Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

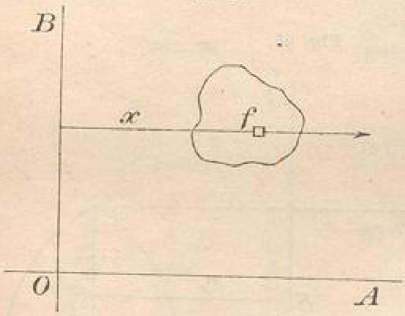
Leipzig, 1897

Andere Deutungen des Centrifugalmoments.

b) Statt dessen kann man den mittels OB abgeschrägten Körper beibehalten, aber seine Dichtigkeit proportional zu y setzen. Setzt man sie gleich y, so wird der Masseninhalt des Körpers gleich $\sum fxy = M_{xy}$.

119) Anwendung auf die Centrifugalkraft ebener Flächen. Man denke sich eine ebene Fläche homogen mit Masse belegt und um eine Achse OB ihrer Ebene gedreht. Jedes Teilchen f im Abstande x von der Drehungsachse erhält dann eine Centrifugalkraft $fx\vartheta^2$, wo ϑ die auf den Radius 1 reducierte Winkelgeschwindigkeit ist.

Fig. 97.



Die gesamte Centrifugalkraft ist dann $\vartheta^2 \sum fx = \vartheta^2 M_y$, d. h. ebenso grofs, als ob die gesamte Masse F im Flächenschwerpunkte vereinigt wäre.

Der Angriffspunkt der Centrifugalkraft fällt aber nicht mit dem Flächenschwerpunkte zusammen. Um ihn zu finden, errichte man auf der Fläche Lote gleich der Centrifugalkraft im entsprechenden Punkte. Dies giebt einen Diagrammkörper, der in obigem Sinne abgeschrägt ist. Die Projektion seines Schwerpunktes auf die Fläche F giebt den Angriffspunkt der Centrifugalkraft. Seine Koordinaten ergeben sich nach Nr. 113) aus

$$x_s = \frac{T_y}{M_y}, \quad y_s = \frac{M_{xy}}{M_y}.$$

Ist die Fläche symmetrisch in Bezug auf eine zu OB parallele Gerade, so stimmt y_s mit dem Schwerpunktsabstande der Fläche überein, so dafs dann die Richtungslinie der Centrifugalkraft durch den Flächenschwerpunkt geht, was durchaus nicht allgemein der Fall ist.

Das Moment der Centrifugalkraft in Bezug auf die Punkte der Achse OA ist in jedem Augenblicke gleich

$$\vartheta^2 \sum fxy = \vartheta^2 M_{xy},$$

für den Sonderfall $\vartheta = 1$ geht dies in M_{xy} selbst über.

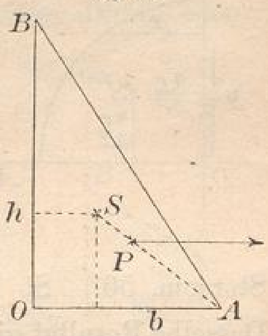
Es handelt sich in der That bei M_{xy} um ein bestimmtes Moment der Centrifugalkraft, so dafs der Name Centrifugalmoment sehr bezeichnend ist.

Ist die Achse OB nicht fest und keine freiwillige Drehungsachse, so würde die Centrifugalkraft ein Umstürzen, also eine Abweichung von der ursprünglichen Drehungsbewegung erstreben, so dafs auch der Name Deviationsmoment brauchbar erscheint.

120) Beispiel des Dreiecks.

Ein Dreieck drehe sich um die Achse OB. Wie grofs ist die entstehende Centrifugalkraft, und wo greift sie an?

Fig. 98.



a) Geometrische Behandlung. Man denke sich auf der Fläche Lote errichtet, die gleich den einzelnen Centrifugalkräften $f x \vartheta^2$, also proportional zum Abstande x sind. Der entstehende Diagrammkörper ist eine Pyramide, deren senkrechte Höhe im Punkte A zu denken ist. Ihr Schwerpunkt wird gefunden, indem man den Flächenschwerpunkt S mit der über A schwebenden Spitze verbindet und von der Verbindungslinie den vierten Teil abschneidet. P ist dann die Projektion des Schwerpunktes und zugleich der gesuchte Angriffspunkt der Centrifugalkraft. Die Koordinaten von P sind

$$x_s = \frac{b}{3} + \frac{1}{4}\frac{2}{3} b = \frac{b}{3} + \frac{b}{6} = \frac{b}{2}; \quad y_s = \frac{h}{3} - \frac{1}{4}\frac{h}{3} = \frac{h}{4}.$$

In S hat man sich die Masse vereinigt zu denken, um die Centrifugalkraft $m \frac{b}{3} \vartheta^2$ zu finden. Da aber die Fläche des Dreiecks als Masse betrachtet werden kann, so folgt $m = \frac{bh}{2}$, und man erhält als Centrifugalkraft

$$p = \frac{bh}{2}\frac{b}{3}\vartheta^2 = \frac{hb^2\vartheta^2}{6}.$$

So wird S benutzt, um die Gröfse der Centrifugalkraft zu finden. Ihr Angriffspunkt aber hat ganz andere Koordinaten als S.

b) Behandlung mit Hülfe des Trägheits- und Centrifugalmoments.

$$x_s = \frac{T_y}{M_y} = \frac{\frac{hb^3}{12}}{\frac{bh}{2}\cdot\frac{b}{3}} = \frac{b}{2}; \quad y_s = \frac{M_{xy}}{M_y} = \frac{\frac{b^2h^2}{24}}{\frac{hb^2}{6}} = \frac{h}{4}.$$

Die Kraft wird ebenso berechnet wie vorher.

121) Beispiel des Viertelkreises, der sich um OB dreht.

Gemischte Behandlung. Der mittels OB abgeschrägte Körper hat den Inhalt

$$J = \frac{r^2\pi}{4}\cdot\frac{4r}{3\pi} = \frac{r^3}{3}.$$