem Wohnhause den Entwurf gemacht und den Bau geleitet, er erhält dafür von dem Baukapitale, das 23468,75 ℳ beträgt, $4\frac{1}{2}\%$; wie viel erhält er?

26) Der Maurermeister A. verkauft im Auftrage des Ziegeleibesitzers B. dessen Fabrikate und erhält dafür $3\frac{1}{2}\%$ vom Verkaufspreise; wie viel hat A. verdient, wenn er für 26725,75 ℳ verkauft hat?

27) Eine aus Bruchsteinen hergestellte Mauer ist 23,64 m lang, 1,65 m hoch und 0,40 m dick; wie viel Raummeter gut aufgeschichtete Bruchsteine sind zu der Mauer erforderlich, wenn der Zwischenräume und des Abfalles wegen 30% mehr erforderlich sind, als der Kubikinhalt der Mauer beträgt?

28) Von den Gesamtkosten erfordern ungefähr bei einem

	Fachwerksbau	massiven Bau
Die Erd-, Maurer- und Steinhauerarbeiten	15 p. c.	32 p. c.
„ Zimmerer-Arbeiten	30 „	14 „
„ Dachdecker- „	7 „	7 „
„ Verputz- „	9 „	9 „
„ Tischler- „	14 „	12 „
„ Schlosser- „	7 „	8 „
„ Glaser- „	5 „	5 „
„ Maler- „	7 „	7 „
„ verschiedenen sonstigen Arbeiten und Lieferungen	6 „	6 „

Wenn nun ein Familienhaus in Fachwerk 15287 ℳ und massiv ausgeführt 18365 ℳ kostet, wie hoch würde dann nach vorstehendem Verhältnis jeder Posten kommen?

29) In dem Rechnungsbuche hat A. für B. folgende Auslagen gebucht:

			ℳ	₰	ℳ	₰
1889		Woche vom 4.—9. März.				
		An Material wurde geliefert:				
März	4.	500 gewöhnliche Mauersteine . . .	16	—		
„	7.	20 Tonnen Kalk	100	—		
					116	—
		An Arbeitslohn wurde gezahlt laut Wochenzettel Nr. 1 für:				
„	9.	$9\frac{1}{2}$ Gesellentage	38	—		
		5 Arbeitertage	15	—		
					53	—
		Summa Auslagen			169	—

Wie viel beträgt der Rechnungsbetrag, wenn bei dem ersten Posten $12\frac{1}{2}\%$, bei dem zweiten 20% und bei den beiden letzten $16\frac{2}{3}\%$ Gewinn und für Vorhaltung der Geräte und Rüstungen 6,50 ℳ gerechnet werden?

30) Nach einem allgemeinen Kostenüberschlag zu einem Kuhstallgebäude ist einschl. Material berechnet für:

a. Erd- und Maurerarbeiten . . . . . . 3435,85 ℳ
b. Zimmererarbeiten . . . . 2857,70 „
c. Dachdeckerarbeiten . . . . 1266,00 „
d. Tischler-, Schlosser-, Glaser- und Schmiedearbeiten . . . . 179,00 „

Der Bauunternehmer A. verlangt für die einzelnen Posten bezw. 8, 10, 12 und 3 Prozent, B. 7, 13, 11 und 2 Prozent weniger. Wer ist der Mindestfordernde?

31) A. hat auf einer Holzversteigerung 134,4 cbm Nutzholz gekauft und zwar $\frac{1}{3}$ desselben à 12,75 ℳ, $\frac{1}{6}$ à 13,25 ℳ, $\frac{1}{4}$ à 11,30 ℳ und den Rest à 12,90 ℳ. Er tritt dasselbe sofort mit $3\frac{1}{3}\%$ Gewinn an B. ab. a. Wie viel hat A. verdient? b. Wie viel hat B. für das Holz zu zahlen? c. Wie hoch kommt dem B. 1 cbm im Durchschnitt?

32) A. hat ein Haus gebaut, das 18 766 ℳ gekostet hat. Das Baukapital muß, wenn die üblichen Zinsen, die Kosten für Ausbesserungen, die Abgaben usw. gedeckt werden sollen, $6\frac{1}{4}\%$ einbringen; wie viel Miete muß A. für seine eigene Wohnung, die er im Hause hat, rechnen, wenn er für die vermieteten Räume 900 ℳ einnimmt.

§ 2. Berechnung des Prozentsatzes.

Welche beiden Stücke müssen gegeben sein?

33) Jemand hat mit 1000 ℳ 40 ℳ verdient, wie viel hat er mit 100 ℳ verdient? oder wie viel Prozent beträgt der Gewinn?

Soll der Gewinn oder Verlust in Prozenten ausgedrückt werden, so soll der Gewinn oder Verlust auf die Zahl 100 bezogen werden, es soll also ermittelt werden, wie viel der fragliche Betrag (hier 40 ℳ) für 100 ℳ beträgt.

34) (Mündlich.) Berechne die Prozente, wenn
a. 900 ℳ = 45 ℳ; b. 600 Francs = 27 Francs;
c. 800 Rubel = 34 Rubel; d. 500 Dollar = 32,50 Dollar;
e. 2500 Kronen = 150 Kronen; f. 700 ℳ = 30 ℳ;
g. 800 Gld. = 36 Gld.; h. 750 ℳ = 30 ℳ; (750 = $7\frac{1}{2}$ Hundert.)
i. 625 ℳ = 62,5 ℳ; k. 840 ℳ = 42 ℳ;
l. 120 ℳ = 6 ℳ; m. 50 ℳ = 3,50 ℳ;
n. 25 Rubel = 1,25 Rubel; o. 20 Gld. = 1,60 Gld.;
p. 20 ℳ = 1,80 ℳ; q. 80 Rubel = 6,40 Rubel;
r. $33\frac{1}{3}$ Francs = 1,47 Francs; s. $12\frac{1}{2}$ ℳ = 0,72 ℳ;
t. $16\frac{2}{3}$ ℳ = 1,25 ℳ Gewinn bringen?

35) A. hat mit 40 ℳ 8 ℳ verdient, wie viel Prozent beträgt das?

Ausrechnung: Mit 10 ℳ werden demnach = 2 ℳ
„ 100 „ „ „ = 2 ℳ. 10 = 20 ℳ,
also **20%** verdient.

36) (Mündlich.) Wie viel Prozent werden verdient, wenn eine Ware kostet:

a.	im Einkauf	40 ℳ	und im Verkauf	46	ℳ?
b.	„ „	70 „	„ „ „	84	„ ?
c.	„ „	30 „	„ „ „	37	„ ?
d.	„ „	60 „	„ „ „	66,6	„ ?
e.	„ „	5 „	„ „ „	5,90	„ ?
f.	„ „	35 „	„ „ „	39,20	„ ?
g.	„ „	360 „	„ „ „	400	„ ?
h.	„ „	4,50 „	„ „ „	5,40	„ ?
i.	„ „	1250 „	„ „ „	1500	„ ?
k.	„ „	37,5 „	„ „ „	45	„ ?
l.	„ „	180 „	„ „ „	207	„ ?

37) A. giebt einem Gesellen täglich 3 ℳ Lohn und berechnet sich 60 ₰ Meistergeld, wie viel Prozent beträgt das?

Ausrechnung: Für 1 ℳ bringt es 20 ₰, für 100 ℳ 20 ℳ, also 20%.

38) Wie viel Prozent beträgt der Gewinn, wenn man verdient:

a. 1,62 ℳ mit 18 ℳ?	b. 3,45 ℳ mit 23 ℳ?
c. 4,38 „ „ 73 „ ?	d. 5,78 „ „ 68 „ ?
e. 1 „ „ 12 „ ?	f. 4,56 „ „ 56 „ ?

39) A. kauft ein Stück Holz für 144 ℳ und verkauft es wieder mit 18 ℳ Gewinn; wie viel Prozent hat er verdient?

Ansatz: $\frac{18 \cdot 100}{144}$

Sprich: Mit einer Mark verdient A. den 144sten Teil von 18 ℳ ($^{18}/_{144}$), mit 100 ℳ = 100 mal so viel.

40) Wie viel Prozent beträgt der Gewinn, wenn man verdient:

a. 45,20 ℳ mit 1130 ℳ?	b. 103,20 ℳ mit 2064 ℳ?
c. 42,57 „ „ 946 „ ?	d. 86,94 „ „ 1863 „ ?
e. 97,31 „ „ 4281,72 „ ?	f. 21,406 „ „ 389,20 „ ?

41) Jemand hat monatlich 220 ℳ Gehalt und zahlt an Steuer jährlich 39,60 ℳ; wie viel Prozent von seinem Einkommen zahlt er?

42) Jemand versichert sein Leben zu 6000 ℳ, die jährliche Versicherungsgebühr beträgt 129 ℳ. Wie viel Prozent beträgt dieselbe?

43) A. hat ein Haus gekauft zu 16 200 ℳ. Er zahlte an Stempel und sonstigen Unkosten 112,5 ℳ; wie viel Prozent der Kaufsumme betrugen die Unkosten?

44) Die Zimmerarbeiten zu einem Neubau sind zu 3740 ℳ veranschlagt. Der Zimmermeister D. liefert dieselben zu 3450 ℳ; wie viel Prozent ist er billiger als die Anschlagssumme?

45) In einem Orte mit 4500 Einwohnern erkrankten 150 Personen an Diphtheritis und von diesen starben 40. Wie viel Prozent der Einwohner erkrankten? Wie viel Prozent der Einwohner und welcher Prozentsatz der Erkrankten erlag der Krankheit?

46) Der Bauunternehmer A. hat ein Haus, das 22137,20 ℳ gekostet hat, zu 25 000 ℳ verkauft; wie viel Prozent hat er verdient?

47) C. hat 140 ℳ monatliches Einkommen, dasselbe wird auf 2000 ℳ jährlich erhöht. Wie viel Prozent ist das Einkommen erhöht worden?

48) Wie viel Prozent beträgt der Gewinn, wenn

der Einkauf ist:	der Verkauf ist:
a. 6 cbm für 140 ℳ	im ganzen 152,25 ℳ;
b. 375 lfd. m Dielen für 185 ℳ . . .	„ „ 216,50 ℳ;
c. 330 kg im ganzen für 39,60 ℳ . . .	das kg 0,24 ℳ;
d. 19,5 qm Bohlen im ganzen für 253,75 ℳ	das qm 14,25 ℳ;
e. 100 Stämme Fichten à 7,50 ℳ . . .	im ganzen 843,75 ℳ;
f. 26,8 qm Sandsteinplatten das qm 1,25 ℳ	„ „ 41,50 ℳ?

49) A. hat auf einer Holzversteigerung 300 Rüstbäume das 100 zu 240 ℳ gekauft und für den Versand 48 ℳ bezahlt, er erhält für das Stück 3 ℳ wieder; wie viel Prozent hat er gewonnen?

50) Im Jahre 1885 wurde in der Stadt Braunschweig das Wassergeld nach dem Mietwerte der Häuser berechnet und es betrug der Wasserverbrauch pro Kopf und Tag 208 l. Im Jahre 1889 wurden Wassermesser eingeführt und es ist der Preis für 1 cbm auf 10 ₰ festgesetzt. Um wie viel Proz. ist infolge dieser Einrichtung der Wasserverbrauch im Jahre 1889 gegen 1885 gesunken. Siehe Aufg. 50, Abschn. III.

51) In einem kleinen Städtchen betrug 1882 der Tagelohn 2,40 ℳ, 1893 aber 3 ℳ. A. sagt, im Jahre 1882 stand der Lohn 20% niedriger als im Jahre 1893; B. hingegen sagt, im Jahre 1893 stand der Lohn 25% höher als im Jahre 1882. Beide haben richtig gerechnet. Erklärung der Ausrechnung: Der Lohnunterschied beträgt 0,60 ℳ, A. bezieht diesen Unterschied auf 3 ℳ und B. auf 2,40 ℳ.

Derartige verschiedene Vergleiche werden häufig gemacht. Praktische Regel: Bei „Prozent niedriger“ bezieht man den Unterschied auf die größere, bei „Prozent höher“ auf die kleinere Zahl.

52) Nach dem Marktberichte des Berliner Baumarktes betrugen am 1. Mai die Preise

für	1882	1891	1893
	ℳ	ℳ	ℳ
Kalk franko Bau pro hl	2,75	1,70	1,70
Mauermörtel franko Bau pro cbm. . .	7,50	6,00	6,00
Putzmörtel „ „ „ „ . . .	8,50	7,00	7,00
Zement „ „ „ 180 kg. .	8,75	7,60	5,80
Rathenower Mauersteine	40,00	39,00	34,50

Wie viel Proz. stand der Preis für diese Baumaterialien a. 1882 höher als in den beiden anderen Jahren und b. 1891 und 1893 niedriger als im Jahre 1882?

53) Im Jahre 1865 wurden in Braunschweig rd. 574 000 cbm Gas erzeugt, im Jahre 1889 rd. 4 053 000 cbm. Wie viel Proz. ist 1889 mehr erzeugt als 1865?

54) Im Jahre 1853 betrug dort der Preis für 1 cbm Gas 70,7 ₰, 1865 35,3 ₰ und 1889 18 ₰. Um wie viel Proz. war das Gas a. in den beiden letzten Jahren billiger als in dem ersten und b. in den beiden ersten Jahren teuerer als in dem letzten?

55) Ein Schulbau ist zu 33 493,50 ℳ veranschlagt. A. will den Bau für 31 400 ℳ und B. für 30 700 ℳ ausführen. a. Wie viel Proz. verlangt jeder weniger? b. Wie viel Proz. ist die Anschlagssumme höher als die Forderung des A. und B.?

56) Ein Gutsbesitzer will einen Schafstall bauen lassen und läßt sich zu dem Zwecke von einem Architekten einen Entwurf nebst Kostenanschlag anfertigen. Es ist berechnet einschl. Material:

für Erd- und Maurerarbeiten	7800 *M*,
„ Zimmererarbeiten	3400 „
„ Dachdeckerarbeiten	1820 „
„ Tischler-, Schlosser-, Glaser- u. Schmiedearbeiten	320 „

Die Mindestforderungen für die einzelnen Posten betragen bezw. 7336, 3026, 1729 und 288 *M*. a. Wie viel Proz. ist jeder Posten des Anschlages höher als die der Mindestfordernden? b. Wie viel Proz. sind von den Mindestfordernden von jedem Posten des Anschlags abgesetzt? c. Wie viel Proz. ist die gesamte Bausumme nach dem Anschlage höher, als nach der Forderung der an der Verdingung Beteiligten?

57) Die bebaute Fläche der Turnhalle zu Hamm beträgt 312 qm und die Bausumme 20 400 *M*, die bebaute Fläche der Turnhalle zu Rogasen 272 qm und die Bausumme 17 170 *M*. a. Wie viel Proz. ist erstere auf das Quadratmeter teurer als letztere? b. und wie viel Proz. ist letztere auf das Quadratmeter billiger als erstere?

58) Nach einem angestellten Versuche ist das Ergebnis eines Mahlganges mit einer Triebkraft von 6 Pferdestärken bei sonst gleichen Umständen:

1. Wenn der obere Stein allein läuft und kein Luftzug angewandt wird: in der Stunde 91 kg Mehl;
2. wenn der obere Stein allein läuft unter Anwendung von Luftzug: in der Stunde 125 kg Mehl;
3. wenn der untere Stein allein läuft und gleichfalls Luftzug angewandt wird: in der Stunde 166 kg Mehl;
4. wenn beide Steine nach entgegengesetzter Richtung laufen unter Anwendung von Luftzug: in der Stunde 207 kg Mehl.

Wie viel Proz. ist das Ergebnis günstiger: a. unter 2 als unter 1? b. unter 3 als unter 2? c. unter 4 als unter 3?

59) Im Jahre 1888/89 wurden in Deutschland an Brotgetreide pro Kopf von eigener Produktion 138,53 kg, von fremder 23,82 kg gebraucht. Der Mensch bedarf zur rationellen Ernährung aber 183,21 kg. a. Um wie viel Proz. ist der wirkliche Verbrauch hinter diesem Bedarf zurückgeblieben? b. Um wie viel Proz. müßte die eigene Produktion höher sein, wenn durch dieselbe das für eine rationelle Ernährung erforderliche Getreide erzielt werden sollte?

§ 3. Berechnung des Wertes, auf welchen sich die gegebenen Prozente beziehen.

Welche beiden Stücke müssen gegeben sein?

60) A. hat mit einem Kapitale 30 *M* verdient, wie groß ist dasselbe, wenn der Gewinn 5 % beträgt?

Ausrechnung: $\frac{100 . 30}{5} = 600$ *M*.

Sprich: 5 *M* Gewinn erfordern 100 *M* Kapital,

1 „ „ erfordert $\frac{100 \mathcal{M}}{5}$ „

30 „ „ erfordern $\frac{100 \mathcal{M} . 30}{5}$ „

Praktische Regel: Man dividiere mit dem Prozentsatze in den Gewinn und multipliziere den Quotient mit 100.

61) (Mündlich.) Wie groß ist das Kapital, welches

a.	bei 6%	72	ℳ	Gewinn	einbringt	?
b.	„ 5%	42,5	„	„	„	?
c.	„ 7%	108,5	„	„	„	?
d.	„ 16%	100	„	„	„	?
e.	„ 15%	100	„	„	„	?
f.	„ 23%	103,5	„	„	„	?
g.	„ $3\frac{3}{4}\%$	112,5	„	„	„	?
h.	„ $4\frac{1}{4}\%$	40,80	„	„	„	?
i.	„ $5,6\%$	42	Rubel	„	„	?

Ist der Prozentsatz ein bequemer Teil von 100, so dividiert man 100 durch den Prozentsatz und multipliziert den Prozentbetrag mit diesem Quotient.

62) (Mündlich.) Wie groß ist das Kapital, welches

a.	bei 10%	75	ℳ	Gewinn	einbringt	?
b.	„ 5%	43,75	„	„	„	?
c.	„ 20%	1,50	„	„	„	?
d.	„ 25%	16,5	„	„	„	?
e.	„ $2\frac{1}{2}\%$	2,10	„	„	„	?
f.	„ $3\frac{1}{3}\%$	6,20	„	„	„	?
g.	„ $12\frac{1}{2}\%$	12,60	„	„	„	?
h.	„ $16\frac{2}{3}\%$	36,80	„	„	„	?
i.	„ $33\frac{1}{3}\%$	114,60	„	„	„	?
k.	„ $66\frac{2}{3}\%$	330,90	„	„	„	?

63) Das Baukapital eines Hauses verzinst sich mit $6\frac{1}{3}\%$; wie viel beträgt dasselbe, wenn die Miete nach Abzug der Kosten für Ausbesserungen, der Abgaben usw. 1330 ℳ beträgt?

64) Ein Mühlenbesitzer hat im Jahre 1882 einen Reingewinn von 2904 ℳ erzielt; wie groß ist das Geschäftskapital, wenn der Gewinn $13\frac{1}{5}\%$ beträgt?

65) Würde für den Bruch und Verlust an Ziegelsteinen während der Arbeit $6\frac{2}{3}\%$ gerechnet und betrüge dies 4000 Stück, a. wie viel Steine müßten dann geliefert sein? b. und wie viel Steine wären vermauert?

66) Wie hoch hat man das Einkommen eines Mannes geschätzt, der bei $1\frac{1}{2}\%$ jährlich 33 ℳ Steuer zahlt?

67) In der Stadt A. betrug die gesamte Einkommensteuer im Jahre 1892 = 33 455,50 ℳ. a. Welches Einkommen vertritt diese Steuersumme, wenn die Steuer $1\frac{3}{4}\%$ des jährlichen Einkommens beträgt? b. Welches Vermögen vertritt diese Steuersumme, wenn das Einkommen zu $3\frac{1}{2}\%$ des Kapitals berechnet wird?

δ 68) A. läßt in seinem Walde jährlich $2\frac{1}{2}\%$ des vorhandenen Holzes fällen. Im Jahre 1882 betrug dieser Prozentsatz 123 Festmeter Nutzholz, 112 Raummeter Scheitholz und 125 Raummeter Knüppelholz. Wie viel Festmeter enthielt der Wald vor der Hauung, wenn das Scheitholz 73 % und das Knüppelholz 56 % Holzmasse giebt?

§ 4. Vermischte Aufgaben.

69) Wie viel Steuer muß A., dessen Einkommen 4500 ℳ beträgt, zahlen, wenn dieselbe $1\frac{1}{2}\%$ beträgt?

70) Wie viel Prozent Einkommensteuer werden gezahlt, wenn das Einkommen 2500 ℳ und die Steuer 43,75 ℳ jährlich beträgt?

71) A. hat eine Eiche, die 163 ℳ gekostet hat, an B. mit 8% Gewinn verkauft, B. hat dieselbe wieder mit 10% Gewinn an C. verkauft; wie viel hat C. für die Eiche bezahlt?

72) A. hat seine Mobilien gegen Feuersgefahr versichert, er muß jährlich 2‰ „Prämie" zahlen, er erhält aber, wenn die vollen Beiträge nicht verwendet worden sind, einen Teil seiner Auslagen unter dem Namen Dividende zurück. a. Wenn nun A. seine Mobilien zu 5000 ℳ versichert hat, anfänglich 2‰ zahlt, später aber 75% der Prämie zurück erhält, wie viel betrug dann eigentlich die Prämie? b. Im Jahre 1890 hatte A. nach Abzug der Dividende nur 2,16 ℳ Prämie bezahlt; wie viel Prozent Dividende wurden ihm zurückgezahlt?

73) A. besitzt ein Haus im Werte von 15 490 ℳ. Im Durchschnitt muß er jährlich 76 ℳ für Ausbesserungen ausgeben; für Steuer, Versicherung usw. muß er 90 ℳ rechnen. Wie hoch muß der Eigentümer das Haus vermieten, wenn dasselbe ihm 5% reine Zinsen eintragen soll?

74) Der technische Direktor einer Fabrik erhält außer seinem Gehalte $3\frac{1}{2}\%$ Anteil am Reingewinn und dieser betrug im Jahre 1892 1354,50 ℳ; wie viel betrug der Reingewinn?

75) Der kaufmännische Direktor jener Fabrik erhielt dasselbe Jahr 870,75 ℳ vom Reingewinn; wie viel Prozent enthielt dieser?

76) A. hat sich in die Lebensversicherungsgesellschaft der Gothaer Bank auf Lebenszeit eingekauft, er muß jährlich $2\frac{7}{10}\%$ der Versicherungssumme als Prämie zahlen. a. Wie hoch ist die Versicherungssumme, wenn die Prämie 162 ℳ beträgt? b. Nachdem er 5 Jahre lang den regelmäßigen Beitrag gezahlt hat, erhält er $22\frac{1}{2}\%$ des laufenden Beitrags als Dividende zurück. Wie viel Prozent der Versicherungssumme beträgt jetzt die Prämie?

77) Die anschlagsmäßigen Baukosten des Reichstagsgebäudes sollen 17 799 950 ℳ betragen, die Kosten für Bauleitung und Bauverwaltung sind rd. auf 1 100 000 ℳ bemessen. Wie viel Proz. von den Baukosten betragen letztere?

78) Für das im Jahre 1883 vollendete Rathaus in Wien betrug die ursprünglich vorgesehene Bausumme rd. 8,5 Mill. Gld., die Bausumme ist aber um rd. 66% überschritten, die durch Nachbewilligung gedeckt sind. Wie viel ℳ hat demnach dies Bauwerk gekostet, wenn derzeit 100 Gld. zu 179 ℳ gerechnet wurden?

79) In welcher kritischen Lage die ungarische Mühlenindustrie sich im Jahre 1886 befunden hat, ist am deutlichsten zu ersehen, wenn man den Kurs (Tageswert) der Mühlenpapiere des Jahres 1887 mit dem des Vorjahrs vergleicht. Es wurden z. B. amtlich notiert:

	10. März 1886.	10. März 1887.	Verlust in %.
Konkordia-Mühle	595	445	?
Ofen-Pester- „	1315	1000	?
Viktoria- „	312	148	?
Elisabeth- „	278	215	?

80) Der aus Kalkstein von Malsch in Baden erzeugte hydraulische Kalk wiegt pro cbm 814 kg, durch das Brennen sind an Wasser, Kohlensäure und anderen verbrennbaren Stoffen 44% des Kalksteingewichts ausgeschieden. Wie viel wiegt demnach 1 cbm Kalkstein?

81) Der Rüdersdorfer Kalkstein wiegt pro cbm 2430 kg, der daraus gebrannte Ätzkalk wiegt pro cbm 1415 kg. Wie viel Proz. beträgt der Gewichtsverlust?

82) Wie der Preis des Holzes gestiegen oder die Kaufkraft des Geldes gesunken ist, ergiebt sich aus den sorgfältigen Aufschreibungen einer gut geführten Forstwirtschaft in Böhmen. Darnach kostete ein Klafter Scheitholz 1670 0,35 Gld., 1720 0,55 Gld., 1770 1,10 Gld., 1820 3,30 Gld., 1870 8 Gld. a. Um wie viel Proz. ist der Preis des Holzes in jedem Zeitraume von 50 Jahren gestiegen oder die Kaufkraft des Geldes gesunken? b. Es ist derselbe Vergleich zwischen 1670 und 1870 anzustellen.

83) Nach dem amtlichen Berichte der Handelskammer zu Frankfurt a. M. für 1888 ist ziffernmäßig nachgewiesen, daß sich auf dem kanalisierten Main der Verkehr von 311 586 tkm vor der Kanalisierung im Jahre 1887 auf das 49fache, i. J. 1888 auf das 66fache erhöht hat. Es ist dadurch gegen die Eisenbahntarife eine Frachtersparnis von 1 141 502 ℳ i. J. 1887 und von 1 692 755 ℳ i. J. 1888 erzielt worden. Die Ausführung der Kanalisierung hat $5\frac{1}{4}$ Mill. ℳ gekostet. a. Wie viel Proz. hat demnach das Anlagekapital eingetragen, wenn man den Durchschnitt der Frachtersparnis für 1877/78 als Reingewinn betrachtet? b. Um wie viel hat sich unser Nationalvermögen vermehrt, wenn man die Frachtersparnis bei Annahme von 4% Zinsen kapitalisiert? (Für 4 ℳ Frachtersparnis werden 100 ℳ Kapital gerechnet.)

84) Nach statistischen Angaben hat die preußische Regierung in den Jahren 1876 bis 1885 für Verbesserung der Flußschiffahrt 69 Mill. ℳ verausgabt, an Frachtkosten im Vergleich zu den Eisenbahntarifen sind jährlich 17,6 Mill. ℳ erspart. Beantworte die beiden Fragen der vorigen Aufgabe.

85) Wie viel würde nach folgenden Angaben jährlich an Transportkosten für Steinkohlen allein durch den Dortmund-Ems-Kanal erspart? Es ist anzunehmen, daß jährlich 1,2 Mill. t befördert werden. Die Kanalfracht wird betragen: Eisenbahnfracht von der Grube bis zum Kanal, Einstürzen ins Schiff, nachheriges Umladen ins Seeschiff für 1 t 0,82 ℳ, Kanalfracht für das tkm 1,04 ₰. Kanallänge 210 km. Die Eisenbahnfracht beträgt für 1 tkm 2,7 ₰, Eisenbahnlänge 217 km, und als Nebenkosten sind für das Umladen ins Seeschiff 0,15 ℳ für 1 t zu rechnen. Welches Kapital konnte durch diese Ersparnisse bei 4% Zinsen verzinst werden?

86) Die Länge der vollspurigen Eisenbahn für den öffentlichen Verkehr in Deutschland belief sich am Ende des Betriebsjahres 1890/91 auf 41 879 km, von der Gesamtlänge entfielen auf die Staatsbahnen 90,6%, auf die Privatbahnen unter Staatsverwaltung 0,3% und auf die Privatbahnen unter eigener Verwaltung 9,1%. Wie viel km jeder der drei Arten Bahnen giebt es?

87) Die preußischen Staatsbahnen umfaßten zu derselben Zeit 24 903 km, die Gesamtlänge der Bahnen im preußischen Staatsgebiete 25 170 km. Wie viel Proz. beträgt dies von sämtlichen Bahnen Deutschlands?

88) An Betriebseinnahmen erzielten die Eisenbahnen Deutschlands in demselben Betriebsjahre rd. 1303 Mill. ℳ, wovon 27,45% dem Personenverkehr, 67,8% dem Güterverkehr und der Rest sonstigen Einnahmen entstammen. Wie viel hat a. der Personenverkehr und b. der Güterverkehr eingetragen?

89) Die Betriebsausgaben der Eisenbahnen Deutschlands betrugen 802,3 Mill. ℳ, der Betriebsüberschuß also 500,7 Mill. ℳ. Wie viel Proz. von der Roheinnahme beträgt jeder der beiden Posten?

90) Das Anlagekapital für die Eisenbahnen betrug 10,456 Milliarden ℳ. Mit wie viel Proz. hat sich also das Anlagekapital verzinst?

91) Durch die stetig fortschreitende Vervollkommnung des Betriebes im Bergbau hat die Zahl der Unglücksfälle im Laufe der Jahre immer mehr abgenommen. Die Zahl infolge von Katastrophen ums Leben gekommener Bergarbeiter betrug in England innerhalb der Jahre 1851 bis 60 durchschnittlich 407 pro Jahr, 1871—80 durchschnittlich 233 und 1881—87 durchschnittlich 191. Um wie viel Proz. haben die Unglücksfälle in den letzten Zeitperioden im Vergleich zu der ersten abgenommen? (Dieser Prozentsatz würde noch günstiger ausfallen, wenn die Zahl der Arbeiter, die stets zugenommen hat, berücksichtigt wäre.)

92) Nach der Statistik des Vereins deutscher Eisenbahnverwaltungen ist die Zahl der Unfälle von 4741 im Jahre 1880 auf 5070 im Jahre 1890 gestiegen und die Zahl der verunglückten Personen (getötet und verletzt zusammen genommen) in denselben Jahren von 509 auf 547 gestiegen; während dieses Zeitraumes ist aber die Länge der Vereinsbahnen von 56 614 auf 72 447 km und der Zugverkehr von 300 auf 468 Mill. Zug-km gestiegen. a. Um wie viel Proz. sind die Unfälle und Verunglückungen 1890 gegen 1880 gestiegen, wenn die betreffenden Zahlenangaben ohne weitere Beziehungen ins Auge gefaßt werden? b. Wie viel Unfälle und Verunglückungen hätten sich 1890 ereignen dürfen, wenn sie einmal proportional der Eisenbahnlänge, zum andern proportional der Zug-km vorgekommen wären? c. Um wie viel Proz. haben also demnach im Jahre 1890 dem Jahre 1880 gegenüber die Unfälle und Verunglückungen abgenommen. (Bei der Lösung dieser Frage ist von den Resultaten unter b das arithmetische Mittel zu nehmen.)

93) Das Baukapital eines Gebäudes hat 380 000 ℳ betragen, es entfielen von dieser Summe auf die Erd- und Maurerarbeiten 20%, das Mauermaterial 40%, die Zimmerarbeiten nebst Material 10%, Steinmetz-, Staaker-, Dachdecker- und Klempnerarbeiten 10%, Tischlerarbeiten 5%, Eisenarbeiten 5%, Glaser-, Maler- und Töpferarbeiten 3%, Heizungs- und Lüftungsanlagen, Gas- und Wasserleitung 7%. Löhne und Materialpreise sind gesunken und zwar Maurerarbeiten um 15%, Mauermaterial um 16%, Zimmerarbeit und Material um 12%, bei den übrigen Arbeiten durchschnittlich um 8%. a. Um wie viel Proz. würden sich die Gesamtkosten ermäßigen? Ansatz: $^1/_{100}(20 \cdot 15 + 40 \cdot 16 + 10 \cdot 12 + 30 \cdot 8)$. b. Für welchen Preis könnte jetzt ein ähnliches Gebäude hergestellt werden?

94) Die bebaute Fläche eines Stallgebäudes beträgt 293,81 qm und der kubische Inhalt desselben 1797 cbm. Die Baukosten betrugen: Erd- und Maurerarbeiten inkl. Material 5755 ℳ, Zimmerarbeiten inkl. Material 3363 ℳ, Staakerarbeiten 432 ℳ, Dachdeckerarbeiten 932 ℳ, Tischler-, Schlosser-, Glaser- und Anstreicherarbeiten 357 ℳ, insgemein und für

Beschaffung der 3 Ventilationsröhren 150 ℳ. a. Es sind die Kosten der einzelnen Titel pro qm bebauter Grundfläche und pro cbm Inhalt zu berechnen. b. Es sind die Kosten der einzelnen Titel in Proz. von der Gesamtsumme auszudrücken. c. Im ganzen sind 1468 lfd. m Kantholz, 33,84 cbm haltend, zur Verwendung gekommen. Wie viel lfd. m und cbm sind also pro qm Grundfläche und pro cbm Inhalt des Gebäudes verwandt? d. Wie groß ist der Mauerquerschnitt sämtlicher Außen- wie Scheidewände, die massiv in Ziegeln ausgeführt sind, wenn die Gesamtfläche der einzelnen Räume 256,63 qm beträgt? Wie viel cbm Mauerwerk hält darum das 3,70 m hohe Erdgeschoß, wenn die Abzüge für Öffnungen unberücksichtigt bleiben?

95) Die Löhne und Materialpreise sind gestiegen und zwar bei voriger Aufgabe für Titel 1 um $12^1/_2$%, für Titel 2 um $8^1/_3$%, für die übrigen um 5%. a. Um wie viel Proz. würden sich demnach die Gesamtkosten erhöhen? Wie hoch würden sich b. die Gesamtkosten und c. die Einheitspreise pro qm bebauter Fläche und pro cbm Gebäude jetzt stellen?

96) Berechne die Belastung der Arbeitgeber im Baugewerbe durch die Arbeiterversicherung nach folgenden Angaben, die der Statistik entnommen sind.

a. Für Krankenversicherung.

Im Jahre 1889 waren im Baugewerbe 1084160 Personen versichert. Diese Zahl soll als Durchschnittszahl angenommen werden. Der Durchschnittslohn darf zu 520 ℳ angenommen werden. Da die Höhe der Beiträge 2% des durchschnittlichen Lohnes nicht übersteigen soll, so sollen nur $1^1/_2$% des Lohnes als Krankenkassenbeiträge angenommen werden. Der Arbeitgeber hat hiervon ein Drittel zu bezahlen.

b. Für Unfallversicherung.

Die Gesamtausgabe für Unfallversicherung im Deutschen Reiche kann man nach den bisherigen Erfahrungen auf rd. 46 Mill. ℳ schätzen. Hiervon würden auf das Baugewerbe rd. 20% entfallen. Die sich ergebende Summe haben die Arbeitgeber allein zu tragen.

c. Für Invaliditäts- und Altersversicherung.

Nach dem unter a. angenommenen Lohnsatze würden die Arbeiter zu der 2. Lohnklasse gehören, und es müßte für jeden wöchentlich 20 ₰ als Beitrag entrichtet werden. Da die Bauarbeiter einen Teil des Jahres außer Beschäftigung sind, so würde für sie nicht volle 52 Wochen im Jahre gezahlt zu werden brauchen, aber da bei der Zuteilung zur Lohnklasse ein ganz niedriges Einkommen zugrunde gelegt ist, so kann man, um wenigstens einen mäßigen Ausgleich zu erzielen, 52 Beitragswochen annehmen. Die Arbeitgeber haben von diesen Beiträgen die Hälfte zu zahlen.

97) Ein Fachmann hat durch Versuche ermittelt, daß die aus dem ihm verfügbaren Thone frisch geformten Steine von 212 mm Länge, 133 mm Breite und 61 mm Dicke schwanden:

	Länge	Breite	Dicke	
Durch Trocknen	7,25	10,75	9,75	Proz.
„ „ und schwaches Brennen	8,51	13,0	14,75	„
„ starkes Brennen zu Klinker . .	11,75	23,0	19,75	„

a. Welche Ausdehnung hatte ein Stein in jedem der drei Fälle? b. Welche Ausdehnung muß der frisch geformte Stein in jedem der drei Fälle haben, wenn derselbe das Normalmaß behalten soll? Es ist hierbei angenommen, daß der Schwund bei verschiedenen Größen proportional ist.

98) Bei den Ablagerungs-Bassins sowohl als auch bei den Filterbetten der Magdeburger Wasserwerke stellte sich eine außerordentliche Undichtigkeit heraus, die nach gründlichen Untersuchungen dadurch erklärt wurde, daß das Baumaterial, Bruchsteine und Zementmörtel, nicht im richtigen Verhältnis verwandt war. Zu 1 cbm Mauerwerk sollte kontraktlich 1,30 cbm Bruchsteine verwandt werden. Wenn das geschehen wäre, so mußte sich in dem Mauerwerk 70% Steinmasse vorfinden. a. Durch gründliche Untersuchungen wurde festgestellt, daß in 17 592,4 cbcm Mauermasse 8440 cbcm Steinmasse und 9152,4 cbcm Mörtelmasse enthalten war. a. Wie viel Proz. Steinmasse war also in dem Mauerwerk enthalten? b. Wie viel cbm Steine sind demnach nur zu 1 cbm Mauerwerk verwandt? c. Wie viel cbm Steine sind demnach weniger verwandt, da 30 311 cbm Mauerwerk hergestellt sind?

99) Weißbrot enthält im Durchschnitt 9,6% Eiweiß oder Kleberstoff und 60,1% Stärkekörper, Schwarzbrot bezw. 8,3% und 44,2%. Bei der Aufnahme von Weißbrot werden 20% Eiweiß und 6% Stärkemehl, beim Pumpernickel und Schwarzbrot dagegen 42% Eiweiß und 19% Stärkemehl von den in beiden Brotsorten enthaltenen Nährstoffen unverdauet abgegeben. Wie viel Gramm von jeder Art Nährstoffe werden also bei jeder Sorte Brot von 1 kg unverdaut abgegeben?

100) Der Wert des Eiweiß und des Stärkemehls verhält sich wie 5 : 1. Wenn wir nun Stärkemehl als N.-E. annehmen: a. Wie viel N.-E. enthält dann jede der beiden Brotsorten? b. Wie viel N.-E. gehen dann von jeder Brotsorte, weil sie nicht verdaut werden, verloren? c. Wie viel beträgt dies in Prozenten ausgedrückt? d. Wie viel Prozent beträgt also der unverdaute Abgang im Durchschnitt, wenn man solchen als das arithmetische Mittel von den Resultaten unter c ansieht? e. Welcher Geldbetrag ist hierfür anzusetzen, wenn der in Aufg. 72 Abschnitt V berechnete Geldbetrag für die Broternährung auf die im Brote enthaltenen Nährstoffe bezogen wird?

101) Man hat gefunden, daß Mehl um so besser und vollständiger verdaut wird, je weniger Schalenteile in demselben enthalten sind. Die neuere Müllerei stellt Mehl her, welches so viel reiner und weißer ist als früher, daß man den Verlust an unverdauten Stoffen um 20% niedriger annehmen kann. Welche Summe kann also die neuere Müllerei, wenn sie erst überall eingeführt ist, nach voriger Aufg. ersparen?

§ 5. Gewinn- und Verlustrechnung.

Bei Gewinn- und Verlustrechnungen findet die Prozentrechnung hauptsächlich Anwendung. Wenn jemand z. B. den Verkaufspreis einer Ware bestimmen will, so setzt er meistens den Gewinn erst in Prozenten fest und berechnet darnach den Verkaufspreis; oder wenn er den Gewinn oder Verlust berechnen will, so untersucht er, wie viel Proz. er gewonnen oder verloren hat. Es könnten die hierher gehörenden Berechnungen auf Grund der vorangehenden Prozentrechnung ausgeführt werden; aber bei der Wichtigkeit der Gewinn- und Verlustrechnung soll dieselbe noch besonders kurz behandelt werden.

Es kommen hier drei Stücke in Frage und zwar: 1. Einkaufs- oder Selbstkostenpreis, 2. Gewinn oder Verlust und 3. Verkaufspreis. Wenn zwei von diesen drei Stücken gegeben sind, läßt sich das dritte berechnen.

I. Berechnung des Verkaufspreises.

102) Ein Holzhändler hat einen Baumstamm für 60 ℳ eingekauft und mit 30% Gewinn verkauft. Welches ist der Verkaufspreis?

Ansatz: $\frac{130 . 60}{100}$ (Siehe Prozentrechnung).

Bemerk.: In den meisten Fällen verfährt man besser, wenn man erst den Gewinn berechnet und diesen alsdann zum Einkaufspreise addiert. Also: 0,60 . 30 + 60 =

103) Berechne für folgende Fälle erst den Gewinn und darnach den Verkaufspreis. Es beträgt der

	Einkaufspreis:	Gewinn in Proz.:
a.	80 ℳ	12 %
b.	72 „	8 „
c.	1524 „	6 „
d.	888 „	$12\frac{1}{2}$ „
e.	288 „	$8\frac{1}{3}$ „
f.	87,50 „	6 „
g.	128,60 „	8 „
h.	583,80 „	$16\frac{2}{3}$ „

104) Berechne für folgende Fälle erst den Verlust und darnach den Verkaufspreis. Es beträgt der

Einkaufspreis:	Verlust in Proz.:
40 ℳ	4 %
60 „	$3\frac{1}{3}$ „
120 „	6 „
425 „	$4\frac{1}{4}$ „

105) Ein Holzhändler hat für 100 Rüstbäume incl. Fuhrlohn 270 ℳ bezahlt. Wie teuer muß er das Stück verkaufen, wenn er 10% gewinnen will?

106) Eine Baumaterialienhandlung hat von einer Zementfabrik 10000 Tonnen Zement à 5,75 ℳ auf Lieferung gekauft. Bei der später eingetretenen Stockung in der Bauthätigkeit ist der Preis des Zements so gesunken, daß sie die Tonne mit 4% Verlust verkaufen muß. Wie viel beträgt der Gesamtverlust?

107) 25 kg einer Ware kosten 40 ℳ. Wie teuer müssen 100 g verkauft werden, wenn der Gewinn $12\frac{1}{2}$% betragen soll?

108) Jemand hat für einen Bauplatz, der 25 qR groß ist, 5600 ℳ bezahlt. Wie teuer muß er denselben à qm verkaufen, wenn er $8\frac{1}{3}$% verdienen will? 1 qR = 14,19 qm.

109) Ein Holzhändler hat aus Schweden 568 cbm Bauholz bezogen. Der Kaufpreis betrug à cbm 11 Kronen, die Unkosten, Fracht, Zoll usw., beliefen sich auf 3692 ℳ. Er verkauft das Holz mit 8% Gewinn. Wie viel erhält er rd. für 1 cbm? 8 Kronen = 9 ℳ.

II. Berechnung des Gewinnes oder Verlustes in Proz. ausgedrückt.

Siehe Prozentrechnung Aufg. 36, 38, 40 usw.

110) Wie viel Proz. werden gewonnen, wenn der Gewinn beträgt: a. $\frac{1}{5}$, b. $\frac{1}{4}$, c. $\frac{1}{6}$, d. $\frac{2}{5}$, e. $\frac{3}{8}$ des Einkaufspreises?

111) Wie viel Proz. werden verloren, wenn der Verlust beträgt: a. $\frac{2}{5}$, b. $\frac{1}{6}$, c. $\frac{1}{8}$, d. $\frac{1}{12}$ des Einkaufspreises?

112) Wie viel beträgt der Verkaufspreis, wenn in jedem Falle der beiden vorstehenden Aufg. der Einkaufspreis 360 ℳ beträgt?

A. hat eine Ware zu 80 ℳ eingekauft und zu 100 ℳ verkauft. Manche sagen, A. hat 25%, andere, er hat 20% verdient. 25% beträgt hier der Gewinn, wenn dieser auf den Einkaufspreis, 20% aber, wenn er auf den Verkaufspreis bezogen wird. Beide Auffassungen finden Vertreter in der Geschäftswelt. Die erste Auffassung ist die verbreiteste und auch die praktischste; denn der Verkaufspreis ist bequemer zu bestimmen, wenn die Proz. auf den Einkaufspreis bezogen werden. Wenn darum in nachstehenden Aufg. ohne weitere Bemerkung der Gewinn in Proz. angegeben ist, so soll dieser auf den Einkaufspreis bezogen werden.

113) Berechne nach beiden Auffassungen die Proz., wenn eine Ware kostet:

	Im Einkauf:	Im Verkauf:
a.	75 ℳ	100 ℳ
b.	90 „	100 „
c.	50 „	100 „
d.	40 „	50 „
e.	60 „	72 „
f.	35 „	42 „
g.	2740 „	2911,25 „

114) Wie viel Proz. vom Verkaufspreise werden gewonnen, wenn der Gewinn beträgt a. $^1/_4$, b. $^1/_3$, c. $^1/_2$, d. $^2/_5$, e. $^2/_7$ des Verkaufspreises?

115) Wie viel Proz. beträgt nach voriger Aufg. der Gewinn, wenn derselbe auf den Einkaufspreis bezogen wird?

Ausrechnung des ersten Falles: Beträgt der Gewinn $^1/_4$ des Verkaufspreises, so beträgt der Einkaufspreis $^3/_4$. Soll aber der Verkaufspreis 1 betragen, so muß der Gewinn $^1/_3$ des Einkaufspreises betragen. Beträgt also der Gewinn $^1/_4$ oder 25% des Verkaufspreises, so beträgt derselbe $^1/_3$ oder $33^1/_3$% des Einkaufspreises.

116) Wie viel Proz. vom Verkaufspreise werden nach Aufg. 110 gewonnen?

Ausrechnung des ersten Falles: Beträgt der Gewinn $^1/_5$ des Einkaufspreises, so beträgt der Verkaufspreis $^6/_5$. Es beträgt demnach der Gewinn $^1/_6$ oder $16^2/_3$% vom Verkaufspreise.

Praktische Regeln:

I. Bei Aufg. 115 erhält man das Resultat zunächst auf die Zahl 1 bezogen oder in Bruchform, wenn man den Zähler des Bruchs beibehält und den Nenner um den Zähler vermindert. Wenn demnach der Gewinn $^3/_8$ oder $37^1/_2$% vom Verkaufspreise beträgt, so beträgt der Gewinn $^3/_5$ vom Einkaufspreise, also 60%.

II. Bei Aufg. 116 behält man ebenfalls den Zähler bei, vermehrt aber den Nenner um den Zähler. Wenn demnach der Gewinn $^2/_5$ oder 40% vom Einkaufspreise beträgt, so beträgt der Gewinn $^2/_7$ vom Verkaufspreise, also $28^2/_7$%.

Diese Regeln können häufig im praktischen Leben das Rechnen sehr erleichtern. Benutze dieselben darum noch zur Lösung folgender Aufg.

117) Der Gewinn beträgt a. $^1/_{15}$, b. $^1/_2$, c. $^1/_7$, d. $^2/_3$, e. $^3/_5$, f. $^3/_7$ vom Einkaufspreise. Wie viel Proz. beträgt der Gewinn a. vom Einkaufspreise und b. vom Verkaufspreise?

118) Der Gewinn beträgt a. $^1/_5$, b. $^1/_6$, c. $^1/_7$, d. $^3/_8$, e. $^5/_{12}$ vom Verkaufspreise. Wie viel Proz. beträgt der Gewinn a. vom Verkaufspreise und b. vom Einkaufspreise?

119) A. hat auf einer Holzversteigerung 300 Rüstbäume, das 100 zu 240 ℳ gekauft und für den Versand 48 ℳ bezahlt. Wie viel Proz. hat er gewonnen, wenn er für das Stück 3 ℳ erhält?

Bemerk. Der Einkaufspreis setzt sich zusammen aus dem eigentlichen Einkaufspreise und den etwaigen Kosten für Fracht, Steuer usw. Soll der Gewinn in Prozenten ausgedrückt werden, so müssen diese auf die gesamten Auslagen bezogen werden.

120) Der Maurermeister A. hat von dem Ziegeleibesitzer B. 63000 Ziegelsteine (einen Ofen) gekauft und dafür 1650 ℳ gezahlt, er hat dieselben wieder verkauft und zwar 48000 das Tausend zu 32 ℳ, 8000 das Tausend zu 27 ℳ und den Rest das Tausend zu 22,50 ℳ. Wie viel Proz. beträgt der Gewinn?

121) A. kaufte auf einer Holzversteigerung 18,5 cbm à 15,50 ℳ, 23,2 cbm à 16,10 ℳ, 28,3 cbm à 16,60 ℳ und verkaufte es sofort wieder mit 120 ℳ Gewinn. Wie viel Proz. betrug der Gewinn?

122) A. hat 368 Raummeter Brennholz gekauft und 1167,50 ℳ dafür bezahlt. Er sendet das Holz mit der Bahn nach B. Er zahlt für den Versand bis zur Bahn für das Raummeter 1,50 ℳ und für einen Doppelwaggon à 16 Raummeter 45 ℳ Fracht; ferner haben zwei Arbeiter das Holz in $7^3/_4$ Tagen verladen, jeder hat für den Tag 1,80 ℳ erhalten. Wie viel Proz. beträgt der Gewinn, wenn er für das Raummeter 9 ℳ erhält?

123) Der Schlossermeister A. berechnet, um den Verkaufspreis seiner Fabrikate festzustellen, beim Material 8 % und beim Arbeitslohn 15 % Gewinn. a. Wie hoch stellt sich demnach der Verkaufspreis für eine landwirtschaftliche Maschine, wenn das zu derselben verwendete Material 54,75 ℳ kostet und der Arbeitslohn 63,20 ℳ beträgt? b. Wie viel Proz. Gewinn sind im Durchschnitt gerechnet?

III. Berechnung des Einkaufspreises.

124) Ein Holzhändler kann geschnittenes Bauholz à cbm zu 44 ℳ verkaufen. Wie teuer darf er es einkaufen, wenn er 10 % am Einkaufspreise gewinnen will?

Ansatz: $\frac{100 \cdot 44}{110} =$

Sprich: 110 ℳ Verkaufspreis = 100 ℳ Einkaufspreis,

$$1 \quad " \quad = \frac{100}{110} \quad "$$

$$44 \quad " \quad = \frac{100 \cdot 44}{110} \quad "$$

Oder: Der Gewinn beträgt 10 % = $^1/_{10}$ vom Einkaufspreise oder nach der Regel unter Aufg. 116 = $^1/_{11}$ vom Verkaufspreise. Der Gewinn beträgt also 4 ℳ, der Einkaufspreis demnach = 44 — 4 = 40 ℳ.

125) Ein Bauunternehmer hat ein Haus gebaut und für 22500 ℳ verkauft. Wie viel beträgt das Baukapital, wenn er 12,5 % verdient hat?

126) Ein Ziegeleibesitzer hat das Mille gewöhnlicher Ziegelsteine im Durchschnitt zu 24 ℳ verkauft und 20 % reinen Verdienst erzielt. a. Wie hoch stellt sich der Selbstkostenpreis? b. Wie hoch beläuft sich sein Gewinn bei einer Jahresproduktion von 1 Mill. Steine? c. Welche Resultate würden sich ergeben, wenn die 20 % auf den Verkaufspreis bezogen würden?

127) Ein Holzhändler hat Rüstbäume à Stück zu 2,70 ℳ verkauft und verliert auf diese Weise 10%. Welches war der Einkaufspreis?

Ansatz: $\frac{100 \cdot 2{,}70}{90} =$

Sprich: 90 ℳ Verkaufspreis waren 100 ℳ Einkaufspreis,

1 „ „ war $\frac{100}{90}$ „ „

2,70 ℳ „ waren $\frac{100 \cdot 2{,}70}{90}$ „

128) Ein Bauunternehmer hat einen 325 qm großen Bauplatz das qm zu 11,75 ℳ verkauft und dabei einen Verlust von 6% gehabt. a. Wie viel hat 1 qm im Einkauf gekostet? b. Wie viel hat er im ganzen verloren? c. Welche Resultate würden sich ergeben, wenn sich die 6% auf den Verkaufspreis bezögen?

129) Ein Holzhändler hat aus Böhmen 1000 cbm Fichtenholz bezogen. Er hat das Holz à cbm zu 15,20 ℳ verkauft und dabei einen Verlust von 5% erlitten. Wie viel Gulden hat er für 1 cbm bezahlt, wenn die Unkosten 2400 ℳ betragen haben und 1 Gld. zu 1,70 ℳ gerechnet ist?

130) Ein Maurermeister hat die Tonne Zement vergangenes Jahr mit 7 ℳ in Rechnung gesetzt und dabei $16^2/_3$% verdient. Jetzt muß er die Tonne 5% billiger berechnen. Wie teuer muß er die Tonne einkaufen, wenn er a. denselben Gewinn pro Tonne erzielen, b. dieselben Prozente verdienen will?

131) Wenn ein Zimmermeister das Kantholz zu einem Gebäude à cbm zu 40 ℳ liefert, so verdient er durchschnittlich $11^1/_9$%. Welchen Preis muß er nehmen, wenn er $12^1/_2$% verdienen will?

Ausrechnung: Im ersten Falle beträgt der Einkaufspreis $= \frac{100 \cdot 40}{111^1/_9}$ $= 36$ ℳ. Bei $12^1/_2$% Gewinn beträgt dieser $^1/_8$. Verkaufspreis daher $= 36 + \frac{36}{8} = 40{,}5$ ℳ. Oder: $11^1/_9$% Gewinn sind $^1/_9$ auf den Einkaufspreis und $^1/_{10}$ auf den Verkaufspreis bezogen. Der Einkaufspreis beträgt also $40 - {}^{40}/_{10} = 36$ ℳ. Die weitere Ausrechnung ist wie vorhin.

132) Einem Bauunternehmer werden für einen Bauplatz à qm 12 ℳ geboten. Bei diesem Preise würde er aber $6^1/_4$% verlieren. Wie teuer muß er das qm verkaufen, wenn er $8^1/_3$% gewinnen will?

132) Wenn jemand eine Eiche zu 126 ℳ verkauft, so verdient er 20%. Wie viel Proz. wird er verdienen, wenn der Verkaufspreis nur 120 ℳ beträgt?

134) Ein Bauunternehmer hat ein Haus gebaut, das 14000 ℳ gekostet hat. Er hat dasselbe mit $12^1/_2$% Verlust verkauft. Für die erhaltene Summe baut er wieder ein Haus und verkauft es so vorteilhaft, daß er jenen Schaden nicht nur wieder deckt, sondern noch einen Gewinn von 760 ℳ erzielt. a. Wie teuer hat er dieses Haus verkauft? b. Wie viel Proz. hat er bei diesem Hause verdient? c. Wie viel Proz. hat er verdient, wenn der Gewinn auf das Baukapital des ersten Hauses bezogen wird?

VIII. Abschnitt.

Weitere Anwendung der Prozentrechnung.

§ 1. Kalkulationen.

1) Stelle nach Aufgabe 94 und 95 Abschn. V die gesamten Lösekosten für 1 cbm jeder Bodenart fest. Bei Aufg. 94 ist ein Tagelohn von 2 ℳ und bei Aufgabe 95 ein Tagelohn von 2,50 ℳ zu rechnen, 1 kg Dynamit kostet 2 ℳ, für Abnutzung der Geräte sind 13%, für Verzinsung des Betriebskapitals und Unternehmergewinn 12% Zuschlag zu berechnen. Bei Aufg. 95 sind außerdem noch 5% Zuschlag für Zündung anzusetzen.

2) Es ist schon vielfach das Projekt einer elektrischen Untergrundbahn für Berlin besprochen. Bei der Berechnung der Rentabilität sind die Anlagekosten zu 41 Mill. ℳ geschätzt. Man rechnet jährlich auf die Beförderung von 57 Mill. Personen à 10 ₰ Fahrgeld. Von dieser Roheinnahme gehen 52% für Betriebskosten verloren. Mit wie viel Proz. würde sich demnach das Anlagekapital verzinsen?

3) Schlecht gemahlener Zement giebt bei Anwendung eines Siebes mit 900 Maschen pro qcm 20 bis 40% Rückstand auf dem Siebe, dieser Rückstand hat nur den Wert von Sand. Nehmen wir nun an, Zement, der keinen Rückstand auf einem solchen Siebe ließe, kostete pro 150 l in lose aufgemessenem Zustande 6 ℳ. Wie viel dürfte dann Zement a. mit 20%, b. mit 40% Rückstand nur kosten; wenn 1 cbm Sand zu 2,60 ℳ gerechnet wird?

4) Verschiedene Zementfabriken vermischen den Zement unter dem Vorgeben, denselben dadurch zu verbessern, mit Schlackenmehl. Berechne aus nachstehenden Angaben den Gewinn, den eine Fabrik bei einer Jahresproduktion von 200000 Tonnen à 170 kg Zementgewicht durch ein solches Verfahren erzielt. Der Preis für pulverisiertes Schlackenmehl stellt sich pro Waggonladung zu 10000 kg auf 80 ℳ, ein gleiches Quantum Zement auf 300 ℳ. Welche Resultate würden sich ergeben bei 10%, 20%, 30% und 40% Zusatz?

5) Die Dampfmühlen-Aktien-Gesellschaft zu Dresden hat 1890 zusammen für rd. 4046000 ℳ Mahlerzeugnisse hergestellt, der Rohgewinn hat rd. 150500 ℳ, der Reingewinn rd. 70000 ℳ betragen. Mit wie viel Proz. Roh- und Reingewinn sind demnach die Mahlerzeugnisse verkauft?

6) Das Aktienkapital dieser Mühle beträgt 810000 ℳ. Es sind 3175 ℳ für den 1. Jan. 1891 auf neue Rechnung vorgetragen und der Rest ist als Dividende verteilt. Wie viel Prozent betrug diese?

7) Eine Aktien-Dampfziegelei hat einen Rohgewinn von 18969,75 ℳ erzielt. Hiervon sind abzusetzen an Abschreibungen: 5% von 43500 ℳ für die Fabrikanlage, 1,8% von 23800 ℳ für Wohnhäuser und 15% von 23600 ℳ für Betriebsgegenstände. Der Überschuß ist der Reingewinn. Hiervon werden 10% zu dem Reservefonds geschlagen, 9% an den Leiter des Geschäfts und Ziegelmeisters gezahlt und der Rest wird auf 195 Aktien à 500 ℳ verteilt und zwar so, daß nur volle Mark für die Aktie gerechnet werden. Wie viel beträgt dieser Rest und die Dividende für eine Aktie?

8) Wie viel betragen die Gesamtkosten eines Miethauses in Berlin von 268,50 qm Grundfläche, wenn 1. das Bauterrain à Quadratrute 500 ℳ

kostet und $^2/_3$ der Fläche bebaut ist, 1 qR = 14,19 qm, 2. 1 qm bebauter Grundfläche 280 ℳ kostet und 3. an Zinsen vor und während der Bauzeit 5 % des vollen Terrainpreises und 5% der halben Bausumme in Anrechnung kommen?

9) Wie hoch wird nach voriger Aufg. die jährliche Miete für 1 qm Wohnung im Durchschnitt zu stehen kommen, wenn das Haus fünf Geschosse hat und 1. das Baukapital jährlich mit 4 % verzinst wird und 2. für die laufenden Unkosten, Tilgung des Baukapitals usw. 30 % vom Zinsertrage des Baukapitals angesetzt werden?

10) Wie hoch wird nach voriger Aufg. die Miete 1. für eine Wohnung von 84,60 qm Grundfläche (incl. der mit andern Wohnungen gemeinsam benutzten Räume) im 2. Geschoß zu stehen kommen, wenn $^7/_5$ des berechneten Durchschnitts für 1 qm angenommen wird? 2. für eine Wohnung derselben Größe im 4. Geschoß, wenn hier nur $^7/_9$ des berechneten Durchschnitts angesetzt wird?

11) Die Kosten für ein Berliner Geschäftshaus betrugen: Grunderwerb 1,2 Mill. ℳ, für 1000 qm bebaute Fläche des Vorderhauses à 650 ℳ, für 680 qm der Flügel- und Hintergebäude à 575 ℳ, für 2000 qm Fassade in Sandstein und polierten Granit à 100 ℳ, für Dichtung des Kellers gegen Grundwasser 45 000 ℳ, für Beschaffung der Laternen und Säulen-Kapitelle in Bronze 14 000 ℳ, Bauzinsen von vorstehenden Posten für 1 Jahr zu 5%. Nach den auf 5 bis 10 Jahre abgeschlossenen Mietverträgen beträgt die Einnahme: Für rd. 1000 qm zu Geschäftszwecken nutzbare Fläche des Kellers à 9 ℳ, für 577,5 qm Ladenräume des Erdgeschosses à 84 ℳ, für 1102,5 qm Hinterräume des Erdgeschosses à 21 ℳ, für 1680 qm des ersten Obergeschosses à 17,80 ℳ, desgl. des zweiten Obergeschosses à 10,70 ℳ, desgl. des dritten Obergeschosses à 8,33 ℳ und desgl. des vierten Geschosses à 5,33 ℳ. Wie viel Prozent Rohgewinn ergeben sich demnach für das gesamte Anlagekapital?

12) Die Wohnungsfrage für die Arbeiterbevölkerung in großen Städten ist für die Sozialpolitik eine der wichtigsten Fragen; denn es ist Thatsache, daß es z. B. in Berlin viele Wohnungen giebt, die nur aus einem Raume bestehen und von 5 bis 11 Personen bewohnt werden, ferner daß Familienväter bei einem Einkommen von 1000—1200 ℳ 25% und von 1200—1800 ℳ 22% für die Wohnung aufwenden müssen. Ein Fachmann weist nach, daß bei guter Ausführung, aber bei Vermeidung einer Ausstattung, die in der Regel das für Arbeiterwohnungen angezeigte Maß bei weitem übersteigt, in Berlin billigere Wohnungen zu beschaffen sind. Er macht folgende Ansätze für ein Mietshaus. a. Anlagekapital: Grunderwerb 56,7 Quadratruten à 600 ℳ, Baukosten (einschl. Zinsenverlust) für 533 qm bebauter Grundfläche à 270 ℳ und 6000 ℳ Provision für Beschaffung des Anlagekapitals. b. Der Mietsertrag: 27 Wohnungen von je 1 Stube mit Küche zum Durchschnitt von 215 ℳ, 7 einzelne Stuben mit Kochofen zu 140 ℳ, 2 Wohnungen mit 2 Stuben und Küche zu 360 ℳ, 2 Wohnungen mit 3 Stuben und Küche zu 550 ℳ, für 1 Laden mit Wohnung 900 ℳ, für 1 größeren Laden mit großer Wohnung 1100 ℳ. c. Ausgaben: $4^1/_3$% Zinsen für die erste Hypothek in Höhe von $^2/_3$ des Anlagekapitals, 5% Zinsen für die zweite Hypothek in Höhe des letzten Drittels, Unkosten 1,5% vom Mietertrage. — Welcher Überschuß bleibt noch?

13) Bei dem Mietshause der vorigen Aufgabe ist angenommen, daß das ganze Anlagekapital angeliehen ist. Die Beschaffung desselben hat 6000 ℳ Kosten an Provisionen verursacht. Wenn diese Summe bei einem Unternehmer, der das Anlagekapital aus eigenen Mittel beschafft, fortfällt, wenn derselbe sich ferner mit 4% Zinsen begnügt, um wie viel Prozent könnte dann die Miete noch heruntergesetzt werden, wenn er sich mit demselben Überschuß wie nach voriger Aufgabe begnügt und für Unkosten ebenfalls denselben Betrag ansetzt? Wie hoch würde sich dann z. B. eine Wohnung mit 1 Stube und Küche stellen?

14) Berechne aus folgenden Angaben die Generalunkosten, die aus dem Anlagekapital einer Ziegelei für 1 Million Jahresbetrieb erwachsen. Brennofen 12000, Abschreibung $12\frac{1}{2}$%, Unterhaltung 4%, Überbau 3000 ℳ, Abschreibung 4%, Unterhaltung 2%. Ziegel- und Vorratsschuppen 1780 ℳ, Abschreibung 3%, Unterhaltung 2%, Meisterhaus 2500 ℳ, Abschreibung 1%, Unterhaltung 1%, Stall 1500 ℳ, Abschreibung 2%, Unterhaltung 1%. Trockenbretter, Karren usw. 2070 ℳ, Abschreibung durchschnittlich 15%. Für die Gesamtanlagekosten sind ferner noch 5% Zinsen zu rechnen. Wie viel betragen diese Generalunkosten für 1 Mille Steine?

15) Es ist aus folgenden Angaben der Gewinn, den eine Mörtelbereitungs-Anlage erzielt hat, zu berechnen. Hergestellt sind in 195 Arbeitstagen täglich 190 cbm Mörtel. Der Verkaufspreis hat 5,50 ℳ betragen. Die Anlagekosten haben betragen für das Grundstück 38000 ℳ, für das Gebäude 8650 ℳ, für die Dampfmaschine und sonstige maschinelle Anlagen 16230 ℳ, für den Fuhrpark (20 Wagen samt Zugtiere) 10000 ℳ. Das Betriebskapital beträgt 50000 ℳ. Die Fabrikationskosten betragen: 1. Material für 1 cbm Mörtel: 0,75 cbm Sand à 1,60 ℳ, 0,15 cbm ungelöschten Kalk à 11,90 ℳ, 0,3 cbm Wasser à 0,20 ℳ. 2. Abfahrtskosten für 1 cbm Mörtel 1 ℳ. 3. Löhne und Gehälter: 6 Arbeiter à pro Tag 4 ℳ bei 195 Arbeitstagen, 1 Aufseher 2000 ℳ, 1 Lagerbeamter 3000 ℳ, Handlungsunkosten 4000 ℳ, 4. $4\frac{1}{2}$% Zinsen für das Anlage- und Betriebskapital. 5. Abschreibungen: 2% vom Grundstück, 4% am Gebäude, 10% am übrigen Anlagekapital. 6. Kohlen und Öl 1500 ℳ und Reparaturen 1500 ℳ.

16) Berechne nach folgenden Angaben die Kosten für 1 cbm Quadratstreckholz, aus dem Pflasterklötze geschnitten werden sollen. Für Ankauf des Holzes nebst Fuhrlohn für 1 cbm Stammholz 17 ℳ, für Schneiden 10 ℳ, für Schnittverlust und Abfälle $33\frac{1}{3}$%, Verlust durch Eintrocknen im Querschnitt 8% und im Längenschnitt 2% und durch Rissigwerden 3%, für Transportkosten à cbm Streckholz 6,25 ℳ.

17) Wie viel kostet 1 qm Holzpflaster a. wenn die Klötze 10 cm hoch sind? Berechne den Preis für die Klötze noch voriger Aufgabe, Querschneiden zu Klötzen für 1 qm 0,60 ℳ, Imprägnierungskosten für 1 qm 3,60 ℳ, Beton zur Fundierung 3,50 ℳ und Verlegungskosten 2,50 ℳ. b. wenn die Klötze 8 cm hoch sind? Preis der Klötze nach voriger Aufgabe, Querschneiden zu Klötzen 0,60 ℳ, Imprägnierungskosten 3 ℳ, Beton zur Fundierung 3,50 ℳ, Verlegungskosten 2,10 ℳ.

18) Ein Holzhändler erhält eine Offerte, 2000 qm 2,5 cm starke Buchenriemen von vorgeschriebener Länge und Breite zu 2,10 ℳ das qm franko Bahnhof Berlin zu liefern. Kann er nach folgenden Angaben die Lieferung übernehmen und wenn das der Fall ist, wie viel verdient er bei

der ganzen Lieferung? 1,45 cbm Stammholz geben 1 cbm Riemen. 1 cbm Holz kostet im Walde 13,50 ℳ, ferner 4,50 ℳ Fuhrlohn. Schneidelohn für 1 cbm Stammholz 13,20 ℳ. Durch Schwinden und Rissigwerden entsteht ein Verlust von 13 %. Die Kosten für Sortierung, Transport zur Bahn für 1 cbm Riemen 5 ℳ. Bahnfracht für 200 Ztr 165 ℳ. Spez. Gew. der Riemen 0,8. Der gesamte Abfall von 1 cbm Stammholz ist zu 1,80 ℳ in Rechnung zu bringen.

19) Im Jahre 1877 wurde das Dach des Metzer Doms durch Feuer zerstört. Das neue Dachwerk ist aus Eisen hergestellt und mit Kupfer gedeckt. Wie viel hat das Dach nach folgenden Angaben gekostet? a. Das Gesamtgewicht der Eisenkonstruktion beträgt 193000 kg. 1 kg ist einschließlich dreimaligen Ölanstrichs zu 0,45 ℳ veranschlagt und mit einem Abgebot von 17 % ausgeführt. b. Die Belattung der 4176 qm großen Dachfläche mit eichenen 26×50 mm starken Latten ist veranschlagt mit 175 ℳ für 1 cbm Latten und 0,60 ℳ für 1 qm Einlattungsarbeit, für 1 qm Dachfläche sind 9 lfd. m Latten gerechnet. Das Abgebot des Unternehmers betrug 27,5 %. c. Das zur Herstellung der Dachhaut verwandte Kupferblech wiegt rd. 39000 kg. Von den Anschlagspreisen von 1,75 ℳ für 1 kg Kupferblech und 2,80 ℳ für 1 qm Eindeckungsarbeit wurde ein Abgebot von 18,75 ℳ erzielt.

20) Es soll ein 560 m langer Tunnel ausgemauert werden. Für 1 lfd. m sind erforderlich 8,48 cbm Gewölbe- und 4,4 cbm Widerlagermauerwerk. 1 cbm Gewölbemauerwerk ist zu 35,12 ℳ und 1 cbm Widerlagermauerwerk zu 24,40 ℳ veranschlagt. Ein Bauunternehmer übernimmt die Arbeit mit einem Abgebot von 5,6 %. Wie hoch wird sich der Gesamtgewinn stellen, wenn der Arbeits- und Materialaufwand beträgt:

a. Für 1 cbm Gewölbemauerwerk:

1,1 Maurer-Schichten à 3,50 ℳ,	0,95 Ztr Kalk à 1,00 ℳ,
1,2 Handlanger- „ „ 2,80 „	0,41 „ Traß „ 1,20 „
0,1 ℳ für Sprengmaterial, um Steine zu gewinnen,	0,31 „ Zement „ 2,70 „
	0,10 cbm Sand „ 4,50 „
1,88 qm Gewölbsteine à 8,00 ℳ,	1,90 ℳ für Lehrbogen u. Gerüste.
1,3 ℳ für Steintransport,	

Dazu 12 % von vorstehenden Kosten für Geschirre, Reparaturen, Aufsicht usw.

b. Für 1 cbm Widerlagermauerwerk:

0,8 Maurer-Schichten à 3,50 ℳ,	0,75 ℳ für Steintransport,
0,9 Handlanger- „ „ 2,80 „	1,36 Ztr Kalk à 1,00 ℳ,
0,8 ℳ für Sprengmittel, um Steine zu gewinnen,	0,66 „ Traß „ 1,20 „
	0,12 cbm Sand „ 4,50 „
1,1 qm Widerlagersteine à 5,50 ℳ,	

Dazu desgl. 12 % für Geschirre, Aufsicht usw.

21) Ermittele nach folgenden Angaben, ob es vorteilhafter ist, für die Befestigung der Landstraße durch Walzung 2 Pferde- oder 1 Dampfwalze anzuschaffen. Eine Pferdewalze kostet durchschnittlich 1500 ℳ, eine Dampfwalze 15000 ℳ. Für Verzinsung, Tilgung und Reparatur der Walze sind bei jenen 15 %, bei dieser 10 % zu rechnen. Die täglichen Betriebskosten sind bei einer Pferdewalze zu 30 ℳ, für die Dampfwalze zu 20 ℳ anzusetzen. Die tägliche Leistung einer Pferdewalze ist durchschnittlich auf 250 qm, die einer Dampfwalze auf 500 qm zu schätzen.

a. Berechne die Kosten des Walzens für 1 qm, wenn in einem Bezirke jährlich 1. 10000, 2. 18000 qm gewalzt werden und entweder die Arbeit durch 2 Pferdewalzen oder 1 Dampfwalze ausgeführt wird? b. Bei wie viel qm Walzfläche sind die Kosten gleich?

Ansatz: $2\left(\frac{a}{x}+b\right)=\frac{a}{x}+b$. Erklärung: a = Zinsen, Tilgung usw. für 1 Jahr, b = tägliche Betriebskosten und x = Anzahl Tage.

22) Die Orbe, ein Fluß in der Schweiz, bildet einen Wasserfall, durch geringe Anlagekosten ist eine Wasserkraft von 3000 PS erzielt. a. Berechne nach folgenden Angaben die Anlagekosten für 1 PS. Für Grunderwerb 24000 ℳ, Thalsperre 16000 ℳ, Tunnelanlage und Rohrleitungen 64000 ℳ, Gebäulichkeiten 26000 ℳ, Turbinen 88000 ℳ. Die Wasserkraft wird durch elektrischen Strom einer 300 m entfernten Fabrik zugeführt, die Dynamomaschine mit Zubehör stellt sich mit Montagekosten auf rd. 240000 ℳ. b. Berechne nach folgenden Angaben die Betriebskosten für 1 PS pro Jahr: 4% Zinsen für das gesamte Anlagekapital, 8% für Unterhaltung und Abschreibungen von den 4 ersten Posten, 7% für Unterhaltung und Abschreibung für die beiden letzten Posten, ferner für Arbeitslohn und Schmiermaterialien 8000 ℳ. c. Wie viel Proz. sind hier die Betriebskosten für 1 PS geringer, als bei einer Dampfmaschine von 3000 PS nach Aufg. 61, Abschn. IV?

23) Ein Fachmann, der für die Ausnutzung der Wasserkraft sehr eingenommen ist, hat zu einem Kostenvergleiche der Wasser- und Dampfkraft nachfolgende Aufstellung gemacht:

1. Für eine Wasserkraft von durchschnittlich 300 PS.

a. Anlagekosten: Für Ankauf der rohen Wasserkraft mit Areal für Wehr, Graben, Leerlauf, Turbinenkammer mit Gebäude 80000 ℳ, für Turbinen, Schützen usw. 40000 ℳ.

b. Betriebskosten der Wasserkraft pro Jahr zu 300 Tagen. Die tägliche Arbeitszeit soll, da die Kraft immer vorhanden ist, 24 Stunden betragen. Verzinsung des ganzen Anlagekapitals mit 4%, für Unterhaltung und Abschreibung 3% von dem ersten Posten und 7% von dem zweiten Posten, für Putz- und Schmiermaterialien und Arbeitslöhne 1200 ℳ.

2. Für eine Dampfkraft von 300 PS.

a. Anlagekosten: Für Ankauf des Bauplatzes für Kessel-, Maschinenhaus und Schornstein 3500 ℳ, für Herstellung dieser Bauten einschließlich der Maschinenfundamente 14000 ℳ, für Beschaffung von Dampfkessel mit Zubehör und Einmauerung der Dampfmaschine usw. 101500 ℳ.

b. Betriebskosten pro Jahr à 300 Arbeitstage à 24 Std.: Verzinsung des ganzen Anlagekapitals mit 4%, für Unterhaltung und Abschreibung 3% von dem zweiten Posten und 10% von dem dritten Posten, Kosten des Brennmaterials bei einem Preise von 18 ℳ für 1 t und 1 kg Verbrauch für 1 PS-Std., für Putz- und Schmiermaterialien und Arbeitslohn für 2 Maschinisten und 2 Heizer usw. 6000 ℳ. Berechne in beiden Fällen die Betriebskosten für 1 PS-Std.

24) Wie würde sich nach voriger Aufg. das Resultat stellen, wenn die tägliche Arbeitszeit nur zu 10 Std. angenommen würde? In diesem Falle sind von den Ansätzen für Putz- und Schmiermaterial und Arbeitslöhne nur die Hälfte und der Kohlenbedarf nur für 10 Std. in Rechnung zu ziehen.

25) Viele Ziegeleibesitzer lassen sich bei Anschaffung einer Dampfziegelpresse durch den Anschaffungspreis leiten, sie wählen in den meisten Fällen die, deren Anschaffungspreis am geringsten ist. Nachstehende Berechnung wird zeigen, daß dies verkehrt ist. Berechne wie hoch die Arbeitsleistung jede der folgenden 4 Dampfmaschinen für 1 Jahr zu 180 Tagen à 12 Std. kommt. Jede Dampfmaschine hat 30 PS. Eine Compoundmaschine mit Kondensation kostet 14 500 ℳ und erfordert stündlich 30 kg Kohlen, eine desgl. ohne Kondensation kostet 12600 ℳ und erfordert stündlich 45 kg Kohlen, eine Hochdruckmaschine, gut gebaut, kostet 12000 ℳ und erfordert stündlich 56 kg Kohlen, eine Hochdruckmaschine, wie sie oft in Ziegeleien zu finden ist, kostet 9000 ℳ und erfordert stündlich 96 kg Kohlen. Für Verzinsung, Reparaturen, Tilgung usw. sind 15 % des Anlagekapitals zu rechnen, Kohlenpreis 2,50 ℳ für 100 kg.

26) Welche Resultate würden sich nach voriger Aufg. ergeben, wenn 100 kg Kohlen 1,80 ℳ kosten?

27) Berechne nach folgenden Angaben, die einem Berichte über die Kraft- und Arbeits-Maschinenausstellung in München entnommen sind, die Betriebskosten für folgende vier Motoren von je 1 effektiver PS für 1 Jahr zu 300 Arbeitstagen à 10 Std.

a. Für eine Gaskraftmaschine: Anschaffungskostenpreis 1500 ℳ, 15 % hiervon für Verzinsung, Abschreibung und Erhaltung, Gasverbrauch täglich 10 cbm à 0,16 ℳ, desgl. Kühlwasser 0,4 cbm à 0,05 ℳ und desgl. für Schmierung und Wartung 0,75 ℳ.

b. Für eine Petroleumkraftmaschine: Anschaffungspreis 1700 ℳ, 15 % für Verzinsung usw., Benzin täglich 10 l oder etwa 7 kg zu 2 ℳ, Kühlwasser, Schmierung und Wartung wie vorhin.

c. Für eine Dampfmaschine: Anschaffungspreis, Verzinsung usw. wie unter a, Kohlenverbrauch täglich 45 kg à 100 kg 1,60 ℳ, Wasser für 1 kg Kohle 7,5 l à cbm 0,05 ℳ und Schmierung und Wartung täglich 1,70 ℳ.

d. Für eine von 30 m Druck gespeisten Wasserkraftmaschine: Anschaffungspreis 600 ℳ, 12 % hiervon für Verzinsung usw., Wasserverbrauch täglich ca. 120 cbm Wasser à 0,05 ℳ und desgl. für Schmierung und Wartung 1 ℳ.

28) Drücke die Resultate der vorstehenden Aufgaben durch Verhältniszahlen aus, wähle für den Motor, dessen Betriebskosten am niedrigsten sind, die Verhältniszahl 100.

29) Nach den Angaben eines Fachmanns betrugen die Anlage- und Betriebskosten:

1. eines Gasmotors von 30 PS in Verbindung mit einem Dowson-Gasapparat:

a. Anlagekosten: Gasapparat einschließlich Aufstellung 4600 ℳ, Gasmotor 9500 ℳ, Rohrleitung und Aufstellung 750 ℳ und Fundament 100 ℳ.

b. Betriebskosten: Verzinsung des Anlagekapitals zu 5 %, Abschreibung $7^1/_2$ % von den drei ersten und 3 % von dem letzten Posten. 1 kg Kohle für die Stundenpferdestärke à 100 kg 1,80 ℳ, Lohn für den Maschinisten pro Tag 3,50 ℳ, Reinigung und Überwachung des kleinen Dampferzeugers usw. 100 ℳ, Reparaturen, Schmiere usw. 350 ℳ.

2. einer Dampfmaschine von 30 PS:

a. Anlagekosten: Dampfkessel 4200 ℳ, Einmauerung 1000 ℳ, Dampfmaschine mit Kondensation 5200 *M*, Rohrleitung und Aufstellung 600 *M*, Kamin und Kesselhaus 1750 *M*, Fundamente 150 *M*.

b. Betriebskosten: Verzinsung des Anlagekapitals zu 5%, Abschreibung $7\frac{1}{2}$% von den vier ersten und 3% von den zwei letzten Posten. 2,5 kg Kohle für die Stundenpferdestärke à 100 kg 1,80 *M*, Lohn für Heizer und Wärter pro Tag 3,50 *M*, Reinigung, Überwachung des Kessels, Versicherung usw. 150 *M*, Reparaturen, Schmiere usw. 300 *M*.

Es sind die Betriebskosten für jede Anlage für ein Jahr zu 300 Tagen à 10 Stunden zu berechnen.

30) Berechne nach folgenden Angaben eines Fachmanns die jährlichen Kosten einer elektrischen Beleuchtungsanlage:

Grundstück	60000 *M*,	Abschr.	1%
Gebäude	260000 „	„	4 „
Dampfkessel	48000 „	„	10 „
Dampfmaschine	110000 „	„	5 „
Apparate	169500 „	„	10 „
Laufkran	10000 „	„	5 „
Akkumulatoren	276400 „	„	8 „
Kabelnetz	1356500 „	„	4 „
Hausanschlüsse	16000 „	„	7,5 „

Die Zinsen für die gesamten Anlagekosten sind zu 4% anzusetzen. Die Unterhaltung der Akkumulatoren ist zu 4% der Anschaffungskosten zu rechnen. Die Reparaturen für die Gebäude, Kessel, Maschinen, Apparate, Laufkran und Hausanschlüsse betragen 3% und die des Kabelnetzes 1% von den Anschaffungskosten. Der Kohlenverbrauch beträgt 1084 t à 12 *M*. Gehälter und Löhne 30000 *M*. Für Magazinmaterial, Unkosten für Lampen, Kohlenstifte usw. sind 3850 *M* zu rechnen.

31) Wie viel kostet demnach nach voriger Aufg. die Lampen-Brennstd. von einer Lichtstärke von 16 N.-K., wenn 10000 Lampen der Berechnung zugrunde gelegt und für jede Lampe 600 Brennstd. gerechnet werden?

32) Nach Angaben eines Fachmanns betragen die Gesamtunkosten einer Centralstation für elektrische Beleuchtung:

1. 4% Zinsen des aus folgenden Posten bestehenden Anlagekapitals: Für Gebäude 15000 *M*, für die Dampfmaschine 29850 *M*, für die Dampfkessel 32150 *M*, für Brunnen und Entwässerungsanlange 20000 *M*, für Dynamomaschine 17300 *M*, für Apparate 6700 *M*, für das Kabelnetz 349000 *M*.

2. Für Amortisation und Reparaturkosten sind folgende Ansätze gemacht: Für die vorstehenden sieben Einzelposten bezw. 2, 5, 10, 5, 5, 10 und 5%.

3. Gehälter und Löhne 12500 *M*.

4. Heizmaterial 15059,90 *M*.

Die Durchschnittsleistung hat auf 365 Tage à 24 Std. berechnet 357 Glühlampen à 16 N.-K. betragen und die Lampenbrennstunde ist mit 4 ₰ bezahlt. a. Welche Einnahme ist bei dieser Leistung erzielt? b. Wie viel beträgt der Überschuß für das Anlagekapital? c. Wie hoch stellt sich der Selbstkostenpreis einer Lampenbrennstunde?

Ein Zimmermeister hat durch längere Beobachtungen herausgefunden, daß zwei Gesellen, die fichten Rundholz zu Bauholz zersägen, 12,5 lfd. m Balken von 20 zu 20 cm Stärke bei 10stündiger Arbeit herstellen können und daß diese Leistung als Tagesschicht für 2 Mann anzusehen ist.

Der Tagelohn beträgt 3,5 *M*. Er berechnet sich in folgender Weise einen Koefficienten pro lfd. m, den er mit dem Umfange in cm und mit dem Tagelohn in *M* multipliziert, um den Schneidelohn zu berechnen. a. Wie viel kostet 1 lfd. m? $= \frac{7}{12,5} = 0,56$ *M*. b. Wie teuer kommt ein Schnitt? $= \frac{0,56}{4} = 0,14$ *M*. c. Wie teuer kommt ein Schnitt pro 1 cm Breite? $= \frac{0,14}{20} = 0,007$ *M*. d. Wie teuer kommt ein Schnitt von 1 cm Breite bei 1 *M* Tagelohn? $= \frac{0,007}{3,5} = 0,002$ *M*. Bei hartem Holz ist die Hälfte mehr zu rechnen.

Bedeutet demnach B die Breite, U der Umfang und g der Tagelohn, so erhält man folgende Formeln zur Berechnung des Schneidelohns, wenn:

a. nur 1 Seite des Balkens geschnitten wird = 0,002 Bg.
b. „ 2 Seiten „ „ „ werden = 0,004 Bg.
c. alle 4 „ „ „ „ „ = 0,002 Ug.

Bei hartem Holze bezw.: 0,003 Bg, 0,006 Bg, 0,003 Ug.

33) Es ist nach diesen Formeln nachstehende Tabelle auszufüllen:

Breite und Stärke in cm	Quadratisches Holz: Kosten in *M.* pro lfd. m des weichen Holzes	Quadratisches Holz: Kosten in *M.* pro lfd. m des harten Holzes	Hochkantiges Holz: Balken Breite in cm	Hochkantiges Holz: Balken Höhe in cm	Hochkantiges Holz: Kosten in *M.* pro lfd. m weichen Holzes	Hochkantiges Holz: Kosten in *M.* pro lfd. m harten Holzes
16			12	17		
20			16	22,5		
24			18	24		
28			20	28		
30			22	31		
36			24	33,5		

34) Zwei Zimmergesellen haben in 1 Tage zwei 5 m lange eichene Balken von 18/25 cm Stärke in Akkord geschnitten, wie viel hat jeder nach voriger Aufgabe verdient?

35) Welcher Tagelohn ist in vorstehende Formel eingesetzt, wenn zwei Zimmerleute für das Schneiden von 12 Stück 7 m langen und 20/28 cm starken Nadelholzbalken 48,38 *M* erhalten haben?

36) Ein Zimmermeister hat durch längere Beobachtung herausgefunden, daß ein Zimmergesell bei 10stündiger Arbeitszeit täglich 17,5 lfd. m fichtenes Rundholz zu 20 cm starkem Kantholz behauen kann und daß diese Leistung als durchschnittliche Tagesschicht anzusehen ist. Diese Leistung legt er bei der Berechnung eines Koefficienten für 1 lfd. m zugrunde, um wie vorhin eine Formel zur Berechnung des Arbeitslohnes für das Behauen des Rundholzes zu erhalten. Jener Koefficient soll mit der Breite (= B) oder dem Umfange (= U) des Kantholzes in cm und dem Tagelohne (= g) in *M* multipliziert werden. Es ist gleichgiltig, welcher Tagelohn bei Berechnung des Koefficienten angenommen wird, es ist also am bequemsten, diesen zu 1 *M* anzunehmen. Welche Formel ergiebt sich, wenn:

a. nur 1 Seite des Balkens behauen wird?
b. „ 2 Seiten „ „ „ werden?
c. alle 4 „ „ „ „ „

37) Es ist nach diesen Formeln nachstehende Tabelle auszufüllen. Das Holz soll auf allen vier Seiten behauen werden. Der Tagelohn betrage 3,50 ℳ. Bei hartem Holz ist $^2/_5$ mehr zu rechnen.

Breite und Stärke in	Quadratisches Holz		Hochkantiges Holz			
	Kosten in ℳ pro lfd. m des		Balken		Kosten in ℳ pro lfd. m des	
	weichen	harten	Breite	Stärke	weichen	harten
cm	Holzes		in cm		Holzes	
14			10	14		
18			16	22,5		
20			20	28		
24			22	31		
28			24	34		

38) Wie viel lfd. m auf vier Seiten behauene Nadelholzbalken von 20 zu 28 cm Stärke muß nach vorstehender Tabelle ein Zimmermann täglich behauen, wenn er einen Lohn von 4 ℳ erreichen will?

39) Berechne den Arbeitslohn für das in Aufg. 79, Abschn. III, zu einem Neubau verwandte Verbandholz, wenn dasselbe zu Kantholz a. behauen und b. geschnitten wäre.

Entwickelung einer Formel zur Berechnung des Arbeitslohnes bei Erdtransport durch Schubkarren. — Die Geschwindigkeit eines Karrenschiebers auf horizontalem Wege ist zu 0,8 m pro Sek., also zu 48 m pro Min. anzunehmen, er kann also jeden Tag zu 10 Arbeitsstunden einen Weg von 600 . 48 = 28800 m zurücklegen. Rechnet man die Auf- und Abladezeit zu $2^1/_2$ Min., welche Zeit einem verlorenen Nutzwege von 2,5 . 48 = 120 m gleichkommt, rechnet man ferner für die Transportentfernung x m, so erhält man pro Tag $= \frac{28800}{2x + 120} = \frac{14400}{x + 60}$ Fahrten. Bezeichnet man den Füllraum des Schiebkarrens mit Q, so beträgt die täglich transportierte Masse $= \frac{14400}{x + 60} . Q$. Da aber bei Ermittelung des Arbeitslohnes die Erdmassen im gewachsenen Zustande ins Auge zu fassen sind, so muß der Fassungsraum noch mit einem Koefficienten q multipliziert werden, um die lose Masse auf die gewachsene Masse zu reduzieren. Bei Humus, Sand und Kies sind 8 cbm gewachsene Masse = 10 cbm lose Masse zu rechnen, bei Lehm und Thon 7 cbm = 10 cbm, und bei Felsmassen 6 cbm = 10 cbm, es ist der Koefficient für diese drei Fälle daher = 0,8, 0,7 und 0,6. Ein Schiebkarren von 0,08 cbm Fassungsraum kann somit an gewachsener Erdmasse aufnehmen:

1. bei Humus, Sand und Kies = 0,08 . 0,8 = 0,064 cbm.
2. „ Lehm und Thon = 0,08 . 0,7 = 0,056 cbm.
3. „ Felsmassen = 0,08 . 0,6 = 0,048 cbm.

Es ist also die pro Tag transportierte Masse $= \frac{14400}{x + 60} . Q . q$ cbm, also:

1. für Humus, Sand und Kies $= \frac{14400}{x + 60} . 0{,}064 = \frac{921{,}6}{x + 60}$ cbm.
2. „ Lehm und Thon $= \frac{14400}{x + 60} . 0{,}056 = \frac{806{,}4}{x + 60}$ cbm.
3. „ Felsmassen $= \frac{14400}{x + 60} . 0{,}048 = \frac{691{,}2}{x + 60}$ cbm.

Bezeichnet man den Tagelohn mit b, so betragen die Kosten für 1 cbm:

1. für Humus, Sand und Kies $= \frac{b}{\frac{921{,}6}{x+60}} = \frac{b\,(x+60)}{921{,}6}$ ℳ

2. „ Lehm und Thon $= \frac{b\,(x+60)}{806{,}4}$ ℳ

3. „ Felsmassen $= \frac{b\,(x+60)}{691{,}2}$ ℳ

40) Fülle nach vorstehenden Formeln nachstehende Tabelle aus: Tagelohn 2 ℳ.

Transportweite = x in m	Kosten an Tagelohn in Pfennigen.		
	für Humus, Sand und Kies	für Lehm und Thon	für Felsmassen
50			
60			
70			
80			
100			
150			
200			

41) Berechnung des Arbeitslohns für Handkippkarren-Transport. An jedem Kippkarren sind 2 Mann mit einer Geschwindigkeit von 0,9 m pro Sek. thätig. Füllraum des Kippkarrens = 0,5 cbm. Tagelohn = 2,50 ℳ. Auf- und Abladezeit = 8 Min. Die übrigen Verhältnisse sind wie bei den vorangehenden Formeln:

Es ergeben sich die Formeln:

1. für Sand und Kies $= \frac{5\,(x+216)}{6480}$

2. „ Lehm und Thon $= \frac{5\,(x+216)}{5670}$

3. „ Felsmassen $= \frac{5\,(x+216)}{4860}$

a. Entwickele diese Formeln und b. fülle darnach folgende Tabelle aus:

Transportweite = in x m	Kosten an Tagelohn in Pfennigen.		
	für Sand und Kies	für Lehm und Thon	für Felsmassen
40			
60			
80			
100			
150			
200			
300			
500			

§ 2. Ermittelung des Jetztwertes von Gebäuden.

Bemerk. Bei Abschluß von Versicherungsverträgen oder bei Erbteilungen usw. muß der bauliche Wert der Gebäude bestimmt werden. Die Schätzung kann nach einem speziellen Kostenanschlage oder einfacher nach der bebauten Grundfläche oder dem Raum-(Block-)Inhalt des Gebäudes geschehen. Ist auf irgend eine Weise der Neuwert des Gebäudes bestimmt, so muß die Wertverminderung in Absatz gebracht werden. Die Wertverminderung richtet sich nach der Dauer, die dem Gebäude nach der Art der Ausführung zuerkannt wird und nach dem Alter desselben. Die Wertverminderung oder den Abnutzungsbetrag erhält man pro Jahr in Proz., wenn man 100 durch die Dauer des Gebäudes dividiert. Der jährliche Abnutzungsbetrag beträgt demnach, wenn die Dauer des Hauses auf 120 Jahre geschätzt wird $= \frac{100}{120} = {}^5/_6\,\%$.

42) Wie viel beträgt der jährliche Abnutzungsbetrag bei einer Dauer von 75, 80, 100, 125, 150, 175 und 200 Jahren?

Bemerk. Die Abnutzung eines Gebäudes ist aber keine gleichmäßige, sondern nimmt mit dem Alter zu. Nach einem Leitfaden für die Ermittelung des Bauwerts von Gebäuden von Roß, der sehr zu empfehlen ist, hat sich in der Praxis bewährt, die Dauer eines Gebäudes in 5 gleiche Perioden zu teilen und die Abnutzung für die erste Periode zu $^3/_5$ und für die vier folgenden bezw. zu $^4/_5$, $^5/_5$, $^6/_5$, $^7/_5$ des Prozent-Abnutzungsbetrages anzunehmen.

43) Angenommen der Neuwert eines Gebäudes sei auf 20000 ℳ, die Dauer auf 120 Jahre geschätzt und das Alter des Hauses betrage 60 Jahre. Wie hoch stellt sich der Schätzwert?

Ausrechnung:

$$20000 - \left(\frac{20000 \cdot {}^5/_6 \cdot {}^3/_5 \cdot 24}{100} + \frac{20000 \cdot {}^5/_6 \cdot {}^4/_5 \cdot 24}{100} + \frac{20000 \cdot {}^5/_6 \cdot {}^5/_5 \cdot 12}{100}\right) =$$

44) Wie hoch stellt sich der Jetztwert eines Gebäudes bei 30000 ℳ Neuwert, 150 Jahre Dauer und einem Alter von 85 Jahren?

Bemerk. Bei der Schätzung des Bauwerts sind drei Hauptteile des Gebäudes zu unterscheiden:

1. Die Fundamente, Keller- und Souterrain-Anlagen bis zur Flurhöhe des Untergeschosses.
2. Das Untergeschoß und die Obergeschosse von der Flurhöhe bis zum Fußboden des unteren Dachgeschosses.
3. Das Dachgeschoß (mit Kniestock) von der unteren Sohle bis zur Giebelspitze.

45) Ein ländliches Wohnhaus hat eine Grundfläche von 12 auf 16 m, das Alter beträgt 80 Jahre. Der Neuwert beträgt: 1. 192 qm Kelleranlage à 20 ℳ, Dauer 250 Jahre. 2. 192 qm des Unter- und Obergeschosses à 70 ℳ, Dauer 175 Jahre. 3. 192 qm des Dachgeschosses à 18 ℳ, Dauer 120 Jahre. Wie hoch stellt sich der Jetztwert? (Es ist der Jetztwert für jede Abteilung besonders zu berechnen.)

46) Ein massives Wohngebäude hat 230 qm Grundfläche, das Alter beträgt 75 Jahre. Die Höhen betragen für die Kelleranlagen 3,25 m, für die drei Geschosse 11,80 m, das Dachgeschoß ist ein Satteldach von 6 m Höhe. Der Neuwert ist geschätzt für 1 cbm Kelleranlage 7 ℳ, für 1 cbm der Geschosse 10 ℳ und für 1 cbm des Dachgeschosses 6 ℳ. Die

Dauer ist bezw. auf 300, 250 und 150 Jahre geschätzt. Wie hoch stellt sich der Jetztwert?

47) Ein herrschaftliches Wohngebäude hat 420 qm Grundfläche. 1. Das Fundamentmauerwerk hält 140 lfd. m von 0,90 m Höhe und 1 m Stärke à cbm 9 ℳ, Dauer 300 Jahre. 2. Das Gebäude ist ganz unterkellert und zwar mit 220 qm Kelleranlagen in Bruchstein à cbm 7 ℳ und 200 qm bewohnbar angebaute Räume in Ziegelsteinmauerwerk à cbm 10 ℳ. Die Höhe der Kelleranlage ist 3,80 m. Die Dauer ist auf 300 Jahre geschätzt. 3. Die vier Geschosse sind 17,20 m hoch, à cbm 13 ℳ, die Dauer 300 Jahre. 4. Das zweiseitige Dachgeschoß hat ein 1,80 m hohes Kniestock und eine 4 m hohe Giebelspitze, à cbm 8 ℳ, Dauer 150 Jahre.

Dazu gehört ein Nebengebäude, in welchem sich Kutscher- und Diener-Wohnung befinden. Dasselbe hat 190 qm bebaute Fläche, wovon 118 qm auf die Wohnräume, 36 qm auf die Stallungen und 36 qm auf die Remise kommen. 1. Das Ziegelsteinfundament ist 100 m lang, à lfd. m 3,75 ℳ, Dauer 200 Jahre. 2. Das Untergeschoß ist 4 m hoch, die Wohnräume à cbm 9 ℳ, Dauer 175 Jahre, die Stallung à cbm 8 ℳ, Dauer 150 Jahre und die Remise à cbm 7 ℳ, Dauer 150 Jahre. 3. Das Dachgeschoß hat ein 1,50 m hohes Kniestock und eine 2 m hohe Giebelspitze, à cbm 5 ℳ, Dauer 125 Jahre. Das Alter beider Gebäude beträgt 75 Jahre. Wie hoch stellt sich a. der gesamte Neuwert, b. der Jetztwert?

Bemerk. Im allgemeinen beschränkt man sich bei genereller Veranschlagung auf Schätzung der Kosten für die bebaute Flächeneinheit auf Grund der Ergebnisse bei ausgeführten Bauten. Diese Einheit ist wenig glücklich gewählt, wenn man Anspruch auf einigermaßen präzise Resultate erhebt. Es empfiehlt sich, wie nachstehende Aufgabe zeigt, die Kosteneinheit für 1 cbm Gebäude festzusetzen.

48) Das Leibnitz-Gymnasium in Berlin kostet pro qm bebauter Grundfläche 289,69 ℳ und pro cbm Gebäude 15,50 ℳ; das Arkanische Gymnasium daselbst bezw. 368,30 und 15,67 ℳ. a. Um wie viel Proz. wäre das erste Gebäude zu hoch geschätzt, wenn dasselbe nach den Einheitspreisen des zweiten Gebäudes geschätzt wäre? b. Um wie viel Proz. wäre das zweite Gebäude zu niedrig geschätzt, wenn dasselbe nach den Einheitspreisen des ersten Gebäudes geschätzt wäre?

§ 3. Berechnungen über Nutzeffekt.

49) Eine Wasserkraft besitzt 80 absolute PS, an der Welle der Turbine werden 60 PS gemessen. a. wie viel beträgt der Nutzeffekt oder der Wirkungsgrad der Turbine nach Aufg. 108 Abschn. V.? b. Wie viel Proz. beträgt der Nutzeffekt?

Ansatz: $\frac{60 \cdot 100}{80}$

Bemerk. Wird der Nutzeffekt in Bruchform angegeben, so bezieht sich das Resultat auf die Zahl 1, wird er aber in Proz. angegeben, so wird das Resultat auf die Zahl 100 bezogen.

50) Wie viel Prozent beträgt der Nutzeffekt eines Wasserrades, wenn derselbe a. $^4/_5$, b. $^2/_3$, c. $^3/_5$, d. 0,45 und e. 0,36 beträgt?

51) Der Nutzeffekt einer Turbine beträgt: a. 80%, b. 75%, c. 70%. Beziehe diese Resultate auf die Zahl 1 und drücke dieselben in Bruchform aus.

52) Ein Stubenofen macht von 7200 W.-E. 2880 W.-E. nutzbar. Wie viel Proz. beträgt der Nutzeffekt?

53) Die Rohkraft einer Wasserkraft beträgt 80 PS, der Nutzeffekt der Turbine 75%. Wie viel PS leistet die Turbine?

54) An der Welle einer Turbine werden 42 PS gemessen und der Nutzeffekt derselben beträgt 70%. Wie viel PS beträgt die Rohkraft des Wassers?

55) An der Welle einer Turbine werden 120 PS gemessen, diese Kraft wird elektrisch übertragen und es werden 90 PS wieder in Arbeit umgesetzt. Wie viel Proz. beträgt der Nutzeffekt der elektrischen Übertragung?

56) Der Nutzeffekt einer Turbine beträgt 75%, die von der Turbine abgegebene Kraft wird elektrisch übertragen und der Nutzeffekt der Übertragung beträgt 80%. Welches ist der Gesamtnutzeffekt?

Ansatz: $\frac{75 \cdot 80 \cdot 100}{100 \cdot 100}$

Bemerk. Wurde der Wirkungsgrad auf die Zahl 1 bezogen, also in Bruchform angegeben, so wäre das Resultat $= 0{,}75 \cdot 0{,}8$.

57) Eine Wasserkraft hat 75 absolute PS, an der Turbinenwelle werden 60 PS gemessen und durch eine elektrische Übertragung dieser Kraft werden 46,8 PS wieder in Arbeit umgesetzt. a. Welches ist der Nutzeffekt der Turbine und b. der elektrischen Übertragung? c. Welches ist der Gesamtnutzeffekt der Anlage?

58) Das Königliche Hüttenamt in Königbronn hat die Brenzquelle auf eine Entfernung von 500 m elektrisch übertragen. Die Wasserkraft ist mit 900 sekl und das Gefälle zu 3,60 m anzunehmen. Von der rohen Wasserkraft wird abgegeben an die senkrechte Turbinenwelle 75%, hiervon an die Primärdynamo 95%, hiervon an die Sekundärdynamo 77% und hiervon an die Drehereitransmission 95%. Berechne den Nutzeffekt dieser Anlage a. in Prozenten und b. in PS.

59) Während der elektrotechnischen Ausstellung in Frankfurt a. M. ist eine Wasserkraft von etwa 300 PS von Lauffen nach dem Ausstellungsplatze übertragen, die Entfernung beider Orte beträgt 175 km. Fachmänner haben die elektrische Kraftübertragung geprüft, von den amtlich zusammengestellten Resultaten der verschiedenen Prüfungen folgen hier zwei: 1. der von der Turbine gelieferte Effekt betrug 194,7 bezw. 120,9 PS, 2. der von der Dynamo abgegebene E. 182,2 bezw. 108,1 PS, 3. der von dem primären Transformator abgegebene E. 175,1 bezw. 102,40 PS, 4. der Verlust in der Leitung 24,4 bezw. 7,3 PS, 5. der von dem sekundären Transformator gelieferte E. 144,2 bezw. 89,5 PS. a. Wie viel Proz. beträgt der Kraftverlust von einer Station zur andern? b. Welches ist der Wirkungsgrad der Übertragung zwischen Turbinenwelle und Verbrauchsstelle in Proz. ausgedrückt?

60) Zum Vergleiche einer elektrischen und mechanischen Transmission macht ein Fachmann folgende Zusammenstellung: Es soll eine der Kraftquelle fernstehende, 7 PS zum Betriebe erforderliche Schrotmühle in einer Brauerei betrieben werden.

1. Betrieb durch elektrische Transmission: Wirkungsgrad der mit einer Dampfmaschine unmittelbar gekuppelten Dynamo 90%, Wirkungsgrad der elektrischen Leitung 98%, Wirkungsgrad des Elektromotors 86,5%, Wirkungsgrad einer Stirnradübersetzung zwischen Elektromotor und Schrotmühle 95%. a. Welcher Gesamtwirkungsgrad berechnet sich aus diesen Angaben? Ansatz: $0{,}90 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}865 \cdot 0{,}95$. Erkläre diesen Ansatz und

gieb das Resultat in Proz. an. b. Wie viel PS muß die Kraftquelle abgeben für die Nutzarbeit von 7 PS?

2. Betrieb durch mechanische Transmission. Diese erfordert folgende Betriebskraft: Riemen zwischen Vorgelege und Schrotmühle 0,2 PS, Vorgelegewelle, 26 m lang, samt Riemen 2,7 PS, Primärtransmission, 60 m lang, samt Antriebsriemen 3,8 PS. a. Welches ist der Gesamtwirkungsgrad dieser Transmissionsanlage? Ansatz: $\frac{7}{7+6{,}7}$. Erkläre diesen Ansatz und gieb das Resultat in Proz. an. b. Wie viel, in Proz. ausgedrückt, braucht die Kraftquelle bei der elektrischen Transmission weniger abzugeben?

61) Um beim Maschinenbetrieb die Kraftverluste festzustellen, die durch Transmissionswellen, Riemen-, Hanfseil- und Drahtbetrieb usw. verloren gehen, sind von Fachmännern Versuche angestellt und genaue Messungen vorgenommen. Es folgen hier zwei Beispiele:

A. Eine Gruppe von 50 kleinen Arbeitsmaschinen (kleinen Drehbänken, Fräsmaschinen, Bohrmaschinen usw.) wird von einer Transmissionswelle von 28 m Länge getrieben. Es erfordert:

1. der Betrieb der Gruppe bei voller Belastung . .	494 sek/mkg
2. " " " " beim Leergang aller Masch.	396 "
3. " " " Transmission und Vorgelege bei abgeworfenen Maschinenriemen	197 "

a. Wie viel sek/mkg beträgt: 1. die Netto-(Nutz-)Arbeit, 2. der Vollbetrieb der Maschinen (also ohne Transmission und Vorgelege), 3. der Leerlauf der Maschinen (desgl. ohne Transmission und Vorgelege) und 4. der Betrieb der Transmission mit Vorgelege? b. Beziehe diese Resultate auf die Rohkraft und drücke sie in Proz. aus. c. Wie viel Proz. beträgt der Kraftverlust nach der Angabe unter 3?

B. Eine Gruppe von 141 verschiedenen Maschinen ähnlicher Art wie unter A. wird durch eine mit Riemenscheiben sehr dicht besetzten Transmission von 74 m Länge betrieben. Es erforderte:

1. die Vollbelastung sämtlicher Maschinen. . .	2243 sek/mkg
Hiervon beanspruchte:	
2. der Leergang sämtlicher Maschinen	79,5%
3. der Betrieb der Transmission und Vorgelege	34%

a. Beantworte die Frage a. unter A., die Resultate sind in sek/mkg anzugeben. b. Wie viel Proz. beträgt die Nutzarbeit?

62) Versuche an der Maschine des Dampfers „Jena" ergaben folgende Resultate: a. Mit 6780,7 kg Kohle wurden 62061 kg Speisewasser verdampft. Je 1 kg Dampf hat rd. 623 W.-E. aufgenommen. Die absolute Heizkraft der Kohle ist für 1 kg zu 8240 W.-E. ermittelt. Wie viel Proz. beträgt die dem Speisewasser übertragene Wärme von der absoluten Heizkraft der Kohle? b. Die Versuchsdauer betrug 953 Min. und die Durchschnittsleistung der Maschine betrug 654 PS. Wie viel Proz. von der dem Speisewasser übertragenen Wärme hat also die Maschine in Arbeit umgesetzt?

Andeutung der Ausrechnung: 1. Wie viel W.-E. sind dem Speisewasser nach a. übertragen? 2. Wie viel mkg hat die Masch. geleistet? 3. Wie viel W.-E. hat die Maschine also in Arbeit umgesetzt, da 1 W.-E. 424 mkg leistet? Oder: 1. Wie viel beträgt die von dem Speisewasser aufgenommene Wärmemenge für 1 PS-Min.? Ansatz: $\frac{62061 \cdot 623}{654 \cdot 953}$

2. Wie viel W.-E. sind gleichbedeutend 1 PS-Min.? Ansatz: $\frac{60 \cdot 75}{424}$

Schlußansatz zur Berechnung der Proz.: $\dfrac{\dfrac{\dfrac{60 \cdot 75}{424}}{62061 \cdot 623}}{654 \cdot 953} \cdot 100$

$= \frac{60 \cdot 75 \cdot 654 \cdot 953 \cdot 100}{424 \cdot 62061 \cdot 623} = ?$

c. Wie viel Prozent beträgt die von der Maschine in Arbeit umgesetzte Wärme von der absoluten Heizkraft der verbrannten Kohle?

Bemerk. Die dem Speisewasser übertragene Wärme wird „disponibele Arbeit" genannt, das Verhältnis der von der Maschine thatsächlich geleisteten Arbeit zu der disponibeln Arbeit wird der „wahre Wirkungsgrad" genannt. Die Fragen unter a. und b. hätten also demnach kurz lauten können: Wie viel Proz. betrug a. die disponibele Arbeit? b. der wahre Wirkungsgrad?

63) Der Wärmewert von 1 kg guter Gaskohle werde zu 7700 W.-E. angenommen. Aus 100 kg Gaskohle werden in Gasretorten durchschnittlich gewonnen: 30 cbm Gas à 5400 W.-E., 67 kg Koks à 6500 W.-E. und 5 kg Teer à 8450 W.-E. Es soll davon abgesehen werden, daß außerdem noch 8 kg Ammoniakwasser gewonnen werden. Die Unterfeuerung der Gasretorten erfordert für 100 kg zu destillierender Kohle 12 kg Koks, diese sollen von der vorhin angegebenen Koksgewinnung abgesetzt werden. Wie viel Proz. beträgt demnach der rein wärmetechnische Wirkungsgrad der Vergasung in Retorten? (Gang der Ausrechnung: a. Wie viel W.-E. enthalten 100 kg Gaskohle? b. Wie viel W.-E. sind noch vorhanden? c. Wie viel Proz. betragen diese von jenen?)

64) Wie viel kg Kohle werden nach voriger Aufgabe für 1 cbm Gas nur verwandt, wenn die Nebenprodukte an Koks und Teer in Kohle à 7700 W.-E. wieder umgerechnet und in Abzug gebracht werden, und wie viel W.-E. müßte demnach 1 cbm Gas enthalten, wenn kein Verlust an Wärme eingetreten wäre?

65) 1 cbm Gas entwickelt bei guter Verbrennung in Öfen 5400 W.-E. Wie viel Proz. beträgt also der wärmetechnische Wirkungsgrad unter Berücksichtigung der vorigen Aufg.?

66) Bei 1 kg guter Kohle werden bei guter Verbrennung in Öfen 3000 W.-E. nutzbar gemacht. Wie viel Proz. beträgt hier der wärmetechnische Wirkungsgrad, wenn 1 kg Kohle zu 7000 W.-E. angenommen wird?

67) Wie würden sich nach Aufg. 116, Abschn. V, die Resultate für die Gasmotoren stellen, wenn für das Gas die Resultate der Aufg. 64 in Rechnung gezogen würden?

§ 4. Berechnungen über Lüftung und Heizung.

68) In einem Zimmer von 5,40 m Länge, 4,80 m Breite und 3,20 m Höhe befinden sich 6 Personen. Wie viel Raum entfällt auf 1 Person? (Dieser Raum wird Luftkubus genannt.)

69) Man sagt, es ist eine Lufterneuerung eingetreten, wenn einem Raume so viel cbm frische Luft zugeführt wird, als er cbm enthält. Eine wie vielfache Lufterneuerung muß bei einem Krankensaale von 10 m Länge, 6,4 m Tiefe und 4,5 m Höhe stündlich eintreten, wenn in demselben 15

Kranke sind und bei gewöhnlichen Kranken 70 cbm, für Verwundete 100 cbm und bei Epidemien 150 cbm für den Kopf stündlich gerechnet werden?

70) Bei $+ 1^0$ C im Freien und $+ 18^0$ C im Zimmer wird die Luft eines Zimmers durch die natürliche Ventilation einmal erneuert, bei einem Temperaturunterschiede von 20^0 C $1^1/_4$ mal, bei 4^0 C desgl. $^2/_7$ mal. Wie viel cbm Luft mußten also in jedem dieser drei Fälle dem Krankensaale nach voriger Aufg. durch künstliche Ventilation zugeführt werden?

Bemerk. Die natürliche Ventilation ist von verschiedenen Umständen außer dem Temperaturunterschiede abhängig, z. B von der Dicke der Umfassungswände, von dem Baumaterial usw.

71) Reine Luft enthält 0,04 % oder 0,4 ‰ Kohlensäure. Da diese ein giftiges Gas ist, so muß Sorge getragen werden, daß dieser Gehalt an Kohlensäure nicht viel überschritten wird. Ein Mensch atmet in der Std. 44 g Kohlensäure aus, 1 kg Kohlensäure nimmt (bei $+ 20^0$ C) 0,62 cbm Raum ein. Welches würde der Kohlensäuregehalt der Luft eines Zimmers ohne Ventilaltion von 120 cbm Rauminhalt sein, wenn sich in demselben 4 Std. 10 Personen aufhalten? (Von der natürlichen Ventilation durch die Umfangswände soll abgesehen werden.)

72) Eine Gasflamme von 16 N.-K. erzeugt stündlich 144 g und eine Petroleumflamme von derselben Lichtstärke 272 g Kohlensäure. Wie würde sich das Resultat nach vorhergehender Aufg. stellen, wenn jenes Zimmer während der Zeit durch zwei Flammen der einen oder andern Art erleuchtet würde?

73) Bei gut ventilierten Räumen gestattet man nur 0,7 ‰ Kohlensäure. Wie viel cbm Luft müßte also nach den beiden vorigen Aufg. hinzugeführt werden, wenn diese zulässige Grenze nicht überschritten werden soll? (Gang der Ausrechnung: Wie viel ‰ Kohlensäure enthält die Luft zu viel, 1 cbm reine Luft enthält 0,4 ‰ Kohlensäure, kann also noch 0,3 ‰ aufnehmen usw.)

74) Ein wie vielfacher Luftwechsel müßte also bei jenem Zimmer stündlich eintreten, wenn der Kohlensäuregehalt 0,7 ‰ nicht übersteigen soll?

75) Wenn 1 kg Kohle verbrannt wird, so werden dadurch 1,95 kg Kohlensäure und 0,65 kg Kohlenoxydgas gebildet, zugleich der Luft aber 1,8 kg Sauerstoff entzogen. Bei einer Temperatur von $+ 20^0$ C. nimmt 1 kg Kohlenoxydgas rd. 1 cbm und 1 kg Sauerstoff 0,86 cbm Raum ein. Angenommen in einem Zimmer ohne Ventilation von 6 m Länge, 5 m Tiefe und 3,5 m Höhe würden 3 kg Kohlen auf offenem Kohlenbecken verbrannt. Welchen Gehalt, in Proz. ausgedrückt, an Kohlensäure, Kohlenoxydgas und Sauerstoff würde dann die Zimmerluft bei einer Temperatur von $+ 20^0$ C haben, wenn von der natürlichen Ventilation abgesehen wird? Der Sauerstoffgehalt guter Luft beträgt 20,96 %.

Bemerk.: Beurteile nach den gefundenen Resultaten den Wert der Luft. Eine Kerze verlöscht, wenn der Sauerstoffgehalt der Luft unter 18,5 % sinkt, Luft mit 2 % Kohlensäure ist noch atembar, mit 0,125 % Kohlenoxydgas schon schädlich. — Es ist sehr gefährlich, wenn Feuerungsanlagen rauchen, besonders in geschlossenen Räumen.

76) Nach gründlichen Untersuchungen und statistischen Zusammenstellungen enthält die Luft während der Nachtzeit in Wohnungen mit 1, 2 und 3 Zimmern bezw. 1,12, 0,99 und 0,77 ‰ Kohlensäure. a. Wie viel pro mille Kohlensäure enthält die Luft in jedem der drei Fälle über die zulässige Grenze von 0,7 ‰? b. Wie viel Proz. beträgt dies auf die zulässige Grenze von 0,7 ‰ bezogen? Ansatz: $\frac{0,42 \cdot 100}{0,7}$

77) Gleichzeitig sind statistische Erhebungen über die Sterblichkeitsverhältnisse gemacht. Bei einer Gesamtsterblichkeit von 20,7 auf 1000 Personen, verteilt sich die Zahl der Todesfälle auf Bewohner von Wohnungen mit 1 Zimmer auf 23,3, mit 2 Zimmer auf 18,8, mit 3 Zimmer auf 17,2 und mit 4 und mehr Zimmer auf 12,3 pro mille. Wie viel Prozent ist in jedem der vier Fälle die Sterblichkeit höher oder geringer als die Durchschnittssterblichkeit?

78) Bei den statistischen Erhebungen nach voriger Aufgabe ist auch festgestellt, welche Krankheiten besonders durch unreine Wohnungsluft hervorgerufen sind, und da hat sich herausgestellt, daß die größte Sterblichkeit durch Luftröhrenkatarrh und Lungenentzündungen hervorgerufen ist. Während nämlich in den größeren Wohnungen durch diese Krankheiten im allgemeinen nur 7,8 Todesfälle auf 10000 Lebende kommen, gehen in den kleinen Wohnungen 26,7 auf 10000 Lebende an derselben zugrunde. a. Wie viel Proz. beträgt dies, wenn diese Todesfälle auf die Gesamtsterblichkeitsziffer nach voriger Aufg. bezogen werden? b. Beziehe die erste Angabe auf die Sterblichkeitsziffer 12,3 und die letzte auf die Sterblichkeitsziffer 23,3 der vorigen Aufg.

Bemerk. Bei vorstehenden statistischen Erhebungen ist auch auf das Lebensalter Rücksicht genommen. Es zeigt sich der Sterblichkeitsunterschied am deutlichsten bei Kindern unter 5 Jahren und zwar in dem Maße, daß die Sterblichkeit in den Wohnungen mit 1 Zimmer gerade 4 mal so groß ist, als in denjenigen mit 4 Zimmern. Erkenne aus Vorstehendem die Bedeutung der Ventilation!

79) Am wohlsten fühlt sich der Mensch in einer Atmungsluft, welche 60 % relative Feuchtigkeit besitzt, d. i. 60 % von der Feuchtigkeit, welche die Luft bei gleicher Temperatur überhaupt aufzunehmen vermag. 1 cbm Luft von + 20° C kann in maximo 17,23 g Wasserdampf aufnehmen. Wie viel g Wasserdampf muß also gute Atmungsluft von + 20° C haben?

80) Die Ventilationsluft, die aus dem Freien entnommen ist, hat eine Temperatur von — 20° C und in maximo 1,06 g Wasserdampf pro cbm. Wie viel Proz. relativer Feuchtigkeit hat die Zimmerluft, wenn angenommen wird, daß die Zimmerluft durch diese Ventilationsluft erneuert und die Temperatur auf + 20° C erhöht ist, wenn ferner von der Volumenvergrößerung durch die Erwärmung abgesehen wird?

81) Angenommen ein Zimmer hätte 120 cbm Rauminhalt, es würde von zwei Personen bewohnt und es sollte die Luft unter den Verhältnissen der vorigen Aufg. stündlich erneuert werden. a. Wie viel Proz. relativer Feuchtigkeit würde dann die Luft haben, wenn ein Mensch durch die Haut durchschnittlich stündlich ca. 30 g und durch die Lunge desgl. 20 g Wasserdampf der Luft zuführt? b. Wie viel Wasserdampf müßte, etwa durch einen Wasserverdampfungsapparat, der Zimmerluft noch zugeführt werden, damit die relative Feuchtigkeit 60 % beträgt?

82) Ein Zimmer von 120 cbm Rauminhalt soll geheizt werden, die Temperatur soll von — 8° auf + 20° C gebracht werden. Wie viel kg Kohlen müssen verbrannt werden, wenn auf 1 kg Kohlen 7000 W.-E. gerechnet werden, der Ofen aber nur 37,5 % der in der Kohle enthaltenen Wärme nutzbar macht? Um 1 cbm Luft um 1° C zu erwärmen, sind 0,31 W.-E. erforderlich.

Bemerk. Das Resultat wird sich in Wirklichkeit höher stellen, weil während des Heizens durch die Wände die kältere Außenluft hinzuströmt und durch die Wände Wärme abgeführt wird.

83) Einem Zimmer sollen stündlich 100 cbm frische Luft zugeführt werden. Die Luft soll, bevor sie mit dem Körper der im Zimmer Anwesenden in Berührung kommt, von — 12° auf + 20° C vorgewärmt werden. Die Luft wird darum durch einen Kanal, der hinter einem mit einem weiten Mantel umgegebenen Ofen mit einer aufwärts gerichteten Mündung endet, zugeführt. Wie viel kg Kohle erfordert nach voriger Aufg. die Vorwärmung der Luft stündlich?

84) Zur Heizung einer Kirche von 12150 cbm Rauminhalt sind stündlich 240 kg Kohle verwandt. Zur Verbrennung von 1 kg Kohle sind 22 kg Luft erforderlich, die in Form von Rauchgasen durch den Kamin abgeführt werden. In welcher Zeit wird die durch die Heizung bewirkte Ventilation eine Lufterneuerung herbeiführen. Spez. Gew. der Luft 0,0013.

85) Um den Zuschauerraum eines Theaters mit 1000 Plätzen zu heizen und mit genügend reiner Luft zu versehen, soll eine Dampfheizung eingerichtet werden. Es soll pro Kopf und Stunde 40 cbm Lüftungsluft zugeführt werden. Damit die Anlage jederzeit gesichert ist, nimmt man an, daß die Temperatur der aus dem Freien entnommenen frischen Luft — 15° C beträgt und die dem Zuschauerraume zugeführte Luft + 18° C betragen soll. a. Wie viel W.-E. sind zur Erwärmung der zugeführten Luft bei diesem Temperaturunterschiede erforderlich? b. Durch die Leitung der Luft aus der Heizungsanlage in den Zuschauerraum gehen 40% von der Wärme verloren. Auf welche Temperatur muß darum die Zuführungsluft gebracht werden und wie viel W.-E. sind demnach erforderlich? c. Die Heizungsanlage macht nur 70% der in der Kohle enthaltenen Wärme nutzbar. Wie viel kg Kohle sind demnach für die Heizung und Lüftung des Zuschauerraumes stündlich erforderlich, wenn die zur Verwendung kommende Kohle 7200 W.-E. enthält?

86) In einer Tapetenfabrik sollen in einem Trockensaale stündlich 50 kg Wasser, das in den Tapeten enthalten ist, verdampft werden. Berechne nach folgenden Angaben wie viel cbm Luft in der Stunde zuzuführen sind. Die Raumtemperatur soll bei 0° Außentemperatur auf + 30° C gebracht werden. 1 cbm Luft von 0° enthält im gesättigten Zustande 4,89 g Wasser, 1 cbm Luft von + 30° C im gesättigten Zustande 30,23 g Wasser. Die Sättigung soll in beiden Fällen nur zu 60% angenommen werden.

87) Welches Resultat würde sich nach vorstehender Aufg. ergeben, wenn die Außentemperatur + 20° C betrüge und 1 cbm Luft von dieser Temperatur im gesättigten Zustande 17,23 g enthält?

88) Wie viel W.-E. wären zur Verdampfung der 50 kg Wasser nach den beiden vorstehenden Aufgaben erforderlich, wenn zur Steigerung der Temperatur um 1° C für 1 cbm Luft 0,31 W.-E. nötig sind? (Von dem Wärmeverluste, der infolge der abkühlenden Wandflächen entsteht, soll abgesehen werden.)

89) Nach gründlichen Untersuchungen beträgt der Verlust des Brennwerts, der in den Schornstein wandert, bei Kesselfeuerungen 30—60%, bei Stubenöfen sogar häufig 80%. Dieser Verlust soll sich durch Verbesserung der Heizungsanlagen auf 10—15% ermäßigen lassen. In Deutschland werden jährlich, wenn alle Brennmaterialien, wie Holz, Torf usw., ihrem Brennwerte nach in Steinkohle umgerechnet werden, über 70 Mill. t Kohlen verbrannt. Welche Summe würde demnach an

unserm Nationalvermögen bei einem Kohlenpreise von 1,80 ℳ für 100 kg jährlich gespart, wenn durch Verbesserung der Heizungsanlagen nur 5% des Brennwerts gespart würden?

90) Wenn die abziehenden Rauchgase mit 120° C in den Schornstein entweichen, so beträgt der Wärmeverlust 970 W.-E., wenn sie aber mit 320° C entweichen, so erhöht sich der Verlust auf 2930 W.-E. Wie viel Proz. beträgt in beiden Fällen der Verlust, wenn der Brennwert der Kohle zu 7000 W.-E. angenommen ist?

91) Ein kg Steinkohle mittlerer Qualität erfordert zu seiner vollkommenen Verbrennung ca. 8 cbm atmosphärischer Luft. Eine Untersuchung ergab, daß bei einem Dampfkessel pro kg Kohle 40,4 cbm Luft zuströmte. a. Wie viel W.-E. gehen im ersten Falle, b. im zweiten Falle durch die Erwärmung der Luft verloren, wenn das Verbrennungsluft dem Roste mit 20° C zuströmt und die Rauchgase den Kessel im ersten Falle mit 120° und im zweiten Falle mit 270° C verlassen? (0,31 W.-E. pro Grad und cbm.) c. Wie viel Proz. beträgt in jedem Falle der Wärme- oder Kohlenverlust, wenn der Heizwert der Kohle zu 7000 W.-E. angenommen wird? d. Wie groß ist der stündliche Geldverlust in beiden Fällen, wenn auf dem Roste eines Dampfkessels durchschnittlich pro Std. 200 kg verbrannt werden und 100 kg Kohlen 1,80 ℳ kosten?

92) Da der Schwerpunkt jeder Heizanlage in dem Heizeffekt liegt, so können verschiedene Ofensysteme nach dieser Richtung hin mit einander erst verglichen werden, wenn vergleichende Heizversuche vorgenommen werden. Von einem Fachmanne wurden mit zwei Öfen nacheinander 24 Stunden lange Heizversuche vorgenommen und folgende Ergebnisse festgestellt. In dem einen Ofen wurden 9,7 kg Steinkohlen verbrannt und 50789 W.-E. nutzbar gemacht, in dem andern Ofen wurden 12,5 kg Steinkohlen verbrannt und 45903 W.-E. nutzbar gemacht. a. Wie viel Proz. betrugen in jedem Falle die Ausnutzung des Brennmaterials, wenn für 1 kg Kohle 7000 W.-E. gerechnet werden? b. Wie hoch würde das Heizmaterial für den zweiten Ofen bei gleicher Wärmeentwickelung kommen, wenn dasselbe bei dem ersten Ofen für 1 Jahr auf 19,40 ℳ geschätzt wird?

93) Das Güteverhältnis einer Kesselanlage richtet sich ebenfalls hauptsächlich nach der Nutzbarmachung des Brennmaterials. Ein Kessel wurde mit einer geringen Kohle, deren theoretischer Heizwert 5397 W.-E. betrug, geheizt. Vom Brennwert der Kohle wurden von dem Kessel 73,5% nutzbar gemacht, 2% gingen durch Herdrückstände, 19% durch den Schornstein und 5,5% durch Ausstrahlung verloren. Wie viel W.-E. betrug die Nutzwirkung und jeder Verlust?

94) Nach genauen Beobachtungen wurden bei einer Heizungsanlage (Warmwasserheizung) in einem neu erbauten Hause im Mittel von 1 kg Brennmaterial, dessen Heizwert zu 6109 W.-E. bestimmt war, 2309 W.-E. nutzbar gemacht. Wie viel Proz. des Heizwertes der Kohle betrug dies?

95) In einer späteren Periode, in welcher die Austrocknung des Gebäudes jedenfalls weiter vorangeschritten war, wurden bei derselben Heizungsanlage 2723 W.-E. unter sonst gleichen Umständen nutzbar gemacht. Wie viel Proz. betrug jetzt der Nutzeffekt?

96) Der Mittelwert aller Bestimmungen der nutzbar gemachten Wärmemengen betrug bei dieser Warmwasserheizung für 1 kg Brennmaterial 2689 W.-E., die Wärmemengen, welche bei der Kesselanlage durch unvoll-

ständige Verbrennung nicht nutzbar gemacht wurden und durch den Kamin entwichen, betrugen 2047 W.-E., der Rest der nicht nutzbar gemachten W.-E. ging auf dem Wege von der Kesselheizfläche bis in die zu heizenden Räume verloren. a. Wie viel Proz. betrug der Nutzeffekt der Heizanlage? b. Wie viel Proz. betrug der Nutzeffekt der Kesselanlage? c. Wie viel Proz. von diesem Nutzeffekt gingen auf dem Wege von der Kesselheizfläche bis in die zu heizenden Räume verloren? d. Wie viel Proz. beträgt letzteres auf den Gesamtheizwert des Brennmaterials bezogen?

97) Ein Fachmann hat die Kosten der Heizung und Lüftung zweier Gefängnisse, deren baulichen Einrichtungen genau übereinstimmen, wie folgt zusammengestellt. Das erste Gefängnis hat eine Heißwasserheizung mit Aspiration-Ventilation. Die Anlagekosten betragen 68600 ℳ. Betriebskosten: Verzinsung 5%, Instandhaltung 1%, Tilgung 2,5% vom Anlagekapital, sonstige Kosten für Kohlen, Wartung usw. 4519 ℳ. Das zweite Gefängnis hat eine Heißwasser-Luftheizung mit Pulsion-Ventilation. Anlagekosten 84000 ℳ. Betriebskosten: Verzinsung 5%, Instandhaltung 1,1%, Tilgung 2,6% vom Anlagekapital, sonstige Kosten für Kohlen, Wartung usw. 7094 ℳ. Jedes Gefängnis hat einen bewohnten Gebäuderaum von 22500 cbm und in jedem sind 450 Gefangene untergebracht. Berechne die Einheitspreise pro Kopf und pro cbm Gebäuderaum.

98) Um tüchtige Heizer heranzuziehen, wurde im Jahre 1892 im städtischen Schlachthause zu Frankfurt a. M. ein Probeheizen veranstaltet. Von vier Probeheizungen folgen nachstehend die erzielten Resultate. Kohlenverbrauch in d. Std.: 137,7; 180,5; 190; 217,3 kg. Verdampfte Wassermenge in d. Std.: 1208,3; 1141,6; 1215,9; 1534,2 kg. Heizwert der Kohle 7623 W.-E. Pro kg Kohle wurde nutzbar gemacht: 4433; 4026; 4058; 4497 W.-E. Verlorene Wärmemenge: 1. durch den Schornstein 2248; 2643; 2658; 2192 W.-E., 2. durch Leitung und Strahlung 769; 769; 769; 826 W.-E. und 3. durch Rückstände 173; 185; 138; 108 W.-E. a. Berechne wie viel kg Wasser durch 1 kg Kohle verdampft ist? b. Die übrigen Resultate beziehe auf den Heizwert der Kohle und drücke sie in Proz. aus. Stelle die Resultate in einer Tabelle zusammen. (Die verdampfte Wassermenge ist reduziert auf Wasser von 0° C und Dampf von 100° C.)

IX. Abschnitt.

I. Zinsrechnung.

Wenn A. dem B. Geld leiht, so ist A. der Gläubiger (Kreditor) und B. der Schuldner (Debitor). Es ist im allgemeinen gebräuchlich, daß B. dem A. für das Herleihen des Geldes eine Vergütung zukommen läßt. Diese Vergütung nennt man Zins oder Interesse und das geliehene Geld heißt Kapital. Über die Höhe der Zinsen müssen Gläubiger und Schuldner sich einigen. Man setzt fest, wie viel für jedes Hundert des Kapitals der Schuldner bezahlen soll. Die Zahl, welche angiebt, wie viel Zinsen für eine gewisse Zeit von je Hundert zu entrichten sind, nennt man Zinsfuß oder Prozente. Wenn nicht ausdrücklich anderes bemerkt ist, gelten die Prozente auf die Dauer eines Jahres, vom Tage der Verleihung ab.

Es kommen also vier Stücke in Betracht, nämlich Kapital, Zinsfuß, Zinsen und Zeit. Sind drei von diesen gegeben, so kann das vierte berechnet werden. Es können also vier verschiedene Rechnungsarten vorkommen. Alle diese Aufgaben fallen unter die gemeinsame Benennung Zinsrechnung.

§ 1. Berechnung der Zinsen.

Die Berechnung der Zinsen ist von den vier Rechnungsarten die wichtigste.

A. Berechnung der Zinsen nach Jahren.

Siehe Berechnung des Prozentbetrages bei der allgemeinen Prozentrechnung, Abschn. VII.

1) Berechne von folgenden Kapitalien: a. 400 ℳ; b. 600 ℳ; c. 900 ℳ die einjährigen Zinsen zu a. 3%; b. 4%; c. 5%.

2) Berechne von folgenden Kapitalien: a. 25 ℳ; b. 50 ℳ; c. 75 ℳ; d. 20 ℳ; e. 80 ℳ; f. $12\frac{1}{2}$ ℳ; g. $33\frac{1}{3}$ ℳ; h. $66\frac{2}{3}$ ℳ; i. 250 ℳ; k. 750 ℳ; l. 1850 ℳ; m. 1120 ℳ; n. $1812\frac{1}{2}$ ℳ; o. $333\frac{1}{3}$ ℳ die einjährigen Zinsen zu: a. 4%; b. 6%; c. 3%; d. 5%.

Bemerk. Beachte, in welcher Beziehung das Kapital zu 100 steht. Z. B. $12\frac{1}{2}$ ℳ $= \frac{1}{8}$ Hundert.

3) Berechne von folgenden Kapitalien: a. 13 ℳ; b. 26 ℳ; c. 42 ℳ; d. 63 ℳ; e. 82 ℳ; f. 37 ℳ die einjährigen Zinsen zu: a. 3%; b. 4%; c. 5%; d. 6%.

(Da 1 ℳ zu 1% 1 ₰ Zinsen trägt, so bringen 13 ℳ zu $3\% = 13$ mal 3 ₰ $= 39$ ₰ Zinsen.)

4) Berechne von folgenden Kapitalien: a. 1372 ℳ; b. 2348 ℳ; c. 3437 österr. Gld.; d. 4229 Francs; e. 1329 holl. Gld.; f. 2364 Rubel die einjährigen Zinsen zu: a. 3%; b. 4%; c. 5%.

(Siehe Abschn. VII, Aufg. 8, praktische Regel.)

5) Berechne von folgenden Kapitalien: a. 1810,25 ℳ; b. 514,92 ℳ; c. 954 ℳ 75 ₰; d. 358 Rubel 14 Kop.; e. 982 Dollar 55 Cents die einjährigen Zinsen zu: a. 4%; b. 5%.

6) Berechne von folgenden Kapitalien: a. 872 ℳ; b. 1378 Gld.; c. 3456 Francs 63 Cent.; d. 2382,68 dän. Kronen die einjährigen Zinsen zu: a. $3\frac{1}{2}\%$; b. $3\frac{1}{4}\%$; c. $4\frac{1}{3}\%$; d. $4\frac{2}{3}\%$.

(Siehe Abschn. VII, Aufg. 14.)

7) Berechne von den Kapitalien der vorigen Aufgabe die einjährigen Zinsen zu a. $2\frac{1}{2}\%$, b. $3\frac{1}{3}\%$, c. $4\frac{1}{6}\%$, d. $6\frac{1}{4}\%$.

Siehe Abschn. VII, Aufg. 17.

8) Wie viel Interessen geben:

a.	1225 ℳ	zu	4%	in 5	Jahren?
b.	648,75 „	„	5%	„ 8	„ ?
c.	1063 Rubel	„	$5\frac{1}{2}\%$	„ 3	„ ?
d.	925,26 Francs	„	$3\frac{1}{2}\%$	„ 4	„ ?
e.	1354,68 Dollar	„	$4\frac{1}{6}\%$	„ 2	„ ?
f.	1822,64 ℳ	„	$6\frac{1}{4}\%$	„ 8	„ ?

9) Wie viel Zinsen geben bei $5\frac{1}{2}\%$ p. a. (d. h. pro anno = fürs Jahr). 740 ℳ in 2 Jahren, 825 ℳ in 4 J. und 925 ℳ in 5 J.?

Ansatz: $(7{,}40 \,.\, 2 + 8{,}25 \,.\, 4 + 9{,}25 \,.\, 5) \,.\, 5{,}5 = 94{,}05 \,.\, 5{,}5 =$

Erklärung: 740 ℳ geben in 2 Jahren so viel Zinsen, wie 740 ℳ . 2 in 1 Jahre usw.

10) Wie viel Zinsen geben bei $4\frac{1}{2}\%$ p. a. 700 ℳ in 3 Jahren, 275 ℳ in 4 J., 745 ℳ in 5 J. und 560 ℳ in 2 J.?

B. Berechnung der Zinsen nach Monaten.

11) Wie viel betragen die Zinsen von 426 ℳ in 7 Monaten zu $\frac{1}{3}\%$ monatlich?

Ausrechnung: $4{,}26 \cdot \frac{1}{3} \cdot 7 = 1{,}42 \cdot 7 = ?$

12) Wie viel betragen die Zinsen:

a.	von	960 ℳ	zu $\frac{1}{3}\%$	monatlich in	5 Monaten?
b.	„	852,75 „	„ $\frac{2}{3}\%$	„ „	4 „ ?
c.	„	1072,80 „	„ $\frac{5}{12}\%$	„ „	10 „ ?
d.	„	964,64 „	„ $\frac{3}{8}\%$	„ „	7 „ ?

13) Wie viel betragen die Zinsen von 2645 ℳ in 8 Monaten zu 5% p. a.?

Ansatz: $\frac{5 \cdot 2654 \cdot 8}{100 \cdot 12}$

14) Wie viel betragen die Zinsen von 2645 ℳ in 8 Monaten zu $4\frac{1}{2}\%$ p. a.?

Da 8 Monate $= \frac{2}{3}$ von einem Jahre sind, so erhält man auch $\frac{2}{3}$ von $4\frac{1}{2}\% = 3\%$. Man kann also sagen: Die Zinsen zu $4\frac{1}{2}\%$ p. a. in 8 Monaten sind gleich den Zinsen zu 3%, also $26{,}45 \cdot 3 = ?$

15) Wie viel betragen die Zinsen:

a.	von	825 ℳ	in	9 Mon.	zu 3% p. a.?
b.	„	1096,20 „	„	5 „	„ $3\frac{1}{3}\%$ „ ?
c.	„	1735 „	„	11 „	„ $3\frac{1}{2}\%$ „ ?
d.	„	6350 „	„	4 „	„ 6% „ ?
e.	„	726 „	„	2 J. 5 Mt.	„ 4% „ ?
f.	„	420,80 „	„	4 „ 6 „	„ 5% „ ?
g.	„	958,75 „	„	2 „ 4 „	„ $4\frac{1}{2}\%$ „ ?

16) Wie viel Zinsen geben: a. bei $3\frac{1}{2}\%$ jährlich 850 ℳ in 7 Mon., 280 ℳ in 5 Mon., 2825 ℳ in 6 Mon. und 1860 ℳ in 3 Mon.? b. bei $\frac{3}{8}\%$ monatlich 620 ℳ in 6 Mon., 325 ℳ in 8 Mon., 288 ℳ in 5 Mon., 640 ℳ in 4 Mon. und 875 ℳ in 5 Mon.? (Siehe Aufg. 9.)

17) A. läßt sich ein Haus bauen und muß dem Bauunternehmer, der den Bau ausführt, kontraktlich folgende Bauraten zahlen: Am 1. April 3400 ℳ, am 1. Juni 4200 ℳ, am 1. Aug. 6500 ℳ, am 1. Okt. 4200 ℳ und den Rest von 6000 ℳ am 1. April des folgenden Jahres. Nach Übereinkommen zahlt A. die ganze Bausumme am 1. Nov. desselben Jahres. Damit aber keiner von ihnen Schaden erleidet, werden sowohl für die Posten, die zu spät eingezahlt werden, als auch für den Posten, der zu früh eingezahlt wird, 5% Zinsen p. a. in Rechnung gebracht. Wie viel muß A. am 1. Nov. zahlen?

Ansatz: $24300 - (34 \cdot 7 + 42 \cdot 5 + 65 \cdot 3 + 42 \cdot 1 - 60 \cdot 5) \cdot \frac{5}{12}$.

18) Ein junger Techniker, der bei einem Bauunternehmer in Stellung ist, hat vom 1. April 1892 bis dahin 1893 folgende Ersparnisse in der Sparkasse belegt: Im Mai 50 ℳ, im Juni 60 ℳ, im Aug. 70 ℳ, im Sept. 75 ℳ, im Nov. 50 ℳ, im Dez. 80 ℳ, im Febr. 90 ℳ, im März 85 ℳ. In denselben Monaten des folgenden Jahres betrugen seine Ersparnisse bezw. 120 ℳ, 90 ℳ, 75 ℳ, 80 ℳ, 85 ℳ, 100 ℳ, 75 ℳ und 50 ℳ. Die Sparkasse gewährt $3\frac{1}{2}\%$ Zinsen und verzinst die Einlagen vom

1. Tage des nächsten Monats an. a. Wie viel betrugen die Einlagen samt Zinsen am 1. April 1893? b. Diese Summe ließ er stehen. Wie viel betrugen seine Ersparnisse samt Zinsen am 1. April 1894?

C. Berechnung der Zinsen nach Tagen.

Es ist die Berechnung der Zeit, wenn es sich um volle Jahre und Monate handelt, als bekannt vorausgesetzt. Nach gemachten Erfahrungen dürfte es nicht überflüssig sein, die Berechnung der Zeit nach Tagen wieder in Erinnerung zu bringen.

1. Der Monat wird zu so viel Tagen gerechnet, als er wirklich hat.

Wie viel Tage sind vom 19. März bis 25. Juni?

Ausrechnung:

Im März = 12 Tg. (31—19)
„ April = 30 „
„ Mai = 31 „
„ Juni = 25 „
Sa. = 98 Tg.

Bemerk. Von den beiden genannten Tagen wird nur einer mitgezählt. Es ist gleich, welcher von den beiden dies ist. In der nebenstehenden Rechnung ist der letzte (25. Juni) mitgezählt.

2. Der Monat wird zu 30 Tagen gerechnet.

Wie viel Tage sind vom 19. März bis zum 25. Juni?

Ausrechnung:

Im März . . . . = 11 Tg. (30—19)
„ April u. Mai = 60 „
„ Juni . . . . . = 25 „
Sa. = 96 Tg.

Oder:

Bis zum 25. März = 6 Tg.
+ 3 volle Monate = 90 „
Sa. = 96 „

Im geschäftlichen Verkehre kommt die Berechnung der Zinsen nach Jahren und Monaten weniger in Betracht, als die Berechnung nach Tagen. Fast allgemein wird der bequemeren Rechnung wegen der Monat zu 30 Tagen, das Jahr also zu 360 Tagen angenommen. Rechnet man ausnahmsweise jeden Monat zu so viel Tagen, als er wirklich hat, so wird bei uns trotzdem das Jahr zu 360 Tagen gerechnet. Eine Ausnahme hiervon machen England mit seinen Kolonien und Amerika, wo man nicht nur die Monate genau, sondern auch das Jahr zu 365 Tagen rechnet. An einem Beispiel wollen wir sehen, wie groß die Differenz ist, je nachdem man den einen oder anderen Gebrauch bei Aufzählung der Tage anwendet.

Wie viel Zinsen bringen 2880 ℳ zu $4\frac{1}{2}\%$ p. a. vom 19. März bis 31. Oktober?

a. Monate genau, das Jahr 365 Tage. Vom 19. März bis 31. Oktober = 226 Tage.

Ausrechnung: $\frac{4\frac{1}{2} \cdot 2880 \cdot 226}{100 \cdot 365} = 80{,}245$ ℳ.

b. Monate zu 30 Tagen, das Jahr 360 Tage. Vom 19. März bis 31. Oktober = 221 Tage.

Ausrechnung: $\frac{4\frac{1}{2} \cdot 2880 \cdot 221}{100 \cdot 360} = 79{,}56$ ℳ

c. Monate genau, das Jahr 360 Tage.

Ausrechnung: $\frac{4\frac{1}{2} \cdot 2880 \cdot 226}{100 \cdot 360} = 81{,}36$ ℳ.

Die Ausrechnung unter a. ist die vollkommen richtige. Die Differenz unter b. weicht am wenigsten von der Richtigkeit ab, darum ist diese Ausrechnung, da sie manche Abkürzungen bietet, auch fast allgemein gebräuchlich.

Unter b. ist schon die allgemeine Regel, wie die Zinsen für Tage berechnet werden, gegeben. Im obigen Beispiele läßt sich der Zinsfuß gegen 360 heben, sodaß dann die schriftliche Darstellung lautet: $\frac{2880 \cdot 221}{100 \cdot 80} = \frac{2880 \cdot 221}{8000}$.

Die Zahl 8000 wird Schlüsselzahl oder Zinsteiler genannt. Es ergiebt sich also für die Berechnung der Zinsen nach Tagen die Regel: Multipliziere das Kapital mit den Tagen und dividiere das Produkt durch die zu dem gegebenen Zinsfuße gehörige Schlüsselzahl.

Man findet die Schlüsselzahl nach obigem, wenn man mit dem Zinsfuße in 36000 dividiert.

19) Die Schlüsselzahl ist:

a. für 1 $\%$ =	g. für $3^1/_3\%$ =
b. „ $1^1/_2\%$ =	h. „ $3^3/_4\%$ =
c. „ 2 $\%$ =	i. „ 4 $\%$ =
d. „ $2^1/_4\%$ =	k. „ $4^1/_2\%$ =
e. „ $2^2/_3\%$ =	l. „ 5 $\%$ =
f. „ 3 $\%$ =	m. „ 6 $\%$ =

20) Wie viel betragen die Zinsen:

a. von 288 ℳ in 3 Mon. 17 Tagen zu 5 $\%$?
b. „ 288 „ „ 2 „ 9 „ „ $3^1/_3\%$?
c. „ 320 „ „ 5 „ 26 „ „ $4^1/_2\%$?
d. „ 144 „ „ 3 „ 13 „ „ $3^3/_4\%$?

Die Abkürzungen, die das Rechnen mit Schlüsselzahlen gewährt, sind nicht anzuwenden, wenn sich der Zinsfuß gegen 36000 nicht heben läßt. Ist dies der Fall, so verfahre man wie folgendes Beispiel zeigt.

Aufg.: Wie viel Zinsen bringen 684 ℳ zu $4^1/_4\%$ in 1 Mon. 26 T.?

Ausrechnung: $\frac{4^1/_4 \cdot 684 \cdot 56}{100 \cdot 360} = \frac{17 \cdot 19 \cdot 14}{100 \cdot 10} = ?$

21) Wie viel betragen die Zinsen:

a. von 1582 ℳ in 3 Mon. 3 Tagen zu $5^1/_2\%$?
b. „ 2250 „ „ 2 „ 14 „ „ $5^1/_5\%$?
c. „ 1728 „ „ 4 „ 28 „ „ $3^1/_2\%$?
d. „ 2131 „ „ 11 „ 14 „ „ $4^1/_3\%$?

22) Wie viel betragen die Zinsen:

a. 2326 ℳ zu $4^1/_4\%$ p. a. vom 15. Juli bis 2. Nov.?
b. 1216 „ „ $4^1/_2\%$ „ „ 13. Febr. „ 3. Mai?
c. 3125 „ „ $5^1/_2\%$ „ „ 18. Jan. „ 26. Apr.?
d. 1440 „ „ $5^1/_4\%$ „ „ 27. Nov. 1892 bis 17. Aug. 1893?
e. 1350 „ „ $3^1/_3\%$ „ „ 17. Aug. 1891 „ 15. Juli 1893?
f. 2175 „ „ $3^3/_4\%$ „ „ 25. Dez. 1892 „ 13. Feb. 1893?

(Welche von vorstehenden Aufgaben lassen sich mit Schlüsselzahlen rechnen?)

23) Wie viel betragen die Zinsen:

a. von 500 L in England zu $3^1/_2\%$ p. a. vom 14. April bis 19. Oktober?
b. 529 L 16 sh 8 d in England zu 5 $\%$ p. a. vom 28. Mai 1892 bis 13. März 1893?

c. 450 Doll. in Amerika zu 6% p. a. vom 15. Juni 1892 bis 12. Januar 1894?

(Der Monat ist zu so viel Tagen als er hat und das Jahr zu 365 Tagen zu rechnen.)

24) Wie viel betragen die Zinsen zu 5% von folgenden Kapitalien und zwar von dem angegebenen Tage bis ultimo Dez. (1 Mon. = 30 Tage.)

706,10 ℳ	pr.	25. Jan.	= 335	Tage	2365
481,15 „	„	13. März	= 287	„	1380
647,50 „	„	19. Mai	= 221	„	1432
582,75 „	„	3. Juli	= 177	„	1032
865,00 „	„	12. Aug.	= 138	„	1194
264,12 „	„	28. Sept.	= 92	„	243
729,80 „	„	15. Okt.	= 75	„	548
618,00 „	„	11. Nov.	= 49	„	303
437,15 „	„	5. Dez.	= 25	„	109
					8606

$$\text{Zinsen} = \frac{8606}{72} = 119{,}53 \text{ ℳ}.$$

Erklärung. Wenn die Zinsen nach demselben Zinsfuße von mehreren Kapitalien auf Tage zu berechnen sind, so ist die gebräuchlichste Art, daß man von den einzelnen Posten die Zinszahlen sucht. Die Zinszahl ist das Produkt aus dem Kapital und der Anzahl der Tage, für welche das Kapital zu verzinsen ist. Die kleineren Münzsorten bleiben hierbei

DEBET. Herrn B.

1893			Betrag ℳ	Betrag ₰	Tage	Zinszahlen
Jan.	11.	An Auslagen für Sie . .	625	—	350	2188
März	16.	„ do.	729	75	285	2081
Juni	16.	„ do.	930	25	195	1814
Sept.	23.	„ do.	549	30	98	538
Dez.	31.	„ Zinsen 5%.	30	18		
			2864	48		6621
1894						
Jan.	1.	An Saldo	264	48		

Holzminden, den 31. Dez. 1893.

Erklärung. Eine Abrechnung wie vorstehende nennt man ein Conto-Corrent. Nachdem man die Zinszahlen addiert hat, wird der Unterschied derselben gesucht und dieser als Zahlen-Saldo auf die Seite geschrieben, wo die kleinere Summe ist. Der Unterschied der Zinszahlen durch die Schlüsselzahl dividiert, giebt die Zinsen (den Zinsen-Saldo), die der eine von dem andern zu fordern hat. Der Zinsen-Saldo wird auf außer Betracht, wenn sie unter $1/_2$ der höchsten Sorte betragen, werden dagegen im anderen Falle für 1 der höchsten Sorte genommen. (Z. B. bei den beiden ersten Posten oben sind die Pfennige nicht berücksichtigt, beim dritten Posten sind 648 ℳ gerechnet.) Auch die Zinszahlen selbst verkürzt man meistens, wie das auch oben geschehen ist, um die beiden letzten Stellen, wobei man ebenfalls die Regel beobachtet, daß die letzte der hinzuschreibenden Stellen um 1 erhöht wird, wenn die beiden letzten Stellen, welche man wegläßt, 50 oder darüber betragen. Wird nun die Summe der Zinszahlen durch die Schlüsselzahl, die selbstverständlich auch um 2 Stellen verkürzt ist, dividiert, so erhält man die Zinsen.

25) Wie viel betragen die Zinsen zu 6 % von folgenden Posten von dem angegebenen Tage an bis ultimo Dezember? (1 Monat = 30 Tage.)

638 ℳ	vom 16. Jan.,	385,75 ℳ	vom 16. Febr.,
1218,60 „	„ 9. März,	360,25 „	„ 12. April,
1425,00 „	„ 13. Mai,	827,00 „	„ 14. Juni,
800,10 „	„ 19. Juli,	888,50 „	„ 23. Aug.,
225,75 „	„ 14. Sept.,	780,25 „	„ 2. Okt.,
1500,00 „	„ 15. Nov.,	1200,00 „	„ 3. Dez.

26) Im Laufe des Jahres 1893 hat A. für B. folgende Auslagen gemacht: den 11. Jan. 625 ℳ, den 16. März 729,75 ℳ, den 16. Juni 930,25 ℳ und den 23. Sept. 549,30 ℳ; dagegen hat B. bei A. bar eingezahlt: den 13. März 600 ℳ, den 15. Mai 500 ℳ, den 15. Aug. 1000 ℳ, den 15. Nov. 500 ℳ. Zum 1. Jan. 1894 sendet A. dem B. folgende Abrechnung:

in Holzminden. **KREDIT.**

1893			Betrag ℳ	Betrag ₰	Tage	Zinszahlen
März	13.	Per Kasse	600	—	288	1728
Mai	15.	„ „	500	—	226	1130
Aug.	15.	„ „	1000	—	136	1360
Nov.	15.	„ „	500	—	46	230
Dez.	31.	Zahlensaldo				2173
„	31.	Per Saldo	264	48		
			2864	48		6621

A.

der Seite in Rechnung gesetzt, wo die größte Zinszahlen-Summe ist. Darnach wird der Kapital-Saldo gesucht. Dieser wird auf der Seite verzeichnet, welche die kleinste Kapital-Summe ergiebt. Ist dies, wie in vorstehender Abrechnung, im Kredit der Fall, so hat der Aussteller des Konto-Korrents jenen Betrag zu fordern, im andern Falle der Empfänger der Rechnung.

27) Im Laufe eines Jahres haben A. und B. folgende Auslagen für einander gemacht: a. A. hat für B. ausgelegt: den 6. Februar 928 ℳ, den 13. März 525 ℳ, den 18. April 775 ℳ, den 23. Juli 600 ℳ, den 17. Sept. 1000 ℳ und den 24. Okt. 800 ℳ; dagegen hat B. für A. ausgelegt: den 16. Mai 900 ℳ, den 25. August 1200 ℳ, den 15. September 800 ℳ, den 16. Oktober 900 ℳ und den 20. Dezember 700 ℳ. Wie viel hat den 1. Jan. des folgenden Jahres der eine vom andern zu fordern, wenn 5% Zinsen fürs Jahr gerechnet werden? Stelle wie vorstehend ein Konto-Korrent auf. A. sei der Aussteller desselben.

SOLL Herrn Zimmermeister M.

1893			Verfallzeit		Betrag ℳ	Betrag ₰	Tage	Zinszahlen
März	20	An Holz lt. Rechnung . .	Juni	20	1208	—	191	2307
Mai	15	" do.	August	15	985	20	136	1340
Juli	14	" do.	Oktbr.	14	1428	40	77	1100
Jan.	1	Zahlensaldo						2949
					3621	60		
1894								
Jan.	1	An Saldo			30	64		

Magdeburg, den 1. Jan. 1894.

29) Die Stein-Administration in Holzminden fertigt zum 1. Jan. 1894 für den Mauermeister N. N. in Köln ein Konto-Korrent über folgende Posten aus. Zinsen 5% p. a. Debet: Jan. 1. An Saldo voriger Rechnung 1210,40 ℳ. März 15. geschliffene Platten lt. Rechnung 2610 ℳ, Mai 16. Steine zu einer Fassade 1820 ℳ, Aug. 16. desgl. 1280 ℳ. Ziel 3 Monat. Kredit: Jan. 19. Barzahlung 1200 ℳ, Mai 18. desgl. 2500 ℳ, Juli 2. desgl. 1500 ℳ, Nov. 14. desgl. 1000 ℳ.

Bemerk.: Für den Saldo aus voriger Rechnung werden 360 Tage gerechnet. Da die Barzahlungen einen Tag später eingetroffen sind, so wird bei der Berechnung der Tage ein Tag weniger gerechnet. Das angegebene Datum ist der Tag der Absendung. (Diese Bemerkung gilt auch für die beiden folgenden Aufg.)

30) Berechne folgendes Konto-Korrent, welches A. in Magdeburg für B. in Hildesheim zum 1. Jan. des Jahres 1894 aufgestellt. Zinsen 5% p. a. Debet: 1. Jan. 1893 An Saldo vom vorigen Jahre 564,40 ℳ; 20. März Holz laut Rechnung 828,75 ℳ, Ziel 3 Monat; 28. April desgl. 654,45 ℳ, Ziel 2 Monat; 13. Juni desgl. 418,30 ℳ, Ziel 3 Monat. Kredit: 10. März Barzahlung per Post 525 ℳ; 28. Juni desgl. 1400 ℳ; 28. Sept. desgl. 400 ℳ.

31) Konto-Korrent für A. in B. von C. in D. Abschluß: 1. Jan., Zinsen 4%. Bei den Waren 3 Monat Ziel. Debet: 1. Jan. An Saldo aus vorigem Konto-Korrent 1280,60 ℳ; 9. April Waren 629,80 ℳ;

28) Die Holzhandlung N. N. in Magdeburg hat dem Zimmermeister M. in H. Holz geliefert und zwar: am 20. März für 1208 ℳ, am 15. Mai für 985,20 ℳ, am 14. Juli für 1428,40 ℳ. Dagegen hat M. folgende Zahlungen geleistet: am 2. April 1200 ℳ, am 28. Mai 950 ℳ, am 3. Juli 1400 ℳ. Die Holzhandlung gewährt 3 Monate Kredit (3 Monate Ziel). Sie sendet am 1. Jan. des folgenden Jahres dem M. folgendes Konto-Korrent. Zinsfuß 5 %.

in H. **HABEN**

1893			Verfallzeit		Betrag ℳ	₰	Tage	Zins-zahlen
April	2	Per Kasse	April	4	1200	—	267	3204
Mai	28	„ do.	Mai	29	950	—	212	2014
Juli	3	„ do.	Juli	4	1400	—	177	2478
Jan.	1	„ Zinsen 5 %			40	96		
„	1	„ Saldo			30	64		
					3621	60		7696

N. N., Holzhandlung.

17. Juni desgl. 428,25 ℳ; 9. Aug. desgl. 513,80 ℳ; 15. Sept. desgl. 1420 ℳ. Kredit: 18. Jan. Barzahlung per Post 1280,60 ℳ; 14. April desgl. 600 ℳ; 25. Juni desgl. 425 ℳ; 23. Aug. desgl. 500 ℳ; 26. Sept. desgl. 1350 ℳ.

32) A. hat am 15. Mai 1889 zu $4\frac{3}{4}$ % p. a. 6800 ℳ geliehen, da er aber die Zinsen nicht bezahlt, ist ihm das Kapital gekündigt und er mußte den 1. Oktober 1892 dasselbe nebst sämtlichen Zinsen einzahlen, wie viel war dies?

33) A. hat sich ein Haus bauen lassen, für den Bauplatz hat er den 13. Nov. 1891 1575 ℳ bezahlt, für den Bau hat er den 6. März 1892 4000 ℳ, den 1. Juni 6000 ℳ und den 1. Oktober, als er das Haus bezieht, den Rest mit 6460 ℳ bezahlt. Wie teuer ist das Haus, wenn für die drei ersten Posten 5 % Zinsen fürs Jahr gerechnet werden?

34) A. muß laut Testament an seine vier Geschwister 20000 ℳ auszahlen und zwar 4000 ℳ nach 1 Jahre, 8000 ℳ nach 2 Jahren und den Rest nach 4 Jahren. Er kann nach 1 Jahre aber nur 2000 ℳ, nach 2 Jahren 5400 ℳ, nach 3 Jahren 3000 ℳ, nach 4 Jahren 6000 ℳ und nach 5 Jahren den Rest auszahlen. Er muß, als er den Rest einzahlt, 5 % p. a. als Verzugszinsen zahlen; wie viel betragen diese?

35) Der Bauunternehmer A. hat für B. ein Haus gebaut. Als B. die letzte Baurate nicht rechtzeitig zahlt, läßt A. dieselbe auf das Haus gerichtlich eintragen. Leider erhält er die dritte Hypothek. Später kommt

das Haus zur Zwangsversteigerung (Subhastation). Die Versteigerungskosten belaufen sich auf ca. 150 *M*. Die erste Hypothek beträgt 8500 *M* zu 4%, die Zinsen sind rückständig vom 15. April 1892 bis 27. Aug. 1894. Die zweite Hypothek beträgt 4700 *M* zu $4\frac{1}{4}$%, die Zinsen sind rückständig vom 18. Aug. 1892 bis zum 27. Aug. 1894. Die Forderung des A. beträgt 1800 *M* mit den rückständigen Zinsen zu 5% vom 1. Apr. 1893 bis 27. Aug. 1894. Die Besitzer der beiden ersten Hypotheken beteiligen sich nur so lange am Aufgebot, bis ihre Forderung gedeckt ist. Nachdem dies erreicht ist, ist A. nur noch der alleinige Bieter und er ersteht das Haus.

a. Wie viel muß A. für das Haus bieten?

b. A. verkauft an demselben Tage das Haus wieder und erzielt einen Verkaufspreis, daß seine eigene Kapitalforderung nebst Zinsen gedeckt wird. Zu welchem Preise hat er das Haus verkauft?

36) Vier Brüder A., B., C. und D. teilen sich zu gleichen Teilen in der Hinterlassenschaft ihrer Eltern.

An Vermögen (Aktiva) ist vorhanden:

1. Ein Haus, das zu 12500 *M* taxiert ist;
2. Haushaltungsgegenstände, die zu 1520 *M* taxiert sind;
3. Hypothekforderungen und zwar:
   a. von 8000 *M* nebst rückständigen Zinsen zu 4% vom 15. Febr. bis 25. Aug. 1894,
   b. von 6200 *M* nebst rückständigen Zinsen zu $3\frac{3}{4}$% vom 27. Nov. 1893 bis 25. Aug. 1894,
   c. von 6200 *M* nebst rückständigen Zinsen zu $3\frac{1}{2}$% vom 13. Aug. 1893 bis 25. Aug. 1894;
4. Buchforderungen 2587,60 *M*.

An Schulden (Passiva) sind vorhanden:

1. Eine auf das Haus eingetragene Schuld von 3500 *M* nebst rückständigen Zinsen zu $3\frac{1}{2}$% vom 1. April bis 26. Aug. 1894;
2. Buchschulden 726,40 *M*.

A. übernimmt das Haus zum Taxwert, abzüglich der darauf ruhenden Hypothekschulden nebst Zinsen, deren Rückzahlung er übernimmt; ferner übernimmt er die Haushaltungsgegenstände zum Taxwert. B. übernimmt die Hypothekforderung von 8000 *M* nebst rückständigen Zinsen; er übernimmt aber zugleich, die Buchschulden zu decken. C. übernimmt die zweite Hypothekforderung nebst rückständigen Zinsen und die Buchforderungen. Von letzteren werden aber $12\frac{1}{2}$% abgesetzt, weil einige unsichere Forderungen darunter sind. Die dritte Hypothekforderung ist gekündigt und am 26. Aug. 1894 nebst Zinsen eingezahlt. a. Wie groß ist das Erbteil eines jeden? b. Wie viel haben A., B. und C. noch herauszuzahlen oder zu empfangen?

37) Ein Kapitalist hat 60000 *M* ausstehen und zwar den 3ten Teil davon zu $4\frac{1}{2}$%, den 4ten Teil zu 5%, den 8ten Teil zu $4\frac{3}{4}$% und den Rest zu 4%; wie viel Zinsen hat er monatlich zu verzehren?

38) 650 *M* gaben in einer gewissen Zeit 97,50 *M* Zinsen; wie viel Zinsen geben in gleicher Zeit und zu demselben Zinsfuß 975 *M* Kapital?

Ansatz: $\frac{97{,}50 \cdot 975}{650}$ (Dreisatz.)

39) Ein Kapital hat in 6 Jahren 99,24 *M* Zinsen eingebracht; wie viel wird es nach demselben Zinsfuß in $4\frac{1}{2}$ Jahren einbringen?

40) Ein zu $3\frac{1}{3}\%$ ausgeliehenes Kapital hat in einer bestimmten Zeit 230 ℳ Zinsen eingetragen; wie viel wird es in derselben Zeit zu $4\frac{1}{2}\%$ einbringen?

41) 500 ℳ, zu $4\frac{1}{2}\%$ verliehen, geben in einer gewissen Zeit 135 ℳ Zinsen; wie viel betragen in derselben Zeit die Zinsen von 2010 ℳ zu $3\frac{1}{3}\%$?

Ansatz: $\frac{135 \,.\, 2010 \,.\, 3\frac{1}{3}}{500 \,.\, 4\frac{1}{2}}$ (Zusammengesetzter Dreisatz.)

42) 720 ℳ bringen in $5\frac{1}{2}$ Jahren 118,80 ℳ Zinsen; wie viel Zinsen erhält man von 860 ℳ in $4\frac{2}{3}$ Jahren zu demselben Zinsfuß?

43) Ein Kapital bringt zu $3\frac{1}{2}\%$ in 5 Jahren 87,5 ℳ Zinsen; wie viel Zinsen wird dasselbe Kapital zu $4\frac{1}{4}\%$ in 7 Jahren bringen?

44) 8475 ℳ haben in $6\frac{1}{2}$ Jahren 2203,5 ℳ Zinsen eingebracht; wie viel Zinsen werden 9424 ℳ in $3\frac{3}{4}$ Jahren zu demselben Zinsfuß einbringen?

§ 2. Berechnung des Prozentsatzes.

45) Zu wie viel Prozent sind 1623,75 ℳ ausgeliehen, wenn sie in einem Jahre 64,95 ℳ Zinsen bringen? (Siehe Abschn. VII, Aufg. 39.)

46) Jemand bekam von 1268 ℳ in 3 Jahren 171,18 ℳ Zinsen; zu wie viel Prozent war das Kapital verliehen?

Ansatz: $\frac{171{,}18 \,.\, 100}{1268 \,.\, 3}$

47) Zu wie viel Prozent sind folgende Kapitalien ausgeliehen, wenn:
a. 860 ℳ in $6\frac{3}{4}$ Jahren 193,50 ℳ Zinsen geben?
b. 3780 „ „ $3\frac{3}{8}$ „ 425,25 „ „ „ ?
c. 3520 „ „ $3\frac{1}{2}$ „ 400,40 „ „ „ ?

48) A. bezahlt für 1650 ℳ in 7 Monaten 57,75 ℳ Zinsen; wie viel Prozent bringt das jährlich?

Ansatz: $\frac{57{,}75 \,.\, 100 \,.\, 12}{1650 \,.\, 7}$

49) Zu wie viel Prozent p. a. sind folgende Kapitalien ausgeliehen, wenn:
a. 2235 ℳ in 8 Monaten 74,50 ℳ Zinsen geben?
b. 7160 „ „ $7\frac{1}{2}$ „ 201,94 „ „ „ ?
c. 1376,15 „ „ $2\frac{5}{6}$ „ 19,50 „ „ „ ?

50) A. ist in Geldverlegenheit und leiht von einem Geldverleiher 48 ℳ auf 8 Wochen, wofür er 2,40 ℳ Zinsen bezahlen soll; wie viel Prozent bringt das jährlich? (1 Jahr gleich 52 Wochen.)

51) Der Wucherer A. leiht an B., der sich in großer Geldverlegenheit befindet, 250 ℳ unter der Bedingung, daß nach 4 Monaten die Schuld wieder getilgt werden soll. Die verabredeten Zinsen, 20 ℳ, behält A. gleich zurück. Wie viel Prozent Zinsen fürs Jahr nimmt A. also? (B. erhält nur 230 ℳ, die Zinsen sind also auf diese Summe zu beziehen.)

52) A. muß für die Zeit vom 13. März bis zum 8. April für 840 ℳ 5,25 ℳ Zinsen bezahlen; wie viel Prozent fürs Jahr also?

Ansatz: $\frac{5{,}25 \,.\, 100 \,.\, 360}{840 \,.\, 25}$

53) Zu wie viel Prozent sind folgende Kapitalien ausgeliehen, wenn:
a. 2232 ℳ vom 17. März bis 9. Aug. 44,02 ℳ,
b. 1290 „ „ 12. Juni bis 3. Juli 3,01 ℳ,

c. 168 ℳ vom 19. April bis 14. Mai 1,05 ℳ und
d. 920 „ „ 16. März 1891 bis 26. Dezember 1892 73,60 ℳ Zinsen bringen?

54) Ein Kapitalist hat 36000 ℳ verliehen und erhält jährlich 1665 ℳ Zinsen, 15000 ℳ bringen $4\frac{1}{2}\%$ und 12000 ℳ 5%; zu wie viel Prozent ist der Rest ausgeliehen?

55) Ein Kapitalist hat sein Geld so angelegt, daß es mit $3\frac{1}{2}\%$ verzinst wird; da ihm aber der Zinsfuß zu niedrig ist, will er sein Geld so belegen, daß er in 3 Jahren so viel Zinsen als bisher in 4 Jahren hat; zu wie viel Prozent muß er sein Geld verleihen?

56) Von 4500 ℳ Kapital stehen 2100 ℳ $\frac{1}{2}\%$ höher als der Rest, das ganze Kapital bringt jährlich 190,50 ℳ Zinsen; welches ist der Zinsfuß jedes einzelnen Kapitals?

57) Jemand hat zwei Kapitalien von je 15000 ℳ ausgeliehen und erhält von beiden zusammen 1500 ℳ Zinsen, zu welchem Zinsfuße ist jedes Kapital ausgeliehen, wenn das eine $\frac{1}{5}$ der Zinsen mehr einbringt, als das andere?

58) A. hat 3600 ℳ, 6600 ℳ und 8300 ℳ ausgeliehen, das erste Kapital steht $\frac{1}{4}\%$ höher als das zweite und dieses $\frac{1}{3}\%$ höher als das dritte, zu welchem Zinsfuße ist jedes verliehen, wenn die jährlichen Zinsen 783 ℳ betragen?

59) A. hat 6400 ℳ und 8350 ℳ ausgeliehen, die zusammen in $3\frac{1}{3}$ Jahren 2020 ℳ Zinsen bringen, der Zinsfuß des ersten Kapitals ist $\frac{1}{4}\%$ höher, als der des zweiten; zu wie viel Prozent hat er jedes Kapital ausgeliehen?

60) A. verleiht 6000 ℳ am 1. Juni 1889 und 5000 ℳ am 1. Dez. 1889 zu gleichem Zinsfuße, am 1. Sept. 1891 werden beide Kapitalien mit den Zinsen zurückgezahlt und er erhält 12112,50 ℳ; zu wie viel Prozent war das Geld ausgeliehen. (Die 6000 ℳ sind $2\frac{1}{4}$ Jahre ausgeliehen und bringen daher so viel Zinsen, wie $2\frac{1}{4}$ mal 6000 = 13500 ℳ in 1 Jahr usw.)

61) Zu wie viel Prozent steht ein Kapital, wenn es sich durch die einfachen Zinsen a. in 20, b. in 25, c. in $16\frac{2}{3}$, d. in $18\frac{3}{4}$ Jahren verdoppelt?

62) Ein Kapital wurde den 1. Juli 1885 verliehen und hatte den 1. Okt. 1891 so viel Zinsen eingebracht, daß dieselben die Hälfte des Kapitals betrugen; zu wie viel Prozent p. a. stand das Kapital aus?

63) Ein Kapital wurde den 3. Jan. 1888 verliehen, den 13. Oktober 1890 hatte es so viel Zinsen eingebracht, daß diese den 6ten Teil des Kapitals betrugen; zu wie viel Prozent p. a. war es verliehen?

64) Es sind drei gleiche Kapitalien ausgeliehen zu 4, $4\frac{1}{2}$ und 5%, welches ist der durchschnittliche oder mittlere Zinsfuß?

Ansatz: $\dfrac{4 + 4\frac{1}{2} + 5}{3}$

65) A. hat 8000 ℳ zu 4%, 10000 ℳ zu $4\frac{1}{2}\%$, und 6000 ℳ zu 5% p. a. belegt; wie viel Prozent hat er im Durchschnitt von seinem Vermögen?

Ansatz: $\dfrac{8 \,.\, 4 + 10 \,.\, 4\frac{1}{2} + 6 \,.\, 5}{8 + 10 + 6}$

66) A. hat 8000 ℳ zu 3%, 5000 ℳ zu $4\frac{1}{2}\%$, 3600 ℳ zu 4%, 6600 ℳ zu $3\frac{1}{3}\%$ und 8200 ℳ zu 5% verliehen. Er verleiht sämtliche Kapitalien

auf ein großes Grundstück, zu welchem Zinsfuße müßte dies geschehen, wenn sie jährlich dieselben Zinsen einbringen sollten?

67) Ein Miethaus brachte einen Reinertrag von 2520 ℳ ein, und das Baukapital verzinste sich mit 4%; nachdem ein Umbau, der 4200 ℳ gekostet hat, vorgenommen ist, beträgt der Reinertrag 3654 ℳ. a. Wie viel Proz. bringt jetzt das ursprüngliche Baukapital ein, wenn das Kapital für den Umbau, das angeliehen ist, mit $4^1/_2$% verzinst wird? b. Wie viel Proz. trägt jetzt das Baukapital ein, wenn die Umbaukosten zu diesem hinzugerechnet werden?

68) Bei einem Konkurse stellt sich nach dem Verkauf sämtlicher Sachen ein Barvermögen von 15917,08 ℳ heraus. Zum 26. Aug. 1894 wird die Schlußrechnung aufgestellt. Die Schulden (Passiva) betragen:

1. 954,25 ℳ Gerichtskosten.
2. Hypothekschulden:
   a. 6000 ℳ nebst 4% Zinsen vom 14. März 1892 bis 26. Aug. 1894,
   b. 4000 „ „ $4^1/_2$% „ „ 13. Febr. „ „ „ „ „
3. Bevorzugte Forderungen 240,25 ℳ.
4. Buchschulden 9810,88 ℳ.

Die Posten unter 1 bis 3 werden voll bezahlt, die Buchgläubiger erhalten den Rest. a. Wie viel Proz. erhalten diese? b. Der Zimmermeister A. hat eine Buchforderung von 1025,20 ℳ und der Maurermeister B. von 2589,20 ℳ. Wie viel erhält jeder? c. Dem Schlossermeister C. werden 357,90 ℳ für seine Buchforderung ausgezahlt. Wie viel hatte dieser zu fordern?

69) Jemand hat von einem Kapitale, das zu $3^1/_3$% verliehen war jährlich 660 ℳ Zinsen eingenommen; zu wie viel Proz. müßte es ausstehen um 891 ℳ jährlich einzubringen?

Ansatz: $\frac{3^1/_3 \cdot 891}{660}$

70) Von zwei gleichen Kapitalien hat das eine in $3^1/_2$ Jahren so viel Zinsen eingebracht, als das andere in $4^3/_8$ Jahren; zu wie viel Proz. ist letzteres ausgeliehen, wenn das erstere 5% p. a. einbringt?

71) 6300 ℳ sind zu $4^1/_2$% verliehen; zu wie viel Proz. müssen 5400 ℳ verliehen werden, wenn beide Kapitalien jährlich gleich viel Zinsen einbringen sollen?

72) Zu wie viel Proz. müssen 1600 ℳ 6 Jahre stehen, um ebenso viel Zinsen zu bringen, als 960 ℳ in 8 Jahren zu 5%?

Ansatz: $\frac{5 \cdot 960 \cdot 8}{1600 \cdot 6}$

73) Zu wie viel Proz. müssen 9000 ℳ belegt werden, damit sie in derselben Zeit 1440 ℳ Zinsen bringen, in welcher 1500 ℳ zu 4% 200 ℳ Zinsen geben?

74) Zu wie viel Proz. ist ein Kapital, das in 6 Jahren 2153,22 ℳ Zinsen bringt, ausgeliehen, wenn es zu 5% in $7^1/_2$ Jahren 3166,50 ℳ Zinsen gebracht hat?

75) 1952 ℳ sind zu $4^1/_2$% $6^1/_2$ Jahr verliehen; zu wie viel Proz. müssen 1784,25 ℳ verliehen werden, wenn diese in 8 Jahren ebenso viel Zinsen einbringen sollen?

§ 3. Berechnung des Kapitals.

76) Ein Kapital ist zu 5% ausgeliehen und bringt jährlich 60 ℳ Zinsen, wie groß ist dasselbe?

Ansatz: $\frac{100 . 60}{5}$ (Siehe Abschn. VII, Aufg. 60.)

77) A. hat seine sämtlichen Gelder zu $4^1/_2$% verliehen und nimmt jährlich 1830,60 ℳ Zinsen ein; wie viel hat er ausstehen?

78) Jemand erhielt von einem Kapitale, das zu 5% ausgeliehen war, in 4 Jahren 180 ℳ Zinsen, wie groß war das Kapital?

Ansatz: $\frac{100 . 180}{5 . 4}$

79) Welches Kapital giebt:

a. zu	4 %	in 6	Jahren	120 ℳ	Zinsen?	
b. „	$4^1/_2$%	„ 3	„	1080 „	„	?
c. „	3 %	„ $2^1/_2$	„	1300 „	„	?
d. „	$2^2/_3$%	„ $3^3/_4$	„	680 „	„	?
e. „	$4^1/_2$%	„ $3^1/_3$	„	640 „	„	?

80) Welches Kapital bringt in 7 Monaten zu 5% p. a. 63,70 ℳ Zinsen?

Ansatz: $\frac{100 . 63{,}70 . 12}{5 . 7}$

81) Welches Kapital giebt:

a. zu	5 %	p. a. in 4	Monaten	84 ℳ	Zinsen?	
b. „	$4^1/_2$%	„ „ $3^1/_3$	„	12,15 „	„	?
c. „	$3^1/_2$%	„ „ $7^1/_5$	„	151,20 „	„	?

82) Wie viel Kapital muß jemand zu $4^1/_2$% p. a. belegen, um für den Tag 8,10 ℳ Zinsen zu erhalten? (Das Jahr zu 365 Tagen gerechnet.)

Ansatz: $\frac{100 . 8{,}10 . 365}{4^1/_2}$

83) Welches Kapital giebt:

a. zu $4^2/_3$% täglich 4,20 ℳ Zinsen?

b. „ $4^1/_2$% wöchentlich 48,60 ℳ Zinsen?

84) Wie hoch beläuft sich das Vermögen eines Kapitalisten, der wöchentlich 48 ℳ Zinsen zu verzehren hat, wenn die eine Hälfte derselben die Zinsen eines Kapitals sind, das zu 4%, die andere Hälfte die Zinsen eines Kapitals, das zu $4^1/_2$% ausgeliehen ist?

85) Wie hoch beliefe sich nach voriger Aufgabe das Vermögen, wenn die eine Hälfte desselben zu 4% und die andere zu $4^1/_2$% verliehen wäre? (Suche zunächst den mittleren Zinsfuß.)

86) Ein Schuldner bezahlt nach Ablauf eines Jahres an Kapital und Zinsen 2730 ℳ; wie groß war das geliehene Kapital, wenn 5% Zinsen gerechnet sind?

Ansatz: $\frac{100 . 2730}{105}$

Sprich: 105 ℳ waren anfänglich 100 ℳ.

1 „ war „ $\frac{100}{105}$ „

2730 „ waren „ $\frac{100 . 2730}{105}$ ℳ.

87) Wie groß ist das ausgeliehene Kapital, das in 1 Jahre angewachsen ist:
a. bei 5 % p. a. zu 1774,29 ℳ?
b. „ $4\frac{1}{4}$% „ „ „ 1000,80 „ ?
c. „ $3\frac{1}{3}$% „ „ „ 2445,90 „ ?
d. „ 4,8% „ „ „ 712,64 „ ?

88) Wie groß ist ein Kapital, welches mit seinen Zinsen bei $4\frac{1}{2}$% in 3 Jahren zu 2043 ℳ anwächst? (Die Zinsen für 100 ℳ betragen in 3 Jahren 13,5 ℳ, also 100 ℳ sind zu 113,5 ℳ angewachsen.)

89) Wie groß ist ein Kapital, das:
a. bei $6\frac{2}{3}$% p. a. in 4 Jahren zu 2338 ℳ anwächst?
b. „ $4\frac{1}{2}$% „ „ 6 „ „ 1375,41 „ „ ?
c. „ 4 % „ „ $2\frac{7}{12}$ „ „ 913,56 „ „ ?
d. „ 5 % „ „ $3\frac{1}{3}$ „ „ 957,60 „ „ ?

90) Wie groß ist ein Kapital, das mit seinen Zinsen zu 4% p. a. in 8 Monaten zu 1755,60 ℳ anwächst?

Ausrechnung: Für 12 Monate 4 %
8 „ $2\frac{2}{3}$%, also

Ansatz: $\frac{100 \cdot 1755{,}60}{102\frac{2}{3}}$

91) Wie groß ist ein Kapital, das mit seinen Zinsen
a. bei 3 % p. a. in 9 Mon. zu 1384,465 ℳ angewachsen ist?
b. „ $7\frac{1}{2}$% „ „ $\frac{2}{3}$ „ „ 674,80 „ „ „ ?
c. „ 5 % „ „ $\frac{4}{5}$ „ „ 2468,20 „ „ „ ?
d. „ 4 % „ „ $4\frac{1}{2}$ „ „ 746,025 „ „ „ ?

92) 7000 ℳ haben in einer gewissen Zeit 175 ℳ Zinsen gebracht; wie groß muß das Kapital sein, das in derselben Zeit und zu demselben Zinsfuß 325 ℳ einbringt?

Ansatz: $\frac{7000 \cdot 325}{175}$

93) Welches Kapital bringt in 5 Jahren ebenso viel Zinsen als 3500 ℳ in 6 Jahren?

94) Welches Kapital, das zu 6% ausgeliehen ist, bringt in derselben Zeit ebenso viel Zinsen, als 720 ℳ zu $4\frac{1}{4}$%?

95) Wie viel muß man verleihen, um in 6 Jahren 540 ℳ Zinsen zu erhalten, wenn man bei demselben Zinsfuß von 4800 ℳ in 5 Jahren 720 ℳ erhält?

Ausrechnung: 4800 ℳ in 5 J. 720 ℳ Zinsen,
? „ „ 6 J. 540 „ „

Also Ansatz: $\frac{4800 \cdot 5 \cdot 540}{6 \cdot 720}$

96) Wie groß ist das Kapital, welches in $3\frac{1}{4}$ Jahren zu $4\frac{1}{2}$% ebenso viel Zinsen bringt, als 3450 ℳ in $4\frac{1}{3}$ Jahren zu $2\frac{1}{4}$%?

97) Wenn ein Kapital von 5200 ℳ zu $5\frac{1}{4}$% in einer gewissen Zeit 910 ℳ Zinsen bringt; wie groß ist das Kapital, das in derselben Zeit zu $4\frac{1}{2}$% 840 ℳ Zinsen bringt?

98) Von einem Kapitale steht die eine Hälfte zu $3\frac{1}{2}$% aus und die andere zu 5%, die jährlichen Zinsen betragen 408 ℳ; wie groß ist das Kapital? (Welches ist der mittlere Zinsfuß?)

99) Von einem Kapitale, dessen jährliche Zinsen 731,50 ℳ betragen, steht $\frac{1}{3}$ aus zu $4\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ zu $4\frac{3}{4}$ und der Rest zu $5\frac{1}{4}$%; wie groß ist dieses Kapital?

§ 4. Berechnung der Zeit.

100) Ein Kapital von 800 ℳ hat, zu 4% verliehen, nach einer gewissen Zeit 160 ℳ Zinsen eingebracht, wie lange hat dasselbe auf Zinsen gestanden?

Ausrechnung: a. Die Zinsen betragen in 1 Jahre $= 8 . 4$ ℳ $= 32$ ℳ; so oft 32 ℳ in 160 ℳ enthalten sind, so viel Jahre hat das Kapital auf Zinsen gestanden. Also $= \frac{160}{32} = 5$ Jahre.

b. Man kann die Aufgabe auch nach dem zusammengesetzten Dreisatz rechnen.

Die Aufgabe heißt: 100 ℳ geben 4 ℳ Zinsen in 1 Jahre,
800 „ „ 160 „ „ „ ? Jahren.

Also Ansatz: $\frac{1 \text{ Jahr} . 100 . 160}{800 . 4}$

101) In welcher Zeit bringen: a. 720 ℳ zu 5% 144 ℳ Zinsen ein?
b. 4000 ℳ zu 4 % 720 ℳ?
c. 3200 „ „ $3\frac{1}{2}$% 1000 „ ?
d. 3400 „ „ $4\frac{3}{4}$% 600 „ ?
e. 2600 „ „ $5\frac{1}{2}$% 965,25 „ ?

102) In welcher Zeit giebt ein Kapital von 420 ℳ bei $\frac{1}{3}$% monatlich 7 ℳ Zinsen?

Ausrechnung: a. Die monatlichen Zinsen $= 4{,}20 . \frac{1}{3} = 1{,}40$ ℳ. Die Zeit $= \frac{7}{1{,}40} = ?$ Monate.

b. $\frac{1 \text{ Monat} . 100 . 7}{420 . \frac{1}{3}} = ?$ Monate.

103) In welcher Zeit giebt ein Kapital von 720 ℳ bei $4\frac{1}{2}$% p. a. 18,90 ℳ Zinsen?

(Will man wie unter a. der vorigen Aufgabe verfahren, so berechne man, da die jährlichen Zinsen größer sind, als die fälligen, zunächst die monatlichen Zinsen.)

104) In welcher Zeit geben:
a. 391,80 ℳ zu $\frac{1}{3}$% monatlich 6,53 ℳ Zinsen?
b. 855 Frcs. „ $\frac{1}{2}$% „ 34,20 Frcs. „ ?
c. 1230 Rubel zu 5% p. a. 16,80 Rubel Zinsen?
d. 2940 Gld. „ 4% „ 44,10 Gld. „ ?

105) In wie viel Jahren verdoppelt sich ein Kapital:
a. bei $2\frac{1}{2}$%? b. bei $3\frac{1}{3}$%? c. bei 4%? d. bei $4\frac{1}{2}$%?
e. bei 5%? f. bei 6%?

106) A. hatte an seinem Hause ein Kapital schon so lange stehen, daß die Zinsen davon bei $4\frac{1}{2}$% p. a. 1,8mal so viel betrugen, als das Kapital; wie lange hat es an dem Hause gestanden?

107) Ein Kapital stand zu $5\frac{1}{3}$% aus; wie lange hat es ausgestanden, wenn die Zinsen a. den 3ten, b. den 4ten Teil des Kapitals betrugen?

108) A. hat $\frac{3}{7}$ seines Kapitals zu $4\frac{1}{3}$% und den Rest zu $3\frac{3}{4}$% verliehen; in wie viel Jahren hat das Kapital so viel Zinsen eingebracht, daß diese dem Kapitale gleich sind?

109) Am 15. Oktober 1893 wurden auf 2232 ℳ Kapital die bis zu dem Tage fälligen Zinsen zu 5% p. a. mit 88,04 ℳ bezahlt; an welchem Tage ist das Kapital verliehen?

110) Am 22. September 1893 wurden auf 920 Rubel desgl. die bis zu dem Tage fälligen Zinsen zu $4\frac{1}{2}\%$ p. a. mit 147,20 Rubel bezahlt, an welchem Tage ist das Kapital verliehen?

111) Ein Kapital von 2250 Gld. wurde am 15. März 1891 zu 6% p. a. angeliehen; wann wurde dasselbe zurückgezahlt, wenn die Zinsen bis zum Tage der Rückzahlung 157,50 Gld. betrugen?

112) 1290 schwed. Kronen wurden am 17. Jan. 1893 zu $\frac{1}{2}\%$ monatlich verliehen, bei der Rückzahlung betrugen die Zinsen 24 Kronen 8 Öre; wann wurde das Kapital zurückgezahlt?

113) Wie lange müssen 4500 ℳ ausstehen, um ebenso viel Zinsen zu bringen, als 6000 ℳ in 3 Jahren?

Ansatz: $\frac{3\ \text{J.} \cdot 6000}{4500}$

114) Wie lange muß ein Kapital zu $4\frac{1}{2}\%$ ausstehen, um ebenso viel Zinsen zu bringen, als es zu $3\frac{1}{3}\%$ in 3 Jahren bringt?

115) Ein Kapital bringt in 6 Jahren 253 ℳ Zinsen; wie lange müßte es ausstehen, wenn es bei demselben Prozentsatze nur 189,75 ℳ Zinsen einbringen sollte?

116) In welcher Zeit bringen 4800 ℳ zu 4% so viel Zinsen, als a. 6000 ℳ zu $3\frac{1}{3}\%$ in 7 Jahren, b. 4200 ℳ zu $5\frac{1}{4}\%$ in 6 Jahren?

117) In wie viel Zeit bringen 11500 ℳ zu 4% ebenso viel Zinsen, als 9200 ℳ zu 5% in $6\frac{1}{4}$ Jahren?

118) Ein Kapital hat zu $5\frac{1}{2}\%$ in 6 Jahren 720 ℳ Zinsen eingebracht, in wie viel Jahren wird es zu $3\frac{1}{3}\%$ 900 ℳ Zinsen einbringen?

119) In welcher Zeit bringt ein zu $4\frac{4}{5}\%$ ausgeliehenes Kapital 5621,67 Franks Zinsen, wenn dasselbe Kapital, zu $4\frac{2}{3}\%$ ausgeliehen, in 3 Jahren 4 Mon. 15 Tagen 4372,41 Francs Zinsen bringt?

II. Die Wertpapiere und ihre Berechnung.

A. Erklärungen.

Staatspapiere. Wenn ein Staat aus den regelmäßigen Einnahmen unabwendbare Ausgaben nicht bestreiten kann, so macht er eine Anleihe. Er stellt über diese in bestimmten Summen (100, 200, 300, 500, 1000 ℳ usw.) Schuldscheine aus. Diese Schuldscheine werden Staatspapiere genannt. Im weiteren Sinne versteht man unter Staatspapieren auch solche Schuldscheine, die über Anleihen, die unter Aufsicht des Staats abgeschlossen sind, ausgestellt werden, z. B. von Provinzen, Kreisen, Städten usw.

Aktien. Größere Unternehmungen, z. B. Eisenbahnbauten, Anlage von Berg- und Hüttenwerken, Fabriken usw. können häufig von einer Person nicht ausgeführt werden. Das erforderliche Kapital wird von mehreren Personen beschafft. Über die Einlagen (meistens in bestimmten Summen von 300, 500, 1000, 2000 ℳ usw.) werden Scheine ausgestellt, die Aktien (Anteilscheine) genannt werden. Ein solches Unternehmen ist, wie man sagt, auf Aktien gegründet. Der einzelne Teilnehmer heißt Aktionär und alle Teilnehmer zusammen bilden eine Aktiengesellschaft. Reicht das ursprünglich aufgebrachte Kapital zur Ausführung des Unternehmens nicht aus, so erhöht die Gesellschaft die Anzahl der Aktien, giebt also noch neue Aktien aus. Wenn über die Rentabilität des Unternehmens vielleicht Zweifel auftauchen, so stattet man diese neuen Aktien mit einem gewissen Vorrechte (Priorität) aus. In einem solchen Falle werden die zuerst ausgegebenen Aktien Stammaktien, die andern Prioritäts-Aktien genannt.

Prioritäts-Obligationen. Wenn das durch die Aktionäre zusammengebrachte Geld nicht ausreicht, so wird von seiten der Gesellschaft häufig eine Anleihe aufgenommen. Es werden ähnliche Schuldscheine wie Staatspapiere ausgegeben. Diese Schuldscheine werden mit dem Vorrecht (der Priorität) ausgestattet, daß aus dem Gesamtgewinn des Unternehmens zuerst die Zinsen für diese gezahlt werden und der Rest den Inhabern der Aktien verbleibt, daher die Bezeichnung Prioritäts-Obligationen.

Wertpapiere oder Effekten. Vorstehend genannten Papiere, Staatspapiere, Aktien usw. werden Wertpapiere oder Effekten genannt.

Dividende. Der Gewinn, den ein Aktienunternehmen erzielt, wird auf die Aktien verteilt. Es wird der Gewinn durch die Anzahl der Aktien dividiert und der auf eine Aktie entfallene Teil wird Dividende genannt. Die Inhaber der Staatspapiere oder Prioritäts-Obligationen erhalten Zinsen.

Nominal- oder Nennwert. Die Summe, welche in einem Wertpapiere genannt und über die der Schuldschein ausgestellt ist, wird Nominal- oder Nennwert genannt.

Kurs. Wenn der Staat, eine Aktiengesellschaft usw. die Zinsen nicht ohne Schwierigkeiten zahlen kann, oder wohl gar Abzüge macht, oder wenn man sein Geld auf andere Weise nutzbringender anlegen kann als in gewissen Wertpapieren, so versuchen viele, diese Papiere zu verkaufen und die natürliche Folge ist, daß der Wert derselben fällt, und daß man beim Verkauf weniger dafür erhält, als man selbst gezahlt hat. Es kann auch der Fall eintreten, daß man sein Geld nicht nutzbringender anlegen kann, als in gewissen Wertpapieren. Finden sich daher für dieselben viele Käufer, so steigt der Preis derselben. Der Preis, den man beim Kauf oder Verkauf für ein Wertpapier giebt oder erhält, wird Kurs oder Tageswert genannt. — Wenn der Kurs eines Wertpapiers gleich dem Nennwerte ist, so steht dasselbe al pari, steht der Kurs über oder unter dem Nennwerte, so steht das Papier über oder unter pari.

Kurszettel. Der gesamte Umsatz in allen Handelsartikeln ist nicht so groß, als der Umsatz in Wertpapieren. Die Wertpapiere sind ein Handelsartikel von der größten Bedeutung geworden. Es ist darum von sehr großer Wichtigkeit, daß jedermann den Tageswert eines Wertpapiers leicht erfahren kann. Alle größeren Zeitungen teilen darum täglich den Tageswert der Wertpapiere mit und zwar, wie viel ℳ für je 100 ℳ Nennwert gezahlt werden. Eine Zusammenstellung der Tageswerte der Wertpapiere wird Kurszettel genannt. — Ein Kurszettel ist leicht verständlich. Nur einige auf demselben vorkommende Bezeichnungen sollen erklärt werden.

„G“ (Geld) bedeutet, zu welchem Preise ein Wertpapier gesucht wird.

„B“ (Brief) " " " " " " zum Verkauf angeboten ist.

„b" (bezahlt) giebt den Preis an, zu welchem ein Wertpapier verkauft wurde.
„bG" " " " " " " " " " " " "
daß aber nicht alle Nachfrage befriedigt werden konnte.
„bB" bedeutet, daß Verkäufe zu dem angegebenen Preise stattgefunden haben, daß aber nicht alles, was zu diesem Preise angeboten ist, verkauft ist.

Zinsscheinbogen (Couponbogen), Zinsscheine (Coupons). Zu jedem Wertpapiere, zu dem eigentlichen Schuldscheine, gehört ein Papier, das aus mehreren kleinen Abteilungen besteht. Jede solcher Abteilung wird Zinsschein (Coupon) und der ganze Bogen Zinsscheinbogen genannt. Jeder Zinsschein ist eine Anweisung auf die Zinsen für den Schuldschein für eine gewisse Zeit. Auf jedem Zinsscheine ist die Zeit angegeben, für welche er die Zinsen anweist und wann er fällig ist. Ist der letzte Zinsschein abgetrennt, so bleibt noch ein Teil des Zinsscheinbogens übrig, der Zinsscheinleiste (Talon) genannt wird. Der Talon wird an der auf demselben bezeichneten Kasse gegen einen neuen mit einer größeren Zahl Coupons ausgewechselt. Man läßt diese Auswechselung meistens durch einen Banquier besorgen. Bei Aktien ist eine ähnliche Einrichtung getroffen. Statt Zinsscheine giebt es hier Gewinnanteilscheine (Dividendenscheine).

B. Berechnung der Wertpapiere.

120) Jemand kauft ein Papier von 800 ℳ Nennwert. Wie viel muß er für dasselbe zahlen bei einem Kurs von 93,40 ℳ?

121) Jemand verkauft 10 Eisenbahnaktien à 500 ℳ Nennwert zum Kurs von 112,5. Wie viel Staatspapiere à 300 ℳ Nennwert kann er für den erhaltenen Betrag kaufen und wie viel behält er noch, wenn der Kurs dieses Papiers 95,40 ist?

122) Jemand kaufte 6 Aktien von je 500 ℳ Nennwert zu einem Kurs von 108,50 ℳ und verkaufte sie nach kurzer Zeit wieder zu 118,20 ℳ. Wie viel hat er gewonnen?

123) Jemand hatte sich bei einem Aktienunternehmen mit 30 Aktien à 300 ℳ beteiligt. Der Kurs per Aktie stieg sehr bald auf 412. Er verkaufte darum dieselben wieder, als er erst 70% eingezahlt hatte. Wie viel hatte er gewonnen, wenn auf die Zinsen keine Rücksicht genommen wird? (Er hatte nur $^7/_{10}$ des Nennwerts eingezahlt, erhielt darum auch nur $^7/_{10}$ des Kurswertes wieder.)

124) Jemand zog ein Kapital von 5000 ℳ ein, das zu 4% ausgeliehen war und kaufte dafür Aktien zum Kurs von 125. Am Schlusse des ersten Jahres brachten die Aktien 8%, am Schlusse des zweiten 5%, nach dem dritten 4% und nach dem vierten $3^1/_2$% Dividende vom Nennwert. Wie viel hatte das Kapital während dieser Zeit mehr oder weniger eingebracht, als bei der früheren Anlage in 4 Jahren?

125) Der Kurs der Aktien nach voriger Aufgabe war auf 84 herunter gegangen. Wie viel betrug der Kapitalverlust, wenn dieselben zu diesem Kurse verkauft wurden?

126) A. hat im Jahre 1891 1200 ℳ 4 proz. Reichsanleihe zum Kurse von 106,25, 1892 desgl. 1600 ℳ zum Kurse von 107,50 und 1894 desgl. 1500 ℳ zum Kurse von 107,25 gekauft. a. Wie viel Kapitalverlust hätte A., wenn diese Anleihe in eine 3 proz. umgewandelt (konvertiert) und daher

zum Nennwerte zurückbezahlt würde und er sich das Geld auszahlen ließe? b. Wie viel Schuldscheine à 100 ℳ würde A. erhalten, wenn er für die Summe, die er erhält, 3 proz. zum Kurse von 86 eintauschte? c. Welchen Zinsverlust erleidet er gegen früher? d. Mit wie viel Proz. verzinste sich sein Kapital früher und jetzt? (Im ersten Falle ist die Summe, die A. über pari gezahlt hat, mit in Rechnung zu ziehen.)

127) Jemand will sein Geld entweder in einem 4prozentigen Papier al pari oder in einem $3^1/_2$ proz. zu 89,50 anlegen. Bei welchem Papiere steht er sich rücksichtlich der Zinsen am besten und um wie viel?

128) Welchen Kurs dürfte a. ein $3^1/_2$ proz. Papier haben, wenn es sich mit 4%, b. ein 3 proz., wenn es sich mit $3^1/_2$% verzinsen sollte?

129) Wie hoch verzinst sich das angelegte Kapital, wenn man Aktien zum Kurse von 198,50 (für 100 ℳ Nominalwert) gekauft hat und die Dividende 12% beträgt?

130) Die österr. Silberrente ist 5 proz., der Staat behält aber bei Einlösung der Zinsscheine 16% des Zinsertrages als Steuer zurück. Zu wie viel Prozent steht also dieses Papier?

131) Der Kurs der österr. Silberrente ist 94,10. Beim Ankauf derselben wird 1 Gld. zu 1,70 ℳ gerechnet; der Kurs des Guldens ist aber bei den Zinsen nur 160 (100 Gld. = 160 ℳ). Wie viel Proz. Zinsen trägt dieses Papier ein?

Erklärung. Beim Ankauf der Wertpapiere sind auch die Zinsen mit in Berechnung zu ziehen. Angenommen jemand kaufte am 1. Juli ein Papier, die Zinsen dafür wären am 1. April (1./4.) und 1. Oktober (1./10.) fällig, so ist der nächste Coupon also am 1./10. fällig. Dieser ist eine Anweisung auf die Zinsen für die Zeit vom 1./4. bis 1./10. Der Verkäufer des Papiers hat demnach einen Anspruch auf die Zinsen vom 1./4. bis 1./7. und der Käufer desgl. vom 1./7. bis 1./10. Wenn daher der Käufer den Coupon mit übernimmt, so muß derselbe dem Verkäufer die Zinsen für die angegebene Zeit vergüten. Behielte aber der Verkäufer den Coupon, so hätte dieser dieselbe Pflicht dem Käufer gegenüber.

132) A. kaufte am 16. Juli 1893 4000 ℳ 4 proz. Reichsanleihe zum Kurse von 107,20. Zinstermine sind 1./4. und 1./10. Er erhielt den am 1./10. fälligen Zinsschein mit. Wie viel hat er im ganzen bezahlen müssen?

Ausrechnung:

$$\text{Kapital} = 40 \cdot 107{,}2 = 4288{,}00 \text{ ℳ}$$

$$\text{Zinsen} = \frac{4000 \cdot 105}{9000} = 46{,}67 \text{ „}$$

$$\text{Sa. } 4334{,}67 \text{ „}$$

Anmerk. Die Zeit wird hier wie bei der Zinsrechnung berechnet, (der Monat = 30 Tage und das Jahr = 360 Tage). Die Zinsen werden vom Nennwerte berechnet.

133) A. kauft am 26. April 1800 ℳ 3 proz. preuß. consolid. Anl. Kurs 88,50, Zinstermin 1./4. und 1./10. Wie viel muß er zahlen, wenn er den am 1./10. fälligen Coupon erhält?

134) A. verkauft am 13. Dez. 1500 ℳ $3^1/_2$ proz. pommersche Pfandbriefe. Kurs 99,60, Zinstermine 1./1. und 1./7. Der Käufer übernimmt den am 1. Jan. fälligen Coupon nicht mit. Wie viel erhält A.?

135) Ein Bauunternehmer erhält lt. Vertrag am 15. Juni eine Baurate von 4000 ℳ. Er nimmt folgende Papiere in Zahlung. a. 6 Stück (Appoints) à 300 ℳ $3^1/_2$ proz. Berliner Stadt-Oblg., Kurs 99,20, Zins-

termine 1./1. und 1./7. Den am 1. Juli fälligen Coupon erhält er nicht. b. 3 Stück à 500 ℳ $3^1/_2$ proz. Bremer Anleihe. Kurs 99,40, Zinstermine 1./4. und 1./10. Er erhält den am 1. Okt. fälligen Coupon. c. 2 Stück à 300 ℳ 4 proz. sächsische Rentenbriefe. Kurs 104,40, Zinstermine 1./4. und 1./10. Er erhält ebenfalls den am 1. Okt. fälligen Coupon. Welches ist das Resultat der Abrechnung?

136) A. kauft am 18. März 4000 Dollars in Obligationen der Central-Pacific-Eisenbahn. Kurs 94,60, Zinsfuß 6%, Zinstermin 1./1. und 1./7. Wie viel Reichsmünze hat er zu zahlen, wenn 1 Dollar = 4,15 ℳ gerechnet und der nächstfällige Coupon ihm ausgeliefert wird?

Der Ankauf von Wertpapieren unterliegt einer Steuer. Beträge unter 600 ℳ sind steuerfrei. Der Stempel beträgt $^2/_{10}$ pro mille, demnach

600 ℳ bis 1000 ℳ = 20 ₰,
1001 „ „ 2000 „ = 40 „
2001 „ „ 3000 „ = 60 „ usw.

Dabei ist zu bemerken, daß bei Papieren, welche über pari stehen, der Stempel vom Nominalwerte gerechnet wird, sofern die Summe 5000 ℳ nicht übersteigt. Bei größeren Beträgen wird der Stempel vom Kurswert gerechnet.

Den Ankauf der Wertpapiere läßt man meistens durch einen Banquier besorgen. Dieser berechnet sich für seine Bemühungen, Portoauslagen usw. Provision. Die Höhe derselben richtet sich meistens nach dem Betrage.

137) Der Bauunternehmer A. läßt für sich durch einen Banquier in Holzminden am 15. Juni an der Börse 10000 ℳ 4% Preuß. Consols kaufen. A. erhält von letzterem folgende Rechnung:

10000 ℳ 4% preuß. Consols zum Kurs von 105 =	10050,00 ℳ
Zinsen vom 1. Jan., 165 Tg. 4%	183,35 „
Provision, Courtage und Porto zus. $^1/_4$%	25,00 „
Stempel in Berlin und hier 3,30 ℳ und 2,20 ℳ . .	5,50 „
	Sa. 10263,85 ℳ

Bemerk. Bei einem Börsengeschäfte wie nach Aufg. 137 sind gestempelte Schlußscheine auszustellen und zwar: 1. von dem Makler für seinen Auftraggeber, den Banquier des betr. Börsenplatzes, 2. von letzterem für den Banquier in der Provinz, für den das Geschäft ausgeführt wird und 3. von diesem für seinen Kunden; sodaß ein und dasselbe Geschäft dreimal versteuert wird. Wie üblich trägt der Makler die Hälfte der Steuer selbst, der Erwerber bezw. Verkäufer eines Papiers hat also den zweiundeinhalbfachen Stempelbetrag zu zahlen. (Siehe Aufg. 137.) Indessen ist es nach den Bestimmungen des neuesten Börsensteuergesetzes dem Banquier gestattet, seinen Kunden einen ungestempelten Schlußschein zu liefern mit dem Vermerk: „Versteuerte über denselben Betrag und denselben Preis lautende Schlußnote Nr. . . . befindet sich in meinen Händen." Dieses ist jedoch nur zulässig, wenn der Schlußschein des Banquiers am Börsenplatze mit dem Vermerk „in Kommission" versehen ist. Im letzteren Falle erhält der Staat somit nur den zweimaligen Steuerbetrag, von welchem der Makler ein Viertel und der erste Auftraggeber den Rest zu tragen hat.

X. Abschnitt.

§ 1. Abzugsrechnungen.

I. Wert- oder Geldabzüge.

A. Rabatt. Rabatt ist ein Abzug von einer Zahlung, welchen der Empfänger des Geldes dem Zahlungspflichtigen gewährt. Man unterscheidet einen Rabatt in und auf 100. Der Unterschied beider Arten ist aus folgendem Beispiele zu ersehen. 4% Rabatt in 100 bedeutet, statt 100 ℳ sollen nur 96 ℳ bezahlt werden; 4% Rabatt auf 100 hingegen bedeutet, statt 104 ℳ sollen 100 ℳ bezahlt werden. Nur der Rabatt in 100 kommt im Geschäftsleben, im Handel und Wandel vor, er heißt darum auch Warenrabatt.

Rabatt in 100.

A. Ohne Berücksichtigung der Zeit. In diesem Falle kommen bei der Rabattrechnung nur drei Stücke in Frage und zwar die Schuldsumme, der Rabatt und die Barsumme. Die Höhe des Rabatts wird meistens in Prozenten angegeben.

1) Eine Ware ist zu 65 ℳ austaxiert, bei sofortiger Bezahlung wird dem Käufer 5% Rabatt bewilligt. Wie viel beträgt a. der Rabatt, b. die Barsumme? (Rabatt = 0,65 . 5 = 3,25)

Praktische Regel. Um die Barsumme zu berechnen, berechnet man erst den Rabatt und zieht diesen von der Schuldsumme ab.

2) Wie viel beträgt die Barsumme bei a. 4%, b. bei 4,5% Rabatt, wenn die Schuldsumme a. 425 ℳ, b. 318 ℳ, c. 128,36 ℳ, d. 1728,62 ℳ beträgt?

Praktische Regel. Wenn die Prozente ein bequemer Teil von 100 sind, so kann der Rabatt in der Weise berechnet werden, wie man die Zinsen in solchen Fällen berechnet. Wie?

3) Jemand hat für 128 ℳ Ware gekauft. Wie viel beträgt die Barsumme bei a. 10%, b. $8\frac{1}{3}$%, c. $12\frac{1}{2}$%, d. $16\frac{2}{3}$%, e. 20%, f. 25%, g. $33\frac{1}{3}$% Rabatt?

Anmerk. Es kommt vielfach im Geschäftsleben vor, daß der Fabrikant den Verkaufspreis seiner Fabrikate für den Wiederverkäufer selbst festsetzt und diesen für seine Mühewaltung dadurch entschädigt, daß er ihm vom Verkaufspreise einen Rabatt gewährt.

4) Eine Eisenhandlung verkauft die meisten Artikel nach dem vom Fabrikanten herausgegebenen Preisverzeichnisse. Laut diesem kostet ein Ofen 120 ℳ. Dem Wiederverkäufer gewährt der Fabrikant $12\frac{1}{2}$% Rabatt. Wie viel hat der Ofen im Einkauf gekostet?

5) Die Verlagsbuchhandlungen gewähren den Sortimentsbuchhandlungen meistens $33\frac{1}{3}$% Rabatt. Wie viel zahlen letztere demnach für ein Buch, wenn der von dem Verleger festgesetzte Ladenpreis 4,50 ℳ beträgt?

6) Berechne die Schuldsumme, wenn die Barsumme bei 4% Rabatt 120 ℳ beträgt?

Ansatz: $\frac{100 . 120}{96}$

Sprich: 96 ℳ waren 100 ℳ

1 „ war $\frac{100}{96}$

120 „ waren $\frac{100 . 120}{96}$

7) Ein Schlossermeister hat innerhalb eines Jahres einem Maschinenfabrikanten, dessen Maschinen er mit 8% Rabatt vertrieben hat, 8004 ℳ eingesandt. a. Welche Summe hat der Schlossermeister umgesetzt? b. Wie viel hat er verdient?

8) Wie viel Proz. Rabatt sind gerechnet, wenn die Schuldsumme 75 ℳ und die Barsumme 72 ℳ beträgt?

Ansatz: $\frac{3 \cdot 100}{75}$

Sprich: Der Abzug an 75 ℳ beträgt 3 ℳ

" " " 1 " " $\frac{3}{75}$ "

" " " 100 " " $\frac{3 \cdot 100}{75}$ "

9) Wie viel Proz. Rabatt sind gerechnet, wenn a. die Schuldsumme 180 ℳ und die Barsumme 169,20 ℳ, b. die Schuldsumme 240 ℳ und die Barsumme 219,60 ℳ beträgt?

10) Ein Holzhändler gewährt seinen Geschäftsfreunden, die gegen Bar von ihm kaufen, 5% Rabatt. Er will feststellen, ob dieser Rabatt dem Kreditgeschäfte gegenüber nicht zu hoch ist. Zu diesem Zwecke stellt er die Verluste des Kreditgeschäfts des Jahres 1891 fest. Nach seinen Büchern ist ein Umsatz gegen Kredit von 53102,60 ℳ erzielt. Von dieser Summe sind 10480 ℳ nach 3 Monaten, 10540 ℳ nach 6 Mon., 9040 ℳ nach 9 Mon., 9450 ℳ nach 1 Jahre, 5324 ℳ nach 1 Jahre 6 Mon. und 7320 ℳ nach 1 Jahre und 9 Mon. bezahlt. Durch den Konkurs eines Geschäftsfreundes sind von dem Reste 62,5% verloren gegangen, außerdem hat er bei diesem Posten noch einen Zinsenverlust von 208,50 ℳ. Wie viel Prozent Rabatt hätte er also seinen Kunden gewähren können, wenn jene 53102,60 ℳ gegen Barzahlung umgesetzt wären, 5% Verzugszinsen p.a., die er seinem Banquier selbst zahlen muß, gerechnet werden, und er sich mit demselben Gewinn begnügen wollte, den er bei dem Kreditgeschäft erzielt hat?

Es ist nicht unwichtig, einen Vergleich zwischen Rabattrechnung und der früher behandelten Gewinnrechnung anzustellen.

Beziehung zwischen Rabatt und Gewinn, wenn letzterer

I. auf den Verkaufspreis bezogen wird,

Beispiel. Eine Eisenhandlung verkauft einen Ofen für 150 ℳ. Dieser Preis ist durch den Fabrikanten festgesetzt. Letzterer gewährt der ersteren 10% Rabatt für ihre Bemühung. Wie viel Proz. hat die Handlung an den 150 ℳ, also am Verkaufspreise gewonnen?

Ausrechnung: Der Gewinn beträgt 15 ℳ, dies beträgt, auf den Verkaufspreis bezogen, 10%.

Folgerung: Rabatt in 100 in Proz. angegeben und der Gewinn in Proz. auf den Verkaufspreis bezogen sind gleich.

II. auf den Einkaufspreis bezogen wird.

Beispiel. Ein Buchhändler erhält von dem Verleger $33\frac{1}{3}$% Rabatt. Wie viel Prozent verdient er, wenn diese auf den Einkaufspreis bezogen werden?

Ansatz: $\frac{33\frac{1}{3} \cdot 100}{66\frac{2}{3}} = 50\%$

Sprich: Statt 100 ℳ bezahlt er $66\frac{2}{3}$ ℳ
mit $66\frac{2}{3}$ „ verdient „ $33\frac{1}{3}$ „
„ 1 „ „ „ usw.

Folgerung. Bezieht man die Prozente des vorstehenden Beispiels auf die Zahl 1, so beträgt der Rabatt $\frac{1}{3}$ von der Schuldsumme und der Gewinn $\frac{1}{2}$ von dem Einkaufspreise.

Allgemeine Regel: Bezieht man den Rabatt auf die Zahl 1, drückt ihn also in Bruchform aus; so erhält man den Gewinn, auf den Einkaufspreis bezogen, in Bruchform, wenn man den Zähler jenes Bruchs beibehält und den Nenner um den Zähler kleiner macht. Beträgt z. B. der Rabatt $\frac{3}{8}$, so beträgt der Gewinn $\frac{3}{5}$. (Siehe Aufg. 116 Abschn. VII.)

11) Wie viel Prozent verdient ein Wiederverkäufer am Einkaufspreise, wenn ihm am Verkaufspreise a. 10%, b. $12\frac{1}{2}$%, c. 20%, d. $37\frac{1}{2}$%, e. 12%, f. 15% Rabatt gewährt werden?

12) Einem Wiederverkäufer sind a. 10%, b. $12\frac{1}{2}$%, c. $33\frac{1}{3}$% Rabatt gewährt, er gewährt seinen Abnehmern bei Barzahlung bezw. 4, 5 und 10% Rabatt. a. Wie viel Proz. Rabatt und b. wie viel Proz. vom Einkaufspreise verdient der Wiederverkäufer in den drei Fällen?

13) Wie viel würde der Gewinn in den drei Fällen der vorigen Aufgabe betragen, wenn der Verkaufspreis einer Ware zu 60 ℳ festgesetzt wäre?

14) Jemand hat auf den Einkaufspreis 20% Gewinn geschlagen. Wie viel Proz. gewinnt er, wenn er bei Barzahlung 5% Rabatt giebt?

Ausrechnung:
Aus 100 ℳ werden bei 20% Gewinn 120 ℳ,
„ 120 „ „ „ 5% Rabatt 114 „ , folgl.
beträgt der Gewinn 14%.

15) Wie viel Proz. beträgt der Gewinn, wenn:

a. der Aufschlag	$33\frac{1}{3}$%	und der Rabatt	10	%	beträgt?
b. „ „	50 %	„ „ „	20	%	„ ?
c. „ „	$66\frac{2}{3}$%	„ „ „	$33\frac{1}{3}$	%	„ ?
d. „ „	100 %	„ „ „	$33\frac{1}{3}$	%	„ ?
e. „ „	100 %	„ „ „	50	%	„ ?

16) Wie viel Proz. Rabatt kann jemand gewähren, wenn er die Ware mit 25% Gewinn austaxiert und 20% Gewinn übrig bleiben soll?

Ansatz: $\frac{120 \cdot 100}{125}$

Sprich: Bei 25% Gewinn werden aus 100 ℳ = 125 ℳ

Von 125 ℳ sollen 120 ℳ übrig bleiben, von 1 ℳ $\frac{120}{125}$,

von 100 ℳ also $= \frac{120 \cdot 100}{125} = 96$ ℳ

Demnach können 4% Rabatt gewährt werden.

Oder: $\frac{5 \cdot 100}{125} =$

Von 125 ℳ dürfen 5 ℳ abgezogen werden.
„ 1 „ „ $\frac{5}{125}$ „ „ „
„ 100 „ also $= \frac{5 \cdot 100}{125}$

17) Wie viel Proz. Rabatt kann jemand gewähren, wenn:
a. der Aufschlag $33^1/_3\%$ und der Gewinn 25 % betragen soll?
b. „ „ 20 % „ „ „ $16^1/_3\%$ „ „ ?
c. „ „ $16^2/_3\%$ „ „ „ 10 % „ „ ?

18) Jemand gewährt bei Barzahlung 4% Rabatt, mit wie viel Proz. Gewinn (vom Einkaufspr.) sind die Waren auszutaxieren, wenn er 20% Gewinn erzielen will?

Ansatz: $\frac{100 \,.\, 120}{96}$

Sprich: Bei 20% Gewinn werden aus 100 *M* $= 120$ *M*
„ 4% Rabatt waren 96 „ $= 100$ „
„ „ „ war 1 „ $= \frac{100}{96}$ „
„ „ „ waren also 120 „ $= \frac{100 \,.\, 120}{96}$

19) Mit wie viel Proz. Gewinn sind die Waren auszutaxieren, wenn:
a. der Gewinn 25 % und der Rabatt 5% betragen soll?
b. „ „ $33^1/_3\%$ „ „ „ 10% „ „ ?
c. „ „ $16^2/_3\%$ „ „ „ 5% „ „ ?

20) Jemand hat seine Waren mit 25% Gewinn austaxiert. Wie viel Proz. Rabatt kann er gewähren, wenn er wegen Aufgabe des Geschäfts seine Ware zum Einkaufspreise losschlagen will?

Ansatz: $\frac{100 \,.\, 100}{125} = 80$

Sprich: 125 *M* waren ursprünglich 100 *M*
1 „ war „ $\frac{100}{125}$ „
100 „ waren „ $\frac{100 \,.\, 100}{125}$ *M*

Folglich 20% Rabatt. Oder: Bei 25% Gewinn beträgt dieser $^1/_4$ vom Einkaufspreise, der Rabatt also $^1/_5$ (siehe oben), also 20%.

21) Welche Resultate würden sich nach voriger Aufgabe ergeben, wenn der Aufschlag a. 20%, b. $14^2/_7\%$, c. $33^1/_3\%$, d. $11^1/_9\%$ betragen hätte?

B. **Mit Berücksichtigung der Zeit. Skonto.** Häufig wird im Geschäftsleben auch die Zeit beim Rabatt berücksichtigt, besonders im Geschäftsverkehr zwischen Groß- und Kleinhändler (zwischen Grossist und Detaillist) oder zwischen einer Baumaterialien-Handlung und einem Bauunternehmer usw. Wenn die Ware auf Zeit, d. h. auf Kredit gekauft ist, jedoch der Betrag vor Ablauf der Zahlungsfrist eingezahlt wird, so wird ein Abzug vom Verkäufer gestattet. Dieser Abzug wird **Skonto** genannt. Der Skonto wird in Proz. für 1 Jahr oder 1 Mon. festgesetzt, wird aber unter Berücksichtigung der Zeit berechnet. Wenn innerhalb der ersten 14 Tage Zahlung geleistet wird, so wird meistens die Zahlung als Barzahlung angesehen und der Skonto für die ganze Zahlungsfrist berechnet. Der Monat wird hier wie bei der Zinsrechnung zu 30 Tagen und das Jahr zu 360 Tagen gerechnet. Wenn zwei Geschäftsleute in laufender Rechnung stehen, so wird der Skonto meistens nicht von jedem Geschäfsfalle berechnet, sondern in der Weise, wie es beim Konto-Korrent geschieht.

22) Ein Zimmermeister hat am 15. März von einer Holzhandlung für 1520 ℳ Holz gekauft. Zahlungsfrist (Ziel) 3 Monate. Er zahlt aber das Geld schon am 11. April. a. Wie viel beträgt der Skonto, b. die Barsumme, wenn ihm 5 % Skonto p. a. gewährt werden?

Ansatz: $\frac{1520 . 64}{7200}$ = (Siehe Zinsrechnung.)

23) Ein Maurermeister hat am 12. April 1265 kg T=Träger von 340 mm Höhe und 8 m Länge, à 100 kg zu 15,50 ℳ gekauft. Ziel 4 Mon. Am 16. Mai leistet er Zahlung. Wie viel beträgt die Barsumme bei $^1/_2$ % Skonto pro Monat?

24) Ein Bauunternehmer hat am 17. März von einer Zementfabrik 180 Tonnen Zement à 5,80 ℳ erhalten. Ziel 3 Mon. Am 9. April leistet er Zahlung. Wie viel beträgt die Barsumme bei $4^1/_2$ % Skonto p. a.?

25) Ein Bauunternehmer hat am 16. Juni 367 kg gußeiserne Unterlagsplatten gekauft. Der Grundpreis beträgt für 100 kg 11,50 ℳ. Ziel 3 Mon. Es wird ihm ein Rabatt von 6 % vom Grundpreise gewährt und für frühere Zahlung 5 % Skonto p. a. Wie viel hat er zu zahlen, wenn er schon am 8. Juli Zahlung leistet?

Bemerk. Zunächst werden 6 % vom Grundpreise in Abzug gebracht, darnach wird vom Reste der Skonto abgesetzt.

Rabatt auf 100.

Dieser Rabatt kommt selten vor. Er kommt nur zur Anwendung, wenn Kapitalien, für welche keine Zinsen zu entrichten sind, vorausbezahlt werden. Dieser Rabatt ist richtiger, als der Rabatt in 100. Wenn z. B. jemand nach 1 Jahre 104 ℳ zu zahlen hätte, und er leistete sofort Zahlung unter Gewährung von 4 % Rabatt auf 100, so müßte er 100 ℳ bezahlen. Wenn nun der Empfänger das Geld zu 4 % Zinsen verleiht, so besitzt er nach 1 Jahre 104 ℳ. Wenn aber jemand nach einem Jahre 100 ℳ zu zahlen hätte und er leistete sofort Zahlung bei 4 % Rabatt in 100, so müßte er 96 ℳ bezahlen. Wenn der Gläubiger das empfangene Geld zu 4 % verleiht, so besitzt er nach einem Jahre nur 99,84 ℳ. — Der Rabatt in 100 läßt sich leichter berechnen, als der Rabatt auf 100, dies wird der Grund sein, daß er mehr Anwendung findet.

26) Berechne für folgende Kapitalien, die nach 1 Jahre fällig sind, die Barsumme:

Die Schuldsumme:	Rabatt in Proz. auf 100:	Barsumme:
a. 1575 ℳ	5 %	?
b. 2808 „	4 %	?
c. 10800 „	$6^2/_3$ %	?

Ansatz für a.: $\frac{100 . 1575}{105}$

Sprich: Statt 105 ℳ werden 100 ℳ gezahlt usw.

27) Desgl. für folgende Kapitalien:

Die Schuldsumme:	Rabatt:	Fälligkeitstermin:	Barsumme:
a. 550 ℳ	5 %	nach 2 Jahren	?
b. 1950 „	5 %	„ 6 „	?
c. 4130 „	$4^1/_2$ %	„ 4 „	?
d. 5000 „	5 %	„ $2^1/_2$ „	?

Ansatz für a.: $\frac{100 . 550}{110}$

28) A. hat drei Forderungen von 1580 ℳ, 1162 ℳ und 2900 ℳ, wovon die erste nach 1 Jahre, die zweite nach 2 Jahren und die dritte nach 3 Jahren fällig ist. Da er das Geld in seinem Geschäfte sehr vorteilhaft verwenden kann, tritt er seine Forderungen an einen Banquier ab, der ihm die Beträge mit $5\frac{1}{3}\%$ Rabatt p. a. bar auszahlt. Wie viel erhält A. im ganzen?

29) Ein Bauunternehmer hat ein Haus auf 6 Jahre verpachtet, die jährliche Miete, die am Schlusse eines jeden Jahres bezahlt werden muß, beträgt 450 ℳ. Um Betriebskapital zu erhalten, veranlaßt er den Pächter, ihm die gesamte Pacht für die 6 Jahre sofort mit $4\frac{1}{2}\%$ Rabatt p. a. bar auszuzahlen. Wie viel erhält er?

30) Einem Müller werden für seine Mühle zwei Gebote gemacht. A. bietet 20000 ℳ, die er sofort bar zahlen will, B. bietet 21150 ℳ, wovon er 5000 ℳ gleich, 5000 ℳ nach 1 Jahre, 7700 ℳ nach 2 Jahren und den Rest nach 3 Jahren bezahlen will. Für die drei letzten Posten will B. bis zum Fälligkeits-Termin keine Zinsen zahlen. Wie viel ist das Gebot des B. bar wert, wenn 5% Rabatt p. a. gerechnet werden?

31) A. muß laut Testament seinem Bruder nach 3 Jahren 22400 ℳ auszahlen. Er zahlt diesem statt jener Summe sofort 20000 ℳ aus. Wie viel Proz. Rabatt p. a. hat A. gerechnet?

Ansatz: $\frac{2400 \cdot 100}{20000 \cdot 3} =$

Sprich: Für 20000 ℳ beträgt der Rabatt 2400 ℳ
„ 1 „ usw.

32) Jemand muß nach $2\frac{1}{2}$ Jahren 18000 ℳ bezahlen, er tilgt die Schuld durch eine Barzahlung von 16000 ℳ. Wie viel Proz. Rabatt p. a. sind gerechnet?

33) Eine Schuld, die nach 1 Jahre fällig war, ist durch eine Barzahlung von 10000 ℳ getilgt. Wie groß war die Schuld, wenn 5% Rabatt p. a. gerechnet sind?

Ansatz: $\frac{105 \cdot 10000}{100}$

Sprich: 100 ℳ Barsumme waren 105 ℳ Schuldsumme,
1 „ „ usw.

34) Jemand muß nach 4 Jahren eine gewisse Summe einzahlen. Er tilgt seine Schuld durch eine Barzahlung von 16000 ℳ. Wie groß war die Schuld, wenn $3\frac{1}{2}\%$ Rabatt p. a. gerechnet sind?

35) A. hat eine Forderung von 5000 ℳ, welche aber erst nach 12 Jahren fällig ist. Er bot diese Forderung zum Verkauf aus und erhielt dafür zwei Gebote. Nach dem einen soll ihm das Geld gleich ausgezahlt werden, wenn er einen Abzug von 4% p. a. in 100 gewährt, nach dem andern, wenn er sich einen Abzug von 5% p. a. auf 100 gefallen läßt. Welches Gebot ist das vorteilhafteste?

Bemerk. Wenn es sich bei Vorauszahlungen wie in voriger Aufg., um große Zeiträume handelt, so berechnet man die Barsumme nicht in der vorhin angegebenen Weise. Die hier zu empfehlende Berechnung folgt später.

Beziehung des Rabatts auf und in 100 zu einander.

Bei 10% Rabatt auf 100 beträgt dieser $\frac{1}{11}$ von der Schuldsumme.
„ 10% „ in 100 „ „ $\frac{1}{10}$ „ „ „
„ 10% „ auf 100 „ „ $\frac{1}{10}$ „ „ Barsumme.
„ 10% „ in 100 „ „ $\frac{1}{9}$ „ „ „

Praktische Regel. Ist der Rabatt auf 100 auf die Einheit bezogen, also in Bruchform ausgedrückt, so würde der Rabatt in 100 bei demselben Prozentsatz in Bruchform ausgedrückt werden, wenn man den Zähler jenes Bruchs beibehält und den Nenner um den Zähler vermindert.

36) Drücke bei folgenden Prozentsätzen den Rabatt in Bruchform aus und zwar für Rabatt auf und in 100. Es soll der Rabatt (oder Gewinn) in beiden Fällen auf die Schuldsumme (oder den Verkaufspreis) und die Barsumme (oder den Einkaufspreis) bezogen werden. a. 5%, b. $8\frac{1}{3}\%$, c. $12\frac{1}{2}\%$, d. 20%, e. $37\frac{1}{2}\%$, f. 16%.

37) Jemand verkauft eine Ware zu 120 ℳ, es ist ihm als Gewinn 20% Rabatt auf 100 gewährt. Wie viel Proz. Rabatt in 100 müßten ihm gewährt werden, wenn er denselben Gewinn erzielen sollte?

Ausrechnung: Er gewinnt 20 ℳ. Wie viel Proz. Rabatt in 100 sind 20 ℳ, wenn die Schuldsumme 120 ℳ beträgt?

Ansatz: $\frac{20 \cdot 100}{120} = 16\frac{2}{3}\%$.

Folgerung: 20% Rabatt auf 100 sind gleich $16\frac{2}{3}\%$ Rabatt in 100, oder auf die Barsumme (den Einkaufspreis) bezogen und in Bruchform ausgedrückt $\frac{1}{5} = \frac{1}{6}$.

38) Jemand verkauft ein Ware zu 100 ℳ, es ist ihm als Gewinn 20% Rabatt in 100 gewährt. Wie viel Proz. Rabatt auf 100 müßten ihm gewährt werden, wenn er denselben Gewinn erzielen sollte?

Ausrechnung: $\frac{1}{5}$ von der Schuldsumme (dem Verkaufspreise) bei Rabatt in 100 ist $\frac{1}{4}$ bei Rabatt auf 100, also 25%.

Praktische Regel. Ist der Rabatt in 100 auf die Einheit bezogen, also in Bruchform ausgedrückt, so wird der Rabatt auf 100 bei demselben Gewinn in Bruchform ausgedrückt, wenn man den Zähler jenes Bruchs beibehält und den Nenner um den Zähler vermindert.

39) Jemand verkauft eine Ware zu 100 ℳ, es ist ihm als Gewinn 25% Rabatt auf 100 gewährt. Wie viel verdient er? (Probe.)

Ansatz: $\frac{25 \cdot 100}{125} = 20$ ℳ. (Siehe Aufg. 38.)

40) Wie viel Proz. Rabatt auf 100 müßten gewährt werden, wenn derselbe Gewinn erzielt werden sollte und der Gewinn beträgt a. 10%, b. $8\frac{1}{3}\%$, c. $16\frac{2}{3}\%$, d. $33\frac{1}{3}\%$, e. $37\frac{1}{2}\%$ Rabatt in 100?

41) Wie viel Proz. Rabatt in 100 müßten gewährt werden, wenn derselbe Gewinn erzielt werden sollte und der Gewinn beträgt a. $12\frac{1}{2}\%$, b. $16\frac{2}{3}\%$, c. $33\frac{1}{3}\%$, d. 16% Rabatt auf 100?

B. Diskonto. Wenn jemand einen Wechsel, der noch nicht fällig ist, in Zahlung nimmt, oder von dem Besitzer kauft, so macht er einen Abzug, der Diskonto genannt wird. Einen Wechsel diskontieren heißt darum, einen noch nicht fälligen Wechsel gegen Abzug kaufen. Der Diskonto wird in Proz. für 1 Jahr oder auch für 1 Monat festgesetzt. (Zins- oder Diskontofuß.) Banquiers, Banken (Diskontobanken) befassen sich mit dem Ankauf von Wechseln. Die Reichsbank macht den Diskontofuß, zu welchem sie Wechsel aufkauft, bekannt. Banquiers nehmen meistens einen etwas höheren Diskonto. Der Diskonto wird ganz genau so wie die Zinsen oder wie der Skonto (eine Abkürzung von Diskonto) berechnet. Die Summe, welche auf dem Wechsel steht, wird Wechselsumme, die Summe, welche für einen erst später fälligen Wechsel gezahlt wird, Wechsel- oder Zahlwert genannt.

Praktische Regel. Wenn man den Wechselwert berechnen will, berechne man zunächst den Diskonto und ziehe diesen dann von der Wechselsumme ab.

42) Ein Wechsel von 900 ℳ ist nach 3 Mon. fällig. Wie viel beträgt der Wechselwert bei $\frac{1}{2}$% Diskonto für den Monat. (Siehe Berechnung der Zinsen nach Monaten.)

43) Berechne den Wechselwert für folgende Wechsel:

Wechselsumme:	Fälligkeitstermin:	Diskonto:
a. 1050 ℳ	4 Mon.	6% p. a.
b. 868 „	3 „	5% „
c. 725 „	$2\frac{1}{2}$ „	5% „
d. 860 „	$3\frac{1}{2}$ „	$5\frac{1}{2}$% „

44) Ein Wechsel von 576 ℳ ist nach 2 Mon. 19 Tagen zahlbar. Wie viel wird für denselben bar bezahlt bei $4\frac{1}{2}$% Diskonto p. a.? (Siehe Berechnung der Zinsen nach Tagen.)

45) Ein Wechsel von 660 ℳ, zahlbar am 24. Juni, wird am 9. April mit $\frac{1}{2}$% Disk. für den Mon. diskontiert. Wie viel beträgt der Zahlwert?

46) A. muß am 1. Juni dem Schlossermeister B. 1800 ℳ zahlen. A. zahlt jedoch nicht bar, sondern übergiebt dem B. zwei Wechsel. Der eine lautet auf 950 ℳ und ist am 17. Juni fällig, der andere auf 1120 ℳ und ist am 26. Juli fällig. B. bringt 5% p. a. in Abzug und zahlt den Überschuß an A. aus. Wie viel beträgt dieser?

Wenn man an einen Banquier Wechsel verkauft, so bringt derselbe außer dem üblichen Diskonto noch Provision als Vergütung für seine Bemühung in Abzug.

47) A. verkauft am 15. Juli an einen Banquier einen Wechsel von 1290 ℳ, welcher am 18. Septbr. fällig ist. Wie viel erhält er bei 5% Diskonto und $\frac{1}{3}$% Provision. (Provision $= 12{,}90 \cdot \frac{1}{3} = 4{,}30$. Die Provision wird von der Wechselsumme berechnet.)

48) Jemand verkauft am 7. Juli an einen Banquier einen Wechsel von 2560 ℳ, welcher am 23. Aug. fällig ist. Wie viel erhält er bei 5% Diskonto und $\frac{1}{4}$% Provision?

Ein Wechsel muß am Verfalltage vom Wechselinhaber demjenigen, der die Wechselsumme zu bezahlen hat (dem Bezogenen) vorgelegt (präsentiert) werden. Verweigert dieser die Zahlung, so hat jener durch eine gerichtlich dazu bevollmächtigte Person eine Urkunde (Protest) darüber aufnehmen zu lassen. Tritt dieser Fall bei einem Wechsel ein, den man verkauft hat, so muß man nicht nur die Wechselsumme zurückzahlen, sondern auch die Protestkosten und andere Auslagen vergüten, ferner 6% Zinsen von der Wechselsumme vom Verfalltage des Wechsels an und $\frac{1}{3}$% Vergütung (Ricambio-Provision) zahlen.

A. hat an einen Banquier einen auswärtigen Wechsel von 431,15 ℳ verkauft, der am 28. Juli fällig war. Am 3. Aug. erhält er den protestierten Wechsel zurück. Außerdem wird ihm angezeigt, daß sein Konto mit 437,56 ℳ belastet ist und zwar: Wechselsumme 431,15 ℳ, Protestkosten 3 ℳ, Auslagen für Porti, Verzugszinsen 6% und Provision 1,97 ℳ, Ricambio-Provision $\frac{1}{3}$% $= 1{,}44$ ℳ.

49) Der Banquier A. sendet am 25. Septbr. an B. einen protestierten Wechsel von 950 ℳ, der am 17. Septbr. fällig war, zurück. Welche Summe hat B. an A. zu zahlen, wenn die Protestkosten 4,50 ℳ, sonstige Kosten 2,65 ℳ betragen, wenn ferner 6 % Zinsen p. a. und $^1/_3$ % Provision in Rechnung gestellt sind? (Die Zinsen sind vom 17. bis 25. Septbr. zu berechnen.)

Wenn bei einem Banquier gleichzeitig von derselben Person mehrere Wechsel diskontiert werden, so stellt jener eine Nota wie folgt auf:

Holzminden, den 25. Juli 1894.

J. **Ballin & Co.**, Bankgeschäft.

NOTA für Herrn Holzhändler **Schulz**, hier.

				Tage	Zahlen
Per a/. Königsberg p. 28. Aug. . .	ℳ	431	15	33	142
" " Minden " 2. Sept. . .	"	300		37	111
" " Braunschweig " 14. Okt. . .	"	831	20	79	656
	ℳ	1562	35		909
abzügl. Diskont $\frac{909}{4\%}$ ℳ 10,10					
" Prov. $^1/_4$ % " 3,90		14			
			ℳ	1548	35
" " Stadtoldendorf p. 15. Juli .	ℳ	392	15		
" " Lemgo " 1. Aug. .	"	288	30		
" " Alfeld " 14. " .	"	481	35		
	ℳ	1161	80		
abzügl. Diskont $4^1/_2$ % ℳ 5,25					
" Provision $^1/_4$ % " 2,90					
" Damno für Einziehg.					
der Nebenplatzwechsel " 2,10		10	25	1151	55
			ℳ	2699	90

Betrag anbei.

J. Ballin & Comp.

Bemerk. In der Hauptsache ist vorstehende Nota einem Conto-Corrent gleich. Nebenplatzwechsel sind solche Wechsel, die an einem Platze zahlbar sind, wo keine Reichsbankstelle ist. Die Nebenkosten, die das Einziehen solcher Wechsel verursacht, werden Damno genannt.

50) Ein Bauunternehmer diskontiert bei einem Banquier am 17. Aug. folgende Wechsel: 1250 ℳ, fällig am 13. Okt.; 1890,40 ℳ, fällig am 25. Sept., 2350 ℳ, fällig am 3. Okt.; 1525,75 ℳ, fällig am 16. Okt.; 785 ℳ, fällig am 23. Okt. Die drei letzten Wechsel sind Nebenplatzwechsel. Diskont bei den beiden ersten $4^1/_2$ %, bei den drei letzten 5 %, Provision $^1/_4$ %, Nebenkosten für die Nebenplatzwechsel 3,75 ℳ. Wie viel erhält der Verkäufer der Wechsel?

C. Provision oder Kommission. Hierunter versteht man eine Gebühr, die jemand erhält, der im Auftrage und für Rechnung eines andern Geschäfte besorgt. Diese Gebühr wird beim Einkauf vom Gesamtbetrage der Rechnung einschließlich der dabei vorkommenden Nebenauslagen, beim Verkauf vom Verkaufsbetrage berechnet.

51) Ein Steingeschäft hat den Vertrieb ihrer Fabrikate, Fassadensteine, Platten usw. jemandem in Köln übertragen. Dieser erhält für seine Bemühung 6 % Provision. Der Umsatz hat 1893 = 32466 ℳ betragen. Wie viel beträgt die Provision?

52) Ein Kommissionär erhält den Auftrag, ein Kapital von 35000 ℳ als zweite Hypothek auf ein Grundstück anzuschaffen. Wie viel verdient er bei $1\frac{1}{3}$ % Provision, wenn es ihm gelingt, jemand zu finden, der das Kapital herleiht?

53) Ein Mühlenbesitzer giebt einem Makler den Auftrag, für ihn in der Umgegend 20000 kg Weizen, 100 kg zu 14,40 ℳ franko Mühle zu kaufen. Der Makler erhält für 100 kg 20 ₰ Maklergebühr. Wie viel Proz. vom Einkaufspreise beträgt diese?

54) A. kauft für B. 63,50 cbm kieferne Balken. 1 cbm kostet auf dem Lagerplatze 38 ℳ. Die Kosten für den Transport nach der Bahn und für Verladen betragen à cbm 2,50 ℳ. A. erhält $\frac{2}{3}$ % Provision. Wie viel beträgt diese? (Die Provision wird auch von den Kosten berechnet.)

55) A. in Berlin verkauft für einen Ziegeleibesitzer dessen Fabrikate, die auf der Spree nach Berlin befördert werden. A. erhält $2\frac{1}{4}$ % Provision. Er hat verkauft 168 mille Hartbrandsteine à 36,50 ℳ, 628 mille Hintermauerungssteine à 25,50 ℳ, 16 mille Chamottesteine à 118 ℳ, 175 mille Dachsteine à 36,50 ℳ, pro mille hat er für Ausladen aus dem Kahne und Transportkosten nach dem Bauplatze 2,25 ℳ gezahlt. a. Welche Summe erhält der Ziegeleibesitzer? b. Wie viel hat A. verdient? (Die Provision wird von dem Verkaufsbetrage berechnet.)

D. Delkredere. (Gutstehungsgebühr). Hierunter versteht man eine Vergütung dafür, daß ein solcher, der im Auftrage eines andern Waren verkauft, sich für die richtige Zahlung des Kaufpreises verbürgt.

56) Der Beauftragte nach voriger Aufgabe erhält außer der Provision noch 1,5 % Delkredere. Wie viel beträgt diese, da er für 52 mille Hartbrandsteine, 256 mille Hintermauerungssteine und 56 mille Dachsteine die Bürgschaft für die richtige Zahlung übernommen hat?

II. Gewichtsabzüge.

Bei Waren, die in Fässern, Kisten, Körben, Säcken usw. verschickt werden, unterscheidet man ein dreifaches Gewicht.

a. Das Brutto- oder Rohgewicht, d. i. das Gewicht der Ware samt der Verpackung, b. das Netto- oder Reingewicht, d. i. das Gewicht der Ware ohne Verpackung und c. das Tara- oder Leergewicht, d. i. das Gewicht der Verpackung.

57) Das Bruttogewicht einer Ware beträgt 812 kg. Wie viel beträgt das Nettogewicht, wenn die Tara 14 kg beträgt?

58) In eine Kiste, welche $8\frac{1}{2}$ kg wiegt, werden $83\frac{1}{3}$ kg Ware gepackt. Wie viel ist das Bruttogewicht?

59) Fünf gleich große Fässer Öl wiegen zusammen 1378 kg Brutto und enthalten 1216 kg Netto. Wie viel beträgt die Tara für jedes Faß?

Bemerk. Es kommt häufig vor, daß die Tara nach Proz. bestimmt ist. Bei der Berechnung der Tara bleibt jeder Bruch unter $\frac{1}{2}$ ℔ unberücksichtigt, Brüche aber von $\frac{1}{2}$ ℔ und darüber werden für 1 ℔ gerechnet.

Ist das Gewicht in kg angegeben, werden auch halbe kg notiert und zwar so, daß $1/4$ bis $3/4$ für $1/2$ kg und darüber für 1 kg gerechnet wird.

60) 5 Fässer Baumöl wiegen Brutto 328, 374, 365, 348 und 354 kg. Wie wie viel beträgt die Tara, wenn 16% Tara gerechnet werden?

61) A. erhielt aus Amsterdam 1 Faß Baumöl, das 728 kg wog. Wie viel Mark kostet das Öl, wenn 12% Tara in Abzug kommen, 50 kg 38,70 Gld. kosten und 100 Gld. zu 170 ℳ gerechnet werden?

§ 2. Terminrechnung.

Es kommt zuweilen vor, daß festgesetzte Zahlungstermine geändert werden, und daß ohne Berechnung von Verzugszinsen oder Rabatt doch ein Nachteil für Gläubiger oder Schuldner vermieden wird. Es soll die Schuldsumme nicht geändert werden; es soll aber ein Nachteil für den einen oder andern bei einer Zahlung durch einen gleichen Vorteil bei einer andern Zahlung ausgeglichen werden.

62) A. hat ein Haus unter der Bedingung für 20000 ℳ gekauft, daß er 8000 ℳ sofort, 6000 ℳ nach 4 Mon. und 6000 ℳ nach 6 Mon. bezahlen muß. Käufer und Verkäufer beschließen, daß die ganze Kaufsumme auf einmal bezahlt werden soll. Wann muß dies geschehen?

Ausrechnung:

6000 ℳ bringen in 4 Mon. so viel Zinsen, wie 24000 ℳ in 1 Mon.
6000 „ „ „ 6 „ „ „ „ „ 36000 „ „ 1 „

Der Käufer hat also von der Kaufsumme noch einen Zinsengenuß zu beanspruchen, der einem Zinsengenuß von 60000 ℳ für 1 Monat entspricht. Den Zahlungstermin für die ganze Kaufsumme erhält man, wenn man 60000 durch 20000 dividiert.

Algebraische Ausrechnung: Bezeichnet man die Monate mit x, so erhält man die Gleichung:

$$20000\,x = 6000 \cdot 4 + 6000 \cdot 6$$

63) A. hat am 1. März einen Bauplatz für 6000 ℳ unter der Bedingung gekauft, daß er 2000 ℳ am 1. Mai, 1500 ℳ am 1. Juli und den Rest am 1. Novbr. bezahlt. Der Verkäufer wünscht, daß die ganze Kaufsumme auf einmal entrichtet wird. Wann müßte dies geschehen, wenn letzterer keinen Schaden erleiden soll?

Ansatz: $6000 \cdot x = 2000 \cdot 2 + 1500 \cdot 4 + 2500 \cdot 8$

64) Der Erbe eines Grundbesitzes soll laut Testament seinem Bruder 24000 ℳ ausbezahlen und zwar 8000 ℳ nach 1 Jahre, 4000 ℳ nach 2 Jahren, 4000 ℳ nach 3 Jahren und den Rest nach 4 Jahren. Der letztere wünscht sein Erbteil in einer Summe zu erhalten. Wann müßte es ihm ausgezahlt werden?

65) Jemand hat 3000 ℳ nach 8 Monaten zu bezahlen, er trägt aber 1200 ℳ schon nach $3\frac{1}{2}$ Monaten ab. Wie lange darf er den Rest behalten, damit er keinen Nachteil hat?

Ausrechnung:

3000 ℳ bringen in 8 Mon. so viel Zinsen wie 24000 ℳ in 1 Mon.
1200 „ „ „ $3\frac{1}{2}$ „ „ „ „ „ 4200 „ „ 1 „
____
1800 ℳ bringen in ? Mon. so viel Zinsen wie 19800 ℳ in 1 Mon.

Ansatz: $\frac{19800}{1800} = 11$ Mon.

Algebraische Ausrechnung: Bezeichnet man die Monate mit x, so erhält man die Gleichung: $1800\,x + 1200 \cdot 3\frac{1}{2} = 3000 \cdot 8$

66) Jemand muß 2400 ℳ nach 9 Mon. bezahlen; er zahlt aber 600 ℳ nach 3 Mon. und 1200 ℳ nach 6 Mon. Wann muß er den Rest bezahlen?

67) Eine Schuld ist nach 1 Jahre fällig. Es wird dem Schuldner bewilligt, dieselbe in 4 gleichen Posten terminweise abzutragen. Wenn er nun den ersten Teil sogleich, den zweiten Teil nach 8 Mon. und den dritten Teil nach 1 J. 4 Mon. bezahlt, wann muß der letzte Posten bezahlt werden?

68) Jemand kauft ein Wohnhaus für 24000 ℳ mit der Bedingung, 10000 ℳ bar, 8000 ℳ nach 6 Mon. und den Rest nach 1 Jahre zu zahlen. Er zahlt 10000 ℳ bar und mit Einwilligung des Verkäufers 10000 ℳ nach 4 Mon. Wann hat er den Rest zu bezahlen?

Ausrechnung: Nach dem 1. Vertrage kann der Käufer die Zinsen beanspruchen

von 8000 ℳ auf 6 Mon. . . . . . . = 48000 ℳ auf 1 Mon.
„ 6000 „ „ 12 „ . . . . . . = 72000 „ „ 1 „
Sa. 120000 ℳ auf 1 Mon.

Er hat die Zinsen genossen
von 10000 ℳ auf 4 Mon. . . . . . . = 40000 „ „ 1 „
Er kann also die Zinsen noch genießen von 80000 ℳ auf 1 Mon.

Wie lange kann er daher den Rest von 4000 ℳ noch behalten?

Ansatz: $\frac{80000}{4000}$

Algebraische Ausrechnung:
$10000 \cdot 4 + 4000 \cdot x = 8000 \cdot 6 + 6000 \cdot 12$ (Siehe oben).

69) Jemand kauft eine Dampfdreschmaschine für 10000 ℳ. Die Kaufsumme soll in 4 gleichen Posten bezahlt werden, und zwar der erste Posten bar, die übrigen bezw. nach 4, 8 und 12 Monaten. Er bezahlt mit Genehmigung des Verkäufers 4000 ℳ bar, 2000 ℳ nach 4 Mon. und 2000 ℳ nach 8 Mon. Wann hat er den Rest zu bezahlen?

70) Nach einem Bauvertrage vom 1. März muß A. am 1. Mai 6000 ℳ, am 1. Juli 4000 ℳ, am 1. Sept. 8000 ℳ, am 1. Okt. 4000 ℳ und am 1. April des nächsten Jahres den Rest von 6000 ℳ bezahlen. Mit Genehmigung des Bauunternehmers zahlt A. am 1. April 4000 ℳ, am 1. Mai 2000 ℳ, am 1. Aug. 6000 ℳ, am 1. Sept. 4000 ℳ und am 1. Okt. 8000 ℳ. Wann muß er den Rest bezahlen?

XI. Abschnitt.

§ 1. Durchschnitts- und Mischungsrechnung.

1) Ein Bauunternehmer hat in den fünf Jahren 1889—1893 folgende Summen in seinem Geschäfte umgesetzt: 198423,60 ℳ, 187420,80 ℳ, 220324,60 ℳ, 178325,40 ℳ und 175316,80 ℳ. Wie viel hat er durchschnittlich in 1 Jahre umgesetzt?

2) Ein Bauunternehmer hat, um die Festigkeit eines Zements zu untersuchen, 6 gleiche Probekörper aus demselben hergestellt. Der Zement ist im Verhältnis von 1 : 3 mit Sand gemischt. Die Zugfestigkeit beträgt nach 1 Woche bei den 6 Probekörpern bezw. 11,8, 11,2, 10,8, 10,7, 10,6

und 10,1 kg pro qcm. Welche durchschnittliche Zugfestigkeit besitzt dieser Zement unter den angegebenen Umständen?

3) Vielfach verwendet man das Gas zum Kochen. Der tägliche Gasverbrauch zur Speisebereitung stellt sich für eine Familie von 3, 6 und 10 Personen auf bezw. 770, 1100 und 1600 l. Der Gaspreis beträgt in Berlin für 1 cbm 16 ₰, doch haben die städtischen Behörden beschlossen, für Gas, welches zu anderen Zwecken als zur Beleuchtung dient, eine Preisermäßigung von 20% eintreten zu lassen. Wie viel betragen in jedem der drei Fälle die Feuerungskosten für 1 Person pro Monat?

4) Im Jahre 1886 starben in Braunschweig bei einer Einwohnerzahl von 86179 = 2005, im Jahre 1887 bei einer Einwohnerzahl von 87656 = 1781, im Jahre 1888 bei einer Einwohnerzahl von 88821 = 2128. Welches ist die Sterblichkeitsziffer für Braunschweig in den drei genannten Jahren? (Die Zahl der Todesfälle wird allgemein auf 1000 Einwohner berechnet, das erhaltene Resultat nennt man die Sterblichkeitsziffer.)

5) In den drei genannten Jahren starben im Alter von 0—1 Jahr bezw. 682, 564 und 667; von 1—5 Jahr bezw. 291, 270 und 360; von 5—20 Jahr bezw. 120, 117 und 140, von 20—40 Jahr bezw. 254, 209 und 258, von 40—60 Jahr bezw. 277, 263 und 303 und über 60 Jahr bezw. 381, 358 und 400. Welche Sterblichkeitsziffer würde sich für jede Altersklasse ergeben, wenn die Todesfälle ebenfalls auf je 1000 der Gesamteinwohnerzahl bezogen würde?

6) In denselben drei Jahren starben in Braunschweig an der Lungenschwindsucht bezw. 301, 274 und 330, an Lungenentzündung, Bronchialkatarrh und andern Erkrankungen der Atmungsorgane bezw. 249, 267 und 289. Beziehe diese Todesfälle auf die Gesamttodesfälle derselben Jahre und drücke sie in Proz. aus. (Siehe Aufg. 78, Abschn. VIII.)

Bemerk. Es bietet sich dem Baufache die schöne Aufgabe, durch Einrichtung gesunder Wohnungen diese Krankheiten, die als die schlimmsten Würgengel der Menschheit zu bezeichnen sind, zu bekämpfen.

7) Die Ernte-Ergebnisse werden durch Verhältnis-Zahlen dargestellt. Die Zahl 100 wird als Mittelernte angenommen. Wie ist es demnach zu verstehen, wenn über die Ernte 1889 berichtet wurde:

	Weizen:	Roggen:	Gerste:	Hafer:
Preußen:	83	79	80	83.
Bayern:	105	90	100	110.

8) Bei einer Mittelernte werden in einem Lande 650000 t Weizen geerntet. Durch welche Verhältniszahl müßte das Ernteergebnis ausgedrückt werden, wenn in einem Jahre bei einer mit Weizen bebauten Fläche, die als Durchschnitt gilt, nur 520000 t geerntet wären?

9) Indien hat im Jahre 1888 = 7255000 t Weizen, im Jahre 1889 = 6510000 t geerntet. Stelle die Ernteergebnisse für jedes Jahr durch Verhältniszahlen dar, wenn eine Mittelernte zu 7200000 t angenommen wird?

10) Es sind drei gleiche Kapitalien ausgeliehen zu 4, $4^1/_2$ und 5%, welches ist der durchschnittliche oder mittlere Zinsfuß?

Ansatz: $\frac{4 + 4^1/_2 + 5}{3}$

11) Ein Maurermeister hat 100 Tonnen Zement à 7 ℳ, 100 Tonnen à 6,80 ℳ, 100 Tonnen à 6,60 ℳ und 100 Tonnen à 6,40 ℳ gekauft. Wie teuer hat er die Tonne im Durchschnitt gekauft?

12) Ein Zimmermeister hat 60 cbm Fichtenholz à 14,50 ℳ, 80 cbm à 12,50 ℳ und 100 cbm à 12 ℳ gekauft. Man erhält nicht den richtigen Durchschnittspreis für das gesamte Holz, wenn man die Summe der 3 Durchschnittspreise durch 3 dividiert; denn a. wie viel müßten bei diesem Durchschnittspreise die 240 cbm gekostet haben? b. Wie viel haben die 240 cbm in Wirklichkeit gekostet? c. Welcher wirkliche Durchschnittspreis ergiebt sich also, wenn diese Summe durch 240 dividiert würde?

13) Ein Müller mischt 6 Ztr Roggen à 6,60 ℳ und 5 Ztr à 6,75 ℳ. Wie viel kostet 1 Ztr der Mischung?

Ansatz: $\frac{6 . 6,60 + 5 . 6,75}{6 + 5}$

14) Ein Müller mischt 24 hl Roggen, wovon das hl 70,8 kg wiegt, mit 8 hl, wovon das hl 68,4 kg wiegt. Wie viel wiegt 1 hl des Gemisches.

15) Ein Maurermeister hat in einem Jahre Hintermauerungssteine zu folgenden Preisen gekauft: 240 mille à 22 ℳ, 180 mille à 24 ℳ und 300 mille à 21 ℳ. Wie teuer hat er 1 mille im Durchschnitt bezahlt?

Ansatz: $\frac{240 . 22 + 180 . 24 + 300 . 21}{240 + 180 + 300} = \frac{4 . 22 + 3 . 24 + 5 . 21}{4 + 3 + 5} =$

16) Zu einem Hause sind verwandt 5 mille Steine à 50,50 ℳ, 40 mille à 35 ℳ und 20 mille à 25,50 ℳ. Wie viel kostet 1 mille im Durchschnitt?

17) Ein Müller mischt 3 Sorten Mehl, nämlich 84 kg à 15 ₰, 96 kg à 16 ₰ und 120 kg à 18 ₰. Wie hoch kommt das kg der Mischung, wenn der Preis auf ganze Pfennige abgerundet wird?

18) Im Jahre 1891 haben nach dem Berliner Marktbericht die Rathenower Steine pro mille folgende Preise gehabt: In den 3 ersten Monaten 41 ℳ, in den folgenden 5 Monaten 39,50 ℳ, im Sept. 36,75 ℳ, im Okt. 35 ℳ, im Nov. 36 ℳ und im Dez. 40,50 ℳ. Ein Maurermeister hat zu diesen Preisen in den 3 ersten Monaten 52 mille, in den folgenden 5 Monaten 258 mille, im Sept. 84 mille, im Okt. 60 mille, im Nov. 30 mille und im Dez. 16 mille gekauft. Wie viel hat 1 mille im Durchschnitt gekostet?

19) A. hat 8000 ℳ zu 4%, 10000 ℳ zu $4\frac{1}{2}$%, und 6000 ℳ zu 5% p. a. belegt; wie viel Proz. hat er im Durchschnitt von seinem Vermögen?

20) A. hat 8000 ℳ zu 3%, 5000 ℳ zu $4\frac{1}{2}$%, 3600 ℳ zu 4%, 6600 ℳ zu $3\frac{1}{2}$% und 8200 ℳ zu 5% verliehen. Er verleiht sämtliche Kapitalien auf ein großes Grundstück, zu welchem Zinsfuße müßte dies geschehen, wenn sie jährlich dieselben Zinsen einbringen sollten?

21) A. hat in seinem Geschäfte an 1200 ℳ 7%, an 900 ℳ 12% und an 800 ℳ 5% verloren. Wie viel Proz. hat er im Durchschnitt an den 2900 ℳ verloren?

22) A. ist bei einer Aktienziegelei 3 Jahre mit 20000 ℳ Aktienkapital beteiligt gewesen und hat jedes Jahr 6% Dividende erhalten; die beiden folgenden Jahre ist er jedoch nur mit 12000 ℳ beteiligt gewesen und hat jedes Jahr 8% Dividende erhalten. Wie viel Proz. Dividende hat er während dieser 5 Jahre durchschnittlich jährlich erhalten?

23) Zum Oberbelag des Fahrweges auf der festen Rheinbrücke bei Köln, 2320 qm haltend, sind in den vier Jahren 1873 bis inkl. 1876 zur

Unterhaltung beschafft an eichenen Oberbelagbohlen 3960 qm. In den Jahren 1877 bis 1. April 1881 sind zur Unterhaltung der Fahrbahn an Buchenbohlen in gleichen Abmessungen 3185 qm beschafft. Welche Durchschnittszeit ergiebt sich für die Dauer des Belags in jedem der beiden Fälle?

Ansatz für den 1. Fall: $\frac{2320 . 4}{3960}$

24) Ein Dachdeckermeister hatte für eine Eisenbahngesellschaft 10 Jahre die Reparaturen der Pappdächer besorgt, 6 Jahre betrug die gesamte Dachfläche 12804 qm und er hatte in den einzelnen Jahren bezw. 567 *M*, 481 *M*, 180 *M*, 726 *M*, 449 *M* und 549 *M* erhalten; 2 Jahre betrug die gesamte Dachfläche 12500 qm und er hatte 526 *M* und 464 *M* erhalten; in den beiden letzten Jahren betrug die gesamte Dachfläche 10600 qm und er hatte 326 *M* und 396 *M* erhalten. Von jetzt ab soll er die Reparaturen in Akkord übernehmen und zwar das Quadratmeter zu dem Preise, der sich als Durchschnittspreis aus den vorangehenden 10 Jahren ergiebt. Welches ist der jährliche Durchschnittspreis für 1 qm?

25) In einem periodischen Ziegelofen erhält man durchschnittlich 70% Steine 1. Kl., 20% 2. Kl. und 10% 3. Kl., die Verkaufspreise waren bezw. 27 *M*, 22 *M* und 14 *M* pro mille. Welches ist demnach der für den Brand erzielte Durchschnittspreis pro mille?

26) In einem Ringofen erhält man durchschnittlich 90% 1. Kl. und 10% 2. Kl. Welches ist hier bei denselben Preisen der erzielte Durchschnittspreis pro mille?

27) Bei drei Neubauten ist zu dem Fundamentmauerwerk verwandt an Material:

	Mauerinhalt:	Bruchsteine:	Zement:	Kalk:	Sand:
a.	17,0 cbm	22,10 cbm	340 l	20,4 hl	4,76 cbm
b.	28,4 „	38,34 „	625 l	38,0 „	7,5 „
c.	35,0 „	45,5 „	805 l	48,3 „	10,5 „

a. Berechne den Durchschnitt an Material pro cbm Mauerwerk in jedem der drei Fälle. b. Welche Resultate würde man erhalten, wenn der gesamte Materialverbrauch auf das gesamte Mauerwerk bezogen würde?

Bemerk. Der größere Materialverbrauch in den beiden letzten Fällen hat den Meister zu einer näheren Untersuchung veranlaßt, und es hat sich herausgestellt, daß der Mehrverbrauch im zweiten Falle an dem schlechten Steinmaterial und im dritten Falle an den Arbeitern liegt.

28) Ein Bauunternehmer hat zu Betonmauern verwandt von:

a. 18,4 cbm	Inhalt	23,92 cbm	Betonmasse
b. 23,0 „	„	31,05 „	„
c. 44,5 „	„	59,63 „	„

a. Wie viel cbm Betonmasse ist im Durchschnitt zu 1 cbm Mauer verwandt? b. Wie viel Proz. Aufschlag ist bei der Berechnung der Betonmasse zu einer Mauer demnach zu rechnen? c. Wie viel Proz. beträgt der Volumenverlust durch das Einstampfen der Betonmasse?

29) Um festzustellen, welche Dauer Eisenbahnschienen aus verschiedenen Materialien unter gleichen Verhältnissen haben, wurde zu beiden Seiten des Bahnhofes Oberhausen der Köln-Mindener Bahn eine Versuchsstrecke gelegt. Es wurden gelegt 150 Feinkorn-Schienen, 150 eiserne zementierte Schienen, 24 Puddelstahlschienen und 450 Bessemerstahlschienen. Nach 13jähriger starker Benutzung der Probestrecke wurden von den vier Sorten

bezw. 121, 102, 8 und 18 Stück ausgewechselt. a. Wie viel Proz. betrugen die ausgewechselten von den verlegten Schienen in jedem einzelnen Falle? b. Angenommen, es wären in den ersten 5 Jahren keine Schiene, aber in den letzten 8 Jahren jedes Jahr durchschnittlich dieselbe Anzahl ausgewechselt; welche Durchschnittsdauer würde sich dann für jede Sorte der ausgewechselten Schienen ergeben?

30) Von 250 nicht imprägnierten eichenen Eisenbahnschwellen wurden 6 nach 5, 8 nach 6, 9 nach 7, 12 nach 8, 14 nach 9, 8 nach 10, 16 nach 11, 20 nach 12, 8 nach 13, 25 nach 14, 30 nach 15, 60 nach 16, 16 nach 17 und der Rest nach 18 Jahren ausgewechselt. Berechne die mittlere Dauer einer Schwelle.

31) Von 250 imprägnierten eichenen Eisenbahnschwellen wurden 8 nach 8, 6 nach 9, 14 nach 10, 19 nach 11, 12 nach 13, 15 nach 14, 24 nach 15, 18 nach 16, 20 nach 18, 40 nach 20, 30 nach 22, 5 nach 24, 4 nach 25, 9 nach 26 und der Rest nach 27 Jahren ausgewechselt. Berechne die mittlere Dauer einer Schwelle.

32) Mitglieder des deutschen Techniker-Vereins haben eine Sterbekasse gegründet. Bei einer derartigen Kasse bildet das Lebensalter der Beteiligten einen Hauptfaktor bei den erforderlichen Kalkulationen. Im Jahre 1892 gehörten nach dem Rechenschaftsberichte dieser Kasse 2802 Mitglieder an und zwar 23, deren Durchschnittsalter 18 Jahre betrug, ferner 1493, 929, 268, 70 und 14 Mitglieder, deren Durchschnittsalter bezw. 23, $32\frac{1}{2}$, 42, 52 und 62 Jahre betrug. Welches Durchschnittsalter hatten sämtliche Mitglieder 1892?

33) Die Sterblichkeits-Beobachtungen des Pester statistischen Bureaus erstrecken sich auf 4 Jahre und auf 45577 Todesfälle. Die Verstorbenen, die nur ein Alter von 5 Jahren und darunter erreicht haben, sind dabei ausgeschlossen. Es sind zur näheren Beurteilung die Wohnungen in 4 Klassen geteilt und zwar in solche erster Klasse mit höchstens 2 Bewohnern, zweiter Klasse mit 3—5, dritter Klasse mit 6—10 und vierter Klasse mit mehr als 10 Personen pro Zimmer. Das Durchschnittsalter der 1. bis 4. Wohnungsklasse hat bezw. betragen 47,16; 39,51; 37,10 und 32,03 Jahre. Welches Durchschnittsalter würde sich für die sämtliche Verstorbene ergeben, wenn sich die Anzahl der Bewohner der vier Wohnungsklassen wie 2 : 5 : 3 : 1 verhielte?

34) Unsere Goldmünzen bestehen aus einer Mischung von 9 Teilen Gold und 1 Teile Kupfer und die Silbermünzen aus einer Mischung von 9 Teilen Silber und 1 Teile Kupfer. Welches ist das spez. Gew. derselben, wenn das spez. Gew. des Goldes 19,26, des Silbers 10,47 und des Kupfers 8,95 ist?

Ansatz: $\frac{9 \,.\, 19{,}26 + 1 \,.\, 8{,}95}{10}$

35) Eine Statue aus Bronze wiegt 1000 kg. Es sind dazu verwandt 930 kg Kupfer, 40 kg Zinn, 10 kg Zink und 20 kg Blei. Welches ist das spez. Gew. der Bronze, wenn das spez. Gew. des Kupfers 8,95, des Zinns 7,3, des Zinks 6,9 und des Bleies 11,4 ist?

36) Bronze für kleine Maschinenteile wird bereitet aus 9 Teilen Kupfer und 1 Teil Zinn. Wie viel Metall von jeder Sorte ist zu 350 kg Bronze erforderlich?

37) Bronze für Räder, in die Zähne geschnitten werden sollen, wird bereitet aus 91,3 Teilen Kupfer und 8,7 Teilen Zinn. Wie viel Metall von jeder Sorte ist zu 87 kg Bronze erforderlich?

38) Eine Legierung Kupfer, Nickel und Zinn in dem Verhältnis von 2 : 1 : 1 eignet sich gut für Zapfenlager. Wie viel von jeder Metallsorte ist zu 125 kg erforderlich?

39) Man erhält guten Holzkitt, wenn man 8 Teile Tischlerleim mit 32 Teilen Wasser zu starkem Leim kocht, dann $4^1/_2$ Teile Leinölfirnis durch ein 2—3 Min. langes Rühren während des Weiterkochens dazu mengt. Wie viel Wasser und Leinölfirnis sind erforderlich gewesen, wenn zu einer Quantität Kitt 124 g Tischlerleim verwandt sind?

40) Jemand mischt 60 kg einer Ware, von der 1 kg 1,40 ℳ kostet, mit 30 kg einer geringeren Sorte und nun kommt 1 kg des Gemisches auf 1,30 ℳ. Wie viel kostet 1 kg der zweiten Sorte?

Ausrechnung: $\frac{90 \,.\, 1{,}30 - 60 \,.\, 1{,}40}{30} = 3 \,.\, 1{,}30 - 2 \,.\, 1{,}40 = 1{,}10$ ℳ.

Erklärung: Wenn man von dem Gesamtpreise für die 90 kg den Preis für die 60 kg der ersten Sorte subtrahiert, so bleibt der Preis für die 30 kg der anderen Sorte übrig.

Oder: $60 \,.\, 1{,}4 + 30 \,.\, x = 90 \,.\, 1{,}30$.

Erklärung: x ist der Preis für die zweite Sorte.

41) Zu einem Hause sind 120 mille Backsteine 1. und 2. Sorte verwandt. 1 mille hat im Durchschnitt 20,625 ℳ gekostet. Wie viel hat 1 mille von der 2. Sorte gekostet, wenn von der 1. Sorte 70 mille à 22,50 ℳ verwandt sind?

42) Ein Holzhändler hat 380 Rüstbäume gekauft. Es hat das Stück im Durchschnitt 2,50 ℳ gekostet. Der Preis betrug für 100 Stück à 1,98 ℳ und für 160 Stück à 2,60 ℳ. Wie viel hat 1 Stück des Restes gekostet?

43) Ein Ziegeleibesitzer liefert einem Maurermeister 1. und 2. Sorte Steine im Durchschnitt zu 23,75 ℳ. Er hat 120 mille der ersten Sorte à 24,50 ℳ geliefert. Wie viel mille der 2. Sorte à 21,5 ℳ muß er nachliefern?

Ansatz: $\frac{120 \,.\, 0{,}75}{2{,}25}$

Erklärung: 1 mille der 1. Sorte kostet 0,75 ℳ über den Durchschnitt, 120 mille also = 120 . 0,95 ℳ. 1 mille der 2. Sorte kostet 2,25 ℳ unter dem Durchschnitt usw.

Oder: $(120 + x) \,.\, 23{,}75 = 120 \,.\, 24{,}50 + x \,.\, 21{,}5$.

Erklärung: x = Anzahl mille der 2. Sorte.

44) Die Temperatur eines Zimmers, das 6,20 m lang, 5,40 m tief und 3,80 m hoch ist, betrug im Durchschnitt 24° C., durch Hinzuströmen von Luft von 2° C. sinkt die Temperatur der Luft auf 15° C. Wie viel cbm Luft sind hinzugeströmt?

45) In einem Schulzimmer von 8,4 m Länge, 6,50 m Tiefe und 4,20 m Höhe enthielt am Schlusse einer Unterrichtsstunde die Luft 0,112 % Kohlensäure. Nach einer 10 Min. langen Pause war so viel frische Luft, die 0,04 % Kohlensäure enthält, hinzugetreten, daß der Kohlensäuregehalt der Stubenluft nur noch 0,06 % betrug. Wie viel cbm frische Luft war hinzugetreten?

46) Bei gut ventilierten Räumen gestattet man nur 0,07% Kohlensäure. Wie viel cbm frische Luft von 0,04% Kohlensäure müßte nach Aufg. 71, Abschn. VIII, hinzutreten, wenn dieser Kohlensäuregehalt nicht überschritten werden sollte?

Ansatz: $120 . 0{,}7 + x . 0{,}4 = 120 . 0{,}4 + 4 . 10 . 44 . 0{,}62$.

Erklärung: Hat Luft 0,07% Kohlensäure, so enthalten 100 l = 0,07 l, also 1 cbm oder 1000 l = 10 . 0,07 l = 0,7 l; x = Anzahl cbm frischer Luft à 0,4 l Kohlensäure.

47) Wie viel cbm frische Luft müßte nach Aufg. 72, Abschn. VIII, hinzutreten?

48) Von zwei Mehlsorten kostet das kg der einen 20 Pf. und 1 kg der andern Sorte 24 Pf. In welchem Verhältnisse müssen die beiden Sorten gemischt werden, wenn 1 kg der Mischung 21 Pf. kosten soll?

Ausrechnung: $\left.\begin{matrix}20\\24\end{matrix}\right\} 21 \begin{matrix}+1\\-3\end{matrix}$. Wenn das Verhältnis 1 : 3 umgekehrt wird, so gleichen sich Gewinn und Schaden aus.

49) Wie viel kg von jeder Sorte ist nach voriger Aufg. zu einer Mischung von 100 kg zu nehmen?

50) Ein Müller will 20 t Roggen aus zwei Sorten à 50 kg zu 8,20 *M* und 7,70 *M* mischen, sodaß der Durchschnittspreis à 50 kg 8 *M* beträgt, wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

51) Ein Landwirt will 100 hl Roggen so mischen, daß 1 hl 69,6 kg wiegt. Er verwendet dazu zwei Sorten, deren Gewicht 70,8 und 68,8 kg beträgt. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

52) Ein Zimmermeister hat 91 Festmeter Fichtenholz zum Durchschnittspreis von 18,50 *M* auf zwei öffentlichen Auktionen gekauft. Das auf der einen Auktion gekaufte Holz hat im Durchschnitt 19,34 *M* und das auf der andern im Durchschnitt 17,78 *M* gekostet. Wie viel Holz hat er auf jeder Auktion gekauft?

53) Ein Müller hat 100 kg Mehl à 20 ₰, 80 kg à 22 ₰ mit 160 kg einer dritten Sorte gemischt und nun kostet das kg 18 ₰. Wie viel kostet 1 kg der dritten Sorte?

Ansatz: $18 - \frac{2 . 100 + 4 . 80}{160} =$

Oder: $20 . 100 + 22 . 80 + 160\,x = 18 . 340$.

54) Ein Holzhändler hat 380 Rüstbäume gekauft und zwar das Stück im Durchschnitt zu 2,50 *M*. Die Preise betrugen für 100 Stück à 1,98 *M* und für 160 Stück à 2,60 *M*. Wie viel hat 1 Stück des Restes gekostet?

55) Jemand will 68,25 kg Ware aus drei Sorten mischen, sodaß das kg des Gemisches 1,10 *M* kostet. Die drei Sorten kosten à kg bezw. 0,80 *M*, 0,95 *M* und 1,20 *M*. Wie viel kg muß er von jeder Sorte nehmen, wenn er a. von den beiden ersten Sorten ein gleiches Quantum, b. von der ersten Sorte doppelt so viel als von der zweiten Sorte und c. von der zweiten Sorte doppelt so viel als von der ersten Sorte nehmen will?

Ausrechnung für a: $\left.\begin{matrix}80\\95\\120\end{matrix}\right\} 110 \begin{matrix}+30\\+15\\+45\\-10\end{matrix} \left|\begin{matrix}10 & & 2\\10 & \text{oder} & 2\\45 & & 9\end{matrix}\right.$ Verhältnis der 3 Sorten also wie 2 : 2 : 9.

56) Es ist durch die Erfahrung bestätigt, daß Mehl von 9% Klebergehalt die erforderliche Backfähigkeit besitzt. Da es aber Weizensorten giebt, die weniger, und andere, die mehr Klebergehalt haben, so muß der Müller, um ein backfähiges Mehl herzustellen, verschiedene Sorten Mehl mischen. Angenommen, er hätte drei Sorten Weizenmehl, die bezw. einen Klebergehalt von 6,75, 8,25 und 11,25% haben und er wollte 1000 kg von 9% Klebergehalt herstellen, wie viel Mehl müßte er nehmen a. von der ersten und dritten Sorte? b. von der zweiten und dritten Sorte? c. von allen drei Sorten, wenn er von den beiden ersten Sorten ein gleiches Quantum nehmen will? d. von allen drei Sorten, wenn sich das Quantum der ersten zur zweiten Sorte wie 1 : 2, oder wie 2 : 1 verhalten soll? e. von der ersten und dritten Sorte, wenn er von der zweiten Sorte nur 100 kg nehmen will?

§ 2. Berechnungen über Mörtel, Beton usw.

Bemerk. Der Bedarf an Material zu den verschiedenen Mörtelarten, Beton usw. wird in verschiedenen Büchern sehr verschieden angegeben. Es hängt freilich das Resultat sehr von der Beschaffenheit der verschiedenen Materialien ab; doch will es scheinen, als ob in verschiedenen Büchern die Angaben allzusehr nur Annäherungswerte sind und darum für den Meister, der genau rechnet, bei seinen Kalkulationen nicht als Maßstab dienen können. Da bei dem großen Verbrauch dieser Materialien die vorliegende Sache für den Meister nicht ohne Bedeutung ist, so muß er derselben seine volle Aufmerksamkeit schenken und den Materialverbrauch sowohl bei der Mischung, als auch den Verbrauch bei Bauausführungen zu ermitteln suchen. Ein kleines Werk von Castner, der Zement, aus dem einige der nachstehenden Angaben entnommen sind, ist Baugewerkmeistern zu empfehlen.

57) Es wurde 1 l Portlandzement in lose aufgeschüttetem Zustande gewogen und es ergab sich das Gewicht von 1,28 kg. a. Wie viel wiegt demnach 1 cbm? b. In den Handel kommt der Zement in Tonnen von 170 kg netto. Wie viel Tonnen gehen demnach auf 1 cbm Zement in lose aufgeschüttetem Zustande?

58) Eine Tonne Zement hält ca. 125 l in fester Verpackung. Wie viel wiegt demnach 1 l Zement in fester Verpackung?

59) 1 kg Portlandzement wurde mit 29% Wasser gemischt und ergab 635 cbcm oder 0,635 l starre Masse. Wie viel kg Zement ist demnach zu 1 cbm starrer Masse erforderlich?

Ansatz: $\frac{1000}{0{,}635}$

60) Welchen Raum füllt 1 kg Zement nach voriger Aufg. voll aus? (Subtrahiere von der starren Masse den Raum, den der Wasserzusatz einnimmt.)

61) Welches ist demnach das spez. Gewicht des Portlandzements? (Dividiere 1 durch den Raum, den 1 kg voll ausfüllt.)

62) 1 kg rundlicher feiner Sand füllt 0,7 l. Nachdem so viel Wasser hinzugeschüttet war, als der Sand aufzunehmen vermochte, wog die 0,7 l füllende Masse 1,313 kg. a. Wie viel betrugen demnach die Hohlräume des Sandes? b. Welchen Raum füllt 1 kg Sand vollständig aus? c. Welches ist daher das spez. Gewicht des Sandes?

63) 1 kg scharfer grober Sand (Grand) nimmt einen Vollraum von 0,388 l, Kies von Linsen- bis Bohnengröße 0,377 l und Ziegelsteinschlag in wassergesättigtem Zustande 0,525 l ein. Welches ist das spez. Gewicht dieser Materialien?

64) Es enthält 1 cbm Sand in dichtest gelagertem Zustande 297 l Hohlräume. Wie viel Portlandzement mit 29 % Wasserzusatz ist nach Aufg. 59 erforderlich, um diese Hohlräume auszufüllen.

Ansatz: $\frac{297}{0{,}635}$

65) Nach den Angaben eines Fachmannes geben 1 Teil Kalk und 2 Teile Sand 2 Teile Mörtel und 1 Teil Kalk und 3 Teile Sand 3 Teile Mörtel. a. Wie viel Proz. Volumen haben die gemischten Materialien mehr, als das Volumen des Mörtels? b. Wie viel Proz. beträgt der Volumenverlust?

66) Nach den Angaben eines andern Fachmanns erfordert 1 hl Mörtel bei einer Mischung von 1 Teil Kalk auf 2 Teile Sand 0,40 hl gelöschten Kalk und 0,80 hl = 0,08 cbm Sand und bei 1 Teil Kalk auf 3 Teile Sand 0,30 hl gelöschten Kalk und 0,90 hl Sand. Beantworte die beiden Fragen der vorigen Aufgabe.

67) Wie teuer würde das Material für 1 cbm Mörtel nach den Angaben der beiden vorstehenden Aufg. kommen, wenn 1 hl gelöschter Kalk zu 1,80 ℳ und 1 cbm Sand zu 3 ℳ gerechnet wird?

68) Nach Angaben eines Fachmanns sind pro hl Zementmörtel bei einer Mischung von 1 Teil Zement auf 3 Teile Sand 0,30 hl Zement und 0,09 cbm Sand, bei einer Mischung von 1 Teil Zement auf 4 Teile Sand 0,25 hl und 0,10 cbm Sand erforderlich. Nach den Angaben eines andern Fachmanns geben 1 hl Zement und 0,30 cbm Sand 0,3714 cbm und 1 hl Zement und 0,40 cbm Sand 0,470 cbm Mörtel. Wie teuer würde 1 cbm Zementmörtel nach diesen Angaben kommen, wenn 1 hl Zement zu 5 ℳ und 1 cbm Sand zu 3 ℳ gerechnet wird? (Der Bedarf an Zement ist in loser Masse angegeben.)

69) Wie viel Material ist für 43,4 cbm verlängerten Zementmörtel erforderlich: a. bei einer Mischung von 1 Teil Zement, 2 Teilen Kalk und 6 Teilen Sand, wenn 1 hl Mörtel 0,14 hl Zement erfordert? b. bei einer Mischung von 1 Teil Zement, 2 Teilen Kalk und 8 Teilen Sand, wenn 1 hl Mörtel 0,12 hl Zement erfordert?

70) Es wurden in einer rechteckigen Mörtelpfanne von 1,55 m Länge und 1 m Breite 125 l Zement und 0,375 cbm Sand zu Mörtel verarbeitet, die Durchschnittshöhe des Mörtels in der Pfanne betrug 22 cm. a. Wie viel Mörtel erhielt man bei diesem Mischungsverhältnisse aus 1 hl Zement? b. Wie viel Material erforderte 1 hl Mörtel?

71) Bei verlängertem Zementmörtel sind Zement, Kalk und Sand in dem Verhältnis wie 1 : 2 : 6 gemischt. An Kalk ist 1 hl verwandt und die Durchschnittshöhe des Mörtels betrug in der Mörtelpfanne der vorstehenden Aufg. 23 cm. a. Wie viel Mörtel erhält man aus 1 hl Zement? b. Wie viel Material erfordert 1 cbm Mörtel?

Bemerk. Ein Fachmann hat, um den Materialbedarf für Zementmörtel möglichst genau zu ermitteln, nach Volumengewicht Zement und Sand mit einem entsprechenden Zusatz von Wasser zu Mörtel angemacht, aus der Mörtelmasse einen Würfel hergestellt und alsdann den Würfel mit dem Hammer in der üblichen Weise zu einer festen Masse geschlagen. Durch genaue Feststellung des Materialbedarfs und der Größe des Würfels hat er festgestellt, wie viel Portlandzement, mit grobem Sand (Grand) gemischt, zu 1 cbm fest eingestampftem Portlandzementmörtel erforderlich ist. In nachstehender Tabelle sind einige Ergebnisse zusammengestellt.

72) 1 cbm fest eingestampfter Mörtel erfordert an Portlandzement und Sand:

Raum-mischung	Mischung nach Raumteilen		Mischung nach Gewichtsteilen		Trockengewicht an Zement u. Sand	Anzahl der	
	Zement cbm	Sand cbm	Zement kg	Sand kg	kg	Vollräume in cbm	Hohlräume in l
Zement : Sand							
1 : 1	0,738	0,738	945	1010	1955	0,992	8
1 : 2	0,523						
1 : 3	0,397						
1 : 4	0,313						
1 : 5	0,259						

Fülle diese Tabelle, wie bei dem ersten Mischungsverhältnisse geschehen ist, aus. 1 cbm Portlandzement wiegt in lose aufgeschüttetem Zustande 1280 kg, 1 cbm grubenfeuchter grober scharfer Sand 1368 kg.

Bemerk. Um die Vollräume der festen Mörtelmasse zu berechnen, dividiere die Gewichtsteile des Zements wie des Sandes durch das spez. Gew. derselben, addiere zu der Summe der beiden Quotienten 29 % von den Gewichtsteilen Zement als Wasserzusatz, also: $\frac{945}{2,9} + \frac{1010}{2,58} + \frac{945 \cdot 29}{100} =$ rd. 992 l oder 0,992 cbm. Es sind also 8 l Hohlräume vorhanden.

Oder: 945 kg Zement geben mit 29 % Wasserzusatz
945 . 0,635 l Vollraum = 600 l
1010 „ Sand „ 1010 . 0,388 l „ = 392 l
Sa. 992 l.

(Siehe Aufg. 59 und 63.)

73) Fertige eine ähnliche Tabelle wie die vorstehende an. Die Mörtelmischung soll aus Portlandzement mit feinerem Sande hergestellt werden. Das Gewicht des Zementes wie vorhin und das Gewicht des Sandes 1318 kg pro cbm. Bei einer Raummischung von 1 : 1, 1 : 2 und 1 : 3 sind bezw. 0,736; 0,513 und 0,391 cbm Zement zu 1 cbm fest eingestampftem Mörtel erforderlich.

74) Wie viel beträgt nach der Tabelle unter Aufg. 72 das erforderliche Quantum Zement und Sand für 1 qm 0,015 m starken Zementputz bei einer Mischung von 1 : 3?

75) Für Ziegelmauerwerk werden gewöhnlich 400 Ziegelsteine (Normalformats) für 1 cbm Mauerwerk veranschlagt; die Anzahl der wirklich verbrauchten Ziegelsteine beträgt erfahrungsmäßig gewöhnlich nur 380—385 Stück, also im Mittel 382,5 Stück. Wie viel Raum nehmen diese ein und wie viel Raum ist demnach durch Mörtel auszufüllen?

76) Wie viel Zement und Sand wäre bei dem nach voriger Aufg. berechneten Mörtelraume nach der Tabelle unter Aufg. 72 zu 1 cbm Ziegelsteinmauerwerk erforderlich, wenn zu demselben Zementmörtel verwandt würde und das Mischungsverhältnis 1 : 2 ist?

77) Für den zu 1 cbm Ziegelsteinmauerwerk erforderlichen Mörtel werden allgemein 120 l gelöschten Kalk und 240 l Sand veranschlagt. a. Wie viel Mörtel ist also nach Aufg. 66 zu 1 cbm Mauerwerk erforderlich? b. Wie viel Proz. Volumenverlust ergiebt sich bei dem Mörtel, wenn angenommen wird, daß der vorhin berechnete Mörtelraum voll ausgefüllt würde und ein etwaiger Mörtelverlust unberücksichtigt bleibt?

78) Zement, besonders magerer, liefert mit einem hohen Sandzusatz einen Mörtel, der zu wenig Adhäsion am Steine besitzt, oder der zu kurz ist, der sich also besonders zum Verputzen nicht eignet. Ein Fachmann hat durch viele Versuche festgestellt, daß Mörtel aus 1 Teil Zement und 3 Teilen Sand, oder aus 1 Teil Zement, 7 Teilen Sand und 1 Teil Kalkbrei dieselbe Adhäsion haben. Um zu sehen, ob durch Zuschlag von Kalkbrei ein ökonomischer Nutzen erzielt wird, berechne: Wie viel kostet 1 cbm Mörtel, wenn a. 100 l Zement und 300 l Sand 371 l Mörtel, b. 100 l Zement, 700 l Sand und 100 l Kalkbrei 795 l Mörtel geben? Es sind 100 l Zement zu 5 ℳ, 100 l Kalkbrei zu 1,80 und 1 cbm Sand zu 3 ℳ zu rechnen.

79) Ein Fachmann hat den Materialbedarf für Konkretmischungen aus Zement, Sand und Kies, letzterer von Linsen- bis Bohnengröße, in derselben Weise, wie bei der Mörtelmischung angegeben ist, ermittelt. In nachstehender Tabelle sind einige Ergebnisse der Untersuchungen angegeben. Fülle darnach die Tabelle aus. 1 cbm feste Konkretmasse erfordert:

Raummischung	Mischung nach Raumteilen			Mischung nach Gewichtsteilen			Gesamtgewicht der Materialien	Anzahl der	
	Zem. cbm	Sand cbm	Kies cbm	Zem. kg	Sand kg	Kies kg	kg	Vollräume cbm	Hohlräume l
Z. S. K. 1 : 2 : 3	0,274								
Z. S. K. 1 : 5 : 7	0,234								

1 cbm Portlandzement wiegt 1280 kg, 1 cbm scharfer grober Sand 1368 kg und 1 cbm Kies 1375 kg. Wasserzusatz 29 % vom Zementgewicht. Bei Berechnung des Vollraums siehe Aufg. 72.

Bemerk. Die Mischung, welche die wenigsten Hohlräume hat, ist die festeste.

80) Es soll ein Fußboden von 8,50 m Länge, 6,40 m Breite und 12 cm Stärke aus Konkretmasse hergestellt werden und derselbe soll mit Zementmörtel 10 mm stark wagerecht überzogen werden. Berechne die Materialien zu diesem Fußboden, wenn die Konkretmasse a. nach der einen, b. nach der andern der vorstehenden Mischungen hergestellt und in beiden Fällen zu dem Zementmörtel 1 Teil Zement und 2 Teile Sand verwandt wird.

Bemerk. Bei Betonmischungen spielt der Materialbedarf an Zement die Hauptrolle, das Material an Steinschlag, Kohlenasche usw. ist häufig so billig, daß es kaum in Frage kommt. Es ist an Zementmörtel so viel Masse erforderlich, um die Hohlräume jener Materialien auszufüllen.

81) Wenn nun nach den Angaben eines Fachmanns 1 cbm Steinschlag 0,475 cbm Hohlraum hat und wenn 20 % Mörtel mehr zu einem festen

Beton erforderlich ist, weil wegen der eckigen und kantigen Beschaffenheit des Steinschlages die gleichmäßige Verbreitung des Mörtels zwischen allen Berührungsflächen sehr erschwert ist; wie viel cbm Mörtel wäre demnach zur Ausfüllung dieses Hohlraumes erforderlich?

Ansatz: $0{,}475\ \text{cbm} + \frac{0{,}475\ .\ 20}{100}\ \text{cbm}$

82) Wie viel Raumteile Zement und Sand ist demnach zu 1 cbm festen Beton, der aus Zement, Sand und Steinschlag hergestellt wird, nach der Tabelle unter Aufg. 72 erforderlich, wenn Zement und Sand in dem Verhältnis von 1 : 1, 1 : 2, 1 : 3, 1 : 4 und 1 : 5 gemischt wird?

83) Berechne das Gewicht des nach voriger Aufgabe erforderlichen Zements. 1 cbm Zement = 1280 kg. Stelle die nach dieser und der vorigen Aufg. ermittelten Resultate in einer Tabelle zusammen.

84) Nach den Angaben eines andern Fachmanns ist zu 1 cbm losen Zementbeton erforderlich, wenn Zement, Sand und Steinschlag in dem Verhältnis wie 1 : 3 : 6 gemischt sind: 0,15 cbm Z., 0,45 cbm S. und 0,9 cbm Stschl. Wie viel kg Zement ist nach dieser Angabe zu 1 cbm loser Betonmasse erforderlich, wenn pro cbm Zement 8 Tonnen à 170 kg gerechnet werden?

85) Es soll eine Mauer aus Zementbeton nach vorstehender Mischung hergestellt werden. Die Mauer ist 25,60 m lang, 1,80 m hoch und 0,30 m dick. Berechne den Materialbedarf zu der Mauer, wenn a. 30 % Betonmasse infolge des Einstampfens derselben mehr, als der Kubikinhalt der Mauer beträgt, erforderlich ist und b. die Mauer mit einem 10 mm starken Zementputz übersetzt werden soll. Zu dem Zementmörtel soll 1 Teil Zement und 2 Teile Sand verwandt werden. Siehe Tabelle unter Aufg. 72.

86) Nach Angaben eines Fachmanns sind zu einem 13,80 qm haltenden Gewölbe $2^1/_2$ Tonne Zement, 0,75 cbm Sand und 1,5 cbm Bruchsteinstücken verwandt. Diese Materialien ergaben, nachdem sie gehörig zusammengerammt und geklopft waren, 1,70 cbm Gewölbemasse. Wie viel Proz. beträgt der Volumenverlust? Eine Tonne ist zu 150 l loser Masse gerechnet.

Ausrechnung: Volumenverlust = 2,63 — 1,70 = 0,93

In Proz. ausgedrückt: $\frac{0{,}93\ .\ 100}{2{,}63}$

87) Wie viel Proz. betrug nach voriger Aufg. die lose Masse mehr als die comprimierte?

Ansatz: $\frac{0{,}93\ .\ 100}{1{,}70}$

88) Wenn die Scheitelstärke eines Gewölbes 12 cm betragen soll und der Volumenverlust der losen Betonmasse infolge des Einstampfens derselben 25 % beträgt; wie hoch muß dann die lose Betonmasse aufgetragen werden?

89) Wie viel Proz. hat nach voriger Aufg. die lose Betonmasse mehr als die comprimierte? Siehe Aufg. 116, Abschn. VII.

90) Reiner Zement ist stärker, d. h. er hat größere Zug- und Druckfestigkeit als irgend eine Mischung desselben mit Sand. Wenn Zement

mit dem gleichen Volumen Sand gemischt ist, beträgt die Druckfestigkeit der Mischung nach Jahresfrist nur 75 % von der des reinen Zements, mit 2 Teilen Sand desgl. 50 %, mit 3 Teilen Sand 33 %, mit 4 Teilen Sand 25 %, mit 5 Teilen Sand 17 %, mit 6 Teilen Sand 14 %. Von einem Fachmanne sind 6 verschiedene Zemente geprüft. Die Druckfestigkeit betrug nach 1 Jahre wie nachstehend angeben ist. Fülle darnach folgende Tabelle aus.

	Mischungsverhältnis von Zement u. Sand						
	1:0	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5	1:6
	Druckfestigkeit in kg pro qcm						
1. Zementsorte	240	180	120	80	60	41	34
2. "	360						
3. "	420						
4. "	480						
5. "	600						
6. "	700						

91) In welchem Verhältnisse könnten vorstehende Zementsorten mit Sand gemischt werden, wenn ein Mörtel von 120 kg Druckfestigkeit hergestellt werden sollte?

92) Wie viel kostet 1 cbm Mörtel dieser Druckfestigkeit, wenn er aus der einen oder anderen der 6 Zementsorten hergestellt würde und

100 l Zement,	100 l Sand	166,7 l Mörtel	geben?
100 " "	200 " "	266,4 "	" "
100 " "	300 " "	371,4 "	" "
100 " "	350 " "	413,0 "	" "
100 " "	400 " "	470,0 "	" "
100 " "	500 " "	569,9 "	" "
100 " "	600 " "	669,2 "	" "

Der Preis für 150 l Zement soll zu 6,50 ℳ und für 1 cbm Sand zu 3 ℳ angenommen werden.

93) Welches ist der Wert-Koefficient jener 6 Zementsorten, wenn derselbe a. nach der ermittelten Druckfestigkeit, b. nach dem erforderlichen Quantum zu 1 cbm Mörtel, c. nach dem Preise für 1 cbm Mörtel bestimmt würde? Die Verhältniszahl für die beste Zementsorte werde zu 100 angenommen.

94) Wie teuer müßte eine Tonne Zement (150 l in loser Masse) jeder der übrigen Zementsorten sein, wenn der Preis nach den unter c. der vorigen Aufg. ermittelten Wertkoefficienten bestimmt würde und die Tonne der besseren Sorte zu 6,50 ℳ angenommen wird?

95) Von der Station zur Prüfung der Baumaterialien in Berlin wurden folgende Durchschnittsresultate über Prüfungen an Zement aus der Vorwohler Portland-Zement-Fabrik gewonnen:

Mischungsverhältnis. Zement : Sand					Alter der Steine.
1 : 0	1 : 1	1 : 2	1 : 2,5	1 : 3	Tage
201,6	147,5	115,8	78,3	63,3	10
252,5	236,6	211,6	170,8	78,3	30
305,8	260	226,6	185,8	145,8	60
390	288,3	241,6	201,6	156,6	90

Berechne: a. Wie viel Proz. die Druckfestigkeit jeder Mischung durch das Alter zugenommen hat? b. wie viel Proz. die Druckfestigkeit der mit Sand gemischten Probekörper gegen die aus reinem Zement gebildeten Probekörper abgenommen hat?

96) Welches Wertverhältnis haben 3 Zementmörtelarten, wenn die absolute Festigkeit derselben pro qcm nach 3 Monaten bezw. 20,64 kg, 29,36 kg und 31,20 kg beträgt und die Gesamtkosten pro cbm gleich wären? A. Die Verhältniszahl werde a. für die 1. Sorte, b. für die 3. Sorte zu 100 angenommen. B. Wie viel Proz. sind a. die beiden letzten Sorten besser als die 1. Sorte und b. die beiden ersten Sorten schlechter als die 3. Sorte?

97) Angenommen, die absolute Festigkeit von 3 Zement-Mörtelarten wäre nach 3 Monaten pro qcm dieselbe; aber die Gesamtkosten für 1 cbm betrugen bezw. 13,29 ℳ, 16,75 ℳ und 18,72 ℳ. A. Welches Wertverhältnis haben die 3 Mörtelarten, wenn die Verhältniszahl a. für die 1. Sorte, b. für die 3. Sorte zu 100 angenommen würde? B. Wie viel Proz. ist das Wertverhältnis a. der beiden letzten Sorten schlechter als das der ersten und b. der beiden ersten Sorten besser als das der letzten?

98) Nach den Untersuchungen verschiedener Zement-Mörtelarten durch einen Fachmann betrug die absolute Festigkeit derselben pro qcm nach 3 Monaten bezw. 2,42 kg, 9 kg und 12,58 kg, die Gesamtkosten für 1 cbm Mörtel betrugen bezw. 13,99 ℳ, 19 ℳ und 15,73 ℳ. Welches Wertverhältnis unter Berücksichtigung der Festigkeit und der Gesamtkosten ergiebt sich für diese drei Mörtelarten? Die Verhältniszahl für die 3. Sorte soll zu 100 angenommen werden.

Ausrechnung für die 1. und 3. Sorte:

100 V. 12,58 kg 15,73 ℳ
? 2,42 „ 13,99 „

Ansatz: $\frac{100 . 2{,}42 . 15{,}73}{12{,}58 . 13{,}99} =$

Erklärung. Hauptgröße = 100. Schlußfolgerung: 1. Je geringer die Festigkeit, desto kleiner die Verhältniszahl; es muß also mit 12,58 dividiert und mit 2,42 multipliziert werden. 2. Je geringer der Preis, desto größer die Verhältniszahl; es muß also mit 15,73 multipliziert und durch 13,99 dividiert werden.

99) Jemand hat zwei Zementsorten, deren Druckfestigkeit nach Jahresfrist bezw. 360 und 420 kg pro qcm beträgt. In welchem Verhältnisse müssen die beiden Sorten gemischt werden, wenn die Mischung eine Druckfestigkeit von 400 kg haben soll?

100) Ein Zementfabrikant will 2 Sorten Zement so mischen, daß die Druckfestigkeit des Zements 240 kg beträgt. Wie viel Tonnen à 300 kg Druckfestigkeit muß er zu 60 Tonnen à 175 kg Druckfestigkeit mischen?

101) Jemand hat drei Sorten Zement, deren Druckfestigkeit nach einer gewissen Zeit bezw. 280, 360 und 420 kg beträgt. In welchem Verhältnisse müssen die drei Sorten gemischt werden, wenn die Mischung eine Druckfestigkeit von 340 kg haben soll und wenn von den beiden besseren Sorten ein gleiches Quantum genommen werden soll?

102) Es sollen aus den drei Sorten Zement der vorigen Aufg. 1000 Tonnen von 340 kg Druckfestigkeit gemischt und von der zweiten Sorte nur 120 Tonnen verwandt werden. Wie viel Tonnen müssen von den beiden andern Sorten genommen werden?

103) Wie würde sich das Resultat der vorigen Aufg. stellen, wenn a. von der dritten Sorte nur 120 Tonnen und b. von der ersten Sorte 480 Tonnen zu der Mischung verwandt würden?

XII. Abschnitt.

Die Zinseszins- und Rentenrechnung.

Diese Rechnungsarten sind für das Baugewerbe, wie aus den unten gelösten Aufgaben hervorgeht, von der größten Bedeutung. Jeder Bautechniker sollte mit denselben vertraut sein. Daß dies nicht der Fall ist, darf ich wohl daraus folgern, daß laut der Schulberichte diese Rechnungsarten in manchen bautechnischen Schulen nicht gelehrt werden. Wenn nun der eine oder der andere Techniker, veranlaßt durch die Praxis, diese Lücke ausgefüllt hat, so ist dies jedenfalls vielfach mit Schwierigkeiten verknüpft gewesen; denn viele werden sich in ihrem Wohnorte nach jemandem, der ihnen diese Rechnungsarten klarlegen konnte, vergeblich umgesehen haben, und sie mußten sich durch das Studium eines algebraischen Werkes selbst belehren. Die Auseinandersetzungen in derartigen Werken sind aber häufig so abstrakt gehalten, daß gewiß mancher sein Ziel nicht erreicht hat. Diese Rechnungsarten sind ferner fast allgemein so wenig auf das Baufach bezogen, daß viele Techniker die Wichtigkeit derselben nicht voll erkannt haben.

§ 1. Die Zinseszinsrechnung.

Ein Kapital steht auf Zinseszinsen, wenn die am Ende jedes Termins, z. B. eines Jahres, fälligen Zinsen zum Kapital geschlagen und mitverzinst werden. An einem einfachen Beispiele soll die Grundformel dieser Rechnungsart entwickelt werden.

Aufg.: Zu welchem Kapitale wachsen 500 ℳ an, die zu 4% jährlich 4 Jahre auf Zinseszins verliehen sind?

Ausrechnung: Nach der Kettenregel ist das Endkapital

$$= \frac{500 \,.\, 104 \,.\, 104 \,.\, 104 \,.\, 104}{100 \,.\, 100 \,.\, 100 \,.\, 100} = 500 \,.\, 1{,}04 \,.\, 1{,}04 \,.\, 1{,}04 \,.\, 1{,}04 = 500 \,.\, 1{,}04^4 =$$

Bezeichnen wir das Endkapital mit s, das Anfangskapital (hier 500) mit a, 1,04, also die Zahl, zu der 1 in einem gewissen Zeitraume (hier in einem Jahre) anwächst, mit p, die Anzahl gleicher Zeiträume (hier Jahre) mit n; so erhalten wir die Formel:

$$1 \,.\, s = ap^n$$

Durch Umformung dieser Formel erhalten wir:

$$2.\ a = \frac{s}{p^n};\quad 3.\ p = \sqrt[n]{\frac{s}{a}};\quad 4.\ n = \frac{\log s - \log a}{\log p}$$

Entwickelung der letzten Formel: $ap^n = s$; $p^n = \frac{s}{a}$;

$$n \log p = \log s - \log a;\ n = \frac{\log s - \log a}{\log p}.$$

Wenn drei von den vier Größen s, a, p und n gegeben sind, so läßt sich die vierte berechnen.

Bemerk. Bei der Zinseszins- wie Rentenrechnung ist die Bekanntschaft mit den Logarithmen erforderlich. Ohne Logarithmen lassen sich viele Aufgaben nur mit vieler Mühe, andere überhaupt nicht lösen.

1) Zu welcher Summe wachsen 25000 ℳ bei 4% Zinseszinsen in 50 Jahren an?

Ansatz: $s = ap^n = 25000 . 1{,}04^{50}$.

2) Ein Landwirt will auf einer größeren Fläche Ackerlandes, die von seinem Gehöfte weit abgelegen ist, eine Scheune bauen lassen. Ein Baugewerkmeister legt ihm zwei Projekte vor, die beide rücksichtlich des Rauminhalts usw. den Anforderungen entsprechen, die sich aber in der Ausführung unterscheiden. Das eine Projekt beansprucht ein Baukapital von 9000 ℳ, das andere ein solches von 6280 ℳ. Zugleich fügt der Baugewerkmeister eine Rentabilitätsrechnung zum finanziellen Vergleich beider Projekte mit an. Bei dem ersten Projekte ist auf eine Dauer der Scheune von 80 Jahren, bei dem zweiten aber nur auf eine Dauer von 40 Jahren zu rechnen. Die jährlichen Kosten für Reparaturen, Versicherung usw. sollen in beiden Fällen gleich sein. Es ist also zu untersuchen, zu welcher Summe die Minderausgabe von 2720 ℳ beim zweiten Projekte bei 3% Zinsen p. a. in 40 Jahren, wo ein Neubau stattfinden müßte, anwächst. Würden nur einfache Zinsen gerechnet, so würden die Zinsen für 40 Jahre betragen: $27{,}2 . 3 . 40 = 3264$ ℳ. Es ständen zum Neubau also nur $3264 + 2720 = 5984$ ℳ zur Verfügung, es wäre also ein Fehlbetrag von 296 ℳ zu verzeichnen.

Diese Berechnung ist aber mangelhaft, es müssen hier jedenfalls Zinseszinsen zur Anwendung kommen. In diesem Falle wachsen die 2720 ℳ an zu:

$$s = ap^n = 2720 . 1{,}03^{40} = 8875\ ℳ.$$

Der Landwirt erzielt also beim zweiten Projekte innerhalb der 40 Jahre einen Nutzen von $8875 - 6280 = 2595$ ℳ. Wenn nun noch hinzukommt, daß er das Baukapital anleihen muß, daß seine Schuldenlast also beim ersten Projekte um 2720 ℳ größer wird, so wird er sich für das zweite Projekt erklären.

3) Zu welcher Summe wächst mit Zinsen und Zinseszinsen an: a. 12000 ℳ zu 4% in 30 Jahren? b. 8520 ℳ zu $4^1/_2$% in 40 Jahren? c. 20500 ℳ zu $4^3/_4$% in 50 Jahren?

4) In einer Stadt von 8354 Einwohnern soll ein Schulhaus gebaut werden, das bei einer Bevölkerungszunahme von $1^3/_4$% für die nächsten 30 Jahre ausreichen soll. Auf wie viel Schulkinder ist beim Bau zu rechnen, wenn man 18% der Einwohnerzahl als schulpflichtige Kinder annimmt?

5) Ein Bauunternehmer erhielt von der Budapester Stadtverwaltung für 1 qm Straßenpflaster aus Keramitsteinen 13 ℳ. Von dieser Summe erhielt er die Hälfte nach 3 Jahren, 30% nach 5 Jahren und den Rest nach 15 Jahren ohne Zinsenvergütung. Welcher Barsumme bei 4% Zinseszinsen sind diese Zahlungsleistungen gleichzusetzen?

Ansatz: $a = \frac{s}{p^n} = \frac{6{,}50}{1{,}04^3} + \frac{3{,}90}{1{,}04^5} + \frac{2{,}60}{1{,}04^{15}} =$

Bei einfacher Zinsrechnung würde sich das Resultat ergeben:

$a = 13 - (0{,}065 \,.\, 4 \,.\, 3 + 0{,}039 \,.\, 4 \,.\, 5 + 0{,}026 \,.\, 4 \,.\, 15) =$

6) Welches Kapital wächst bei $5\frac{1}{4}$% in 100 Jahren zu einer Million Mark an?

7) Jemand erhält laut eines Testaments nach 12 Jahren 5000 ℳ ausgezahlt. Wie viel ist diese Summe bar wert, wenn 5% Zinseszinsen gerechnet werden? (Siehe Aufg. 35 Abschn. X.)

8) Wie groß muß ein Kapital sein, welches zu 4% steht, wenn dasselbe nach 15 Jahren ebensoviel wert sein soll, als 4500 ℳ zu 6% nach 9 Jahren?

9) Ein Waldbestand, der vor 20 Jahren zu 15000 Festmeter abgeschätzt war, ist jetzt zu 25000 Festmeter abgeschätzt. Um wie viel Proz. jährlich hat sich der Holzbestand vermehrt?

Ausrechnung: $p = \sqrt[n]{\frac{s}{a}} = \sqrt[20]{\frac{25000}{15000}} = \sqrt[20]{\frac{5}{3}} = 1{,}026$

1 ist zu 1,026 in einem Jahre angewachsen, also
100 sind „ 102,6 „ „ „ „ , folgl. 2,6%

Bei einfacher Zinsrechnung würde sich das Resultat ergeben:

$\text{Proz.} = \frac{10000 \,.\, 100}{15000 \,.\, 20} = 3\frac{1}{3}\%$

10) Da das Holz des Waldbestandes nach voriger Aufg. an Stärke bedeutend zugenommen hat, so ist der Wert desselben 10% gegen früher höher anzusetzen. Welche Resultate werden sich jetzt ergeben?

Ausrechnung:

Die 25000 Festm. sind = 25000 + 2500 = 27500 zu rechnen.

Also $p = \sqrt[20]{\frac{27500}{15000}} = \sqrt[20]{\frac{11}{6}} = 1{,}031$, folgl. = 3,1%.

Bei einfacher Zinsrechnung würde sich das Resultat ergeben:

$\text{Proz.} = \frac{12500 \,.\, 100}{15000 \,.\, 20} = 4{,}25\%.$

11) Ein Tischlermeister kauft von einem Privatmann das cbm 80 mm starker Stammbohlen, die vor 30 Jahren schon geschnitten und nachher gut aufbewahrt sind, zu 60 ℳ. Vor 30 Jahren hatten sie einen Wert von 24 ℳ pro cbm. Mit wie viel Proz. Zinseszins hat sich das Kapital verzinst?

12) Ein Wucherer verleiht 600 ℳ und läßt sich darüber einen Schuldschein von 800 ℳ, nach drei Jahren ohne Zinsen zahlbar, ausstellen. Wie viel Proz. erhält er, wenn Zinseszinsen in Rechnung gezogen werden?

13) Zu wie viel Proz. steht ein Kapital, das sich in 20 Jahren verdreifacht und zwar a. bei Zinsenszinsen und b. bei einfachen Zinsen?

14) In wie viel Jahren verdreifacht sich ein Kapital bei 3 % Zinsen jährlich und zwar a. bei Zinseszinsen und b. bei einfachen Zinsen?

Ausrechnung:

$$\text{a. } n = \frac{\log s - \log a}{\log p} = \frac{\log 3 - \log 1}{\log 1{,}03} = \frac{0{,}47712}{0{,}01284} = 37{,}2 \text{ Jahre.}$$

$$\text{b. } n = \frac{200}{3} = 66{,}7 \text{ Jahre.}$$

15) In wie viel Jahren verdoppelt sich ein Kapital, das a. zu 4 %, b. zu 5 % steht?

16) Jemand schenkte einer Stadt 30000 ℳ unter der Bedingung, daß das Kapital erst dann zum Nutzen der Stadt verwandt werden soll, wenn es durch die Zinsen zu 3000000 ℳ angewachsen ist. Nach wie viel Jahren wird dies der Fall sein, wenn a. 4 % Zinseszinsen, b. 4 % einfache Zinsen gerechnet werden?

§ 2. Die Rentenrechnung.

Unter einer Rente versteht man eine mehrmals in gleichen Terminen zu zahlende Summe. Eine Rente, die bis zum Tode des Empfängers gezahlt wird, heißt eine Leibrente. Auch hier soll die Grundformel an einem Beispiele entwickelt werden.

Nehmen wir den Fall an, jemand bezöge sechs Jahre am Schlusse eines jeden Jahres eine Rente von 500 ℳ, er verabredete mit dem, der die Rente zu zahlen hat, dieselbe solle für alle sechs Jahre erst am Schlusse des sechsten Jahres ausgezahlt werden, bis dahin aber mit 4 % Zinseszinsen verzinst werden. Zu welchem Kapitale wird die Rente anwachsen?

Die erste Rente würde 5, die zweite 4, die dritte 3, die vierte 2, die fünfte 1 Jahr und die letzte keine Zinsen bringen. Das Kapital (s) würde also nach der Zinseszinsrechnung sein:

$$s = 500 \,.\, 1{,}04^5 + 500 \,.\, 1{,}04^4 + 500 \,.\, 1{,}04^3 + 500 \,.\, 1{,}04^2 + 500 \,.\, 1{,}04 + 500$$

Es würde umständlich sein, besonders bei einer noch größeren Anzahl von Jahren, die einzelnen Posten zu berechnen. Durch folgende einfache Operation kommen wir zu einer einfachen Formel. Vorstehende Gleichung werde mit 1,04 multipliziert und von dieser die ursprüngliche Gleichung subtrahiert. Also:

$$\begin{array}{l} s \,.\, 1{,}04 = 500 \,.\, 1{,}04^6 + 500 \,.\, 1{,}04^5 + 500 \,.\, 1{,}04^4 + 500 \,.\, 1{,}04^3 + 500 \,.\, 1{,}04^2 + 500 \,.\, 1{,}04 \\ \quad s \quad\; = 500 \,.\, 1{,}04^5 + 500 \,.\, 1{,}04^4 + 500 \,.\, 1{,}04^3 + 500 \,.\, 1{,}04^2 + 500 \,.\, 1{,}04 + 500 \\ \hline s \,.\, 1{,}04 - s = 500 \,.\, 1{,}04^6 - 500, \text{ oder} \\ s\,(1{,}04 - 1) = 500\,(1{,}04^6 - 1), \text{ mithin} \\ \qquad s = \dfrac{500\,(1{,}04^6 - 1)}{1{,}04 - 1} \end{array}$$

Um diese Formel allgemein zu fassen, werde die Rente von 500 ℳ mit r, 1,04 (siehe Zinseszinsrechnung) mit p und 6, die Anzahl Jahre, mit n bezeichnet, dann heißt die Formel: $s = \frac{r\,(p^n - 1)}{p - 1}$

Wenn drei von den vier Größen s, r, p und n gegeben sind, so läßt sich die vierte berechnen.

17) Zu welcher Summe wächst die Rente von 500 ℳ nach vorstehendem Beispiele innerhalb der 6 Jahre an?

Ansatz:

$$s = \frac{r\,(p^n - 1)}{p - 1} = \frac{500\,(1{,}04^6 - 1)}{1{,}04 - 1} = \frac{500\,(1{,}04^6 - 1)}{0{,}04} = 12500\,(1{,}04^6 - 1) =$$

18) Wenn eine Rentabilitätsrechnung, z. B. über ein Wohnhaus angestellt wird, dann muß ein Betrag für die Tilgung des Baukapitals in Ausgabe gestellt werden. Um diesen Betrag in Proz. festzustellen, teilt man mit der Dauer, die man für das Gebäude nach der Art der Ausführung annehmen darf, in 100. An Bequemlichkeit läßt diese Rechnung nichts zu wünschen übrig, wohl aber an Genauigkeit. Ein Beispiel wird dies zeigen. Die Dauer eines gut ausgeführten Wohnhauses ist auf 200 Jahre geschätzt, das Baukapital beträgt 30000 ℳ. Der Tilgungsbetrag ist demnach $^1/_2$% von 30000 ℳ = 150 ℳ. Wenn diese 150 ℳ jedes Jahr in den Geldkasten gelegt würden, dann hätte man nach 200 Jahren das Baukapital wieder angesammelt. Diese Thorheit wird jedoch niemand begehen, sondern man wird das Geld zinslich belegen. Zu welcher Summe wächst aber dieser Tilgungsbetrag von jährlich 150 ℳ bei 3% Zinseszinsen in 200 Jahren an?

Ausrechnung:

$$s = \frac{r\,(p^n - 1)}{p - 1} = \frac{150\,(1{,}03^{200} - 1)}{1{,}03 - 1} = \frac{150\,(1{,}03^{200} - 1)}{0{,}03} = 5000\,(1{,}03^{200} - 1) =$$

$$5000 \,.\, 1{,}03^{200} - 5000 = 1849130 - 5000 = 1844130 \text{ ℳ}.$$

Diese Summe ist aber rd. das 60fache des Baukapitals. Der Tilgungsbetrag darf darum nicht zu $^1/_2$%, sondern zu $^1/_{120}$% des Baukapitals, also nicht zu 150 ℳ, sondern zu 2,50 ℳ angenommen werden.

Bei einem höheren Zinsfuß stellt sich ein noch größerer Unterschied heraus, z. B. bei 5% Zinseszinsen würden die 150 ℳ zu rd. 51900000 ℳ, also zum 1730fachen des Baukapitals anwachsen.

Wenn man bei Rentabilitätsberechnungen auch nur von ganz sicheren Annahmen ausgehen soll, so ist im vorliegenden Falle die oben angegebene Rechnungsweise doch so sehr von einer genauen Rechnung abweichend, daß man sie verwerfen muß.

19) Jemand legt jährlich von seinem Einkommen 500 ℳ zurück. Wie groß wird sein Ersparnis nach 30 Jahren sein bei $3^1/_2$% Zinseszinsen?

20) A. bezieht jährlich ein Gehalt von 3000 ℳ, B. von 3600 ℳ. Jeder gebraucht jährlich zu seinem Unterhalte 2400 ℳ. Wie viel würde B. nach 40 Jahren mehr als A. haben, wenn beide ihren Überschuß auf Zinseszinsen gegeben hätten, diese zu $3^1/_2$% gerechnet?

21) Wie würde sich das Resultat nach voriger Aufg. stellen, wenn A. seinen überschuß mit 5%, B. aber nur mit 3% Zinsenszinsen angelegt hätte?

22) Jemand hat sein Leben zu 1000 ℳ versichert. Diese Summe soll nach seinem Tode an seine Erben ausgezahlt werden. Er muß zu Anfang jeden Jahres 2,5% Prämie zahlen. Am Schlusse des 20. Jahres stirbt er. Zu welcher Summe ist die Prämie bei $3^1/_2$% Zinseszinsen p. a. angewachsen?

Ausrechnung: Da die Prämie am Anfange jedes Jahres bezahlt werden muß, so sind für jede Prämie die Zinsen 1 Jahr länger, als oben bei der Entwickelung der Rentenformel angenommen ist, zu berechnen. Es ergiebt sich demnach die Formel:

$$s = \frac{rp\,(p^n - 1)}{p - 1}, \text{ also}$$

$$s = \frac{25 \,.\, 1{,}035\,(1{,}035^{20} - 1)}{1{,}035 - 1} = \frac{25 \,.\, 1{,}035\,(1{,}035^{20} - 1)}{0{,}035} = 714{,}29 \,.\, 1{,}035\,(1{,}035^{20} - 1)$$

$$= 714{,}29 \,.\, 1{,}035^{21} - 714{,}249 \,.\, 1{,}035 =$$

23) Jemand hat unter derselben Bedingung wie nach voriger Aufg. sein Leben zu 7500 ℳ versichert. Er muß, da er noch jünger als jener ist, nur 2,2% Prämie jährlich zahlen. Er stirbt am Ende des 35. Jahres. Zu welcher Summe ist die Prämie bei $3^1/_2$% Zinseszinsen angewachsen?

24) Jemand hat auf seinem Hause eine Hypothekschuld von 15000 ℳ stehen, die er mit 4% verzinsen muß. Der Gläubiger ist damit einverstanden, daß er jährlich außer den Zinsen für das ganze Kapital noch 500 ℳ bezahlt, die vom Kapital abgesetzt werden. Am Schluß des 15. Jahres zahlt er außer der bisher gezahlten Summe noch den Rest der Schuld. Wie viel beträgt dieser?

Ansatz: $15000 - \frac{500\,(1{,}04^{15} - 1)}{1{,}04 - 1} =$

25) Jemand hat ein Kapital von 6000 ℳ zu $3^1/_2$% in einer Sparkasse belegt. Am Ende eines jeden Jahres werden außer den Zinsen noch 500 ℳ zum Kapital gelegt. Wie groß wird das Kapital nach 25 Jahren sein?

Ansatz: $ap^n + \frac{r\,(p^n - 1)}{p - 1} = 6000 \,.\, 1{,}035^{25} + \frac{500\,(1{,}035^{25} - 1)}{1{,}035 - 1} =$

26) Ein Waldbestand ist zu 20000 Festmeter und dessen Zuwachs zu 3% jährlich abgeschätzt. Wie viel Festmeter wird der Bestand nach 20 Jahren haben, wenn jährlich 400 Festmeter gehauen werden?

Ansatz: $20000 \,.\, 1{,}03^{20} - \frac{400\,(1{,}03^{20} - 1)}{1{,}03 - 1} =$

27) A. erleidet durch B. einen Verlust an seinem Grundstücke. Dieser wird durch Sachverständige auf jährlich 9,04 ℳ geschätzt. B. will diese Entschädigung gleich für 50 Jahre auf einmal zahlen. A., der damit einverstanden ist, fragt bei einer bautechnischen Zeitung an, welche Summe er beanspruchen könne. Die Zeitschrift giebt ihm die Antwort, daß er sich bei 5% Zinseszinsen 1892 ℳ, bei 4% 1380 ℳ und bei 3% 931 bis 932 ℳ auszahlen lassen müsse. Es liegt auf der Hand, daß diese Summen viel zu hoch sind. Es ist irrtümlicher Weise berechnet, wozu die Rente von 9,04 ℳ bei bezw. 5, 4 und 3% Zinseszinsen innerhalb 50 Jahre anwachsen würde, wenn B. am Schlusse des 50. Jahres für den ganzen Zeitraum bezahlen würde. Die richtige Lösung ist folgende. Das Kapital, das B. zahlt, muß so groß sein, daß es innerhalb 50 Jahren mit Zinseszinsen zu derselben Summe anwächst, wozu auch die Rente unter denselben Umständen anwachsen würde. Nennen wir dies Kapital a, so würde es nach der Zinseszinsformel zu ap^n und die Rente zu $\frac{r\,(p^n - 1)}{p - 1}$ anwachsen.

Es ergiebt sich also die Gleichung:

$$ap^n = \frac{r(p^n - 1)}{p - 1} \text{ mithin}$$

$$a = \frac{r(p^n - 1)}{p^n(p - 1)}, \text{ also bei } 5\%$$

$$a = \frac{9{,}04\,(1{,}05^{50} - 1)}{1{,}05^{50}\,(1{,}05 - 1)} = \frac{9{,}04\,(1{,}05^{50} - 1)}{1{,}05^{50}.\,0{,}05} =$$

Bemerk. Der Rechner der Zeitschrift ist noch in einem zweiten Irrtume befangen gewesen. Er schreibt: „Es ist nun allerdings nicht anzunehmen, daß von seiten des Gerichts ein Zinsfuß von 5% angenommen wird, da ein solcher in Wirklichkeit zu hoch sein würde. Wir lassen deshalb noch die Resultate für einen Zinsfuß von 4% und 3% folgen." Die Resultate sind oben angegeben. Bei dieser irrtümlichen Lösung ist das richtig; aber bei der richtigen Lösung ist das Gegenteil der Fall; je niedriger der Zinsfuß, desto höher muß die Abfindungssumme sein. A. hat also keine Ursache, darauf zu bestehen, daß der Berechnung ein hoher Zinsfuß zugrunde gelegt wird.

28) Welche Resultate würden sich nach voriger Aufg. bei 4% und 5% ergeben?

29) Das Baukapital eines Hauses beträgt 20000 ℳ, die Dauer des Hauses ist auf 100 Jahre geschätzt. Wie hoch ist der jährliche Tilgungsbetrag bei 2% Zinseszinsen anzunehmen?

Bemerk. Da jede Sparkasse auch die kleinsten Beträge mit mindestens 2% verzinst, so ist der Zinsfuß gewiß nicht zu hoch angenommen.

Ausrechnung: Durch Umformung der oben entwickelten Rentenformel erhält man:

$$r = \frac{s(p - 1)}{p^n - 1} = \frac{20000\,(1{,}02 - 1)}{1{,}02^{100} - 1} = \frac{400}{7{,}244 - 1} = \frac{400}{6{,}244} = \text{rd. } 64 \text{ ℳ}.$$

Oder in Proz. ausgedrückt: $\frac{64}{200} = 0{,}32\%$ des Baukapitals.

30) Jemand will sein Leben so versichern, daß die Erben nach seinem Tode 10000 ℳ erhalten. Wie viel Proz. Prämie muß er jedes Jahr zahlen, wenn dieselbe a. nach Ablauf jedes Jahres, b. am Anfang jedes Jahres zu zahlen wäre, wenn er ferner nach den Sterblichkeits-(Mortalitäts-)Tabellen noch 25 Jahre zu leben hat und der Berechnung 3% Zinsen zugrunde gelegt werden?

Ansatz für b.: Nach der Formel unter Aufg. 21 ist:

$$r = \frac{s(p - 1)}{p(p^n - 1)}$$

31) Ein alleinstehender Mann von 60 Jahren hat die Zinsen von 30000 ℳ, die er zu $3\frac{1}{2}\%$ verliehen hat, zu verzehren. Da es ihm schwer wird, mit dieser Einnahme auszukommen, fragt er bei einer Lebensversicherungs-Gesellschaft an, eine wie hohe Rente sie ihm zu Anfang jedes Jahres bis an sein Lebensende gegen Überweisung seines Kapitals zahlen will. Die Gesellschaft erbietet sich, ihm eine Rente zu zahlen, die sich ergiebt, wenn nach der Sterblichkeitstabelle noch auf ein Leben von 12 Jahren zu rechnen ist und 3% Zinsen gerechnet werden. Welche Rente würde er somit erhalten?

Ansatz: $\frac{rp(p^n - 1)}{p - 1} = ap^n$, also $r = \frac{ap^n(p - 1)}{p(p^n - 1)}$

32) Bei Beurteilung verschiedener Bauausführung spielt meistens der Kostenpunkt eine Hauptrolle. Es soll beispielsweise durch genaue Berechnung festgestellt werden, welches von folgenden drei Dächern in ökonomischer Beziehung das vorteilhafteste ist.

Art der Eindachung	Herstellungskosten pro qm	Jährl. Unterhaltung pro qm	Dauer
Ziegel- Dach	3 ℳ	0,03 ℳ	50 Jahre
Schiefer- „	5 „	0,02 „	75 „
Zink- „	6 „	0,02 „	100 „

Der Berechnung sollen 4 % Zinsen zugrunde gelegt werden.

Ausrechnung: Die Aufg. wird am bequemsten gelöst, wenn die Kosten eines jeden Daches pro Jahr berechnet werden. Diese setzen sich zusammen aus den Zinsen für die Herstellungskosten, aus den Kosten für die Unterhaltung und endlich aus dem Betrage, der jährlich zurückgelegt werden muß, um die Summe, die zur Erneuerung des Daches erforderlich ist, anzusammeln.

Dieser letzte Posten beträgt für das qm

Ziegel-Dach: $\frac{r\,(1{,}04^{50} - 1)}{1{,}04 - 1} = 3$

Schiefer- „ $\frac{r\,(1{,}04^{75} - 1)}{1{,}04 - 1} = 5$

Zink- „ $\frac{r\,(1{,}04^{100} - 1)}{1{,}04 - 1} = 6$

Bemerk. Meistens berechnet man vorstehende Posten, indem man mit der Dauer in die Herstellungskosten dividiert. Wie verkehrt dies ist, ersieht man daraus, daß man dann bezw. 6, $6^2/_3$ und 6 ₰ als Resultat erhalten würde.

Die jährlichen Kosten des Ziegeldaches betragen demnach: Zinsen $= 3 . 4$ ₰ $= 12$ ₰, Unterhaltungskosten $= 3$ ₰ und Tilgungsbetrag $= 2$ ₰, also zusammen $= 17$ ₰. Berechne die Kosten für die beiden andern Dächer.

Bemerk. Berücksichtigt man aber, daß bei einem Schieferdache die Dachneigung geringer als bei einem Ziegeldache und bei einem Zinkdache geringer als bei einem Schieferdache sein kann, dann stellen sich die vorhin berechneten Resultate wesentlich anders. Betrüge die Dachneigung bezw. 45°, 25° und 10°, so käme auf 1 qm horizontaler Fläche bezw. 1,42, 1,1 und 1,015 qm Dachfläche. Würde dies berücksichtigt, so müßten die vorhin berechneten Kosten mit diesen Zahlen multipliziert werden, um richtige Verhältniszahlen zu erhalten. Ferner ist noch zu berücksichtigen, daß die Konstruktionsteile des Daches um so geringer sind, je geringer die Dachneigung ist.

33) Berechne nach folgenden Angaben, ob es in ökonomischer Beziehung vorteihafter ist, bei einer Brücke hölzerne oder eiserne Träger zu wählen. Die Konstruktion in Eisen kostet 4500 ℳ und dieselbe in Holz 3600 ℳ, der alle drei Jahre vorzunehmende Anstrich des Eisens kostet 105 ℳ, die jährlichen Unterhaltungskosten des Holzes betragen 75 ℳ, und der Bau in Eisen ist nach 100 Jahren, der in Holz aber schon nach 30 Jahren zu erneuern. Der Berechnung sollen 4 % Zinsen zugrunde gelegt werden. Löse diese Aufg. wie die vorige.

34) Nach den Beobachtungen der Verwaltung der hannoverschen Eisenbahn darf die durchschnittliche Dauer der imprägnierten Eichenschwellen zu 22 Jahren und der imprägnierten Buchenschwellen zu 14,8 Jahren angenommen werden. Nimmt man den Preis einer Eichenschwelle zu 6,10 ℳ, das Imprägnieren derselben zu 0,25 ℳ und die Auswechselung einer Schwelle zu 0,50 ℳ an, für eine Buchenschwelle bezw. 3,35 ℳ, 0,50 ℳ und 0,50 ℳ; wie hoch stellen sich dann die jährlichen Kosten für jede der beiden Schwellenarten bei $3^1/_2$% Zinseszinsen?

35) Stelle nach folgenden Angaben einen finanziellen Vergleich zwischen zwei Pflasterungen an. Die Herstellungskosten betragen für die eine Sorte pro qm 15 ℳ, für die andere 8 ℳ, die 1. Sorte erfordert an jährlichen Unterhaltungskosten 0,40 ℳ, die 2. Sorte 0,80 ℳ, die Dauer der 1. Sorte bis zur Umpflasterung sei 40 Jahre, die der 2. Sorte 20 Jahre und es koste die Umpflasterung der 1. Sorte 3 ℳ, die der 2. Sorte 1,50 ℳ. Es sind 4% Zinseszinsen zu rechnen.

Andeutung der Ausrechnung. Berechne, zu welcher Summe die Kosten (incl. der Umpflasterungskosten) innerhalb 40 Jahren anwachsen.

Ansatz für die 1. Sorte: $15 \,.\, 1{,}04^{40} + \dfrac{0{,}4\,(1{,}04^{40} - 1)}{1{,}04 - 1} + 3 =$

" " " 2. " $8 \,.\, 1{,}04^{20} + \dfrac{0{,}8\,(1{,}04^{20} - 1)}{1{,}04 - 1} + 1{,}5 =$

Letzteres ergiebt die Kosten der 2. Sorte für die ersten 20 Jahre. Bezeichnen wir diese mit k, so sind die Kosten für die letzten 20 Jahre:

$$k \,.\, 1{,}04^{20} + \frac{0{,}8\,(1{,}04^{20} - 1)}{1{,}04 - 1} + 1{,}5 =$$

36) Als die Eisenbahnbrücke über den roten Main bei Neuenreuth in den siebziger Jahren erbaut werden sollte, wurden behufs definitiver Feststellung des Brückenprojekts verschiedene Projekte zur Auswahl aufgestellt und veranschlagt. Zwischen zwei von diesen stelle nach folgenden Angaben einen finanziellen Vergleich an. Es sollen 4% Zinsen gerechnet werden. Nach dem einen Projekt sollte eine massive steinerne Brücke von 77,5 m Länge mit 5 halbkreisförmigen gewölbten Oeffnungen von je 12 m Spannweite gebaut werden, deren Kostenbetrag sich auf 93000 ℳ bezifferte. Nach dem andern Projekt sollte eine aus 4 Oeffnungen bestehende Brücke mit steinernen Pfeilern und schmiedeeiserner Fachwerkkonstruktion zu je 16 m Stützweite gebaut werden, deren Kosten sich auf 72500 ℳ bezifferte. Für Lieferung und Aufstellung der Eisenkonstruktion incl. Oelfarbenanstrich waren 23681 ℳ und für Lieferung und Aufbringung der eichenen Querschwellen, sowie der Bedielung der Fahrbahn waren 3210 ℳ angesetzt. Die Dauer der Eisenkonstruktion ist zu 80 Jahren und die des zur Fahrbahn verwandten Holzes zu 12 Jahren anzunehmen. Jede 5 Jahre ist ein Oelanstrich erforderlich, der zu 800 ℳ veranschlagt ist.

Andeutung der Ausrechnung. Berechne: a. den jährlichen Tilgungs- oder Erneuerungsbetrag für die Eisenkonstruktion und das Eichenholz und b. die Kosten für den Ölanstrich pro Jahr. Die sich ergebende Summe kapitalisiere mit 4% und addiere dieses Kapital zu den gesamten Baukosten der Brücke.

37) A. hat auf seinem Hause eine Hypothekschuld von 20000 ℳ, die mit 4% verzinst wird. Der Gläubiger ist damit einverstanden, daß A. jährlich 1500 ℳ zur Deckung der Zinsen und Tilgung des Kapitals zahlt. In wie viel Jahren wird das Kapital getilgt sein?

Ausrechnung: A. muß jährlich 800 ℳ Zinsen zahlen, er zahlt also jährlich 700 ℳ, um das Kapital zu tilgen. Letzteres ist erreicht, sobald die Rente bei 4% Zinseszinsen zu der Höhe des Kapitals angewachsen ist. Es ergiebt sich also nachstehender Ansatz:

$$\frac{700\,(1{,}04^n - 1)}{1{,}04 - 1} = 20000;\ 1{,}04^n - 1 = \frac{800}{700} = {}^8/_7;$$

$$1{,}04^n = {}^8/_7 + 1 = {}^{15}/_7;\ n \,.\, \log . 1{,}04 = \log 15 - \log 7;$$

$$n = \frac{\log 15 - \log 7}{\log 1{,}04} = \frac{1{,}17609 - 0{,}84510}{0{,}01703} = \frac{0{,}33099}{0{,}01703} = 19{,}43 \text{ Jahre.}$$

Bemerk. Wenn A. 19 Jahre die Rente gezahlt hat, dann ist zu berechnen, wie viel A. noch schuldig ist. Den Rest könnte er dann sofort oder mit 4% Zinsen am Ende des 20. Jahres bezahlen.

38) Berechne wie viel A. nach voriger Aufg. am Ende des 19. Jahres, nachdem er die 19. Rente bezahlt hat, noch schuldig ist.

Ansatz: $20000 - \frac{700\,(1{,}04^{19} - 1)}{1{,}04 - 1} =$

39) Einige Kapitalisten lassen Arbeitshäuser bauen, die sie unter folgenden Bedingungen an Arbeiter verkaufen wollen. Der Kaufpreis beträgt 3000 ℳ (Selbstkostenpreis), beim Abschluß des Kaufkontraktes müssen 15% von der Kaufsumme eingezahlt werden, vom Restbetrage müssen jährlich 5% eingezahlt werden und zwar $3^1/_2$% Zinsen und $1^1/_2$% zur Tilgung der Schuld. Nach wie viel Jahren ist die Schuld getilgt?

40) Eine Stadt hat eine Anleihe von 500000 ℳ, die mit $3^1/_2$% verzinst wird, aufgenommen. (Es sind ähnliche Schuldscheine wie Staatspapiere ausgestellt.) Die Regierung hat die Stadt verpflichtet, jährlich $4^1/_2$% von der ganzen Schuld in den Ausgabeetat einzustellen. Der Betrag, den die Stadt über die Zinsen hinaus jährlich zahlt, soll zur Tilgung der Schuld dienen, und es werden am Schlusse jedes Jahres eine Anzahl Schuldscheine in der Höhe des über die Zinsen hinausgehenden Betrages ausgelost. In wie viel Jahren wird die Anleihe getilgt?

41) Man sagt nach voriger Aufg., die Schuld wird mit 1% getilgt (amortisiert). In wie viel Jahren wird eine Schuld bei 2% getilgt, wenn der Berechnung a. $3^1/_2$%, b. 4% zugrunde gelegt werden?

Ansatz für a.: $\frac{2\,(1{,}035^n - 1)}{1{,}035 - 1} = 100$

42) Wie viel Proz. des Restbetrages müßte nach Aufg. 39 der Käufer jährlich zahlen, wenn die Tilgung desselben in 25 Jahren erreicht werden sollte?

Ausrechnung: Man berechne zunächst die Rente, die jährlich gezahlt werden muß, um 100 ℳ zu tilgen.

Ansatz: $\frac{r\,(1{,}035^{25} - 1)}{1{,}035 - 1} = 100$

43) A. hat auf seinem Hause eine Hypothekschuld, die er in 20 Jahren tilgen möchte. Wie viel Proz. von der Schuld hat er a. bei $3^1/_2$% und b. 4% Zinseszinsen jährlich abzutragen?

44) Die Dauer einer Dampfmaschine ist auf 15 Jahre geschätzt. a. Wie viel Proz. müssen jährlich abgeschrieben werden, wenn $3^1/_2$% Zinseszinsen gerechnet werden? b. Wie viel beträgt der Prozentbetrag, wenn die Maschine 12850 ℳ gekostet hat?

Anhang.

Übersicht der Münzen, Maße und Gewichte.

A. Münzen.

Nach den Gesetzen vom 4. Dez. 1872 und vom 9. Juli 1873 ist an die Stelle der in Deutschland früher geltenden Landeswährungen die Reichsgoldwährung getreten. Ihre Rechnungseinheit bildet die Mark, welche in 100 Pfennig eingeteilt wird.

Die deutschen Reichsmünzen sind folgende:

a. Goldmünzen:
Das Zwanzig-, Zehn- und Fünfmarkstück.

b. Silbermünzen:
Das Fünf-, Zwei- und Einmarkstück und das Fünfzig- und Zwanzigpfennigstück.

c. Nickelmünzen:
Das Zehn- und Fünfpfennigstück.

d. Kupfermünzen:
Das Zwei und Einpfennigstück.

B. Maße und Gewichte.

Um die Vielfachen oder die Oberabteilungen der Maß- und Gewichtseinheit zu bezeichnen, setzt man vor den Namen dieser Einheiten, die aus dem Griechischen entlehnten Vorsatzwörter Deka, Hekto, Kilo, Myria, welche die jedesmal zehnmal größer werdende Oberabteilung der Einheit bezeichnen.

Deka	bedeutet	daher	10
Hekto	"	"	100
Kilo	"	"	1000
Myria	"	"	10000

Z. B.: 1 Dekagramm = 10 Gramm, 1 Hektoliter = 100 Liter, 1 Kilometer = 1000 Meter usw.

Um die Unterabteilungen der Maß- und Gewichtseinheiten zu bezeichnen, setzt man vor den Namen dieser Einheit die aus dem Lateinischen entlehnten Vorsatzwörter Deci, Centi, Milli, welches die jedesmal zehnmal kleiner werdende Unterabteilung der Einheit bezeichnen.

Deci	bedeutet	daher	ein	Zehntel,
Centi	"	"	"	Hundertstel,
Milli	"	"	"	Tausendstel.

Z. B.: 1 Decigramm = ein Zehntel Gramm, 1 Centimeter = ein Hundertstel Meter usw.

a. **Längenmaße.** Die Einheit der Längenmaße bildet das Meter. Ein Meter ist der zehnmillionte Teil vom Viertel des durch Paris gehenden Erdmeridians.

Längenmaße:

Größere		Einheit	Kleinere	
Kilometer	Dekameter	Meter	Centimeter	Millimeter
1 km =	100 dm =	1000 m		
	1 dm =	10 m		
		1 m =	100 cm =	1000 mm
			1 cm =	10 mm

b. **Flächenmaße.** Die Einheit der Flächenmaße bildet das Quadratmeter.

Flächenmaße:

Größere		Einheit	Kleinere	
Hektar	Ar	Quadratmeter	Quadratcentimeter	Quadratmillimeter
1 ha =	100 a =	10000 qm		
	1 a =	100 qm		
		1 qm =	10000 qcm =	1000000 qmm
			1 qcm =	100 qmm

c. **Körpermaße.** Die Einheit des Körpermaßes bildet das Kubikmeter.

Körpermaße:

Kubikkilometer	Kubikmeter	Kubikdecimeter	Kubikcentimeter	Kubikmillimeter
1 cbkm =	1000000000 cbm			
	1 cbm =	1000 cbdcm =	1000000 cbcm	
		1 cbdcm =	1000 cbcm =	1000000 cbmm
			1 cbcm =	1000 cbmm

d. **Hohlmaße.** (Getreide- und Flüssigkeitsmaße.)

Die Einheit ist der tausendste Teil des Kubikmeters (1 cbdm) und heißt Liter.

1 hl (Hektoliter) = 100 l (Liter), (1 Scheffel = 50 l).

e. **Gewichte.** Die Einheit des Gewichtes bildet das Kilogramm. Es ist das Gewicht eines Liters destillierten Wassers bei + 4° des hundertteiligen Thermometers.

Gewichte:

Tonne	Kilogramm	Dekagramm	Gramm	Centigramm	Milligramm
1 t =	1000 kg				
	1 kg =	100 dg =	1000 g		
		1 dg =	10 g		
			1 g =	100 cg =	1000 mg
				1 cg =	10 mg

(1 Ztr = 100 ℔; 1 kg = 2 ℔; 1 ℔ = 50 dg.)

C. Andere Verhältnisse.

1 Jahr = 365 Tage, 1 Schaltjahr = 366 Tage;
1 Jahr = 12 Monate, 1 Woche = 7 Tage à 24 Stunden à 60 Minuten (') à 60 Sekunden (") à 60 Tertien (‴);
1 Grad (°) = 60 Minuten (') à 60 Sekunden (");
1 Schock = 60, 1 Stiege = 20, 1 Mandel = 15;
1 Gros = 12 Dutzend, 1 Dutzend = 12;
1 Ballen = 10 Ries, 1 Ries = 20 Buch, 1 Buch Schreibpapier = 24 Bogen, 1 Buch Druckpapier = 25 Bogen.
1 Neuries Papier = 10 Neubuch à 10 Heft à 10 Bogen.

Münzen verschiedener Staaten.	Wert in deutsch. Reichswährung
A. Silbermünzen.	ℳ
Aegypten: 1 Piaster = 40 Para	0,21
Australien: wie England	
Belgien: 1 Frank = 100 Centimes	0,80
China: 1 Tael je 10 Mehs je 10 Fen	6,03
Dänemark: 1 Krone = 100 Oere	1,08
England: 1 Shilling = 12 Pence	1,02
gewöhnlicher Kurs	1,00
Frankreich: 1 Frank = 100 Centimes	0,80
Griechenland: 1 Drachme = 100 Lepta	0,80
Holland: 1 Gulden = 100 Cent	1,70
Japan: 1 Thel je 10 Mas je 10 Pun je 10 Cash . . .	2,70
Italien: 1 Lire = 100 Centesimi	0,80
Nordamerika: 1 Dollar = 100 Cents	4,197
Oesterreich: 1 Gulden = 100 Neukreuzer	2,00
Kurswert in Deutschland	1,70
Portugal: 1 Milreis = 1000 Reis	4,54
Rußland: 1 Rubel = 100 Kopeken	3,239
Schweden: wie Dänemark	
Schweiz: 1 Frank = 100 Rappen oder Centimes . . .	0,80
Spanien: 1 Duro (Piaster) = 20 Realen	4,25
1 Peseta = 100 Centimes	0,80
Türkei: 1 Piaster = 40 Para	0,179
B. Goldmünzen.	
Englische Sovereigns je 20 Shilling	20,43
Französische 20-Frankstücke	16,20
gewöhnlicher Kurs	16,00
Griechische 20-Drachmenstücke	14,51
Italienische 20-Lirestücke	16,00
Oesterreichische Kronen	27,80
Portugiesische Krone (Coedas) je 10 Milreis	45,36
Russische Imperialen je 10 Rubel	32,39
Spanische Doblons (Dublonen) je 5 Duros je 20 Realen .	21,25
Türkische 50-Piasterstücke	9,22

Der Wert der ausländischen Münzen ist nicht genau in deutscher Reichswährung anzugeben, weil derselbe Schwankungen unterworfen ist. Vorstehende Angaben sind darum nur als Mittelwerte anzusehen. Über den Tageswert der ausländischen Münzen geben die Kurszettel größerer Zeitungen Auskunft.

Inhalts-Verzeichnis.

Boening.
Rechenbuch.