UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Darstellende Geometrie

Behse, Wilhelm Hermann

Siegen, [1864]

urn:nbn:de:hbz:466:1-77559

Visual Library

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Darstellende Geometrie

mit Rücksicht auf technische Anwendung,

insbesondere über

Steinschnitt der Gewölbe, Construction der gewundenen Treppen, Schiftung bei Walmdächern.

BAUGEWERKSCHULE ZU HOEXTER

Für

Baugewerk- und Gewerbeschulen so wie zum Selbstunterricht

bearbeitet

von

Dr. W. H. Behse

Privat-Baumeister und Director der Baugewerkschule zu Siegen.

In XXIX Blätter mit erläuterndem Text.

Universitätsbibliothek Paderborn 41

ÜF

06
TGJ
2165

Siegen,

Lithographie Druck und Verlag der lithographischen Anstalt von Heinr. Grimm.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorwort.

Indem ich hier den Schülern gewerblicher Bildungsanstalten ein Werk der darstellenden Geometrie übergebe, erlaube ich mir über die Anordnung und Behandlung des Stoffes einige Bemerkungen zu machen. Durch langjährige Erfahrung als Dirigent hiesiger Baugewerkschule bin ich zu der Ueberzeugung gelangt, dass die Bauhandwerker, welche im Allgemeinen mit geringen Kenntnissen in der Mathematik begabt sind, denen es bei ihrem vorgeschrittenen Lebensalter und bei der Kürze der Studienzeit namentlich darum zu thun ist Fachgegenstände sich anzueignen, wenig Interesse für *rein* wissenschaftliche Erörterungen in der darstellenden Geometrie an den Tag legen. Danach fühlte ich mich veranlasst, die hier vorliegende Form der Darstellung zu wählen, von der ich glaube, dass sie geeignet ist, den Schüler, — natürlich unter Anleitung des Lehrers — so auf das Gebiet der darstellenden Geometrie zu führen, dass er sich sehr bald mit Leichtigkeit und Sicherheit auf demselben bewegen lernt.

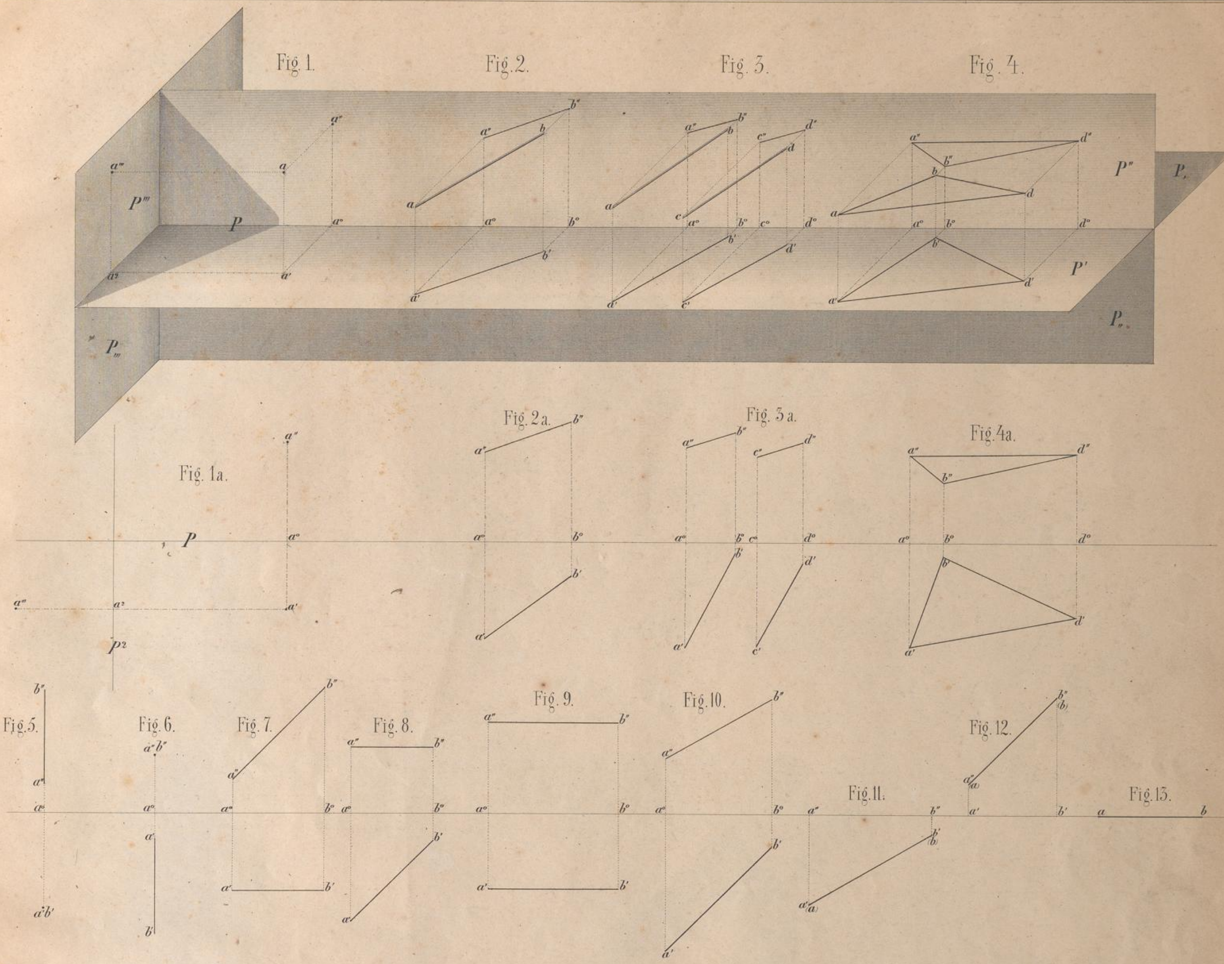
Da die Projectionslehre allein keineswegs den Schüler zur richtigen Anfertigung aller Zeichnungen befähigt, welche bei Bauten vorkommen, indem die Theorie immer eine ganz andere Sache ist, als die Anwendung derselben, so habe ich nach der Theorie zweckmässige Uebungen in der Projectionslehre, namentlich das Schiften, die windschiefen Dächer, gewundene Treppen, den Steinschnitt der schiefen und zusammengesetzten Gewölbe folgen lassen. Die Zeichnungen sind *nicht* durch eine Menge von Hilfslinien undeutlich gemacht, sondern verwandte, übereinstimmende Constructionen sind bei ein und demselben Gegenstande nur ein Mal durchgeführt worden, wodurch noch der Vortheil erwächst, dass dem Schüler Gelegenheit zum construiren geboten wird.

Die theoretische Auflösung der Aufgabe oder die Angabe des Verfahrens, durch welches eine verlangte Raumgrösse gefunden wird, ist auf dem betreffenden Blatt gegeben und die Bezeichnung der Figuren in der Art gewählt worden, dass durch sie Hilfslinien vertreten werden und der Lehrer in den Stand gesetzt wird, mit Leichtigkeit die Grössen zu finden, von welchen die Rede ist.

Siegen, im October 1864.

W. H. Behse.

Blatt I.



Begriff der Projectionen bezogen auf zwei senkrechte und fest verbundene Ebenen.

Um die Größe, Form und Lage von Gegenständen bestimmen (construiren) zu können, denken wir uns dieselben in einem Raume, welcher von zwei aufeinander normalstehenden Ebenen begränzt ist, und repräsentiren die Gegenstände in einer Weise, welche alle Operationen mit ihnen gestattet. Das Mittel zu einer solchen Repräsentation wird in den Projectionen dargeboten. Die zwei aufeinander normalstehenden Ebenen nennen wir Projectionsebenen, ihre Durchschnittslinie die Achse. Die eine, (erste, horizontale) Projectionsebene nehmen wir in horizontaler, die andere, zweite, verticale Projectionsebene in verticaler Lage an.

Jede der Projectionsebenen theilt die andere in zwei Theile. Die Achse P ist Gränze eines jeden von diesen Theilen. Den Raum theilen die Projectionsebenen in vier Theile, sie sind einzeln begränzt durch P' und P'', P'' und $P_{,}$, $P_{,}$ und $P_{,,}$ und durch $P_{,,}$ und P'. Man stelle sich vor, die erste Projectionsebene befinde sich unter uns, die zweite gegenüber. Der vordere Theil der ersten Projectionsebene sei P', der ihm abgewandte oder hintere Theil ist dann $P_{,}$, der obere Theil der zweiten Projectionsebene sei P'', der untere Theil ist dann $P_{,,}$. Die Buchstaben, deren wir uns zur Bezeichnung von Projectionen bedienen werden wir ebenso markiren, wie die Theile der Projectionsebenen in welchen sich die Buchstaben befinden.

Punkte, deren Lage beliebig ist, werden wir jedesmal in dem oberen vorderen Raume annehmen; ihre Projectionen fallen dann in P' und P''. Um alles, was in beiden Projectionsebenen vorkommt, in einer Ebene zu zeichnen, nehmen wir an, die zweite Projectionsebene sei um die Achse gedreht worden bis P'' mit $P_{,}$ zusammen gefallen ist, $P_{,,}$ liegt dann in P'. Stellt demnach in einer Zeichnung eine gerade Linie die Achse vor, so wird auf der einen oberen Seite derselben alles das sich zeigen, was in P'' und in $P_{,}$ enthalten ist, auf der anderen alles das, was in P' und in $P_{,,}$ vorkommt. Zuweilen ist noch eine dritte Projectionsebene nöthig, sie wird normal auf jede von den beiden ersten gedreht und wir bezeichnen sie durch P'''.

Fig. 1 – 1a. Projectionen eines Punktes a.

Fig. 2 – 2a. „ einer Linie ab.

Fig. 3 – 3a. Projectionen von zwei parallelen Linien ab und cd.

Fig. 4 – 4a. „ „ drei sich schneidenden Linien ab, ad, bd.

Fig. 5 – 13. Die verschiedenen Lagen einer geraden Linie im Raume und ihre Projectionen.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.

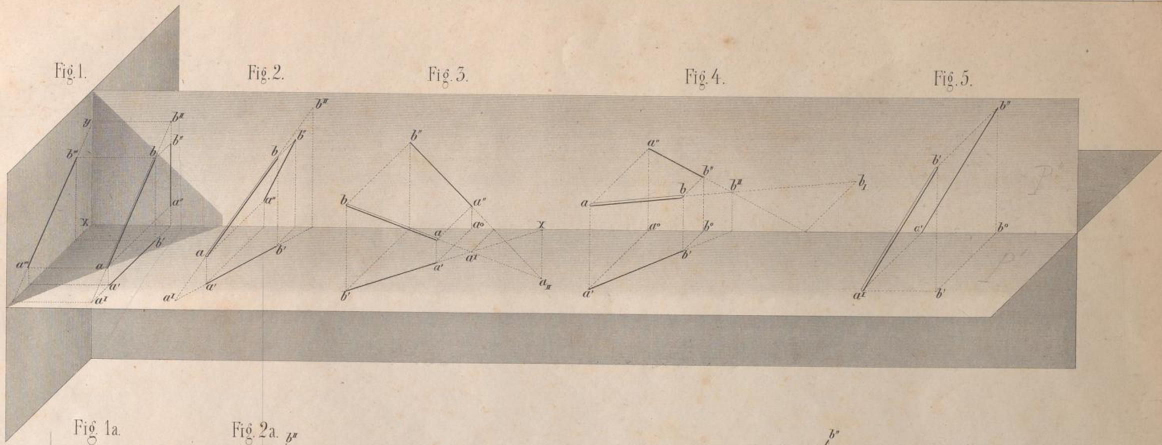


Fig. 1a. Fig. 2a. Fig. 3a. Fig. 4a. Fig. 5a. Fig. 6.

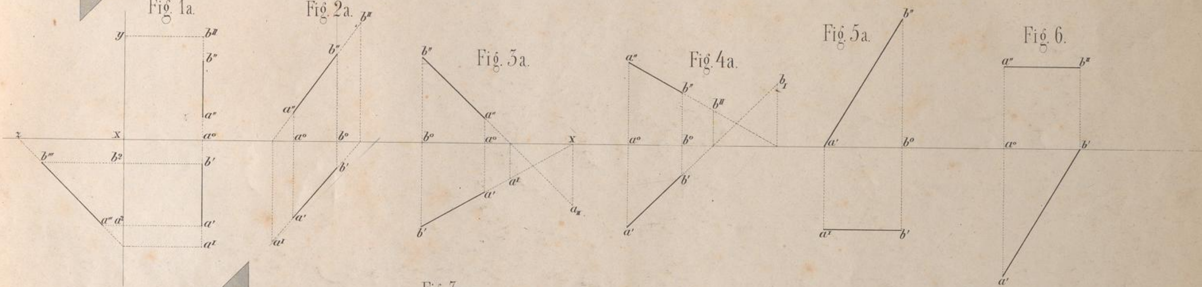


Fig. 7.

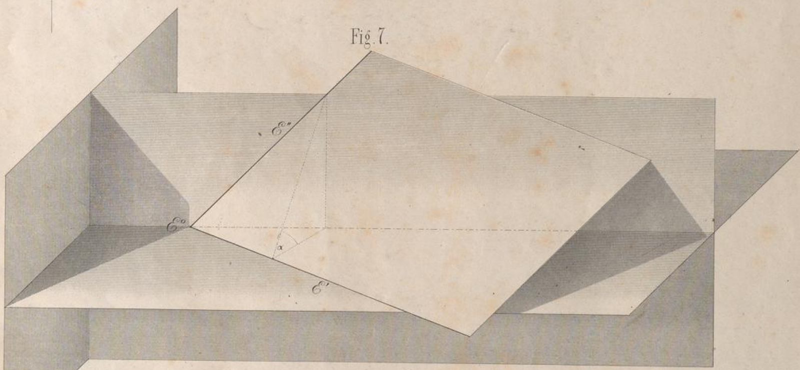
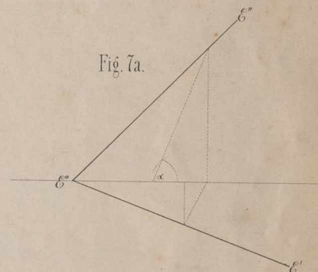


Fig. 7a.



Durchgänge (Spuren) einer Linie und Schnitte einer Ebene.

Der Punkt, in welchem eine Linie eine Projectionsebene schneidet, heißt der „Durchgang" dieser Linie in dieser Projectionsebene. Ist eine Linie durch ab bezeichnet, so bezeichnen wir ihren Durchgang in P' mit a^{I}, ihren Durchgang in P'' mit b^{II}. Die Durchgänge a^{I} und b^{II} liegen sowohl in der Linie ab, als auch in den Projectionsebenen P' und P'', folglich die Projectionen der Durchgänge in der Achse P und in den verlängerten Projectionen a'b', a''b''. — Man verlängere daher jede Projection bis zur Achse, errichte hier senkrechte Linien, so sind die Punkte a^{I} und b^{II}, in welchen die Projectionen von den senkrechten Linien geschnitten werden, die verlangten Durchgänge.

Fig. 1–1a. Die Projectionen a'b' u. a''b'' der Linie stehen normal auf der Achse. Die Durchgänge zu finden, bedarf es der dritten Projectionsebene. Es ist $a^{I}a''' = a^{o}a''$; $b^{I}b''' = a^{o}b'$; $xz = xy = a^{o}b^{II}$.

Fig. 2–2a. Die Linie ab schneidet beide Projectionsebenen und die Projectionen a'b' u. a''b'' der Linie schneiden die Achse.

Fig. 3–3a. Die Linie ab schneidet die erste Projectionsebene vorne (P') und die zweite unten, d. h. in P_{II}.

Fig. 4–4a. Die Linie ab schneidet die erste Projectionsebene hinten d. h. in P, und die zweite oben in P''.

Fig. 5–5a. Die Linie ab ist parallel mit der zweiten Projectionsebene und schneidet die erste.

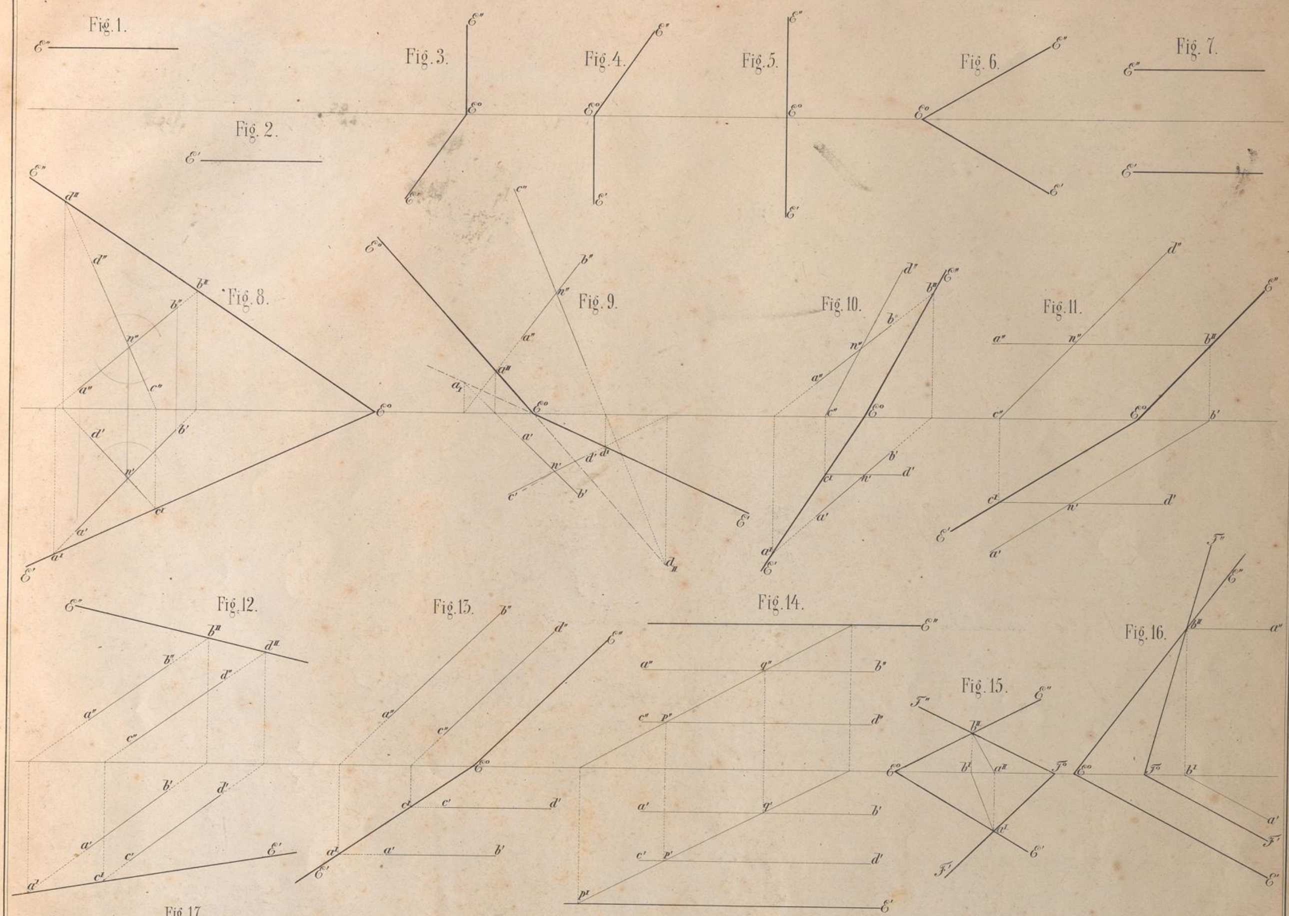
Fig. 6. Die Linie ab ist parallel mit der ersten Projectionsebene und schneidet die zweite.

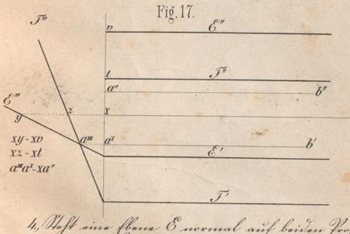
Schnitte einer Ebene.

Die Linien, in welchen eine Ebene die Projectionsebenen schneidet, nennen wir die Schnitte der Ebene. Die Schnitte einer Ebene sind entweder beide parallel mit der Achse oder sie schneiden beide die Achse, und zwar in demselben Punkt. Ist eine Ebene durch E bezeichnet, so bezeichnen wir ihren Schnitt in P' durch E' ihren Schnitt in P'' durch E'' ihren Schnitt in P''' durch E'''. Und schneiden die Schnitte einer Ebene E die Achse, so bezeichnen wir diesen Punkt durch E^{o} (Fig. 7–7a.)

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt III.





Lage von Ebenen im Raume und ihre Schnitte.

1, Die Ebene E ist parallel mit der ersten Projectionsebene P', steht also normal auf der zweiten Projectionsebene P''. Der Schnitt E'' in der zweiten Projectionsebene ist parallel mit der Achse, Fig. 1.

2, Ist die Ebene E parallel mit der zweiten Projectionsebene P'', also normal auf P', so ist ihr Schnitt in der ersten Projectionsebene P' parallel mit der Achse, Fig. 2.

3, Steht die Ebene E normal auf der einen Projectionsebene und schneidet sie die andere, so ist ihr Schnitt in der anderen Projectionsebene normal auf der Achse, Fig 3-4.

4, Steht eine Ebene E normal auf beiden Projectionsebenen, so sind ihre beiden Schnitte E' und E'' normal auf der Achse, Fig. 5.

5, Steht eine Ebene E schief auf beiden Projectionsebenen und schneidet sie die Achse, so sind ihre beiden Schnitte schief auf der Achse, Fig. 6; ist aber die Ebene parallel mit der Achse, so sind beide Schnitte mit der Achse parallel, Fig. 7.

Einfache Constructionen.

1, Zwei gegebene Linien **ab** und **cd** schneiden sich in einem Punkte n, man soll die Schnitte der Ebene E construiren, welche durch die Linien geht, **Fig. 8.**

Aufl. I. Man construire die Durchgänge der Linien, und ziehe die Linien $a^{I}c^{I}$ und $b^{II}d^{II}$; die erstere ist der Schnitt E', die andere der Schnitt E''. In Fig. 9 ist die Linie a b in einer solchen Lage angenommen, daß ihr Durchgang in der ersten Projectionsebene in P_{I} fällt; die Linie cd dergestalt, daß sie P_{II} schneidet.

II. Die eine der Linien, nämlich ab, schneidet beide Projectionsebenen, die andere, cd, schneidet die erste Projectionsebene und ist parallel mit der zweiten, Fig. 10.

III. Die eine Linie cd schneidet die erste Projectionsebene und ist parallel mit der zweiten, die andere, ab, schneidet die zweite Projectionsebene und ist parallel mit der ersten, Fig. 11.

2, Es sind zwei parallele Linien **ab** und **cd** gegeben, man soll die Schnitte der Ebene E construiren, welche durch sie geht.

Aufl. I. Die Schnitte gehen durch die Durchgänge der Linien Fig. 12. – II, In Fig. 13 schneidet jede von den Linien die erste Projectionsebene und ist parallel mit der zweiten.

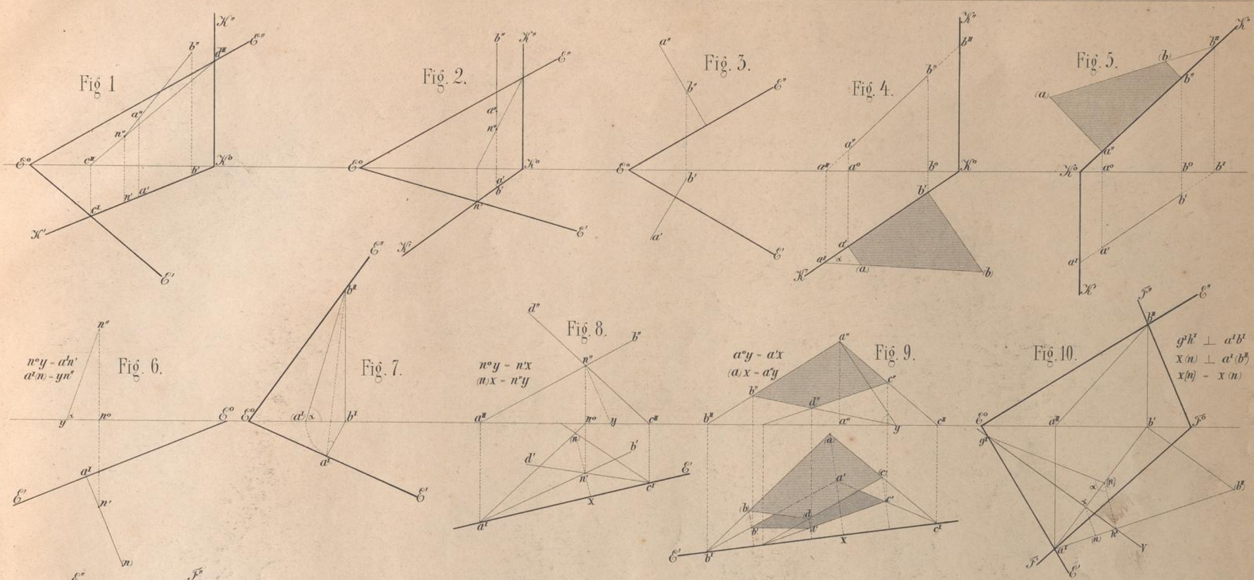
III. Jede von den Linien ist parallel mit beiden Projectionsebenen. Die Schnitte der Ebene gehen parallel mit den Projectionen der Linien. Eine gerade Linie pq Fig. 14, welche die beiden parallelen Linien ab u. cd schneidet, befindet sich in der Ebene E und schneidet deren Schnitte; die Durchgänge p^{I} u. q^{II} sind sonach Punkte durch welche die Schnitte gehen.

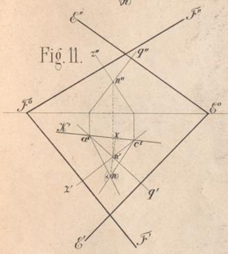
3, Es sind die Schnitte zwei sich schneidender Ebenen E und F gegeben, man soll deren Durchschnittslinie **ab** construiren.

Aufl. I. Da die Durchschnittslinie **ab** in beiden Ebenen E u. F liegt, so sind die Punkte, in welchen die Schnitte sich schneiden die Durchgänge der Durchschnittslinie. In den Linien $a^{I}b^{I}$ und $a^{II}b^{II}$ hat man daher die Projectionen der verlangten Durchschnittslinie Fig. 15. – II, Die Schnitte der Ebenen in der einen Projectionsebene schneiden sich, die in der anderen sind parallel, Fig. 16. – III, Die Schnitte der Ebenen sind parallel mit der Achse, Fig. 17. Mit Zuhülfenahme der Schnitte E''' u. F''' in der dritten Projectionsebene, findet man sehr leicht die Durchschnittslinie **ab**.

UNIVERSITÄTS-BIBLIOTHEK PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN





Einfache Constructionen.

4, Es sind die Schnitte einer Ebene E gegeben und eine gerade Linie ab, welche die Ebene schneidet, man soll den Durchschnittspunkt n finden.

Aufl. I, Man lege durch ab eine projicirende Ebene K, Fig 1, construire die Durchschnittslinie cd beider Ebenen E und K, so ist der Punkt n, in welchem sich die Linien ab und cd schneiden der verlangte Durchschnittspunkt.

II. In Fig. 2 steht die Linie ab normal auf der ersten Projectionsebene.

5, Es sind die Schnitte einer Ebene E gegeben und ein Punkt a, man soll durch den Punkt a eine Linie ab construiren, welche auf der Ebene E normal steht. — Aufl. Durch die Projectionen des Punktes a Fig. 3, zeichne man Linien welche normal stehen auf den Schnitten der Ebene E. Diese Linien sind die Projectionen der verlangten Linie ab.

Bestimmung der Größe und Lage von Linien und Flächen, welche durch ihre Projectionen gegeben sind. (Herabschlagen).

Eine begränzte gerade Linie, welche durch ihre Projectionen gegeben ist, herabschlagen, soll heißen, eine gerade Linie zeichnen, welche gleich ist jener Linie. Einen gegebenen Winkel oder ein gegebenes Neck herabschlagen, soll ebenso heißen, einen Winkel zeichnen, welcher jenem Winkel gleich, oder ein Neck, welches jenem Neck congruent ist. Einen gegebenen Punkt, welcher sich in einer gegebenen Ebene befindet, mit dieser Ebene auf eine Projectionsebene herabschlagen, soll heißen, in der Projectionsebene denjenigen Punkt bestimmen, mit welchem jener Punkt zusammen fallen würde, wenn man die Ebene um ihren Schnitt in der Projectionsebene drehte, bis sie in die Projectionsebene fällt. Es wird hiernach von selbst deutlich sein, was wir darunter verstehen, eine gegebene Linie, einen Winkel, ein Neck mit einer Ebene auf eine Projectionsebene herabschlagen. Einen herabgeschlagenen Punkt a bezeichnen wir mit (a).

1, Es ist eine begränzte gerade Linie ab Fig. 4 durch ihre Projectionen $a^I b^I$ und $a^{II} b^{II}$ gegeben, man soll die wahre Größe bestimmen und den Winkel, welchen sie mit der ersten Projectionsebene bildet.

Aufl. Man schlage die Linie mit der projicirenden Ebene K, welche zur ersten Projectionsebene gehört, auf diese Projectionsebene herab. Es ist $a^I(a) = a^o a^{II}$, $b^I(b) = b^o b^{II}$; (a) (b) die verlangte Linie und α der Winkel, welchen die Linie mit der Horizontalebene bildet. In Fig. 5 ist die Linie ab mit der zweiten projicirenden Ebene auf die zweite Projectionsebene herabgeschlagen, man erhält dadurch die verlangte Linie ab und den Winkel, welchen sie mit der Verticalebene bildet.

2, Eine Ebene E Fig. 6, steht schief auf der ersten Projectionsebene, in der Ebene E befindet sich ein Punkt n, man soll diesen Punkt n mit der Ebene E auf die erste Projectionsebene herabschlagen. Von der Ebene E ist nur ein Schnitt E^I angegeben. Sie ist bestimmt durch diesen Schnitt und durch den Punkt n.

Aufl. Man construire $n^I a^I$ normal auf E^I, und denke die Linie $a^I n$. Indem man diese Linie $a^I n$ mit der Ebene E auf die erste Projectionsebene herabschlägt, löst man die Aufgabe. Das Dreieck $n n^I a^I$ ist rechtwinklig; die eine Kathete $n n^I$ ist gleich $n^o n^{II}$. Man nehme daher $n^o y - n^I a^I$; dann ist $n^o y - n a^I$ und mache $a^I(n) = n^o y$.

3, Es ist eine Ebene E durch ihre Schnitte gegeben, man soll den Winkel α zeichnen, welchen sie mit der ersten Projectionsebene bildet.

Aufl. Man nehme in dem Schnitte E^{II} Fig. 7 den Punkt b^{II} beliebig, construire $b^{II} b^I$ normal auf der Achse, $b^I a^I$ normal auf dem Schnitt E^I, und denke die Linie $a^I b^{II}$. Die Linien $a^I b^{II}$ und $a^I b^I$ bilden den Winkel α. Man nehme demnach $b^I(a) - b^I a^I$ und ziehe $a^I b^{II}$. Der Winkel $b^I(a) b^{II}$ ist der verlangte Winkel α.

4, Es sind zwei sich schneidende Linien ab und cd Fig. 8 gegeben, man soll den Winkel herabschlagen welchen die Linien bilden. Aufl. Man construire die Ebene E, welche durch die Linien geht, und schlage die Linien mit der Ebene E auf eine der Projectionsebenen herab; dadurch erhält man den verlangten Winkel.

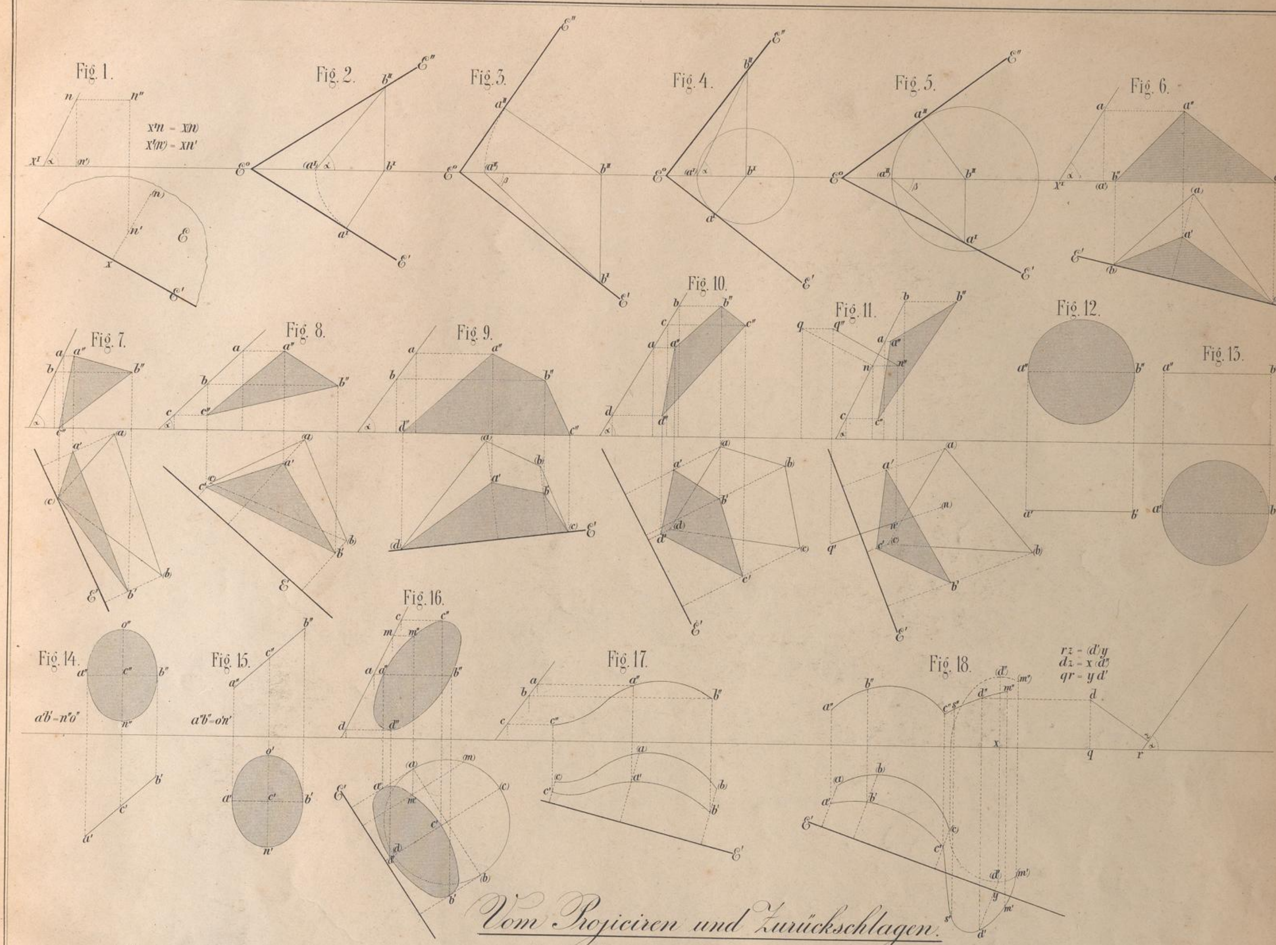
5, In Fig. 9 ist ein Viereck abcd mit der Ebene E auf die erste Projectionsebene herabgeschlagen (a)(b)(c)(d) ist das herabgeschlagene Viereck.

6, Es sind zwei sich schneidende Ebenen E und F gegeben, man soll den Neigungswinkel α dieser Ebenen herabschlagen. Aufl. Man construire die Durchschnittslinie ab der beiden Ebenen Fig. 10 und lege durch irgend einen Punkt n dieser Durchschnittslinie eine Ebene V welche auf derselben normal steht. Die Linien ng und nh, in welchen die Ebene V die Ebenen E und F schneidet, bilden den Neigungswinkel α der Ebenen E und F. Um den Neigungswinkel zu erhalten, hat man daher die Linien ng und nh mit der Ebene V auf eine der Projectionsebenen herabzuschlagen. (Ausführung der Construction Fig. 10).

Andere Auflösung. Man nehme einen Punkt n an, Fig 11, und construire durch ihn eine Linie ng normal auf der Ebene E, und eine Linie nz normal auf der Ebene F. Diese Linien bilden zwei Winkel, die gleich sind denen, welche die Ebenen bilden. Man schlage also die Winkel herab welche die Linien bilden und man hat die Neigungswinkel der Ebenen.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt V.



Vom Projiciren und Zurückschlagen.

Eine Linie, welche an sich gegeben ist, projiciren, soll heißen, die Projectionen der Linie construiren. Ebenso das Projiciren von Winkeln, Flächen und Körpern.

Einen in einer Projectionsebene gegebenen Punkt (n) in eine gegebene Ebene zurückschlagen, soll heißen, die Projectionen desjenigen Punktes n der Ebene E construiren, welcher, mit der Ebene auf jene Projectionsebene herabgeschlagen, in den Punkt (n) fallen würde. Ebenso das Zurückschlagen von in Projectionsebenen gegebenen Linien und Flächen in gegebene Ebenen. Das Zurückschlagen (Heben) ist demnach das Umgekehrte des Herabschlagens.

1, Es ist in einer Projectionsebene ein Punkt (n) gegeben, man soll den Punkt (n) in eine Ebene E zurückschlagen. — Aufl. Von der Ebene E ist der erste Schnitt E' und der Neigungswinkel α der Ebene gegen die erste Projectionsebene gegeben. Man mache x'n = x(n) Fig. 1, fälle die Normale n(n') und trage die Kathete x(n') normal auf E' von x nach n'. (n')n gibt die Höhe des Punktes n über der Horizontalebene.

2, Es ist der Schnitt einer Ebene E gegeben und der Winkel α welchen die Ebene E mit der Projectionsebene bildet, die jenen Schnitt enthält, man soll den anderen Schnitt construiren. Aufl. In irgend einem Punkte a' des Schnittes E' Fig. 2 errichte man auf dem Schnitt die Normale a'b', in b' auf der Achse eine Normale b'b'', mache b'(a') gleich b'a', den Winkel b'(a')b'' gleich α, und ziehe E°b''. Dies ist der zweite Schnitt. — In Fig. 3 ist der erste Schnitt gesucht.

3, Es ist ein Schnitt einer Ebene E gegeben, und der Winkel α, welchen die Ebene E mit der Projectionsebene bildet, die jenen Schnitt nicht enthält, man soll den anderen Schnitt construiren. — Aufl. Es sei der Schnitt E'' gegeben. Man nehme in diesem Schnitt einen Punkt b'', Fig. 4, fälle von ihm aus die Normale b''b' auf die Achse, mache den Winkel b''(a')b' gleich α, beschreibe mit b'(a') von b' aus einen Kreis, und lege an diesen von E° aus eine Tangente. Diese ist der andere Schnitt E'. In Fig. 5 ist der Schnitt E' gegeben und der Winkel β, welchen die Ebene E mit der zweiten Projectionsebene bildet; es ist daraus der zweite Schnitt E'' gesucht.

4, Fig. 6–8. Projectionen eines gegebenen Dreiecks abc, welches mit der ersten Projectionsebene einen Winkel α bildet.

5, Fig 9–10. Projectionen eines gehobenen Vierecks abcd.

6, Auf einem Dreieck abc steht in dem Punkte n eine Linie nq senkrecht; es sollen die Projectionen des Dreiecks und der Linie nq gezeichnet werden, wenn das Dreieck einen gegebenen Winkel α mit der ersten Projectionsebene bildet. (Ausführung der Construction Fig. 11.

7, Fig 12–16. Projectionen eines Kreises.

8, Die Projectionen von Curven werden durch die Projectionen einer Reihe von Punkten bestimmt, welche so zu wählen sind, daß der Lauf der Curve leicht daraus erkannt werden kann. Dasselbe gilt von krummlinigen Figuren.

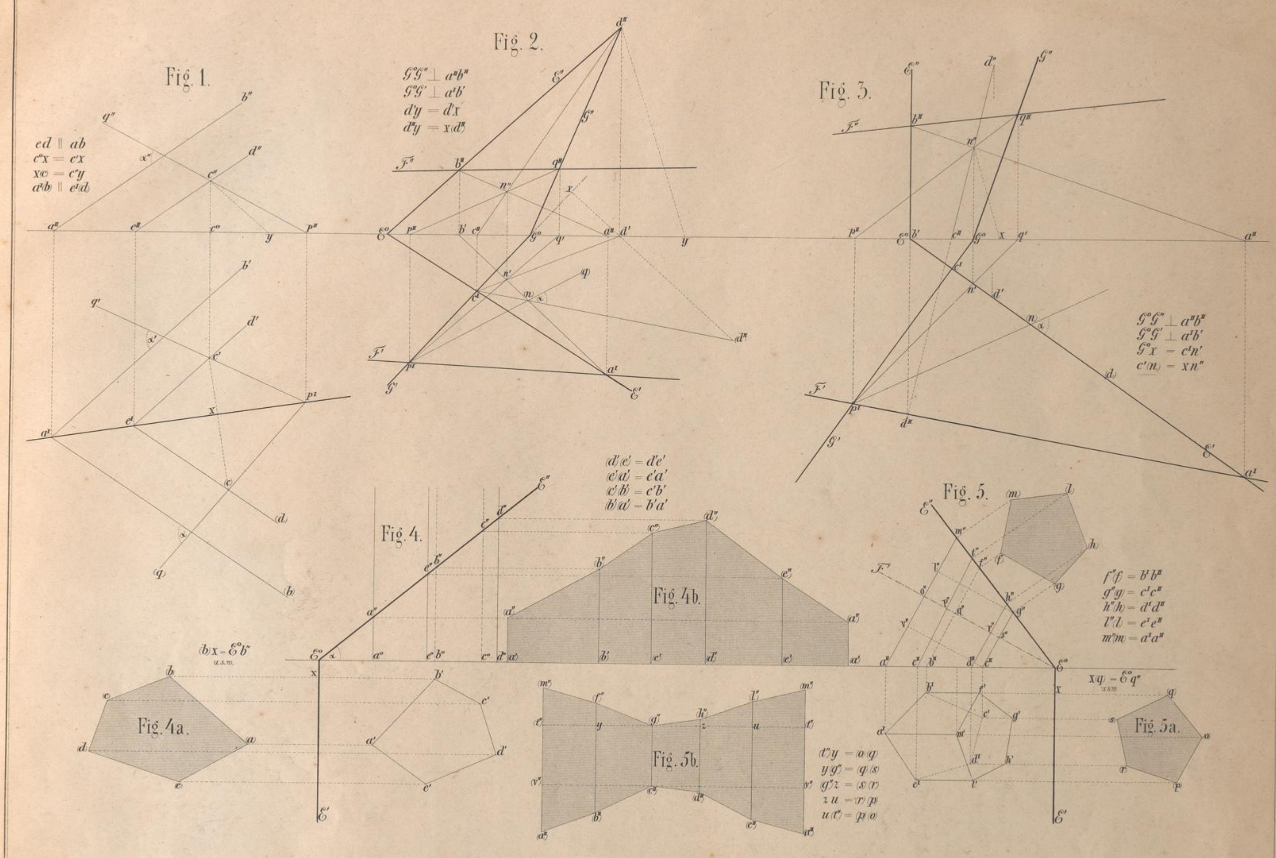
9, Eine gegebene einfach gekrümmte Linie zu projiciren. — Aufl. Man schlage einzelne Punkte derselben in die Ebene E, welche mit der ersten Projectionsebene den Winkel α bildet, zurück, Fig 17.

10, Soll eine doppelt gekrümmte Linie Fig. 18, projicirt werden, dann denke man sich dieselbe auf die erste Projectionsebene gelegt und dann mit der Ebene E, welche durch einige ihrer Theile geht, unter dem Winkel α gehoben, (zurückgeschlagen).

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt VI.



Vom Projiciren und Zurückschlagen.

11, Es ist eine gerade Linie ab gegeben und ein Punkt c, man soll durch den Punkt c eine gerade Linie pq construiren, welche mit der Linie ab einen gegebenen Winkel α bildet. Aufl. Man construire durch die Linie ab und den Punkt c eine Ebene, E Fig. 1, schlage die Linie ab und den Punkt c mit der Ebene E auf eine der Projectionsebenen herab, ziehe in der herabgeschlagenen Ebene durch den Punkt (c) eine Linie p^I(q), welche mit der gegebenen den Winkel α bildet, und schlage die durch (c) gelegte Linie in die Ebene E zurück. Um die Ebene E zu erhalten, lege man durch c die Linie dc parallel mit der Linie ab, construire die Durchgänge beider Linien, und zeichne durch dieselben die Schnitte. (In Fig. 1 ist nur der erste Schnitt gezeichnet.)

12, Es ist eine Ebene E gegeben, in derselben eine gerade Linie ab, man soll durch die Linie ab eine Ebene F construiren, welche mit der Ebene E den Winkel α bildet. Aufl. Man construire eine Ebene G normal auf der Linie ab Fig. 2, bestimme die Linie dc, in welcher die Ebenen E und G sich schneiden, und den Punkt n in welchem die Linie ab von der Ebene G geschnitten wird, schlage die Linie cd und den Punkt n mit der Ebene G auf die erste Projectionsebene herab, construire durch den herabgeschlagenen Punkt (n) eine Linie p^I(q), welche mit der herabgeschlagenen Linie cd den Winkel α bildet, schlage die Linie p^I(q) in die Ebene G zurück und lege durch die Linien ab und pq eine Ebene; dies ist die verlangte Ebene F. In Fig. 3 ist die Ebene E in welcher die Linie ab liegt normal zur ersten Projectionsebene angenommen; das Uebrige wie bei Fig. 2.

Construction von Durchschnittsfiguren, welche entstehen, wenn ebene Körper durch Ebenen geschnitten werden.

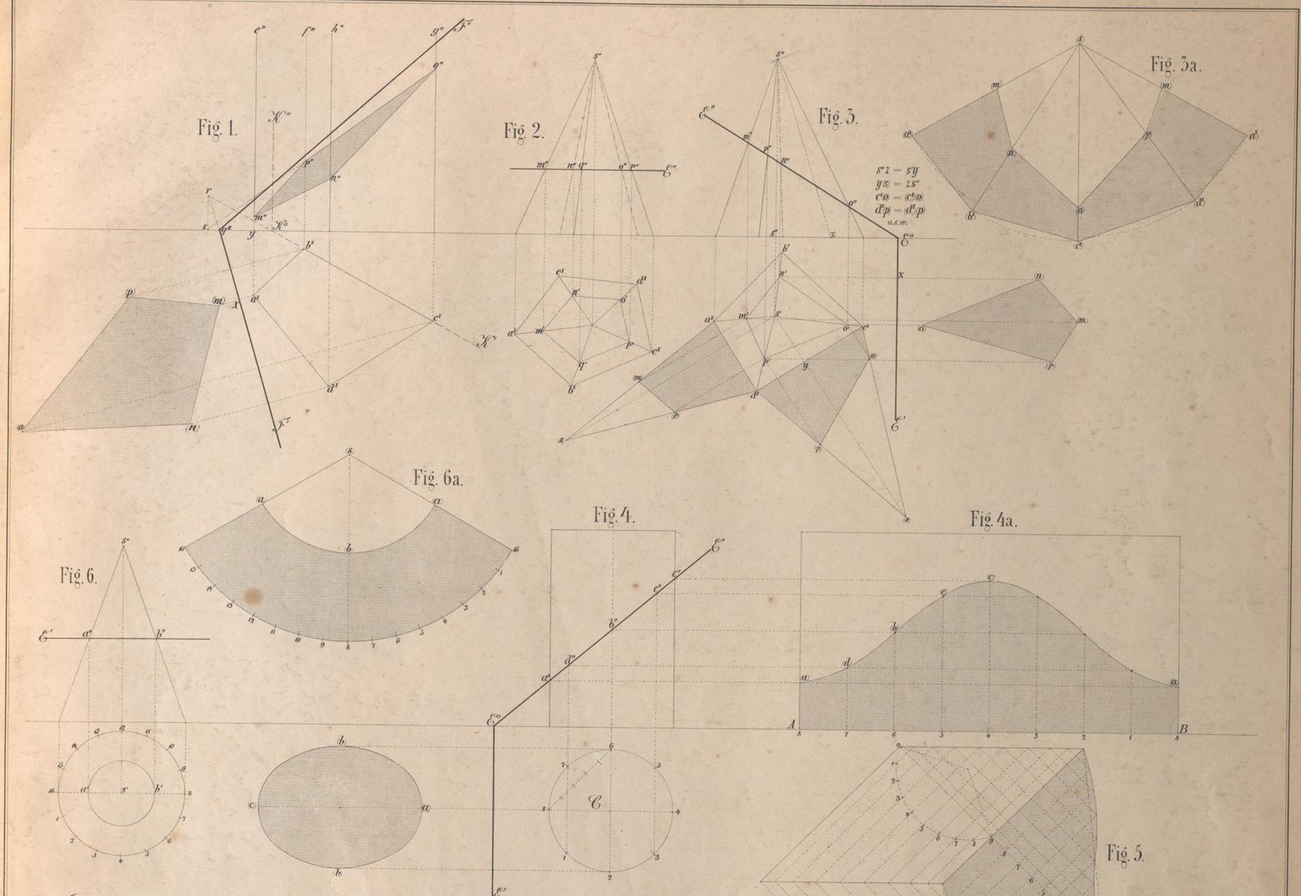
Die Durchschnittsfigur, welche entsteht, wenn ein ebener Körper und eine Ebene sich schneiden, wird erhalten, indem man zuerst die Punkte construirt, in welchen die Ebene von den Kanten des Körpers geschnitten wird, und dann je zwei auf einander folgende von diesen Punkten durch eine gerade Linie verbindet. Die Durchschnittsfigur geht auch hervor, wenn man die Linien construirt, in welchen die Ebene und die Begränzungsebenen des Körpers sich schneiden.

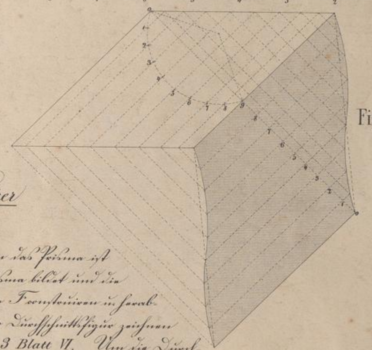
1, Ein normales Prisma wird von einer Ebene E geschnitten, welche normal auf der zweiten Projectionsebene steht und mit der ersten einen gegebenen Winkel α bildet. Man soll die Durchschnittsfigur und die Abwickelung des Körpers construiren. Aufl. Man zeichne das Prisma und die Schnitte der schneidenden Ebene, alsdann kann man die Durchschnittsfigur construiren und herabschlagen Fig. 4–4a. Um die Abwickelung des schief abgeschnittenen Prisma's Fig 4b zu erhalten, breite man die fünf Seiten des Querschnitts in eine gerade Linie aus, ziehe senkrecht darauf die Kantenlinien a'(a''), b'(b'') ..... und mache diese mit ihren Verticalprojectionen a°a'', c°c''...... in Fig 4 gleich lang, so ist, wenn die Endpunkte durch gerade Linien verbunden werden, die Abwickelung oder das Netz gefunden.

2, In Fig 5–5b ist ein schiefes Prisma von einer Ebene E geschnitten, welche normal auf der zweiten Projectionsebene steht. Die Durchschnittsfigur m l h g f ist auf die zweite Projectionsebene herabgeschlagen. Um die Abwickelung des Prisma's Fig. 5b zu erhalten construire man den senkrechten Querschnitt Fig 5a und breite die Seiten desselben in eine gerade Linie (t'') y (g'') z u (t'') aus, ziehe senkrecht darauf die Linien (m'')(a''), (f'')(b''), (g'')(c''), (h'')(d''), (l'')(e''), (m'')(a'') und mache diese mit den betreffenden Kantenlinien gleich lang.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt VII.





Construction von Durchschnittsfiguren, welche entstehen, wenn ebene Körper durch Ebenen geschnitten werden.

3, Ein normales Prisma abcdefgh, Fig. 1, wird von einer Ebene F geschnitten. Die Lage der Ebene F gegen das Prisma ist dadurch bestimmt, daß der Winkel gegeben ist, welchen die Ebene mit einer von den Seitenebenen adeh des Prisma bildet und die Linie mn in welcher sie diese Seitenebene schneidet. Man soll die Durchschnittsfigur des Prismas und der Ebene F construiren u. herabschlagen. Aufl. Man wird zuerst das Prisma und die Schnitte der Ebene F construiren, dann die Projectionen der Durchschnittsfigur zeichnen und endlich die Durchschnittsfigur herabschlagen. Die Schnitte der Ebene F erhält man nach Aufgabe 12 Fig. 3 Blatt VI. Um die Durchschnittsfigur mnop zu erhalten, construire man die Durchschnittslinien in welchen die Seitenebenen des Prismas die Ebene F schneiden. (Aufgabe 3, Blatt III). Die Durchschnittsfigur ist auf die erste Projectionsebene herabgeschlagen. Den Punkt m herabzuschlagen, fälle man von a' aus die Normale $a'x$ auf den Schnitt F', verlängere dieselbe und mache die Verlängerung $x(m)$ gleich der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks dessen Katheten $a'x$ und ym'' sind. Ebenso findet man die Punkte (n), (o) und (p).

4. In Fig. 2 ist die Durchschnittsfigur mnopq einer Ebene E mit einer fünfseitigen Pyramide abcdes construirt. Die Ebene E ist mit der Grundebene der Pyramide parallel.

5, Eine vierseitige Pyramide abcds wird von einer Ebene E geschnitten, welche normal auf der zweiten Projectionsebene steht und mit der ersten einen gegebenen Winkel α bildet. Es ist die Durchschnittsfigur und das Netz der schief abgeschnittenen Pyramide zu zeichnen. (Ausführung der Construction Fig. 3–3a).

Construction von Durchschnittsfiguren, welche entstehen, wenn Körper, von krummen Flächen begränzt, von Ebenen geschnitten werden.

Wird ein von krummen Flächen begränzter Körper von einer Ebene E geschnitten und man soll die Durchschnittsfigur construiren, dann lege man eine Ebene F so durch den Körper, daß die Durchschnittslinie Q der Ebene F und des Körpers eine leicht zu construirende gerade oder krumme Linie (Kreis) gibt. Die Ebene F schneidet die Ebene E in einer geraden Linie pq. Die Punkte, in welchen die gerade Linie pq und die Durchschnittslinie Q (Kreis etc) sich schneiden, sind Punkte der verlangten Durchschnittsfigur. Ist der Körper von Seiten begränzt, (Cylinder, Kegel) so construire man eine Anzahl Seiten und die Durchschnittspunkte dieser mit der Ebene E. Sie sind auch Punkte der verlangten Durchschnittsfigur.

1, Ein normaler Cylinder Fig. 4 wird von einer Ebene E geschnitten, man soll die Durchschnittsfigur und die Abwicklung des Cylinders construiren. Aufl. Die erste Projection der Durchschnittsfigur ist der Kreis C. Die zweite Projection der Durchschnittsfigur ist ein Theil des Schnittes E''. Die Durchschnittsfigur ist eine Ellipse, deren große Achse gleich $a''c''$ und deren kleine Achse gleich dem Durchmesser des Cylinders ist. Fig. 4a zeigt die Abwicklung des schief abgeschnittenen Cylinders. Die abgewickelte Peripherie ist gleich dem dreifachen Durchmesser eines Kreises und dem fünften Theil der Sehne seines Quadranten.

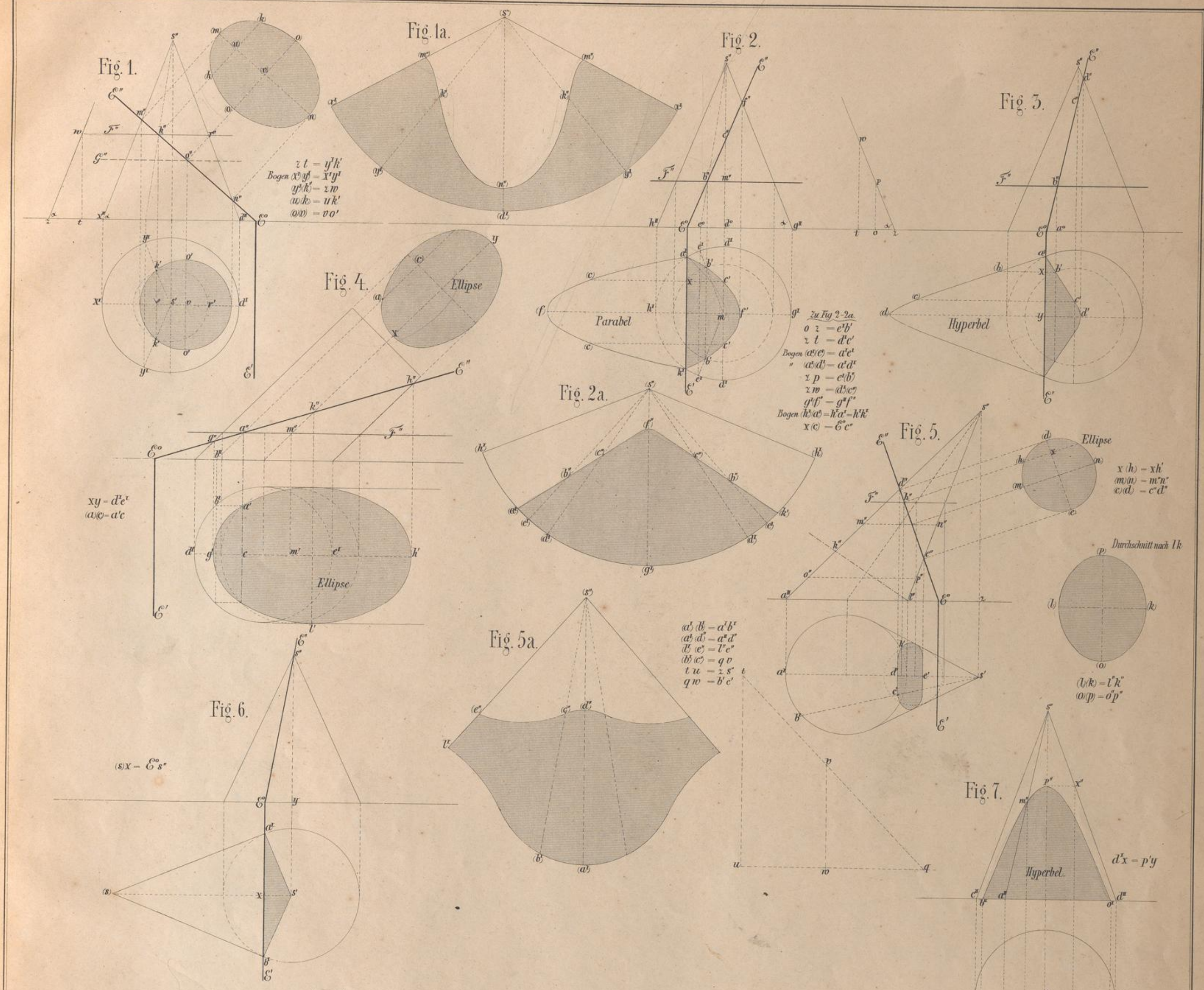
2, Fig. 5 zeigt die Abwicklung eines schief abgeschnittenen Cylindermantels (schiefe Brücke).

3, Ein normaler Kegel wird von einer Ebene E geschnitten, welche parallel mit der Grundebene ist, Fig. 6. Die Durchschnittsfigur ist ein Kreis und die Abwicklung des Kegelmantels ein Kreisausschnitt, dessen Radius gleich der Seite und dessen Bogen gleich der Peripherie des Grundkreises ist (Fig. 6a).

Bezeichnet man den Mittelpunktswinkel des Kreisausschnittes mit α, den Bogen mit B, die Seite des Kegels mit s und sein Radius mit r, dann ist: $B = 2s\pi\frac{\alpha}{360} = 2r\pi$ und daraus

$\alpha = 360(\frac{r}{s})$.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN



Construction von Durchschnittsfiguren, welche entstehen, wenn Körper von krummen Flächen begränzt, von Ebenen geschnitten werden.

4, Ein normaler Kegel wird von einer Ebene E geschnitten. Der Schnitt ist so geführt, daß die schneidende Ebene mit der, dem Anfangspunkte gegenüberliegenden Seitenlinie des Kegels convergirt. (Fig. 1.) Die Durchschnittsfigur ist eine Ellipse, desgleichen auch die Projection derselben. Die große Achse (m)(n) der Durchschnittsfigur ist ein Theil des zweiten Schnittes E'' gleich m'' n'', die kleine Achse (o)(v)(o) gleich dem Durchmesser des Parallelkreises, dessen zweiter Schnitt G'' ist. Fig. 1a zeigt den Mantel des schief abgeschnittenen Kegels.

5, In Fig 2 ist die Ebene E parallel mit der Seite h s des Kegels. Die herabgeschlagene Durchschnittsfigur a' (c) f (c) k' ist in diesem Fall eine Parabel. Der Mantel des Kegelstücks a' g' k' f ist in Fig. 2a abgewickelt.

6, Fig. 3 zeigt einen Kegelschnitt, bei welchem die schneidende Ebene mit der, dem Anfangspunkte gegenüberliegenden Seitenlinie des Kegels divergirt. Die Durchschnittsfigur ist in diesem Falle eine Hyperbel.

7, Ein schiefer, elliptischer Cylinder wird von einer Ebene E, welche senkrecht auf der zweiten Projectionsebene steht, geschnitten. Die Durchschnittsfigur g k h l bildet eine Ellipse. Fig. 4.

8, Fig. 5 zeigt die Construction der Durchschnittsfigur, welche entsteht, wenn ein schiefer Kegel von einer Ebene E geschnitten wird. Die Durchschnittsfigur bildet eine Ellipse, welche sich bei unserem Beispiele einem Kreise nähert.

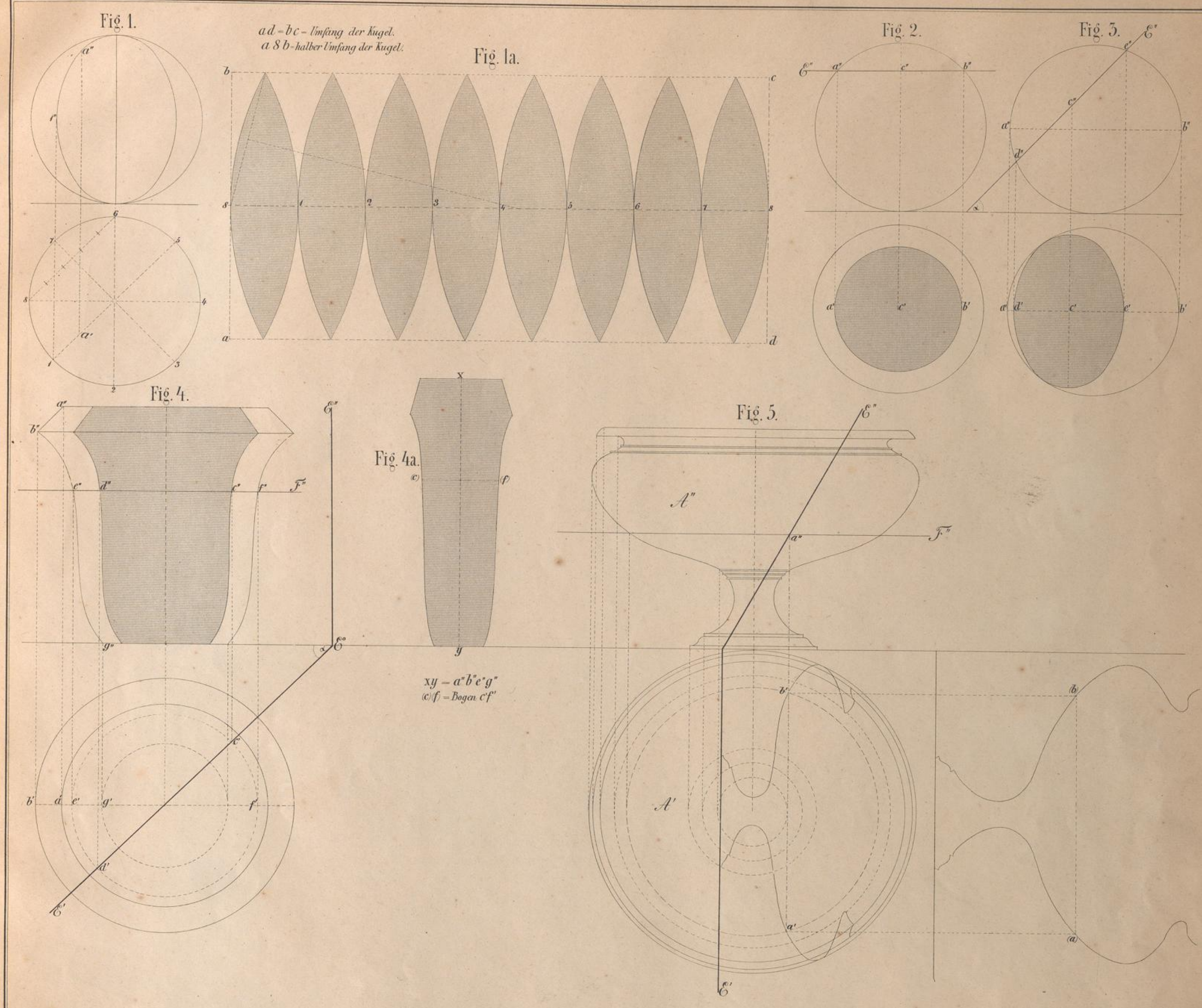
9, Geht die Ebene E wie in Fig. 6 durch die Spitze des Kegels, so bildet die Durchschnittsfigur ein Dreieck.

10, In Fig. 7 wird ein normaler Kegel von einer Ebene E geschnitten, welche auf der ersten Projectionsebene senkrecht steht und parallel mit der zweiten Projectionsebene ist. (Durchschnittsfigur eine Hyperbel).

Die Ausführung der Constructionen ist aus den Figuren ersichtlich.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt IX.



Construction von Durchschnittsfiguren, welche entstehen, wenn Umdrehungskörper von Ebenen geschnitten werden.

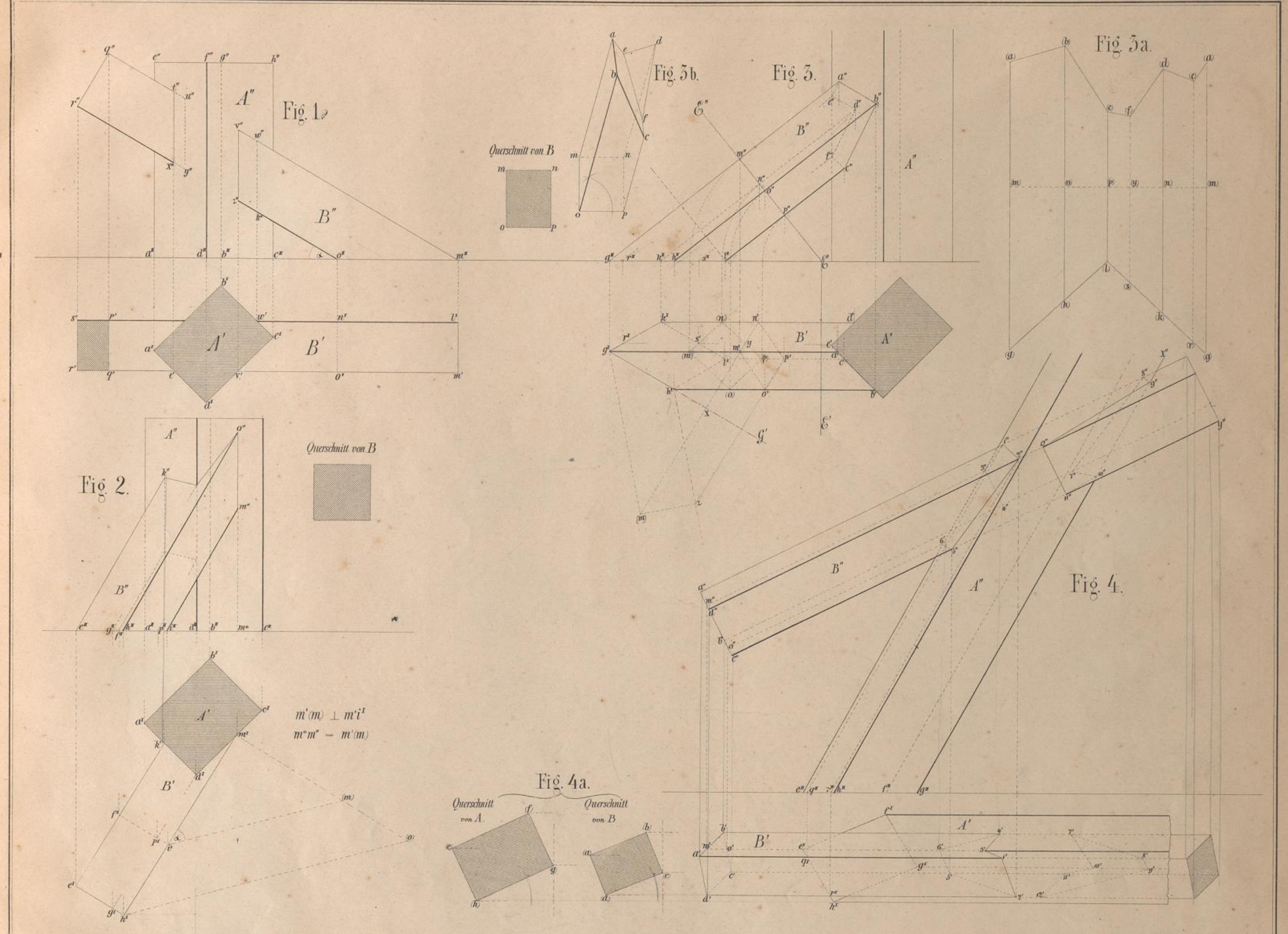
Erklärung. Man stelle sich eine gerade Linie vor, und eine zweite beliebige Linie, in einer beliebigen Lage zur ersten, man drehe die zweite Linie um die erste ohne daß die Lage derselben gegen die erste geändert wird, bis sie wieder in ihre ursprüngliche Stellung zurückgekehrt ist. Die zweite Linie beschreibt während der Bewegung eine krumme Fläche, diese heißt eine Umdrehungsfläche, der von ihr eingeschlossene Raum ein Umdrehungskörper. Die gerade Linie, um welche die zweite Linie (Erzeugungslinie) gedreht wird, heißt die Umdrehungsachse. Jeder Punkt der Erzeugungslinie beschreibt einen Kreis (Parallelkreis), dessen Ebene normal auf der Umdrehungsachse steht. Jeder Punkt einer Umdrehungsfläche liegt in der Peripherie eines Parallelkreises. Eine krumme Fläche, welche Seiten hat, u. deren Natur es bedingt, daß je zwei aufeinander folgende Seiten in einer Ebene sich befinden, läßt sich so biegen, daß sie zu einer Ebene wird, ohne daß die Größe der Fläche eine Änderung erleidet. Dergleichen Flächen heißen abwickelbare Flächen (Cylinder Kegel etc). Nicht abwickelbare krumme Flächen (Kugel, Ellipsoid etc) lassen sich nur dadurch annähernd als Ebenen darstellen, daß man sie in mehrere Theile theilt und diese als abwickelbar betrachtet.

11, Die annähernde Abwickelung der Kugel, bestehend aus 8 sphärischen 2 Ecken, zeigt Fig. 1a.

12, Es ist Fig. 2 eine Kugel durch ihre Projectionen gegeben, dieselbe wird von einer Ebene E, welche parallel mit der ersten Projectionsebene ist, geschnitten. In Fig. 3 wird die Kugel von einer Ebene E. geschnitten, welche senkrecht auf der vertikalen Projectionsebene steht und mit der horizontalen Projectionsebene einen Winkel α bildet.

13, Fig. 4–4a zeigt die Durchschnittsfigur einer Ebene E mit einem kelchförmigen Körper und einen Theil der annähernden Abwickelung. Die Ebene E steht senkrecht auf der ersten Projectionsebene und ist unter dem Winkel α gegen die zweite Projectionsebene geneigt.

14, Die Vase A wird von einer Ebene E, welche senkrecht auf der zweiten Projectionsebene steht, geschnitten, es ist die Durchschnittslinie construirt und auf die erste Projectionsebene herabgeschlagen.



Ebene Körper (Polyeder) welche sich durchdringen.

Sind die Projectionen der sich durchdringenden ebenen Körper gegeben, so erhält man die Projectionen der Schnittfiguren, wenn man entweder die Durchschnittslinien der sich schneidenden Seitenebenen bestimmt, oder wenn man die Punkte aufsucht, in denen die Kanten des einen, die Flächen des anderen durchdringen und diese Punkte in gehöriger Weise mit einander verbindet. Es kommt hierbei immer darauf an, daß man auf möglichst einfache Weise den Zweck erreicht, und dabei so verfährt, wie es die Natur der Aufgabe mit sich bringt.

1, Ein Prisma A Fig 1 welches auf der ersten Projectionsebene senkrecht steht, wird von einem Prisma B, dessen Seitenkanten mit der zweiten Projectionsebene parallel sind, schräg durchdrungen. Aus der ersten Projection ergibt sich, daß das Prisma B von dem Prisma A zum Theil ganz umschlossen wird, indem das erstere in das letztere hinein und wieder hinaus geht. Wir bekommen daher zwei Schnittfiguren, die eine für den Eintritt, die andere für den Austritt.

2, In Fig 2 ist die Durchdringung zweier Prismen A und B gezeichnet. Das Prisma B, dessen Seitenkanten geneigt gegen beide Projectionsebenen sind, lehnt sich an das senkrechte Prisma A, ohne über den Kreuzungspunkt hinauszureichen, es entsteht daher nur <u>eine</u> Schnittfigur für den Eintritt.

3, Fig. 3, zeigt die Verbindung eines Prismas B mit einem Prisma A. Es seien die Projectionen einer Kante ga des Prismas B, der Schnitt G' in welchem eine von dieser Kante begränzte Seitenfläche desselben, die erste Projectionsebene schneidet, und außerdem die Figur des senkrechten Querschnitts des Prismas B gegeben. Man schlage ein beliebiges Stück gm der Kante ga mit der Ebene G auf die erste Projectionsebene herab. Um den ersten Durchgang h' der Kante bh zu bestimmen, trage man aus dem gegebenen Querschnitte die Entfernung mo der beiden Kanten ga und bh von einander, senkrecht auf $g'(m)$, ab, und ziehe zh' parallel $g'(m)$, so wird hierdurch h' und damit auch h'' bestimmt. Man zeichne ferner die Schnitte E'' und E' einer Ebene E welche normal auf den Kanten des Prismas B steht u. schlage die Schnittlinie mo mit der Ebene E auf die erste Projectionsebene herab. Mit Hülfe des bekannten Querschnittes $mnop$ trage man an $(m)(o)$ den Querschnitt $(m)(n)(o)(p)$ und schlage diesen in die Ebene E zurück, so erhält man die zweite Projection $m''n''o''p''$ des normalen Querschnittes und es lassen sich nun die Kanten des Prismas zeichnen. Um nun die Anlehnungsflächen des Prismas B, deren Projectionen gefunden sind, wirklich herstellen (auftragen) zu können, muß man die Abwickelung Fig. 3a des Prismas zeichnen. Dies geschieht aber sehr leicht mit Hülfe des bekannten Querschnittes und der Verticalprojection. In Fig 3b ist das obere Ende des Prismas isometrisch gezeichnet.

4, Fig. 4. Durchdringung zweier Prismen A und B, welche parallel mit der zweiten Projectionsebene angenommen sind. Um die Projectionen der Prismen zu erhalten, denkt man sich das eine A mit der Kante gx, das andere B mit der verlängerten Kante cy, so auf die Horizontalebene gelegt, wie in Fig. 4a angedeutet und alsdann gehoben.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Fig. 1.

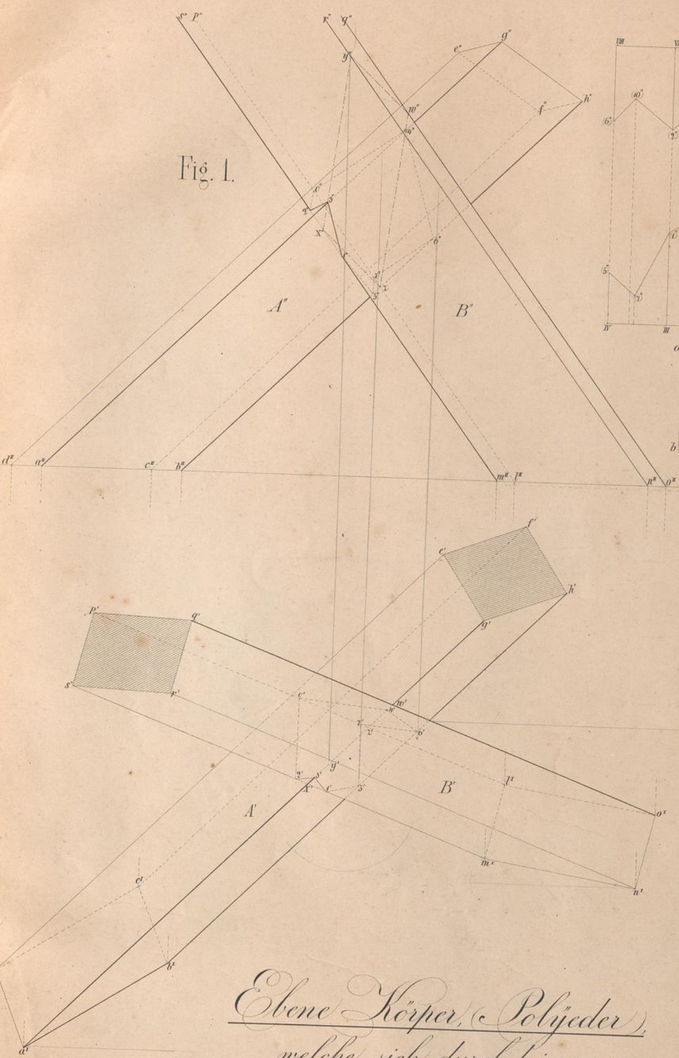


Fig. 2a.

Fig. 2b.

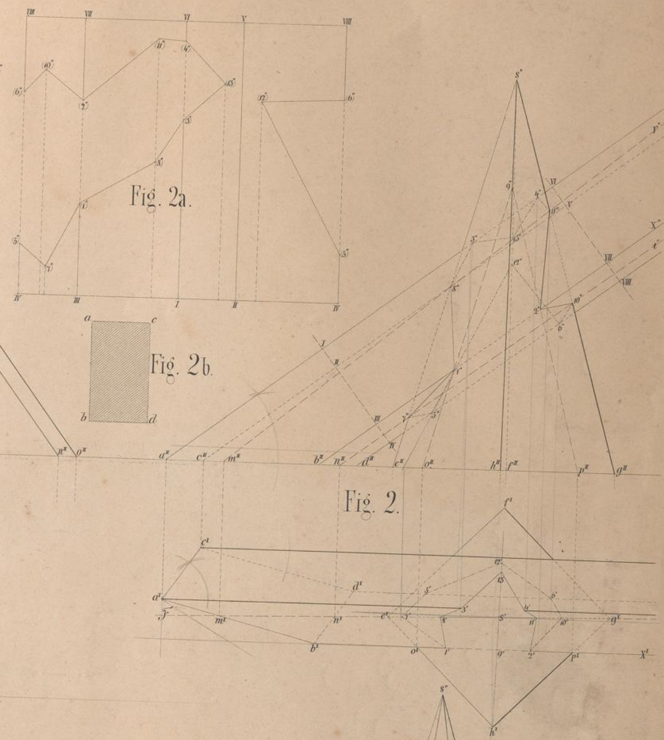
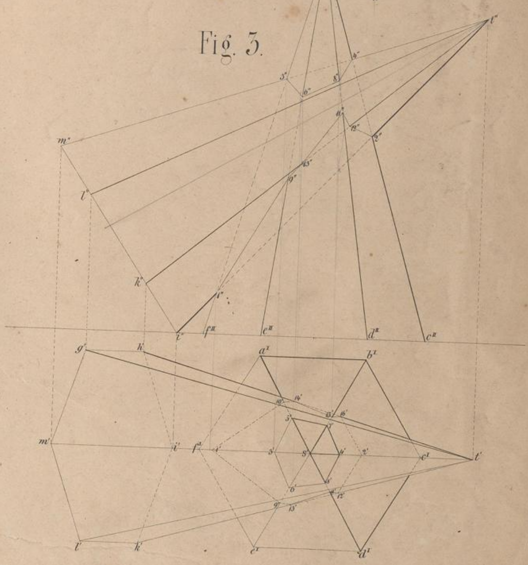


Fig. 2.

Fig. 3.



Ebene Körper, (Polyeder), welche sich durchdringen.

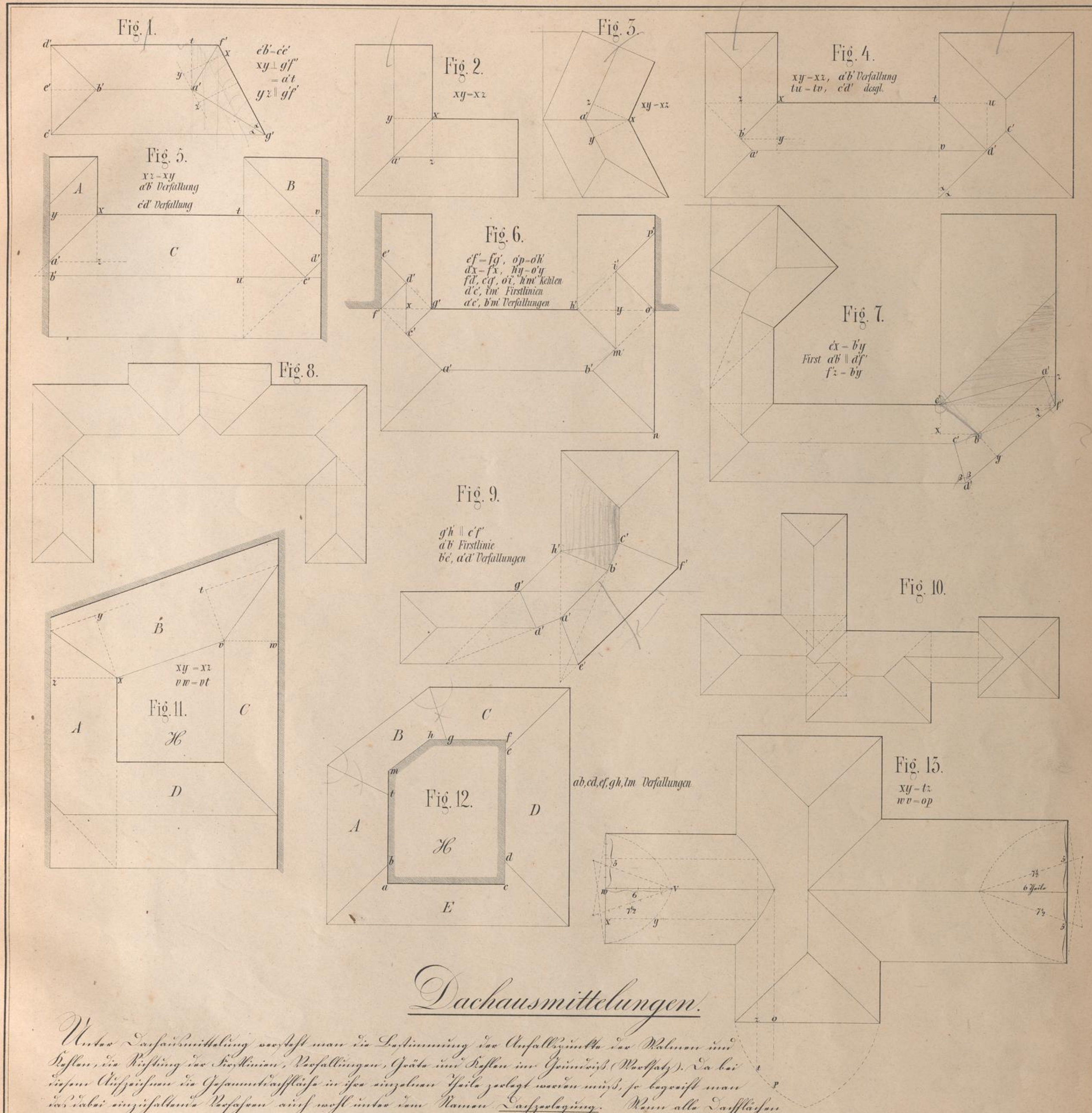
5, Zwei Prismen A und B, welche geneigt zu beiden Projectionsebenen sind, durchdringen einander. Die Projectionen der Prismen zu erhalten, denkt man sich dieselben mit den Kanten cf und lp auf die Horizontalebene gelegt und alsdann gehoben. Man construire die Punkte, in welchen die Kanten des einen Prismas die Flächen des andern durchdringen und verbinde diese Punkte in gehöriger Reihe mit einander. Um die Durchschnittspunkte der Kante ag des Prismas A mit dem Prisma B zu finden, lege man durch ag die erste projicirende Ebene F und construire die Durchschnittsfigur dieser Ebene mit dem Prisma B; die Punkte 3 und 4 in welchen diese Durchschnittsfigur xywz, Fig. 1, von der Kante ag geschnitten wird, sind die verlangten Punkte.

6, Eine vierseitige Pyramide wird von einem vierseitigen Prisma, dessen Seitenkanten mit der zweiten Projectionsebene parallel sind, schräg durchdrungen Fig. 2. Legt man durch die Kante bx des Prismas die erste projicirende Ebene, so schneidet diese die Pyramide in den Linien oq und qp und die Punkte 1 u. 2, in welchen diese Linien von der Kante bx geschnitten werden, sind die Durchschnittspunkte der Kante gx mit der Pyramide. Um die Durchschnittspunkte der Kanten der Pyramide mit dem Prisma zu erhalten, muss man durch erstere ebenfalls die projicirenden Ebenen F... legen, ihre Durchschnitte mit dem Prisma construiren und alsdann die Punkte suchen, in welchen diese von den Kanten der Pyramide geschnitten werden. Fig. 2a zeigt das Netz und Fig. 2b den senkrechten Querschnitt des Prismas.

7, In Fig. 3 durchdringen sich zwei sechsseitige Pyramiden. Man lege wieder durch die Kanten die ersten oder zweiten projicirenden Ebenen, construire deren Durchschnittsfiguren mit der Pyramide und die Punkte in welchen diese von den betreffenden Kanten geschnitten werden.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt XII.



Dachausmittelungen.

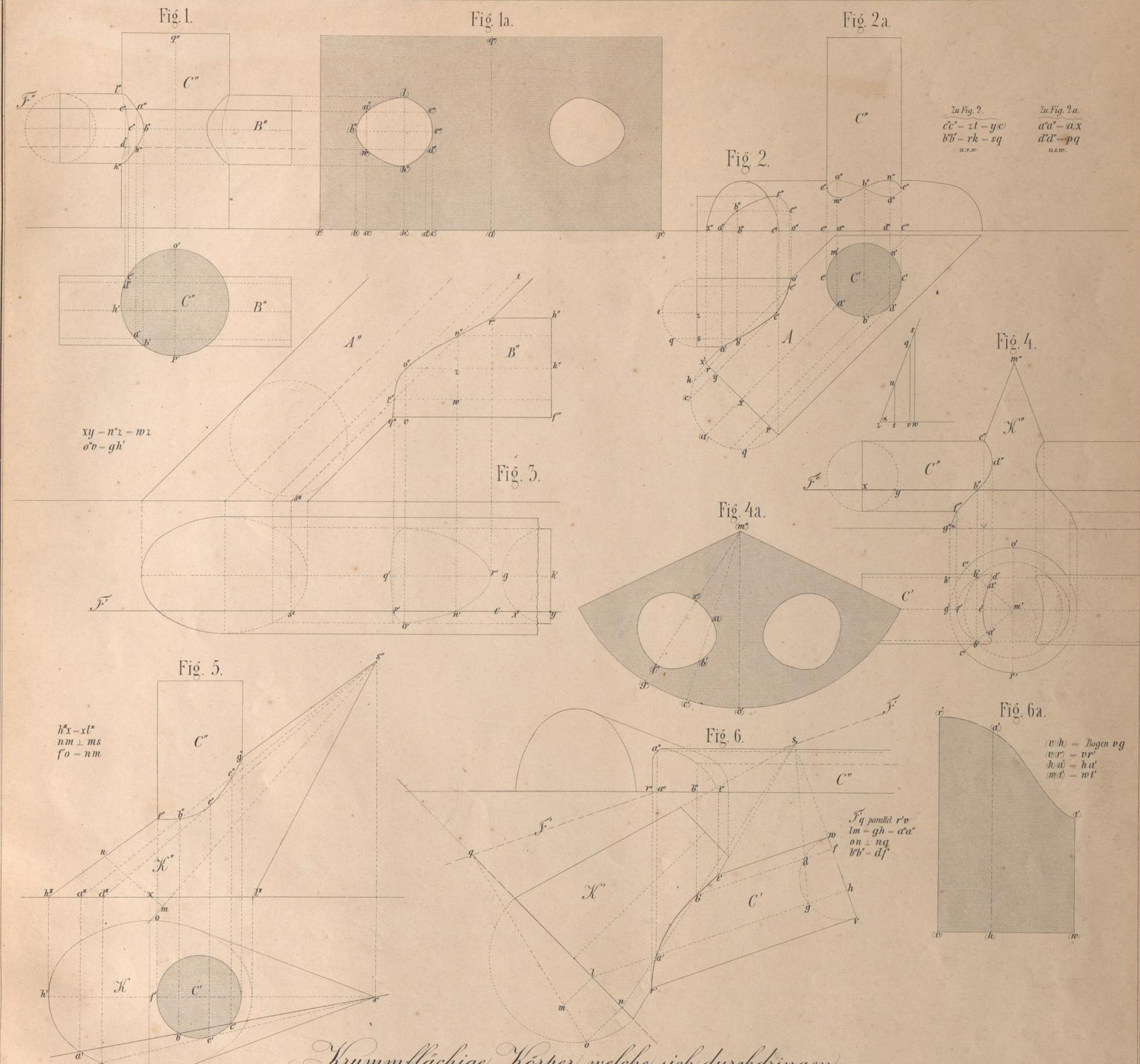
Unter Dachausmittelung versteht man die Bestimmung der Anfallspunkte der Walmen und Kehlen, die Richtung der Firstlinien, Verfallungen, Gräte und Kehlen im Grundriß (Werksatz). Da bei diesem Aufzeichnen die Gesammtdachfläche in ihre einzelnen Theile zerlegt werden muß, so begreift man das dabei einzuhaltende Verfahren auch wohl unter dem Namen Dachzerlegung. Wenn alle Dachflächen gleiche Neigung haben, so wird dadurch den Anforderungen an die Festigkeit des Dachwerks entsprochen und es ist daher diese Regel auf die Ausmittelungen (Fig. 1–13) angewendet. Haben zwei sich schneidende Dächer gleiche Neigungen aber verschiedene Tiefen, so können die Firstlinien nicht in einer Höhe liegen. Der Uebergang von der höheren Firstlinie zur niederen heißt Verfallung. Hinsichtlich der Construction ist zu bemerken, daß, wenn der Unterschied der Tiefe beider Dächer nur gering ist, man immer am besten thut, die Verfallung ganz fort zu lassen und beide Firstlinien gleich hoch zu legen, wenn auch die Neigungswinkel beider Dächer etwas verschieden ausfallen.

Fig. 1. Gerader und schiefer Walm.
Fig. 2. Regelmäßige, rechtwinklige Wiederkehr.
Fig. 3. Regelmäßige, schiefwinklige Wiederkehr.
Fig. 4. Unregelmäßige Wiederkehr.
Fig. 5. Wiederkehr, bei welcher die Gebäudeflügel A u. B mit Pultdächer überdeckt sind.
Fig. 6. Wiederkehr, bei welcher der vordere Gebäudeflügel nach allen 4 Seiten Dachflächen erhält.

Fig. 7. Unregelmäßige Wiederkehr mit hohem Pultdach.
Fig 8–10. Unregelmäßige Grundrisse.
Fig. 11. Verbindung mehrerer Pultdächer A B u. C untereinander und mit dem Satteldach D. (Abfall des Wassers nach dem Hofe H).
Fig. 12. Verbindung der Pultdächer A, B, C, D, E, welche einen Hof H umschließen und nach außen geneigt sind.
Fig. 13. Ausmittelung eines Kreuzdaches mit regel- und unregelmäßiger Wiederkehr.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt XIII.



Krummflächige Körper, welche sich durchdringen.

Punkte der Durchschnittslinie zweier krummen Flächen A und B können dadurch erhalten werden, daß man die sich schneidenden Flächen A und B durch eine Ebene F schneidet. Dabei gehen zwei Durchschnittslinien hervor, eine der Fläche A mit der Ebene F, und eine der Fläche B mit der Ebene F. Schneiden sich die beiden Durchschnittslinien, so sind die Punkte, in welchen es geschieht, Punkte der Durchschnittslinie der krummen Flächen A und B.

1, Ein normaler Cylinder C, Fig. 1, werde von einem anderen Cylinder B, welcher parallel zu beiden Projectionsebenen ist, durchdrungen. Werden die Cylinder durch Ebenen F geschnitten, welche parallel mit der ersten Projectionsebene sind, so erzeugen sie in der Cylinderfläche B Mantellinien und in der Fläche C congruente Kreise. Die Durchschnittspunkte der Mantellinien mit den Parallelkreisen des Cylinders C sind Punkte der Schnittkurve. Fig 1a zeigt die Abwickelung des Cylindermantels C.

2, In Fig. 2 durchdringen sich zwei halbe Cylinder A und B. – Fig. 2a zeigt die Durchdringung eines normalen Cylinders C mit dem halben Cylinder A.

3, Fig. 3. Durchdringung zweier Cylinder A und B. Der Cylinder ist geneigt zur ersten Projectionsebene, der Cylinder B parallel mit beiden Projectionsebenen. (Hilfsebene F parallel mit der zweiten Projectionsebene).

4, In Fig. 4 wird ein Kegel K von einem Cylinder C durchdrungen, so daß die Achsen beider sich rechtwinkelig schneiden. Die Achse des Cylinders ist parallel zur ersten Projectionsebene. Schnittebene F parallel mit der ersten Projectionsebene. Der Kegel wird in Parallelkreisen und der Cylinder in Mantellinien geschnitten. Fig. 4a Abwickelung des Kegelmantels.

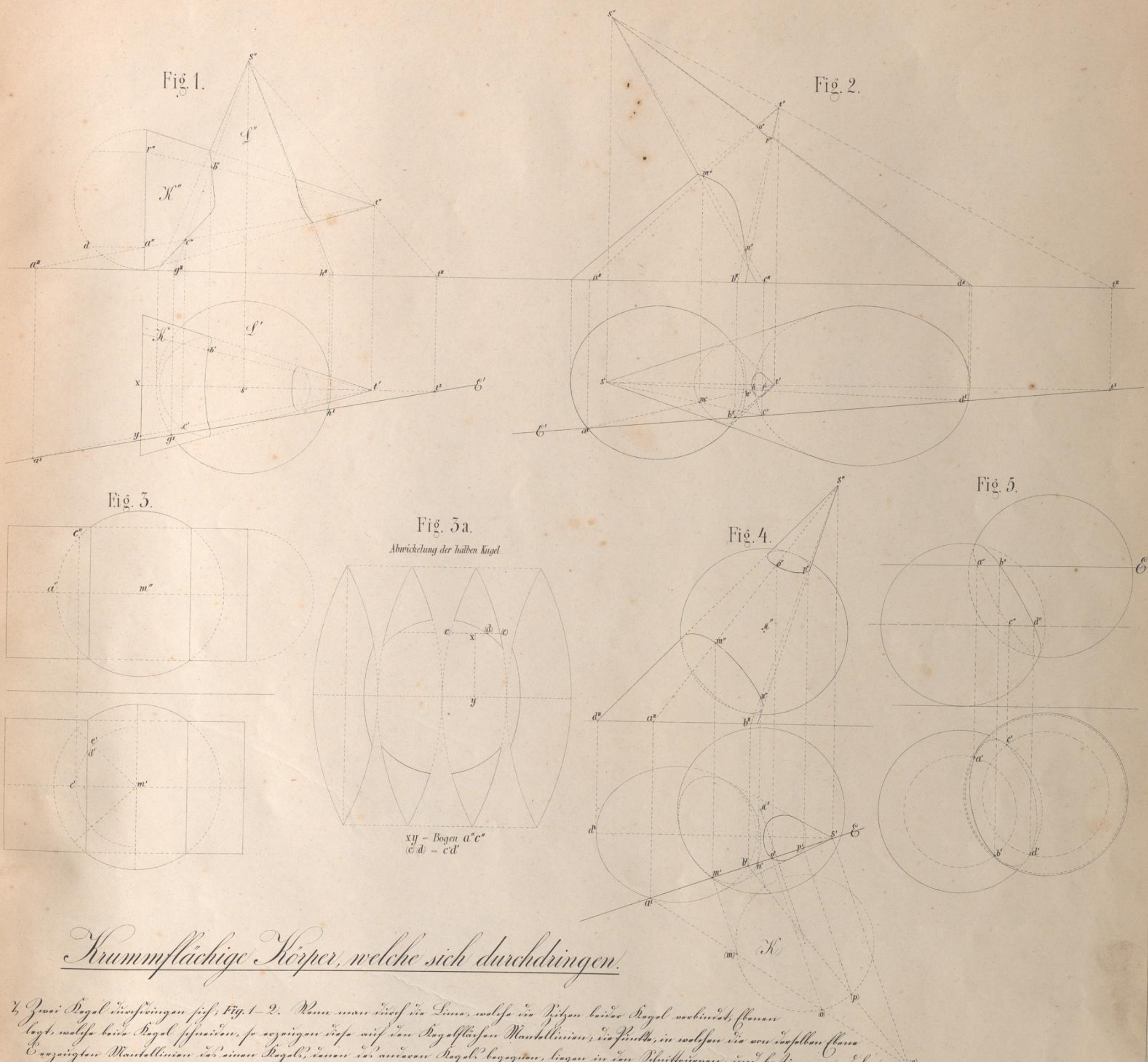
5, Fig. 5, Durchdringung eines schiefen Kegels K mit einem normalen Cylinder C. (Schnittebene F geht durch die Spitze s des Kegels und ist parallel mit der Achse des Cylinders).

6, Fig. 6, Durchdringung eines halben Kegels K mit einem halben Cylinder C. (Schnittebene durch die Spitze des Kegels und parallel mit der Achse des Cylinders).

Fig. 6a Abwickelung des halben Cylindermantels.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt XIV.



Krummflächige Körper, welche sich durchdringen.

7, Zwei Kegel durchdringen sich; Fig. 1–2. Wenn man durch die Linie, welche die Spitzen beider Kegel verbindet, Ebenen legt, welche beide Kegel schneiden, so erzeugen diese auf den Kegelflächen Mantellinien; die Punkte, in welchen die von derselben Ebene erzeugten Mantellinien des einen Kegels, denen des anderen Kegels begegnen, liegen in den Schnittcurven, und bestimmen daher dieselben. In Fig. 1 ist die Achse des einen Kegels K parallel mit der ersten Projectionsebene. Man construire eine Mantellinie at dieses Kegels und ihren ersten Durchgang a′. Legt man durch a′ und durch den ersten Durchgang der Linie st eine Linie E′, so stellt diese den ersten Schnitt einer Ebene E dar, welche den Kegel K in den Mantellinien at und rt, den Kegel L in den Linien gs und hs schneidet. Die Durchschnittspunkte dieser geraden Linien sind Punkte der verlangten Durchschnittscurven. Fig. 2 zeigt die Durchdringung zweier schiefen Kegel. Legt man durch den ersten Durchgang t′ der Linie st eine Gerade E′, welche die Grundschnitte der Kegel schneidet, so stellt diese den ersten Schnitt einer Ebene E dar, welche auf den Kegelflächen die Mantellinien at, bt, cs und ds erzeugt. Die Durchschnittspunkte m n o und p der Mantellinien sind Punkte der Durchschnittscurven.

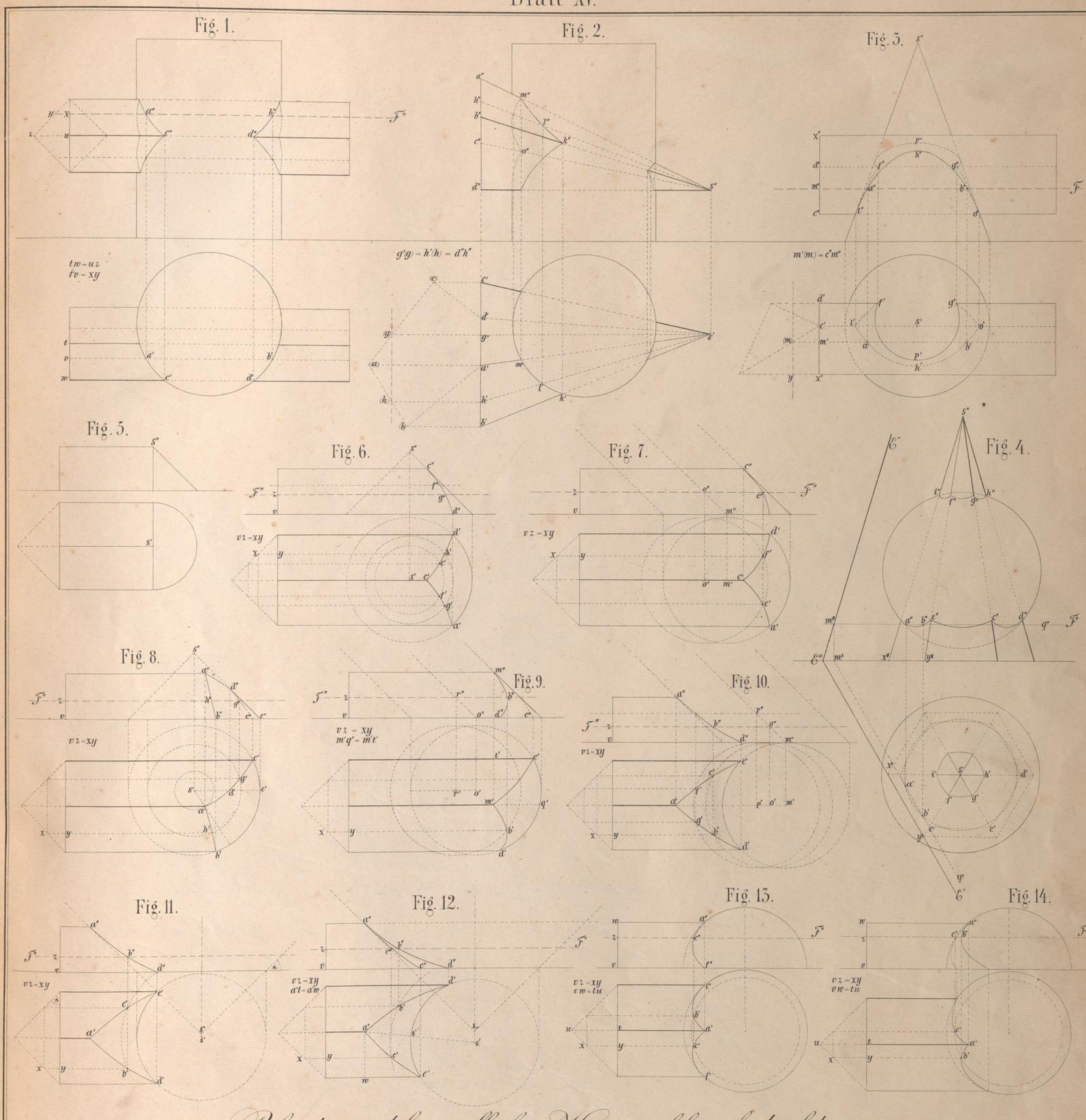
8, Ein Cylinder, dessen Achse parallel mit beiden Projectionsebenen ist, durchdringt eine Kugel (Fig. 3). Da die Achse des Cylinders durch den Mittelpunkt der Kugel geht, so bilden die Schnittcurven Kreise, welche in beiden Projectionsebenen als gerade Linien sich zeigen. Fig. 3a stellt die Abwickelung der halben Kugel, bestehend aus 4 sphärischen Zweiecken, dar.

9, Durchdringung eines schiefen Kegels mit einer Kugel. (Fig. 4)
Man construire eine Ebene E, welche durch die Spitze des Kegels geht und senkrecht auf der Horizontalebene steht. Diese Ebene schneidet den Kegel in Mantellinien as und bs und die Kugel in einem Kreise K. Schlägt man den Kreis und die Mantellinien auf die erste Projectionsebene herab, so stellen die Punkte (m)(o)(p)(n) die herabgeschlagenen Durchschnittspunkte der Mantellinien mit der Kugel dar, welche in die Ebene E zurückzuschlagen sind.

10, Fig. 5. Durchdringung zweier Kugeln.

UNIVERSITÄTS-BIBLIOTHEK PADERBORN

Blatt XV.



Polyeder und krummflächige Körper welche sich durchdringen.

Fig. 1. Ein normaler Cylinder wird von einem vierseitigen Prisma durchdrungen.
Fig. 2. Ein normaler Cylinder wird von einer fünfseitigen Pyramide durchdrungen.
Fig. 3. Ein gerader Kegel wird von einem dreiseitigen Prisma durchdrungen.
Fig. 4. Eine Kugel wird von einer sechsseitigen Pyramide durchdrungen.
Man construire die Durchschnittcurve der Ebene E, in welcher die Seitenfläche xys liegt, mit der Kugel. Die Ebene F schneidet die Kugel in einem Kreise und die Ebene E in einer geraden Linie mq parallel E°E'. Die Punkte a u. b in welchen die Linie mq den Kreis schneidet, sind Punkte der verlangten Durchschnittcurve.

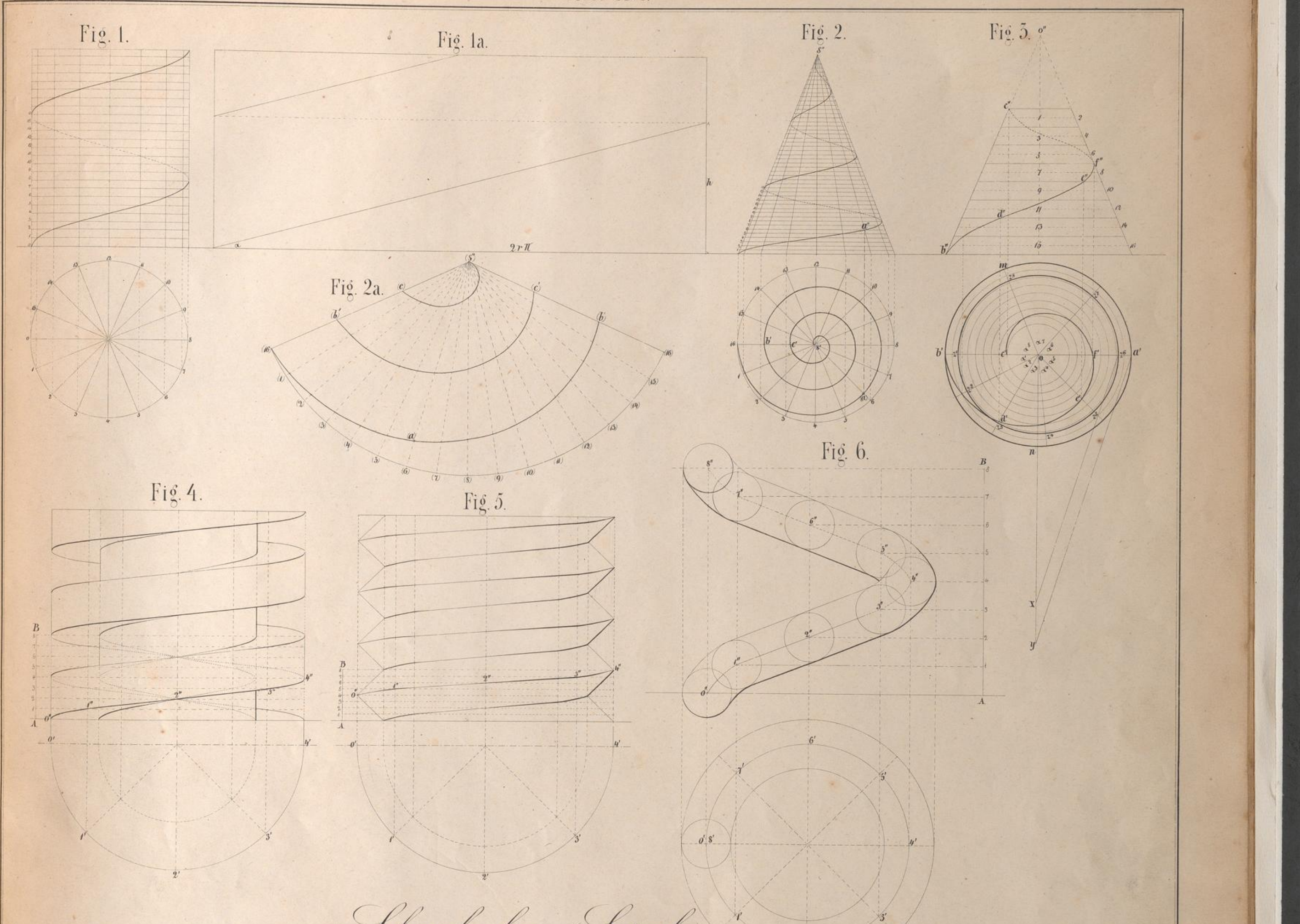
Dachausmittelungen.

Fig. 5. Kegelwalm bei welchem die Spitze des Kegels mit dem Anfallpunkt zusammenfällt
Fig. 6. Kegelwalm. Fig. 7. Cylinderwalm. Fig. 8. Schiefer Kegelwalm.
Fig. 9. Schiefer Cylinderwalm.
Fig. 10. Cylinderwalm mit concaver Fläche.
Fig. 11. Kegelwalm mit concaver Fläche.
Fig. 12. Schiefer Kegelwalm mit concaver Fläche.
Fig. 13. Durchdringung eines Satteldaches mit einer Kuppel
Fig. 14. desgl. (Die Firstlinie geht nicht durch einen „größten Kreis" der Kugel.)

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt XVI.



Schraubenlinie (Spirale).

Man denke zwei Linien, betrachte die eine als Umdrehungsachse, die andere als Erzeugungslinie, und nehme auf der Erzeugungslinie einen Punkt x an. — Man denke die Erzeugungslinie um die Umdrehungsachse gedreht und den Punkt x während der Umdrehung längs der Erzeugungslinie bewegt, welche der Geschwindigkeit der Umdrehung proportional ist. Der Punkt x beschreibt eine Spirale, welche man nach der Form des Umdrehungskörpers benennt, z. B. cylindrische, konische, sphärische Spirale. Das Verhältniß zwischen dem Stücke, um welches der Punkt x in einem Zeitelement senkrecht gestiegen ist, zu der Länge des nach horizontaler Richtung zurückgelegten Bogens nennt man das Neigungsverhältniß der Spirale. Dieses Neigungsverhältniß kann also entweder constant oder veränderlich sein. Die Höhe, welche der Punkt x während einer vollständigen Umdrehung zurückgelegt hat, nennt man die Ganghöhe.

1. Eine cylindrische Spirale von constantem Neigungsverhältniß darzustellen, wenn der Spindeldurchmesser und die Neigung gegeben sind. (Fig 1–1a). Die erste Projection der Spirale ist ein Kreis. Theilt man auf der Achse die Neigung in eben so viel gleiche Theile (16), wie den Kreisumfang, und zieht durch diese Theilpunkte Linien, welche zur Achse normal sind, so müssen die zweiten Projectionen der Spirale der Reihe nach in diese Linien fallen. Fig. 1a zeigt die Abwickelung des Cylindermantels mit der Spirale. Das Neigungsverhältniß drückt sich aus durch $s = \frac{h}{2r\pi} = tg\,\alpha$. ($\alpha$ Neigungswinkel der Spirale).
2. Auf der Mantelfläche eines geraden Kegels eine Spirale zu zeichnen, welche für jede Umdrehung um gleiche Stücke steigt. Der Kegel und die Neigung sind gegeben. Die Spirale hat kein constantes Neigungsverhältniß. In Fig. 2 ist die Spirale im Grund- und Aufriß gezeichnet. Fig. 2a zeigt die abgewickelte Spirale.
3. Auf der Mantelfläche eines geraden Kegels eine Spirale mit constantem Neigungsverhältniß zu construiren. (Fig. 3). Man lege durch den Kegel Ebenen parallel mit der Grundebene und projicire die Kreise, in welchen diese Ebenen den Kegel schneiden. Der erzeugende Punkt befindet sich nach und nach in diesen Kreisen. Da dieselben aber verschiedene Halbmesser haben, so werden gleiche Bogenstücke derselben nicht gleichen Winkeln angehören, sondern letztere verhalten sich umgekehrt wie die Radien. Es ist oy gleich der halben Peripherie des Grundkreises a m b' n, das Stück ox gleich der halben Summe der Radien 12, 34, 56...... gemacht, die Linie ay, und parallel damit $x z^6$ gezogen. — $o z^6$ ist der Radius eines Kreises, dessen Umfang gleich der Summe der Radien 12, 34, 56..... ist. Auf diesem Umfange ist der Bogen $z^1 z^8$ gleich der Länge des Radius 15 16, der Bogen $z^8 z^7$ gleich der Länge des Radius 13,14 u. s. w. gemacht und dadurch die Eintheilung vollzogen. — Verbindet man die gefundenen Projectionen der einzelnen Punkte durch Curven, so sind diese die Projectionen der Spirale.
4. Fig. 4. Construction einer Schraube mit vierkantigem Gewinde.
5. Fig. 5. Construction einer Schraube mit dreieckigem Gewinde.
6. Fig. 6. Spiralfeder, Schlange. (Serpentine).

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Fig. 3.

Fig. 2.

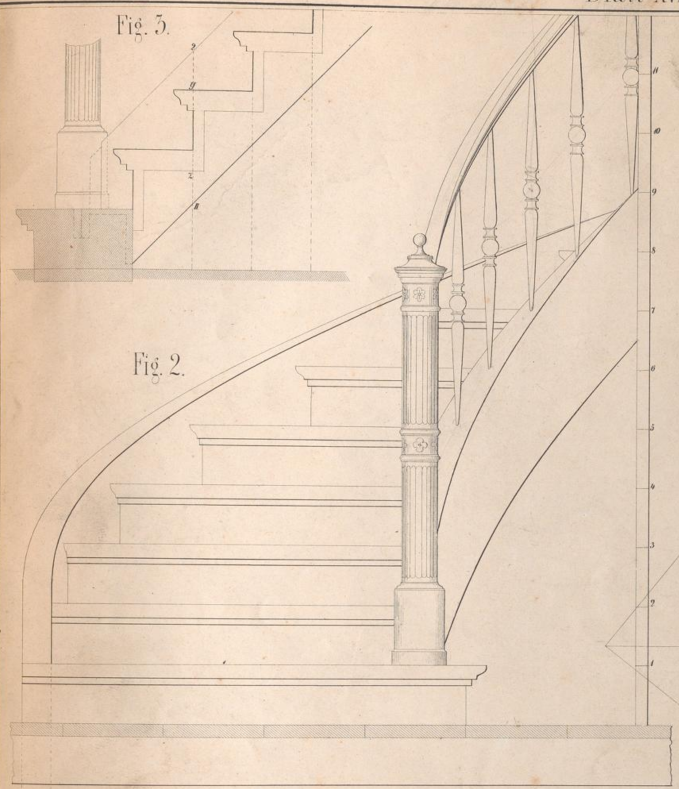


Fig 5b. Fig. 5a.

Fig. 5.

Fig. 4.

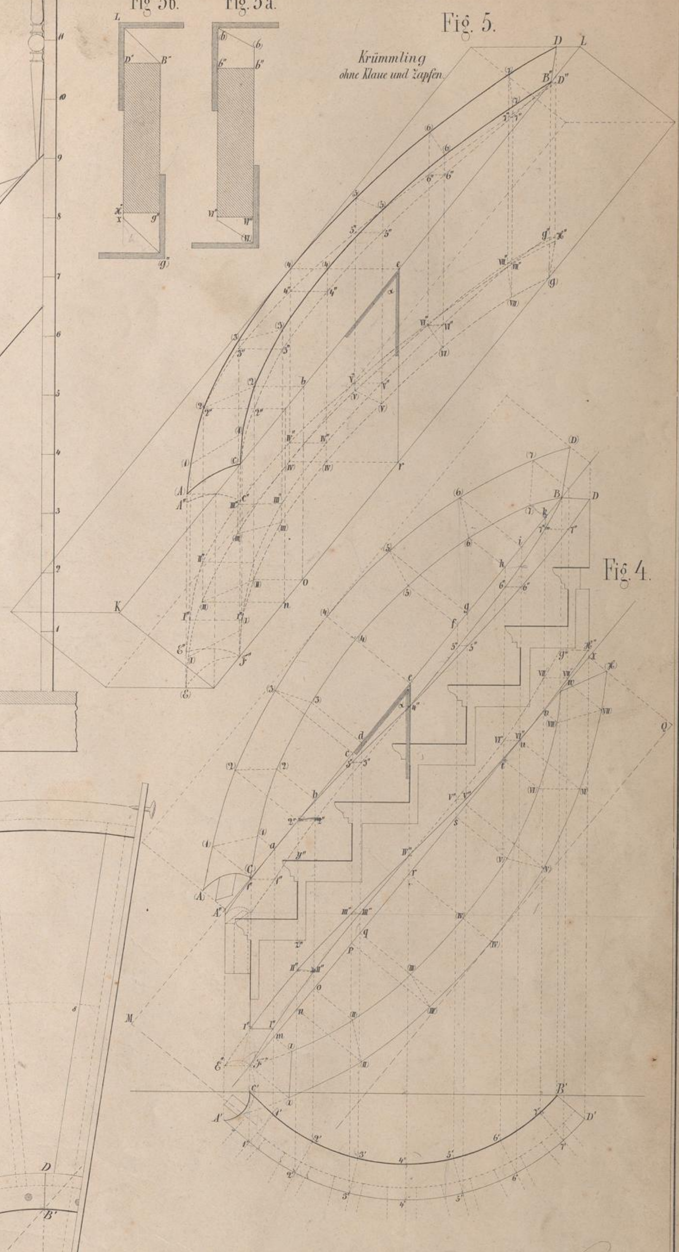
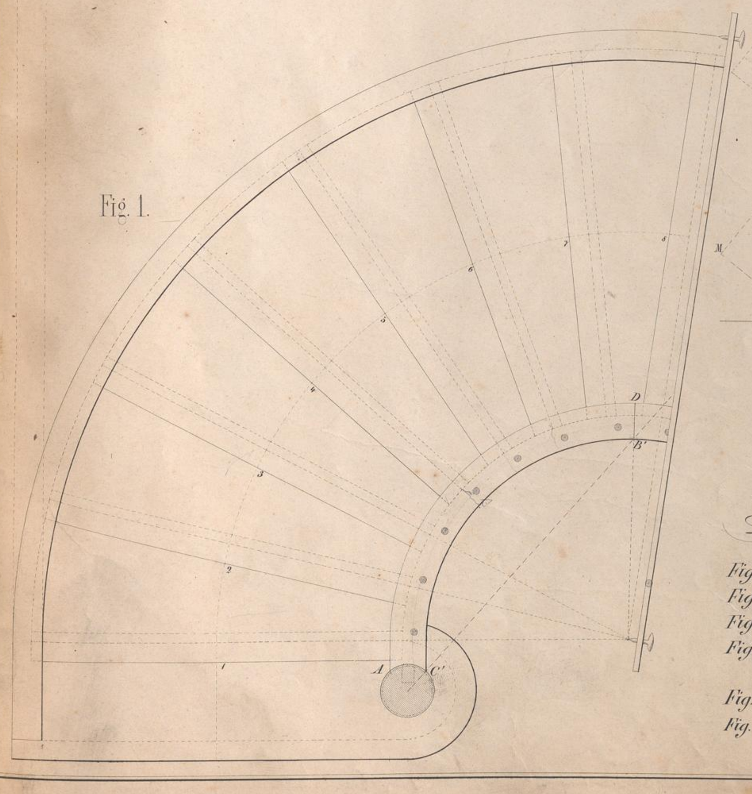


Fig. 1.

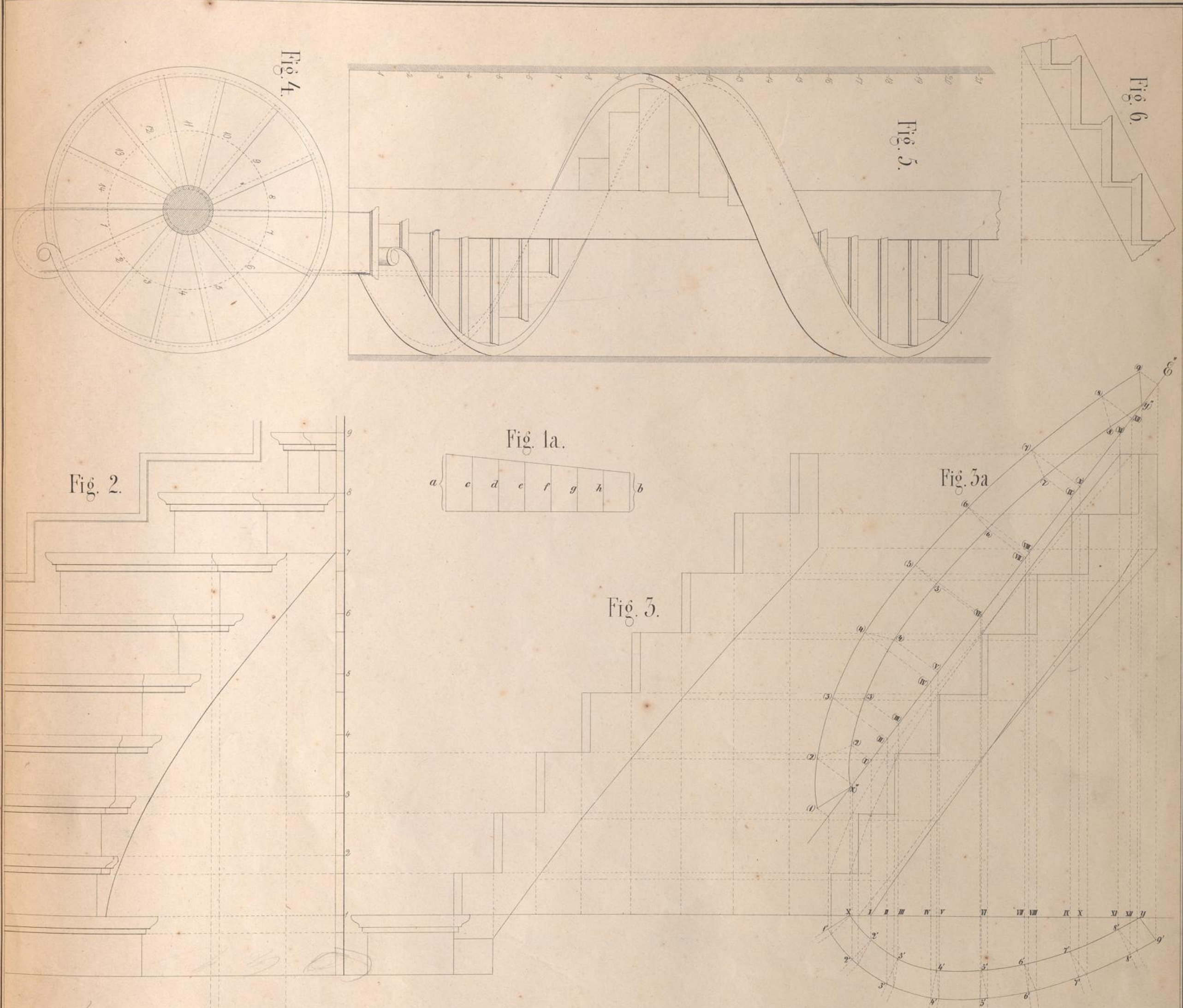


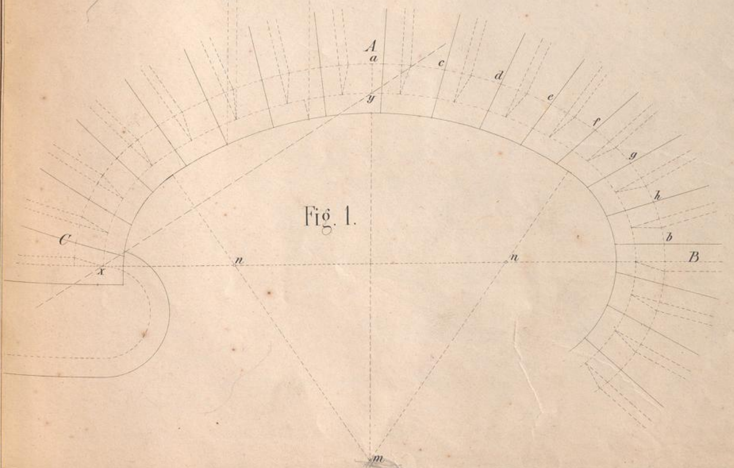
Gewundene hölzerne Treppe.

Fig. 1. Grundriß der Treppe.
Fig. 2. Aufriß der Treppe.
Fig. 3 Abwickelung der inneren Treppenwange.
Fig. 4. Aufriß eines Treppenkrümmlings mit den zur Herstellung erforderlichen Verstreckungsschablonen.
Fig. 5. Krümmling für die innere Wange.
Fig. 5a–5b. Senkrechte Durchschnitte des unverkanteten Krümmlings.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt XVIII.



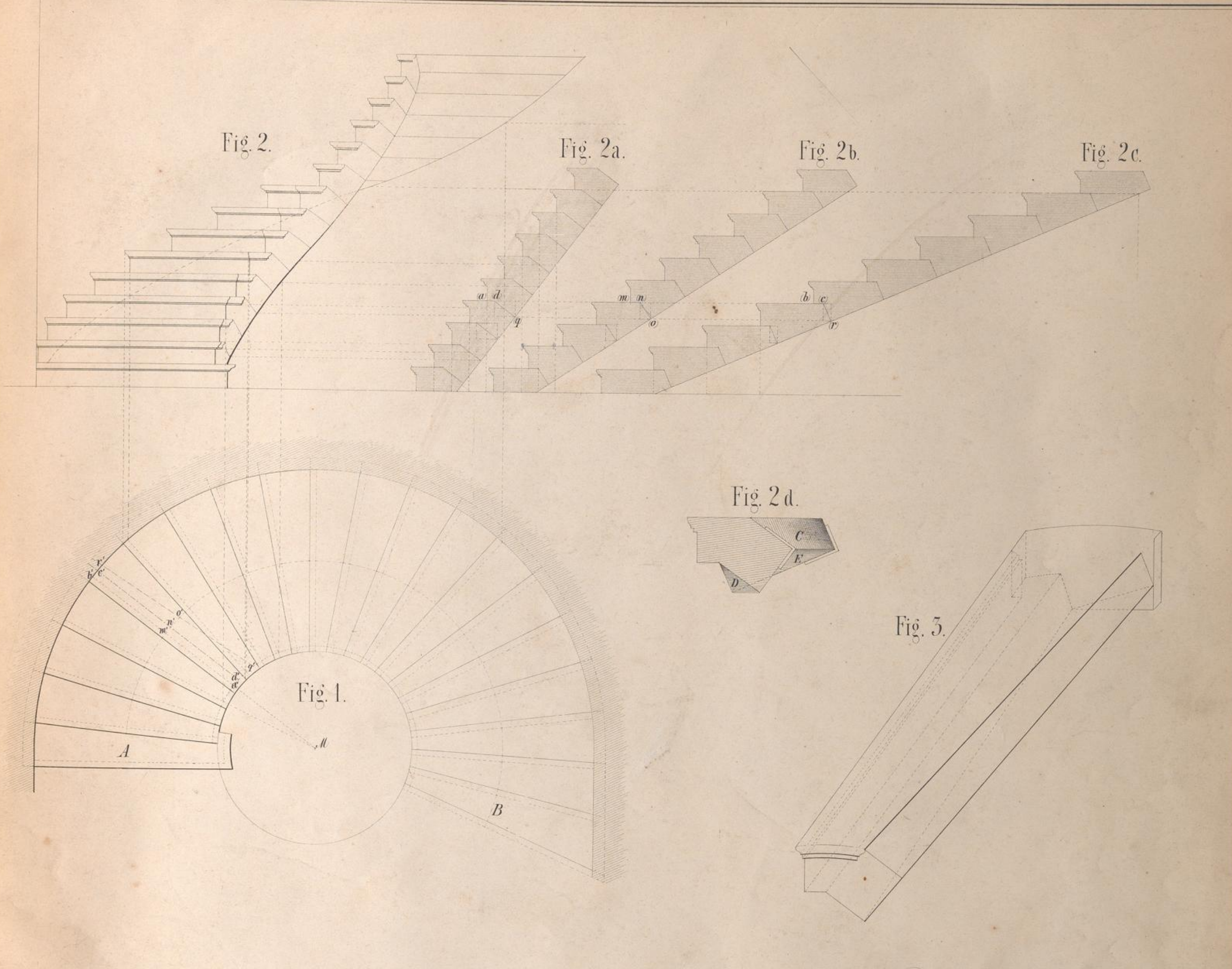


Gewundene Treppen.

Fig. 1–3a elliptische Treppe mit aufgesattelten Stufen. Die Theilung der Stufen ist auf der Mittellinie angenommen. Wollte man von den Theilungspunkten die Setzstufen nach den betreffenden Mittelpunkten m und n des Korbbogens richten, so würden zwar alle Stufen, die im gleichen Bogen liegen, dieselbe Form erhalten, aber in den kleinen Bogen bedeutend schmäler werden, so daß, da die Steigungen alle gleich groß sind, die Wange unangenehm ins Auge fallende Brüche zeigen würde. Vortheilhafter ist es daher die Stufenbreiten von A nach B und C allmählig nach dem Schema Fig. 1a abnehmen zu lassen.
Fig. 3–3a zeigt die Abwickelung des Krümmlings A C und die Herstellung der erforderlichen Schablone für denselben.
Fig. 4–6. Wendeltreppe mit voller Spindel.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

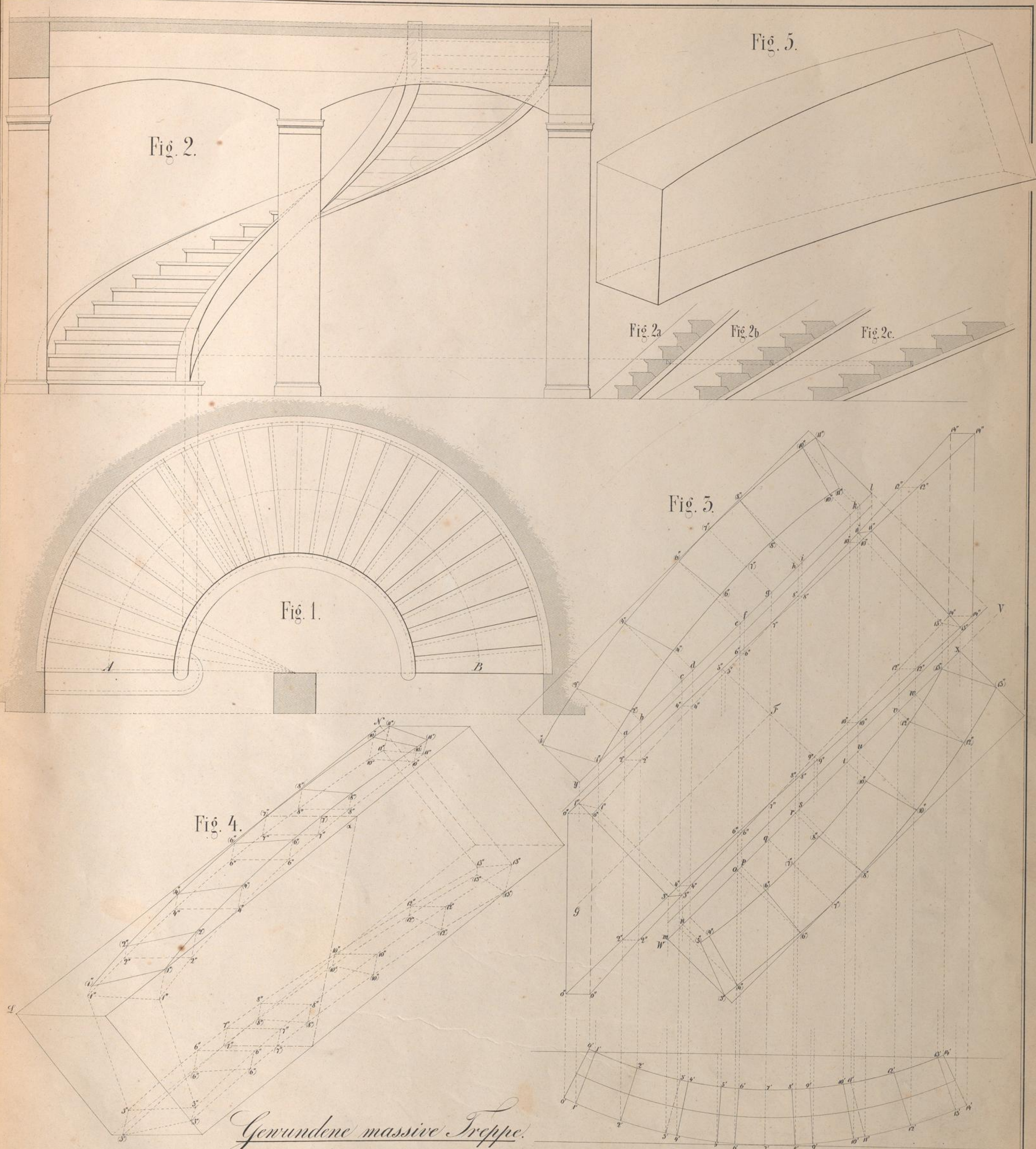
Blatt XIX.



Massive sich frei tragende gewundene Treppe.

Die für alle Stufen gleiche Breite der horizontalen Ueberdeckung wird von den Theilungspunkten für die Vorderseiten ab der Stufen einwärts angetragen und durch parallel mit den entsprechenden Vorderseiten gezogene gerade Linien c'd' im Grundrisse Fig. 1 verzeichnet. Das sehr oft ausgeführte Verfahren, die horizontale Ueberdeckung der Stufen <u>nicht</u> parallel mit den Vorderseiten derselben, sondern von den Theilungspunkten an der Halbirungslinie des Treppenarmes ebenfalls <u>centrisch</u> nach dem Mittelpunkte der Treppenwindung zu ziehen, müssen wir als fehlerhaft bezeichnen, indem die zur Herstellung der Stufen erforderlichen Steine eine größere Breite erhalten müssen ohne an Tragfähigkeit zu gewinnen.
Die Stoßflächen der Versetzung, welche an allen Punkten gegen die untere Schraubenfläche der Stufen normal geführt werden, sind <u>windschiefe</u> Flächen von ungleicher Breite. Die Schnittlinien dieser windschiefen Flächen an der unteren Schraubenfläche der Stufen werden nach folgendem Verfahren gefunden: Man bilde nach Fig. 2b den normalen mittleren Durchschnitt nach dem Kreisbogen AB. Es zeigt sich in diesem Durchschnitt die horizontale Ueberdeckung (m n), und die auf die mittlere Steigungslinie senkrecht gerichtete Stoßfuge (n o). Die Stirnenden der Stufen an der inneren cylindrischen Fläche Fig. 2a, so wie die Stirnenden an der äußeren cylindrischen Fläche Fig. 2c werden sich nun ebenfalls leicht ergeben, wenn man bedenkt, daß die Schnittlinien der windschiefen Stoßflächen an der unteren Schraubenfläche horizontal liegen und die Stoßfugen (d q) und (o r) senkrecht auf die abgewickelten Steigungslinien zu führen sind. Die über die drei Schnittpunkte r' o' und q' Fig. 1 geführte Schnittlinie der Stoßfuge mit der unteren Schraubenfläche der Stufen kann keine gerade Linie sein, da sie nicht mit der Erzeugenden für die Schraubenfläche, welche nach dem Mittelpunkte M gerichtet ist, zusammen fällt. Die Krümmung der Linie roq ist aber so unbedeutend, daß sie in der Regel als gerade angesehen wird.
Der Aufriß Fig 2 ergiebt sich sehr leicht aus dem Grundriß mit Zuhülfenahme der Abwickelung für die innere Treppenlinie Fig. 2a.
Fig. 2d zeigt die Seitenansicht einer Stufe, unter der Annahme, daß die Vorderkante senkrecht auf der zweiten Projectionsebene steht, es zeigen sich so die windschiefen Stoßflächen C und D und die Schraubenfläche E. Fig. 3, isometrische Ansicht einer Stufe nach größerem Maaßstabe.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN



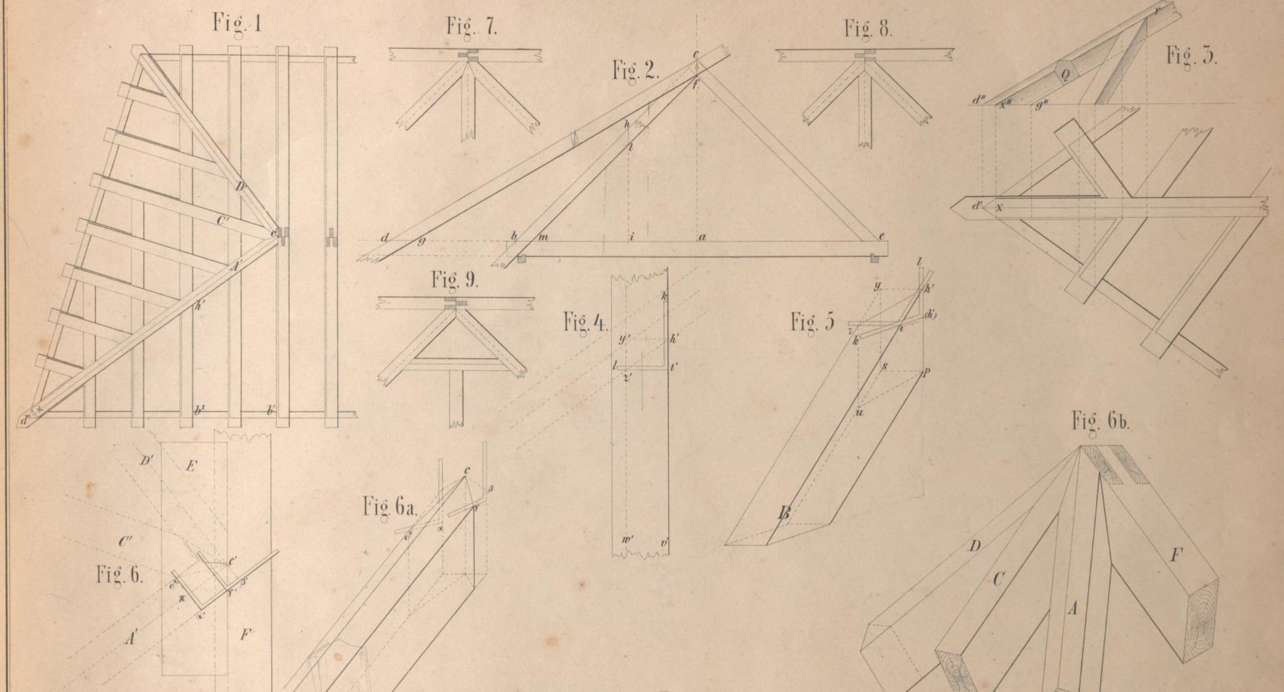
Gewundene massive Treppe.

Fig. 1. Grundriß der Treppe.
Fig. 2. Aufriß der Treppe.
Fig. 2a. Stirnenden der Stufen an der inneren Wange.
Fig. 2c. desgl. an der äußeren Wange.
Fig. 2b. Durchschnitt der Stufen nach dem mittleren Kreisbogen A B (Fig. 1.)

Fig. 3. Aufriß eines Treppenkrümmlings mit den zur Herstellung erforderlichen Verstreckungsschablonen.
Fig. 4. Steinblock aus dem der Krümmling gefertigt wird.
Fig. 5. Krümmling ohne die zur Einlassung der Stufen erforderlichen Vertiefungen.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt XXI.



Schiftung bei Walmdächern.

Die Ausmittelung der Länge eines Holzes und die Auffindung der Gestalt der Fläche, mit welcher sich dasselbe an ein anderes Holz anlehnt, nennt man Schiften. Um das Schiften bei Walmen vornehmen zu können, ist eine Horizontalprojection des Daches nöthig, und diese bildet für den Zimmermann die Zulage oder den Werksatz. Auf der Dachbalkenlage werden die Gratlinien und Schiftsparren aufgeschnürt. Hierbei stellt sich die Bequemlichkeit heraus, die dadurch erwächst, wenn man die Sparren an einer Seite bündig mit den Balken anordnet und nicht mitten auf den Balken stellt. Zunächst wird jetzt ein Lehrgebinde Fig. 2 zugelegt und aus der Spitze c desselben eine Senkrechte ca auf den Balken be gefällt. Von der Mitte a wird die Länge c'd' in Fig 1, von a nach d, Fig. 2, getragen. Das für den Gratsparren bestimmte Holz wird nun so an die Punkte c und d gelegt, wie Fig. 2 zeigt. Nach der Linie cf wird das Holz immer abgeschnitten, unter der Linie dg lässt man aber noch so viel Holz stehen, um den Zapfen anarbeiten zu können. cd ist die Länge des Gratsparren, cf seine Lothschmiege und dg seine Fußschmiege. Trägt man die Länge b'h' in Fig. 1, von b nach i in Fig. 2, errichtet in i eine Senkrechte ih, so wird, wenn man vorher das für den Schiftsparren bestimmte Holz auf den Sparren bc Fig. 2 gelegt hat, durch die Linie hl die Länge und die Lothschmiege desselben bestimmt, während bm die Fußschmiege bezeichnet. Die Oberfläche des Gratsparrens liegt sowohl in der Lang- als in der Walmseite des Daches; derselbe muß daher abgefast, oder im Querschnitt [illegible]förmig gestaltet werden. Man schnüre die Fußlinien der Sparren bis an den Gratfußpunkt d' Fig. 3 auf, und trage an der Fußschmiege des Gratsparrens die Entfernung d'x von dem vorderen Eck hereinwärts auf, und mache parallel mit der Oberkante desselben einen Schnurschlag x''r, so wird dies die Linie sein, nach welcher die Abfasung vorgenommen werden muß, wie dies der Querschnitt Q Fig. 3 zeigt.

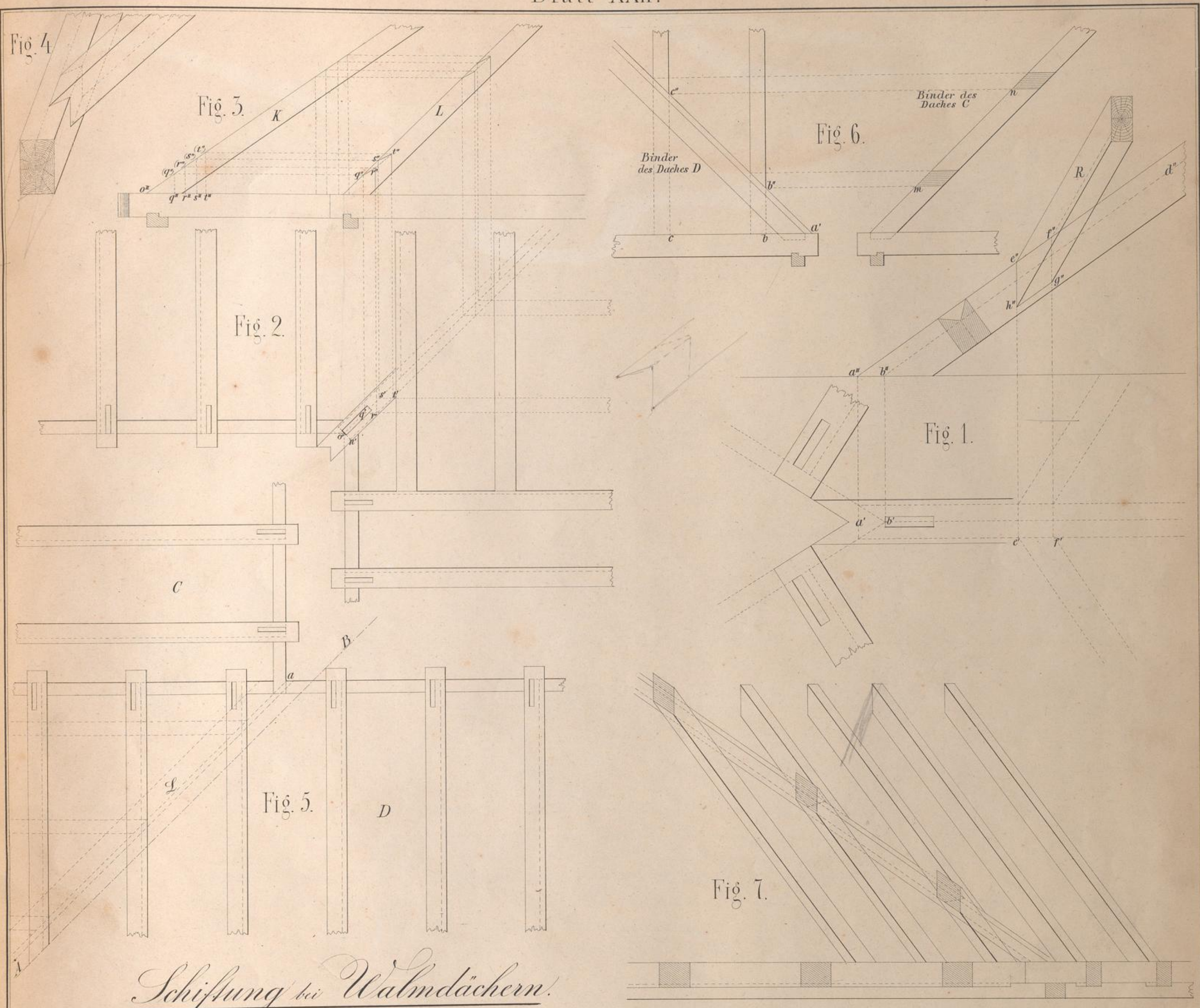
Durch die Lothschmiege ist sowohl an den Grat- als an den Schiftsparren nur die Richtung der Ebene der Schmiege gefunden, und die Gestalt der eigentlichen Anlehnungsfläche oder der Backenschmiege muß noch bestimmt werden. Es geschieht dies bei Grat- und Schiftsparren auf ganz ähnliche Weise. Um die Schmiegen der Schiftsparren zu erhalten verfahre man wie folgt: Der Schiftsparren sei in Fig. 4 durch h'z'w'v' in der ersten Projection gegeben. Derselbe hat nach den bisherigen Operationen, die in Fig. 5 (theilweise punktirt) gezeichnete Gestalt. Man lege das Winkeleisen so an den Punkt z' Fig. 4, daß der eine Schenkel desselben mit der Kante h'v' des Balkens zusammen fällt und bezeichne das Maaß h't' auf demselben; dann wird der andere Schenkel tl des Winkels an die Lothschmiege hp Fig. 5 gelegt und an dieser so lange verschoben, bis der auf dem anderen Schenkel bezeichnete Punkt t in die Kante hB Fig. 5 fällt. Jetzt wird das Winkeleisen an die Kante hB gelegt und von t aus eine winkelrechte Linie tz Fig. 5 gezogen. Zieht man nun die Linie zh Fig. 5 und schneidet nach dieser und nach der Richtung der Lothschmiege das Holzstück zyhusp fort, so ist die Backenschmiege gefunden.

Sollen die Schmiegen der beiden Gratsparren A und D und des Mittelschifters C bestimmt werden, so schnüre man die genannten Sparren auf die Balkenlage auf, wie dies in Fig 6 durch die punktirten Linien angedeutet ist. Da der Anfallpunkt c' in die Kante des Anfallgebindes F fällt, so muß neben diesem Gebinde ein Brettstück E befestigt werden, auf welchem die, für die Schmiegen der Gratsparren und des Mittelschifters nöthigen Zeichnungen gemacht werden können (Fig. 6). In Fig. 6a ist der Gratsparren A isometrisch gezeichnet und es geht aus der Figur deutlich hervor, daß die Schmiegen erhalten werden wenn man die Winkel, mit welchen sich der Sparren an das Anfallgebinde und an den Mittelschifter anlegt und die in Fig. 6 durch κc'δ und κc'γ in der Horizontalprojection gegeben sind, an den Gratsparren A richtig überträgt. Kommen drei Sparren wie in Fig. 1, im Anfallpunkte zusammen, so thut man am besten, dieselben nicht alle drei bis an diesen Punkt reichen zu lassen, wie es Fig. 6–7 darstellt, sondern nur die beiden Gratsparren, und den Mittelschifter nach Fig. 8 an diese anzuschiften, oder nach Fig. 9 zwischen die beiden Gratsparren einen Wechsel einzusetzen und in diesen den dritten Sparren einzuzapfen.

Fig. 6b zeigt die Verbindung der vier Sparren A, C, D und F (Fig. 6) in isometrischer Projection.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

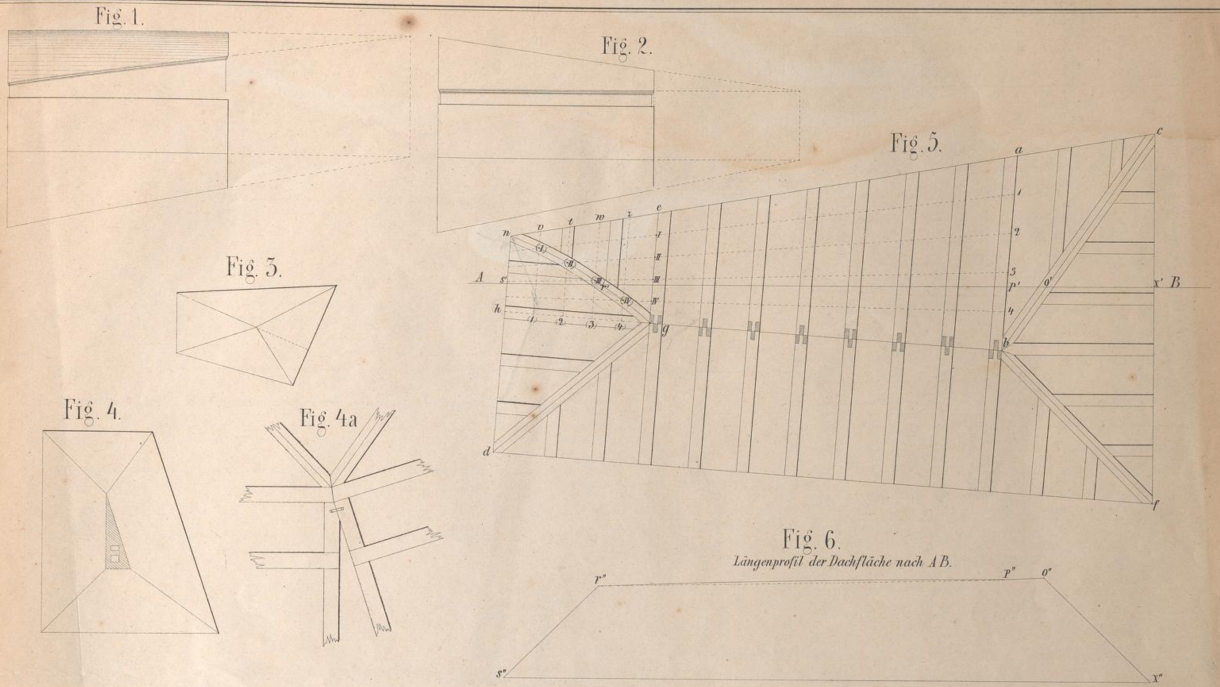
UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN



Schiftung bei Walmdächern.

Haben die Gebäude im Grundrisse außer den ausspringenden auch einspringende Winkel, so bekommen die Dächer Kehlen. Die Länge des Kehlsparrens, so wie die Gestalt der Fußschmiege, wird ganz auf dieselbe Weise gefunden, wie bei dem Gratsparren. Der Kehlsparren erhält eine dem Gratsparren gerade entgegengesetzte Form des Querschnitts, d. h. statt der rückenförmigen Abfasung, eine rinnenartige Auskehlung. Die Einkehlung des Kehlsparrens wird ähnlich wie die Abfasung des Gratsparrens gefunden. Man schnüre wieder die Fußlinien der Sparren in der Zulage bis an den Kehlfußpunkt b' Fig. 1 auf und trage an der Fußschmiege des Kehlsparrens die Länge a'b' (Grundriß) von dem Fußpunkt a' hereinwärts bis nach b'' auf und mache parallel mit der Oberkante des Sparrens einen Schnurschlag b'' d'', so ist dies die Linie nach welcher die Einkehlung gemacht werden kann. Die Gestalt der Schmiege efgh mit welcher der Reitersparren R Fig. 1, sich an den Kehlsparren legt, wird durchaus ganz so gefunden wie die Backenschmiege eines Gratschiftsparrens.
Die Befestigung der Reitersparren ist auf diese Weise eine ziemlich mangelhafte und da außerdem die Auskehlung des Kehlsparrens mühsam ist, so unterläßt man dieselbe häufig und setzt die Reitersparren mit einer Klaue auf den eben gelassenen Kehlsparren. Jetzt bildet die Mittellinie auf der Kehlbalkenoberfläche die Kehllinie und es folgt daraus, daß diese Oberfläche nun um die Tiefe der früheren Auskehlung tiefer gelegt werden muß. Man setze daher den Fußpunkt des Kehlsparrens um die Tiefe der Einkehlung zurück, so daß on Fig. 2 die vordere Kante der Fußschmiege bezeichnet. Was die Gestalt der Klaue an den Reitersparren anbelangt, so bemerken wir, daß zuerst ein Lehrgebinde L und das Kehlsparrengebinde K (Fig. 3) so wie die Balkenlage mit den aufgeschnürten Reitersparren zugelegt werden muß. (Fig 2) Die Abstände o'q', o's', n'r' und n't' in Fig. 2 trage man horizontal von o'' nach q'', r'', s'' und t'' Fig. 3 errichte in den Punkten q'', r'', s'', t'' Lothe bis zur Oberkante des Kehlsparrens und ziehe die parallelen horizontalen Linien (q')q', (r')r', (s')s' und (t')t'. –
Die weiteren Manipulationen sind aus den Figuren ersichtlich, und es wird nach dem Gesagten nicht schwer halten, die Klaue richtig aufschneiden zu können.
In Fig. 4 ist die Klaue isometrisch gezeichnet. Die Dachkehle kann auch dadurch gebildet werden, daß man das eine Dach C ganz unabhängig von dem anderen D construirt, (Fig. 5) alsdann auf die Sparren des Daches D eine Bohle L legt, auf welche die Reitersparren des Daches C mit Schiftung zu stehen kommen.
Vom Fußpunkt a' Fig. 6 werden die Entfernungen der Reitersparren von einander horizontal abgetragen, in den dadurch erhaltenen Punkten b, c .... Lothe errichtet, welche die Lage der Reitersparren im Aufriß andeuten. Von den im Aufriß erhaltenen Fußpunkten b', c' .... der letzteren ziehe man parallele Linien b'm, c'n, bis zum Lehrgebinde C, dadurch erhält man die Fußschmiegen der Reitersparren, und es wird hiernach nicht schwer halten die Schmiegen derselben anzuschneiden. Fig. 7 zeigt den Durchschnitt nach AB des Grundrisses. (Fig. 5).

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN



Windschiefe Dächer.

Eine Ebene kann man sich entstanden denken, indem eine gerade Linie (die Erzeugende) in fortwährend paralleler Lage sich auf zwei anderen parallelen, oder doch in einer Ebene liegenden Linien (den Leitlinien) fortbewegt. Fallen aber die Leitlinien nicht mehr in eine Ebene, so kann die Erzeugende nicht sich selbst parallel bleiben, es entsteht eine Fläche, welche man windschief nennt.

In den Fall, windschiefe Dachflächen anzuordnen, kommt man, wenn die beiden Fronten eines Gebäudes nicht parallel laufen, denn man mag die Firstlinie legen, wie man will, so kann sie immer nur mit einer der Fronten parallel sein. Die Fläche wird nur dann noch eben werden, wenn First und Trauflinie bei ihrer Nichtparallelität in ein und derselben Ebene liegen.

Eine dreiseitige Walmseite braucht daher niemals windschief zu werden, weil man durch drei Punkte immer eine Ebene legen kann. Eine windschiefe Dachfläche wird von einer Ebene nur dann in einer geraden Linie geschnitten, wenn diese Ebene entweder parallel mit den Lagen der erzeugenden Linie oder mit den beiden Leitlinien ist. Wenn daher eine windschiefe Dachfläche mit einer Walmfläche sich schneidet, so muß der Grat eine krumme Linie zeigen; es sei denn, daß die Gratlinie mit einer Lage der Erzeugenden zusammenfalle.

Die windschiefen Dachflächen sind womöglich ganz zu vermeiden weil sie schwierig zu bearbeiten und beschwerlich einzudecken sind; man kann hierzu verschiedene Wege einschlagen:

1, Liegt die Firstlinie horizontal, so kann man die Trauflinie geneigt anordnen, oder umgekehrt, (Fig. 1–2) so daß beide in der Verlängerung sich schneiden. Diese Anordnung gibt aber ein schlechtes Aussehen und wird daher selten angeordnet.

2, Die windschiefen Flächen werden vermieden, wenn man das Gebäude mit einem Zeltdache überdacht, (Fig. 3). Hierbei ist aber darauf zu sehen, daß keine der Walmflächen flacher wird, als es das Deckmaterial zuläßt.

3, Behandelt man sämmtliche Dachflächen als Pultdachflächen. Fig 4–4a. Der von der Firstlinie umschlossene, nun noch offene Raum, kann entweder als Plattform behandelt oder mit einem Aufbau versehen und mit einem Zeltdache bedeckt werden. Dieses Verfahren kann mit Vortheil in Anwendung gebracht werden.

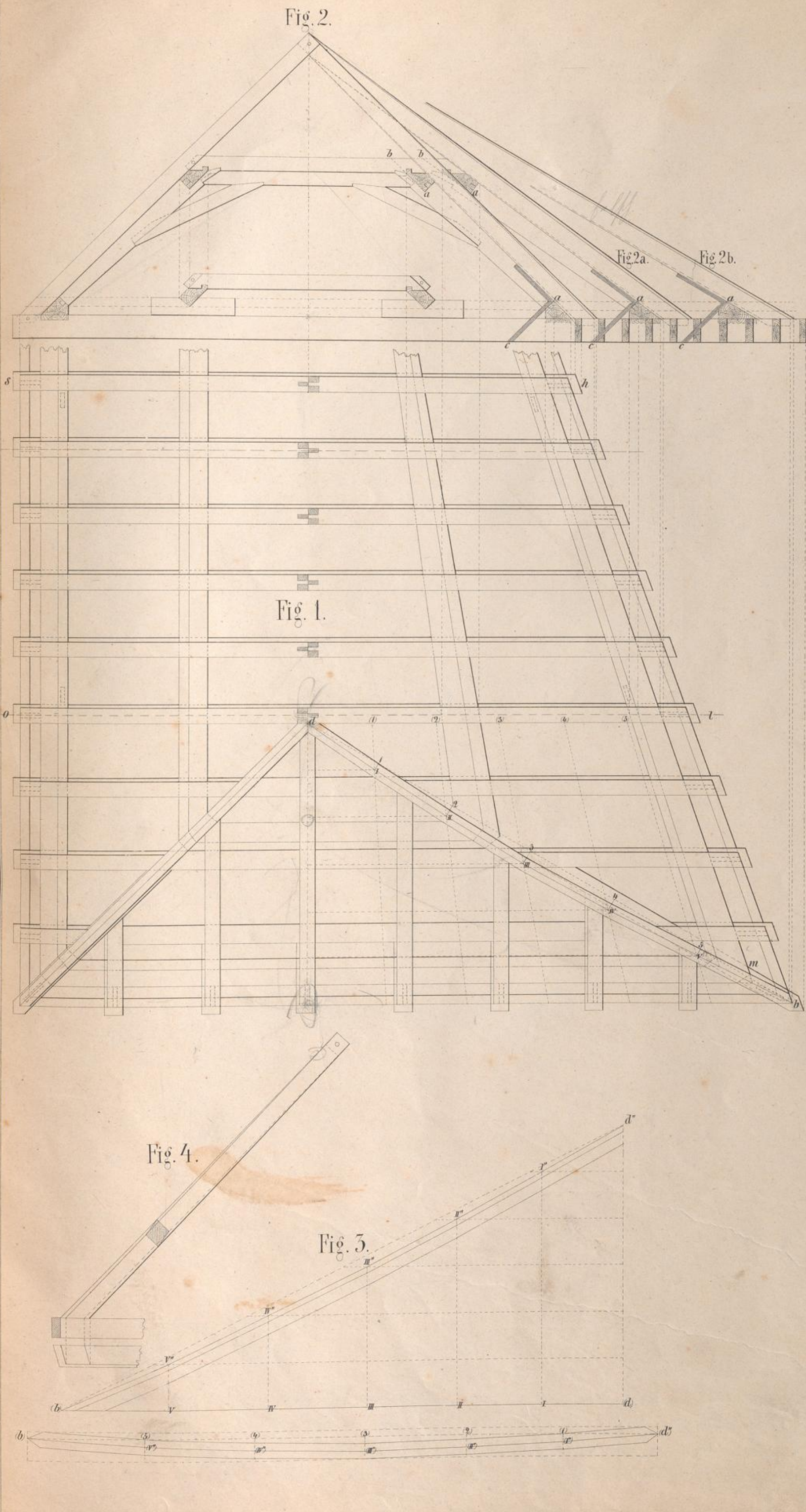
4, Verkleinert wird die windschiefe Dachfläche, wenn man Walme anordnet. Fig. 5.

5, Die windschiefe Dachfläche bei einem abgewalmten Dache wird noch mehr verkleinert, wenn man den Sparren ab Fig. 5 des Anfallgebindes auf der windschiefen Seite als einen Gratsparren ansieht. Seine dem Walm zugekehrte obere Kante kann als Erzeugende der windschiefen Dachfläche angesehen werden, ist also eine gerade Linie, und die dreiseitige Dachfläche abc kann nun als Ebene eingedeckt werden. Die krummen Gratsparren fallen hierbei fort und es bleibt, wenn man das Verfahren auch auf der anderen Seite anordnet, nur noch ein geringer Theil windschief. Dies Verfahren wird gerne angewandt.

Bei der Anordnung einer windschiefen Dachfläche kommt es zunächst auf die Bestimmung der Lage der Firstlinie und der Anfallpunkte der Walme an, wenn letztere angeordnet werden sollen. Die Firstlinie legt man mit der Hauptfronte des Gebäudes, also in Fig. 5 mit df parallel und in eine solche Entfernung von derselben, daß weder die ebene, noch die windschiefe Dachfläche eine zu flache Lage bekommt und die mittlere Neigung in beiden ziemlich gleich wird. Wenn die Firstlinie und die Walmtiefe bestimmt ist, verlängert man die Firstlinie bg über g hinaus bis zur Fußlinie der Walmsparren, ferner zieht man durch b u. g Linien rechtwinklig auf bg bis zur Fußlinie der Sparren der windschiefen Fläche. Nunmehr theilt man die Linien ab u. ge so wie die Linie gh in eine gleiche Anzahl Theile, verbindet die Theilungspunkte 1 u. I, 2 u. II ..... durch gerade Linien und ziehe die Linien 1v, 2t, 3w ..... parallel mit hn wodurch man die Durchschnittspunkte (I) (II) (III) (IV) erhält. Verbindet man nun diese Punkte mit einander durch eine Curve, so gibt diese die Horizontalprojection der Mittellinie des krummen Gratsparrens an.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN



Windschiefes Dach mit liegendem Stuhl.

Ist die ganze Austheilung der Grundfigur hergestellt, so wird das eigentliche Zulegen des Werksatzes vorgenommen, und zwar so, daß an der Stelle, wo die Spitze des Walmes anfällt, ein Binderbalken zu liegen kommt, weil über diesen Balken später dasjenige Hauptgebinde aufgestellt wird, gegen welches der Walm anfällt.

Ist die Balkenlage vollständig gelegt, so werden die verschiedenen Hauptgebinde zugelegt, weil diese an der windschiefen Seite verschiedene Neigungswinkel erhalten.

Die Sparren der windschiefen Dachfläche müssen, wenn sie ursprünglich einen rechteckigen Querschnitt haben, auf ihrer Ober- und Unterfläche noch behauen werden, denn wenn sie mit ihrer Fußschmiege auf dem Balken aufstehen, so ist die Vorderkante dieser Fußschmiege parallel zur Firstlinie, und wenn sie nun parallel der Trauflinie abgeschnitten werden, so daß der Schnitt durch den einen Eckpunkt der Fußschmiege geht, so wird die Schnittfläche ein Dreieck zeigen und die eine Kante des Sparrens um die Höhe dieses Dreiecks höher liegen und aus der Dachfläche hervorragen, ganz ähnlich verhält es sich mit der Unterfläche. Fig. 4 zeigt einen Sparren nach windschiefen Flächen.

Man hat nunmehr die Schablonen zu bestimmen, nach welchen die Schwelle des liegenden Stuhls behauen werden muß. Da aber die Sparren der windschiefen Dachseite verschiedene Neigung haben, so müssen hiernach ebenfalls zu jedem Gebinde die Schablonen zu der Schwelle verändert werden. Da die Form der Schwelle in jedem Gebinde verschieden wird, so hätte man eigentlich für jedes einzelne Gebinde eine besondere Schablone zu bestimmen; es genügt aber in den meisten Fällen, daß man die Schablone nur für die Hauptgebinde construirt und sind daher in Fig. 2–2b nur drei Schablone näher angegeben und zwar für die Schwelle bei h, l und m. Fig. 1. Ferner sind die Pfetten des liegenden Stuhls zu bestimmen, die auf den Werksatz ebenfalls zugelegt werden müssen. (Fig. 2.)

Dieselben werden in ähnlicher Weise, wie die Schwellen nach Schablonen behauen, deren Form sich genau aus den verschiedenen Profilen ergeben. Fig. 2 zeigt die Profile der Pfette über den Balken hs und lo.

Die durch das Zusammenstoßen der Pfetten sich bildenden äußeren scharfen Ecken werden abgeschrägt, und zwar in der Weise wie die Fig. 1 es zeigt. Die Stuhlsäule, welche dicht unter dem Sparren liegt, muß ähnlich wie der Sparren auf der oberen Fläche windschief behauen werden, damit sie in allen Punkten die Unterfläche des Sparrens berührt.

Um nun ferner das Längenprofil des krummen Gratsparrens zu erhalten, denke man denselben parallel mit der zweiten Projectionsebene gelegt und alsdann den Aufriß gebildet. Man errichte auf einer geraden Linie (b)(d) eine Normale (d) d'' gleich der gegebenen Dachhöhe, theile diese in sechs gleiche Theile und ziehe durch diese Theilpunkte parallele Linien; auf der Grundlinie (d)(b) trage man von (d) aus, aus dem Werksatz Fig. 1 die Entfernungen bV, bIV, bIII, bII, bI und bd ab, errichte in den erhaltenen Punkten senkrechte Linien I I'', II II''.... Es ergeben sich dann die Durchschnittspunkte I'' II'' III'' IV'' u. V'', verbindet man die Punkte durch eine Curve miteinander, so erhält man die verlangte Höhenkrümmung des Gratsparrens (b) d'' nach welcher derselbe behauen werden muß. Außer der Höhenkrümmung erhält der Sparren noch eine Seitenkrümmung, die herzustellen nicht weiter schwierig ist. Man legt den nach der Höhenkrümmung behauenen Gratsparren auf die Zulage, errichtet in den Punkten (1)(2)(3)(4) u. (5) Fig. 3 senkrechte Linien und macht diese gleich den Abständen 1I, 2II, 3III, 4IV u. 5V des Grundrisses. Die Abgratung geschieht wie bei einem geraden Sparren.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Blatt XXV

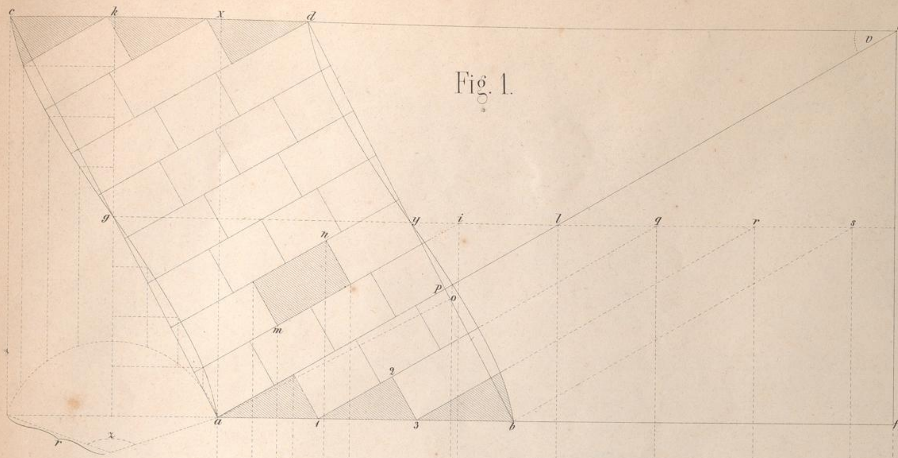


Fig. 1.

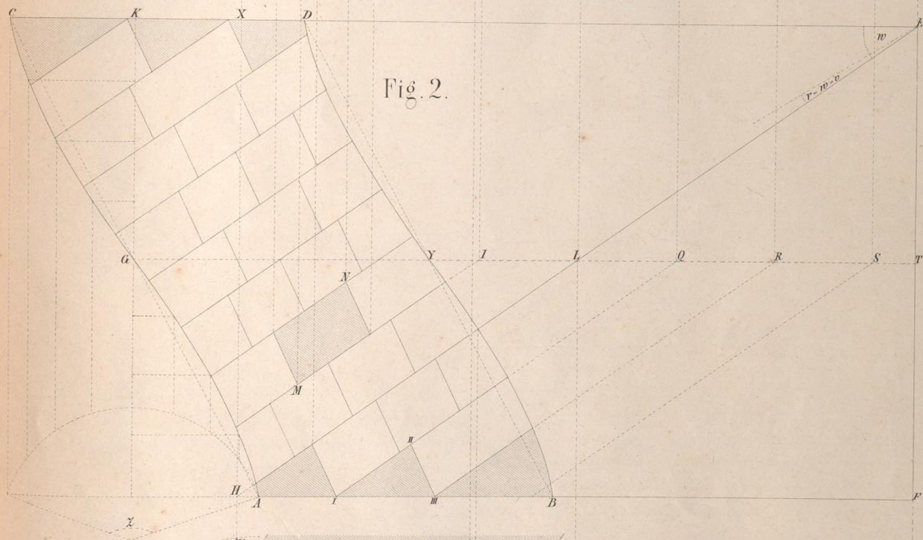


Fig. 2.

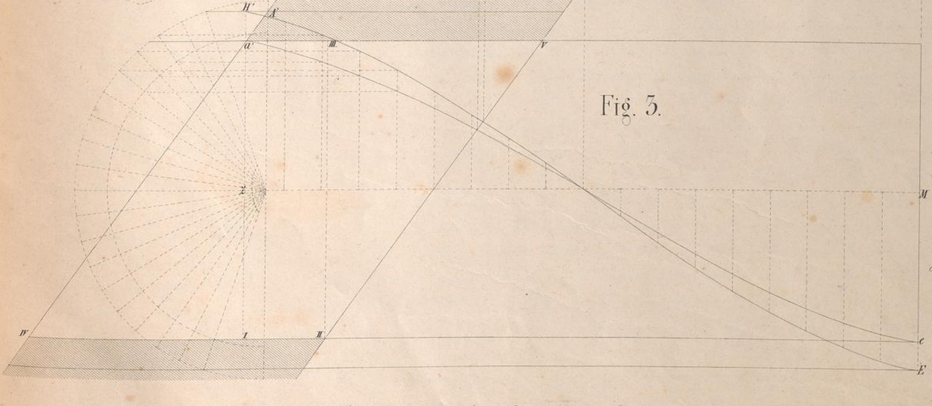


Fig. 3.

Schiefes Gewölbe.

Würde ein schiefes Gewölbe in gleicher Weise gewölbt wie ein gerades, so würde zwar das Mittelstück a' I II III Fig. 3 im Gleichgewicht sein, dagegen aber die Keilstücke I a' IV und II III V nach a' und II hin einen Ueberdruck ausüben, der ein Ablösen dieser Keilstücke zur Folge hätte. Dieser Ueberdruck bei schiefen Gewölben wird vermieden, wenn man die Lagerfugen nach dem System der Spiralschichten Fig 1–3 anordnet. Mit Hülfe der Abwickelung der Cylinderflächen des schiefen Gewölbes wird die Anordnung der Lagen leicht getroffen. Fig. 3 zeigt den Grundriß, Fig. 2 die Abwicklung der äußeren und Fig. 1 die Abwicklung der inneren Wölbfläche. Die Construction der Abwicklung ist aus den Figuren hinlänglich ersichtlich. Zur Anordnung der Lagerfugen lege man zunächst die Abwicklungen abcd der inneren und ABCD der äußeren Wölbfläche so untereinander, daß die correspondirenden Punkte g und G, y und Y auf der Scheitellinie des Gewölbes senkrecht unter einander liegen, ziehe die Sehne bd und aus dem Punkte a eine Senkrechte ao auf dieselbe, und theile die Sehne in eine ungerade Anzahl gleicher Theile, (Zahl der Wölbsteine). Fällt ein solcher Theilpunkt mit dem Punkte o zusammen, so ist ao die günstigste Richtung der Lagerfugen. In dem vorliegenden Falle ist der Punkt p der dem Punkte o nächstliegende Theilpunkt und gibt ap die Richtung der Lagerfugen an. Die durch alle Theilpunkte gezogenen Parallelen zu ap ergeben die Lauffugen für die innere Abwickelung. Die Stoßfugen werden nach einem angemessenen Fugenschnitte bestimmt, jedoch normal zur Richtung der Lagerfugen. Verlängert man die Lauffuge ap bis zum Durchschnitt mit der verlängerten Widerlagslinie cd in e, zieht die Senkrechten ax u. ef, so wird, wenn man das Rechteck xafe so um den Segmentcylinder vom Radius r und von der Höhe xe gewickelt denkt, daß xa und ef an der Grundfläche liegen, af und xe aber in der Richtung der Erzeugenden sich befinden, ae genau in der Richtung der Schraubenlinie sich um den Segmentcylinder winden. Fällt man aus a und f Fig. 1 Lothe auf CD, zieht XE und AF, so ist HE die mit ae correspondirende Rückenlagerfuge. Die übrigen Rückenlagerfugen sind mit HE parallel.

In der Fig. 3 ist die horizontale Projection der Laibungsspirale ae und die der zugehörigen Rückenspirale HE dargestellt. Aus der Fig. 3 ist zu ersehen, wie durch den schrägen Schnitt am spitzen Winkel des Widerlagers das Stück HA der Rückenspirale in der Wölbung wegfällt, umgekehrt wird am stumpfen Winkel des Widerlagers ein gleiches Stück hinzugesetzt werden müssen. Die Richtung der Stoßfugen im äußeren Mantel bestimmt sich durch gefällte Lothe nN, mM aus den Endpunkten der Stoßfugen im inneren Mantel. Aus der Parallelität der Lagerfugen ergibt sich daß dieselben stets unter demselben Winkel die Erzeugenden des Cylinders treffen müssen. Der Winkel w der Rückenspirale ist etwas größer als der Winkel v der Laibungsspirale. In der Differenz der beiden Winkel liegt die Möglichkeit die Größe der Windung des Lagers (die Windschiefe) zu bestimmen. Offenbar sind die in Fig. 1 und 2 ausgebreiteten Lagerfugen die Tangenten für die wirklichen Spirallinien und folglich auch die Winkel, welche von diesen Tangenten z. B. ae mit den Erzeugenden, z. B. ce resp. HE mit CE eingeschlossen werden, die gesuchten Winkel v und w. (Forts. Blatt XXVI).

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Fig. 1.

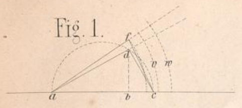


Fig. 2.

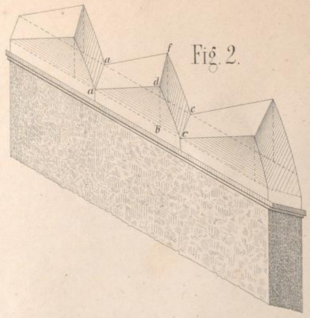


Fig. 4.

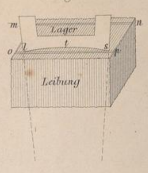


Fig. 5.

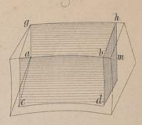


Fig. 3.

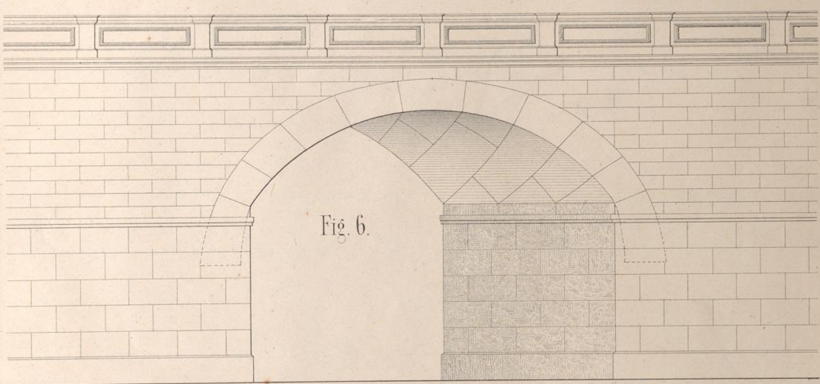


Fig. 6.

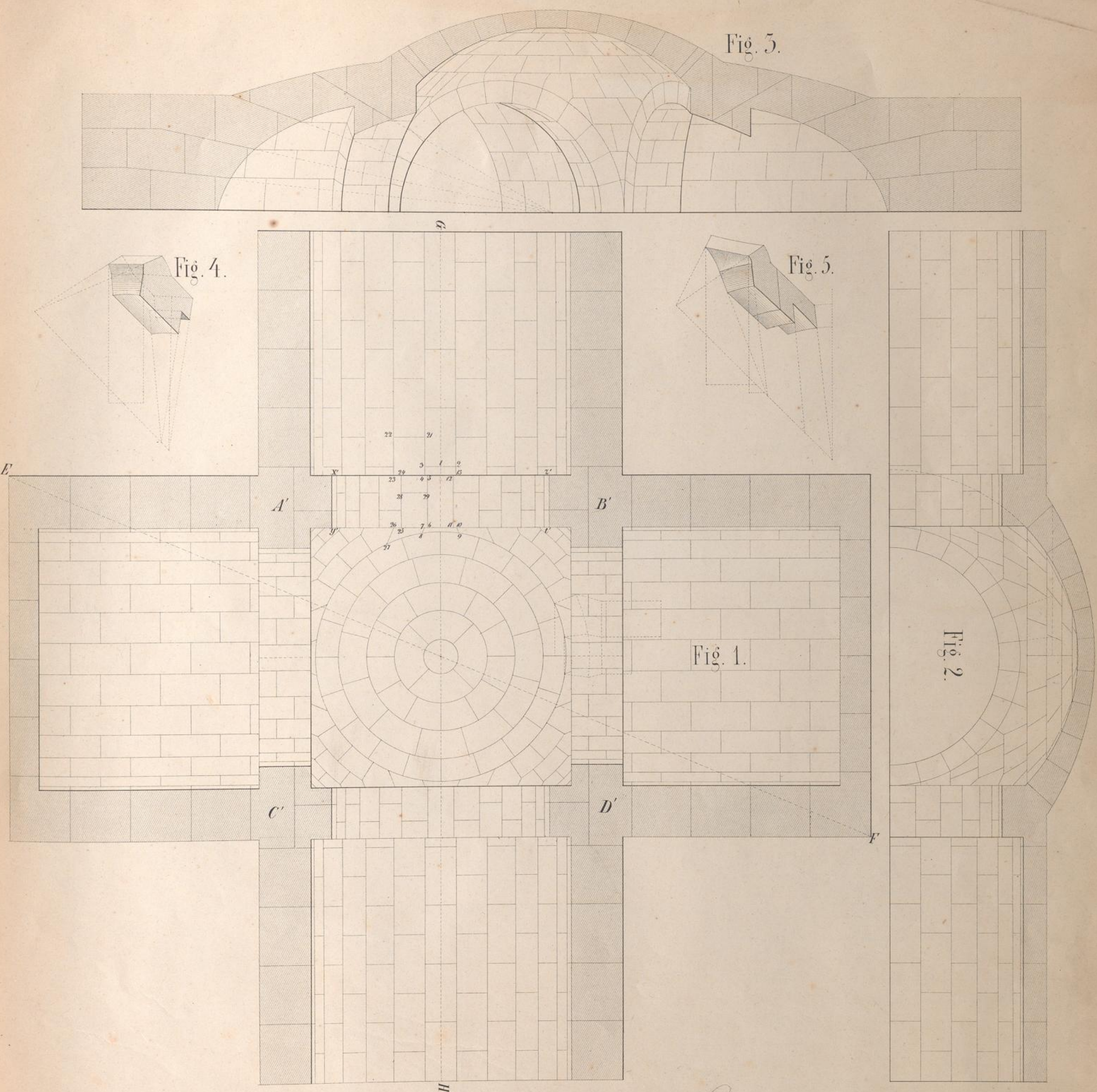
Schiefes Gewölbe.

Mit Hülfe der Winkel v und w Fig. 1–2 Blatt XXV wird die Bearbeitung des Mauerlagers Fig. 2 auf folgende Weise bewerkstelligt: Ueber die Länge ac eines Steines Fig. 1 beschreibe man einen Halbkreis, trage an dessen Durchmesser in a den Winkel v, ziehe ad und dc, so ist adc Fig. 1 Blatt XXVI gleich 1, 2, 3 Fig. 1 Blatt XXV, die Schablone für das innere Widerlager, welche in die bereits vorher ausgearbeitete innere Wölbfläche des Steines gehörig einzudrücken ist. Auf ähnliche Weise erhält man die Schablone afc für das correspondirende äußere Widerlager. Die Lager und Stoßfugen werden so bearbeitet, daß ein auf den Linien ad und af Fig 1–2 rechtwinkelig gegen dieselben fortbewegtes Richtscheit in fortwährender Berührung mit der Fläche bleibt. Die Linien aa, df, cc Fig. 2 stehen rechtwinkelig auf der Achse des schiefen Gewölbes, was bei den beiden Gewölbsteinen nicht der Fall sein wird. Die übrigen Wölbsteine werden ohne Rücksicht auf ihre Länge und Stärke auf ganz gleiche Weise zugerichtet. Man fertige zu dem Ende eine sog. windschiefe Lehre Fig. 3, indem man einem Brette bcdf auf der einen Kante df ein solches Uebermaß über bc gibt, daß Winkel abf = Winkel w-v ist. Ein zweites rechtwinkliges Brett ghkl hat die Höhe bc. Man lege nun den Stein auf ein horizontales Lager und arbeite in einem Abstande gleich der Gewölbstärke die Schläge mn und op derart ein, daß, wenn beide Lehren senkrecht in diese Falze gesetzt werden, ihre oberen Kanten in einer Ebene liegen. Die zwischenliegende überflüssige Steinmasse wird nun weggespitzt und die windschiefe Fläche so hergestellt, daß ein normal zu mn und op bewegtes Richtscheit stets in Berührung mit dem Grunde der Schläge und der zwischenliegenden Fläche bleibt. Die Spirale, in welcher die Lagerfläche einer jeden Wölbschicht die innere Wölbfläche schneidet, ist in ihrer ganzen Ausdehnung betrachtet, eine doppelt gekrümmte Linie. Für ein verhältnißmäßig sehr kleines Stück der Spirale, als z. B. für die Länge eines einzelnen Wölbsteines, genügt es, nur ihre Krümmung, in welcher sie sich um das Gewölbe legt, zu berücksichtigen. Diese kann bei näherer Betrachtung leicht gefunden werden. Man fertige nun ein Bogenbrett, dessen concave Kante lts nach der betreffenden Krümmung ausgeschnitten ist und welches ein oder zwei auf dem Bogen normale Arme hat, lege ls an op Fig 4 und reiße lts auf dem Stein vor. In dieser Curve schneidet die innere Wölbung das Lager des Steines. Ist die Leibung genau bearbeitet, so nehme man aus der inneren Abwickelung Fig. 1 Blatt XXV die Leibungsschablone mn, drücke dieselbe so in die Wölbfläche des Steines, daß sie mit der Fugencurve ab Fig. 5 genau abschneidet und reiße acdb vor. Die Stoßfugen, welche gleichfalls windschief werden, sind richtig gearbeitet, wenn ein Richtscheit parallel zu bd fortbewegt mit den Richtlinien bh und dm und der Stoßfläche stets in Berührung bleibt, Fig. 5. Alle Wölbsteine, mit Ausnahme der Kopfsteine, sind ohne Rücksicht auf ihre verschiedenen Längen durchgehend auf die vorstehend angedeutete Weise anzufertigen. Die Kopfsteine werden zunächst ganz wie die übrigen Wölbsteine bearbeitet und bedürfen nur noch außerdem einer besonderen Bearbeitung ihrer sichtbaren Stirnfläche.

Fig. 6 zeigt die Ansicht der schiefen Brücke und es ist aus derselben ersichtlich, daß die Fugen in der Nähe der Widerlager beim Halbkreiscylinder nicht normal auf der zugehörigen Richtung der Wölblinie stehen, und nimmt dies mit der Schiefe der Brücke zu. Aus diesem Grunde vermeidet man den Halbkreis und wendet stets das Kreissegment als Normalbogen an. (Näheres hierüber kann dem mündlichen Vortrage überlassen werden.)

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN



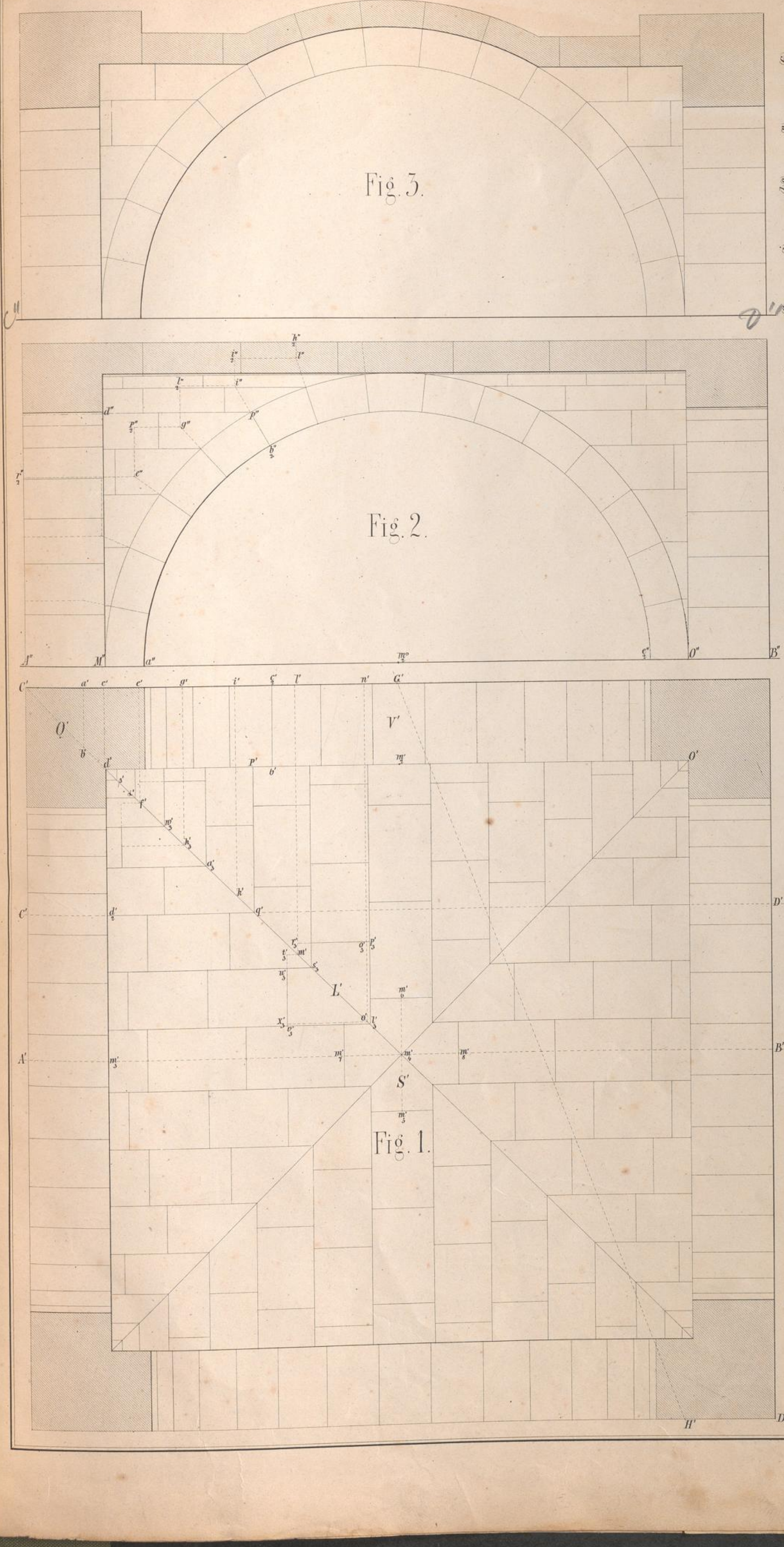
Kuppelgewölbe mit anschliessenden Tonnengewölben.

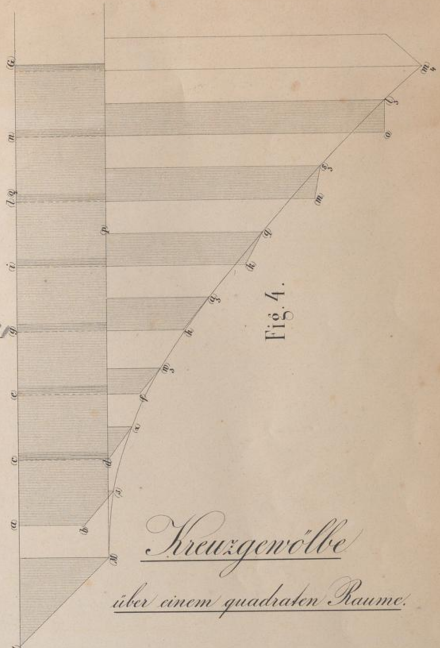
Das Kuppelgewölbe ruht auf vier Gurtbogen, deren Widerlager die vier Ecken A', B', C', D' vorstellen. Zur Erzielung eines guten Verbandes müssen die Steine der Gurtbögen in das Kuppelgewölbe einbinden.

Fig. 1. Grundriss der Gewölbe mit den Leibungsfugen. Fig. 2. Durchschnitt nach G H des Grundrisses. Fig. 3. Diagonalschnitt nach E F.

Fig. 4. Schlussstein des verstärkten Gurtbogens über dem Raume X Y' Z' V' und Fig. 5 der Stein zur Seite des Schlusssteins. Beide Steine vermitteln die Verbindung des Tonnengewölbes mit dem Kuppelgewölbe, weshalb diese Steine zum Theil in das Tonnengewölbe, zum Theil in das Kuppelgewölbe eingreifen. Die untere Ansicht des Schlusssteins ist die Figur 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 2 (Fig. 1), und die Figur 21, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 27, 26, 25, 24, 23, 22 die untere Ansicht des Steins zur Seite des Schlusssteins. Durch die Stossfuge, deren erste Projection die Linie 28, 29 ist, wird dieser Stein in zwei Theile zerlegt.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN





Kreuzgewölbe

über einem quadraten Raume.

Fig. 1 ist der Grundriss des Gewölbes, dasselbe von unten angesehen. Fig. 2 ist der Durchschnitt nach der Linie A'B'; Fig. 3 ein gerader Schnitt nach der Linie C'D' und Fig. 4 die abgewickelte innere Wölbungsfläche von einem Quadrant mit den zugehörigen Lagerfugen.

Das Gewölbe ist in der Umfassung mit verstärkten Bogen gedacht worden, wobei aber vorausgesetzt worden ist, dass an diese verstärkten Bogen noch andere Constructionstheile sich anschliessen, welche den Schub des Kreuzgewölbes aufnehmen. Um den Schnitt Fig. 2 zu erhalten, construire man aus dem Mittelpunkte m_2^o Fig. 2 mit der Länge $m_2' d'$ als Radius den Halbkreis $M''p''O''$ Fig. 2, welcher die zweite Projection desjenigen Halbkreises vorstellt, in welchem die Wölbungsfläche von der Stirnfläche des verstärkten Bogens geschnitten wird. Dieser Halbkreis kann aber auch als die zweite Projection derjenigen Gratbögen angesehen werden, deren erste Projectionen die Längen $d'm_4'$ und $O'm_4'$ sind.

Wenn der Punkt b_2'' einer von den Theilpunkten des Halbkreises $a''b''c''$ ist, so ziehe man durch m_2^o und b_2'' eine Linie $b_2''p''$, construire durch p'' die Linie $p''d''$ parallel mit $A''B''$, ferner $p'q'$ und $q'd_2'$, so stellen diese Linien die Projectionen der durch den Punkt p gehenden horizontalen Leibungsfuge des Gewölbes vor. Auf demselben Wege erhält man die Projectionen aller übrigen Leibungsfugen.

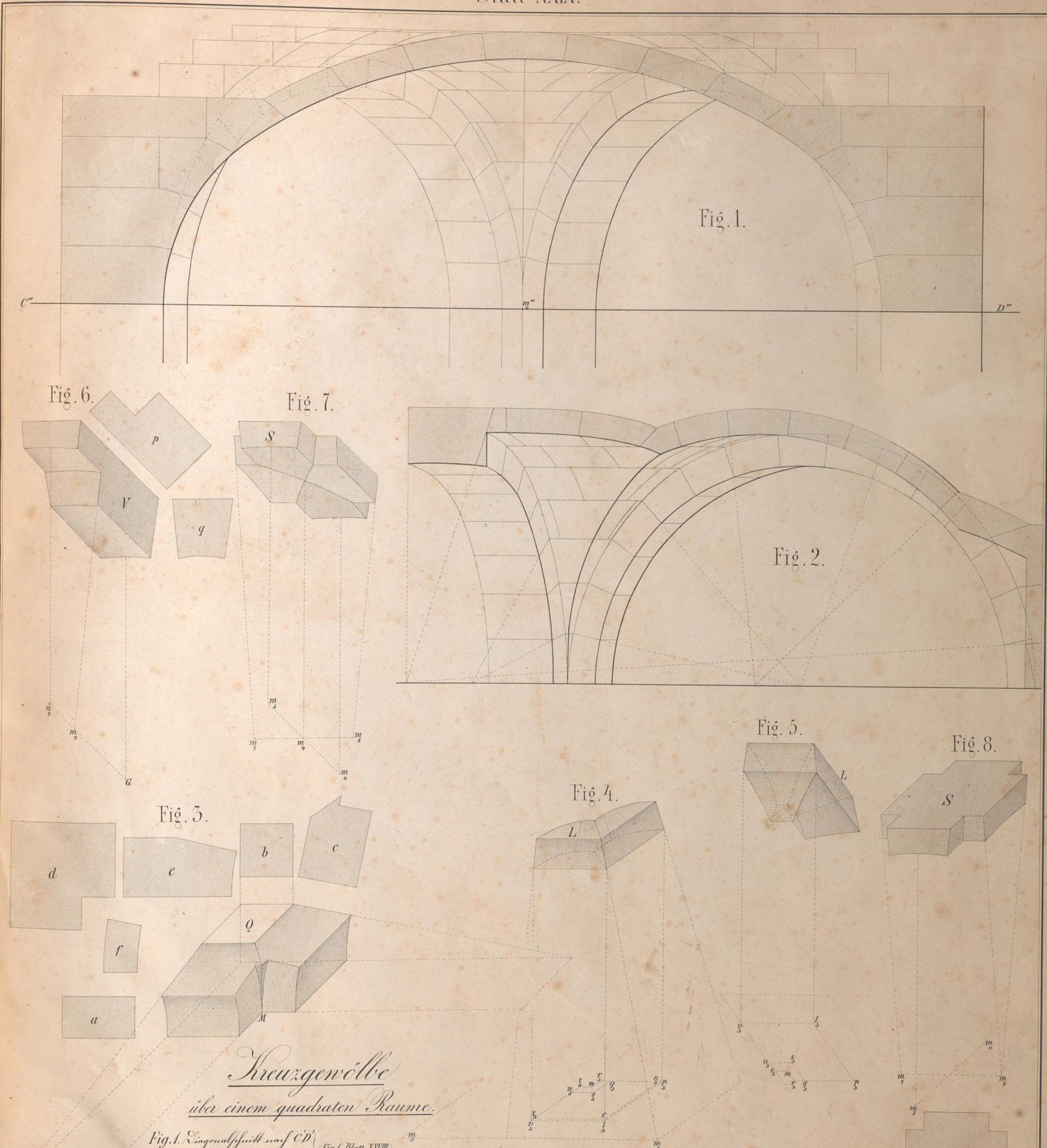
Man ordne nun die Stossfugen so an, dass ein regelrechter Verband hervorgeht und vollende den Durchschnitt Fig. 2. — Die gebrochene Linie $h_2''l''i_2''i''l_2''g''p_2''c''r_2''$ stellt die Abtreppung des äusseren Hauptes vom verstärkten Bogen vor, und die Linie $p''i''$ die Stärke des Kreuzgewölbes.

Die Figuren 3 und 4 bedürfen keiner weiteren Erläuterung, sondern erklären sich von selbst.

(Fortsetzung Blatt XXIX.)

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN



Kreuzgewölbe
über einem quadraten Raume.

Fig. 1. Diagonalschnitt nach C'D'
Fig. 2. Schiefer Schnitt nach G'H' (Fig. 1 Blatt XXVIII)

Fig. 3 ist der Anfänger Q dessen erste Projection in Fig. 1 Blatt XXVIII mit Q' bezeichnet ist; a Schablone der inneren Bogenwölbung, b Schablone des obern horizontalen Lagers, d die des untern Lagers, c die der obern centralen Lagerfuge, e die vom äußeren Haupte und endlich f die vom inneren Haupt. Fig 4 zeigt den Gratstein L, dessen erste Projection in Fig. 1 Blatt XXVIII mit $l_3\, p_3\, r_3\, m'\, t_3\, v_3$ bezeichnet ist. Fig. 4 zeigt diesen Stein von oben, und Fig. 5 denselben Stein von unten angesehen. Fig. 6 stellt den Stein V dar, welcher als Schlußstein des verstärkten Bogens die Verbindung dieses Bogens mit dem Kreuzgewölbe vermittelt; p Schablone der Lagerfuge und q die Hauptschablone dieses Steins. Die Figuren 7 und 8 zeigen den Schlußstein S des Kreuzgewölbes. Erstere Figur stellt eine Ansicht von unten, letztere eine Ansicht von oben vor.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

SR 2008 Hk

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN