Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Schleifstein und Schwungring.

89) **Aufgabe.** Ein Schleifstein habe den Radius $r = 1$ m und das Gewicht 1000 kg. Wieviel Drehungsenergie besitzt er bei 1, 2, 3 Umdrehungen in der Sekunde?

Auflösung. Bei einer Umdrehung in der Sekunde ist die Energie

$$E_1 = m \frac{r^2}{2} \frac{\vartheta^2}{2} = \frac{1000}{9{,}81} \frac{1^2}{2} \frac{4\pi^2}{2} = 1006 \text{ mkg},$$

bei 2 Umdrehungen

$$E_2 = 4 \cdot 1006 = 4024 \text{ mkg},$$

bei 3 Umdrehungen

$$E_3 = 9 \cdot 1006 = 9054 \text{ mkg}.$$

90) **Aufgabe.** Ein Schwungring wiege 20 000 kg und habe die Radien $r = 4$ m und $r_1 = 3{,}6$ m bei einfach rechteckigem Querschnitt. Wie grofs ist seine Drehungswucht (Energie) bei 1, 2, 3 Umdrehungen in der Sekunde?

Auflösung.

$$T = \frac{m \cdot (r^2 + r_1^2)}{2},$$

folglich

$$E_1 = \frac{m(r^2 + r_1^2)}{2} \frac{4\pi^2}{2} = \frac{20\,000}{9{,}81} \cdot \frac{4^2 + 3{,}6^2}{2} \cdot \frac{4\pi^2}{2} = 582\,720 \text{ mkg},$$

demnach

$$E_2 = 4 \cdot 582\,720 = 2\,330\,880 \text{ mkg}, \quad E_3 = 9 \cdot 582\,720 = 5\,244\,480 \text{ mkg}.$$

91) **Aufgabe.** Ein Schwungring habe die Radien $r = 3$ m und $r_1 = 2{,}8$ m und das Gewicht 10 000 kg. Jeder der sechs Radarme wiege 300 kg, je zwei davon mögen als ein Rechteck von der Diagonale $d = 2\,r_1$ betrachtet werden. Wie grofs ist die Drehungswucht bei 1, 2, 3 Umdrehungen in der Sekunde?

Auflösung.

$$T = \frac{m_1(r^2 + r_1^2)}{2} + 3 \cdot 600 \cdot \frac{m_2}{12}(2r_1)^2,$$

wo

$$m_1 = \frac{10\,000}{9{,}81}, \quad m_2 = \frac{600}{9{,}81}$$

ist. Es wird

$$E_1 = 26\,400 \text{ mkg}, \quad E_2 = 105\,600 \text{ mkg}, \quad E_3 = 237\,600 \text{ mkg}.$$

92) **Bemerkung.** Wirken an einer irgendwie gestalteten Scheibe drehende Kräfte $p_1, p_2, p_3 \ldots$ an den Radien $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3, \ldots$ und ist T das gesamte Trägheitsmoment, so wird die dem Radius 1 entsprechende Winkelbeschleunigung

$$\gamma = \frac{\Sigma p \varrho}{T}$$

und die Bewegungsformeln, die den drei Fallformeln entsprechen, werden

$$\vartheta = \gamma t, \quad \widehat{w} = \tfrac{1}{2}\gamma t^2, \quad \vartheta = \sqrt{2\gamma \widehat{w}}.$$

93) **Aufgabe.** Um die Achse einer Kreisscheibe sei ein Faden geschlungen, der am freien Ende festgehalten werde, so dass die Scheibe nur drehend fallen kann. Wie schnell fällt sie und wie grofs ist die Fadenspannung?

Auflösung. Arbeit der Schwerkraft gleich der Energiesumme aus der fortschreitenden und drehenden Bewegung, also

$$m\frac{v^2}{2} + T\frac{\vartheta^2}{2} = ph.$$

Die Drehungsgeschwindigkeit am Achsenradius ϱ ist gleich der Fallgeschwindigkeit v, folglich ist die erstere, am Radius 1 gemessen, $\vartheta = \frac{v}{\varrho}$, also wird

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{T}{2}\frac{v^2}{\varrho^2} = ph,$$

die dritte Fallformel wird also

$$v = \sqrt{2\left(\frac{m\varrho^2}{m\varrho^2 + T}g\right)h},$$

so dafs, wie aus $v = \sqrt{2g_1 h}$ folgt, die Beschleunigung des Falles wird

$$g_1 = \frac{m\varrho^2}{m\varrho^2 + T}g.$$

Die Fadenspannung wird gleich $g - g_1$.

94) **Aufgabe.** Eine Kreisscheibe werde mit den Achsenenden auf zwei schräge Leisten gelegt und rolle so, ohne zu gleiten, auf schiefer Ebene herab. Welcher Art ist die Bewegung?

Auflösung. Wie vorher wird

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2}{2}\frac{v^2}{2\varrho^2} = mgh$$

oder

$$\frac{v^2}{2}\frac{2\varrho^2 + r^2}{2\varrho^2} = gh,$$

also

$$v = \sqrt{2\left(\frac{2\varrho^2}{r^2 + 2\varrho^2}g\right)h} = \sqrt{2\left(\frac{2\varrho^2}{r^2 + 2\varrho^2}g\sin\alpha\right)l},$$