Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

[...]-Eisen, [...]-Eisen, [...]-Träger, [...]-Eisen.

55) ✛-Eisen (Kreuz-Querschnitt). Figur 61.

$$T_1 = T_2 = \frac{bh^3 + b_1 b^3}{12} = \frac{b\,(h^3 + b_1 b^2)}{12}, \quad T_p = \frac{b\,(h^3 + b_1 b^2)}{6}.$$

$$W_1 = W_2 = \frac{b\,(h^3 + b_1 b^2)}{6h}.$$

Fig. 60.

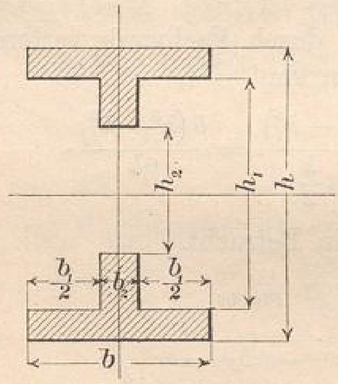
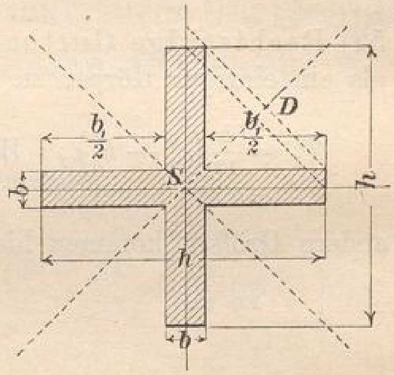


Fig. 61.

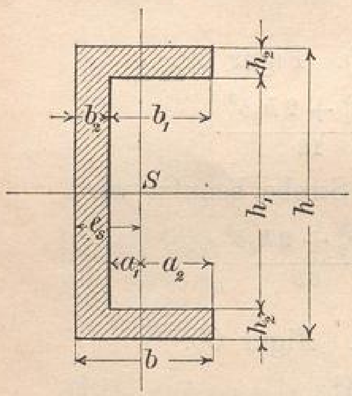


Derselbe Wert für T_1 und T_2 ergiebt sich für die Diagonalstellung, nur sind dann die Widerstandsmomente andere, nämlich

$$W_3 = W_4 = \frac{b\,(h^3 + h_1 b^2)}{12\,SD} = \frac{b\,(h^3 + h_1 b^2)}{12\left(\frac{h}{2} + \frac{b}{2}\right)\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{b\,(h^3 + h_1 b^2)}{3\,(h + b)\sqrt{2}}.$$

56) ⊏-Eisen (U-förmiger Querschnitt). Figur 62.

Fig. 62.



Nach Nr. 3) ist

$$e_s = \frac{2h_2 b^2 + h_1 b_2^2}{2\,(2h_2 b + h_1 b_2)}.$$

Die beiden Momente werden

$$T_1 = \frac{bh^3 - b_1 h_1^3}{12},$$

$$T_2 = \tfrac{1}{3}\left[h e_s^3 - h_1 a_1^3 - 2\,h_2 a_2^3\right].$$

Die leicht zu bildenden Widerstandsmomente sollen von jetzt ab nicht mehr angegeben werden.

57) T-Träger (einfacher T-Querschnitt). Figur 63.
Nach Nr. 2) ist

$$h_s = \frac{b_1 h_1^2 + b_2 h_2\,(2\,h_1 + h_2)}{2\,(b_1 h_1 + b_2 h_2)}.$$

Die Momente werden

$$T_1 = \tfrac{1}{3}\left[b_1 h_s^3 + b_2 h_2^3 - b_3 h_3^3\right], \quad T_2 = \frac{h_1 b_1^3 + h_4 b_2^3}{12}.$$

Fig. 63.

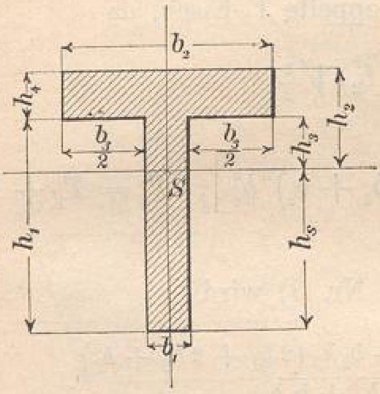
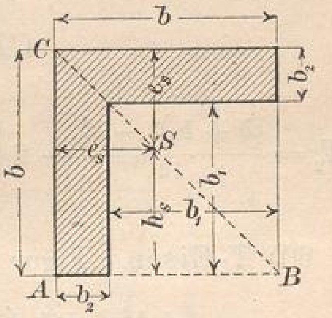


Fig. 64.



58) **Γ-Eisen** (gleichschenkliges Winkeleisen). Fig. 64.

Es handelt sich um die Differenz zweier Quadrate, so dafs nach Nr. 3)

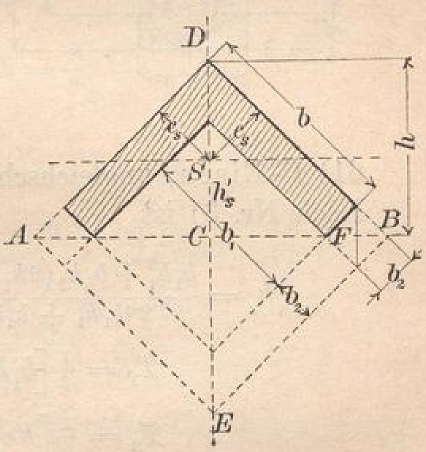
$$h_s = \frac{b^3 - b_1^3}{2\left(b^2 - b_1^2\right)}, \quad e_s = b - h_s.$$

In Bezug auf AB wird $T = \dfrac{b^4 - b_1^4}{3}$, also in Bezug auf beide Schwerpunktsachsen

$$T_1 = T_2 = \frac{b^4 - b_1^4}{3} - h_s^2\left(b^2 - b_1^2\right).$$

59) **Diagonalstellung des Γ-Eisens.** Figur 65.

Fig. 65.



Vom Quadrat $AEBD$ sind drei Quadrate abzuziehen, wenn man das doppelt gezeichnete Winkeleisen erhalten will. In Bezug auf AB ist also

$$T = \frac{(b + b_2)^4}{12} - \frac{b_1^4}{12} - \frac{2\,b_2^4}{12}.$$

Für das einzelne Winkeleisen bleibt die Hälfte oder

$$T = \tfrac{1}{24}\left[\left(b + b_2\right)^4 - b_1^4 - 2\,b_2^4\right].$$

Nun ist aber $h = \left(b + b_2\right)\sqrt{\tfrac{1}{2}}$ und

$h'_s = h - e_s\sqrt{2}$. Demnach wird für die horizontale Schwerpunktsachse

$$T_1 = \tfrac{1}{24}\left[(b+b_2)^4 - b_1^4 - 2\,b_2^4\right] - h_s'^2\left(b^2 - b_1^2\right).$$

In Bezug auf Achse DE giebt das doppelte Γ-Eisen, da

$$CF = (b_1 + b_2)\sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

ist,

$$T_2 = \frac{(b+b_2)^4 - b_1^4}{12} - 2\left[\frac{b_2^4}{12} + \tfrac{1}{2}\left(b_1+b_2\right)^2 b_2^2\right], \quad T_p = T_1 + T_2.$$

60) T-Eisen. Figur 66. Nach Nr. 3) wird

$$h_s = \frac{b_1 h_1^2 + b_2 h_2\left(2\,h_1 + b_2\right) + b_3 h_3\left(2\,h_1 + 2\,h_2 + h_3\right)}{2\,(b_1 h_1 + b_2 h_2 + b_3 h_3)},$$

$$T_1 = \tfrac{1}{3}\left[b_1 h_s^3 + b_3 a_3^3 - b_4 a_4^3 - b_5 a_5^3\right],$$

$$T_2 = \tfrac{1}{12}\left[h_1 b_1^3 + h_2 b_2^3 + h_3 b_3^3\right].$$

Fig. 66.

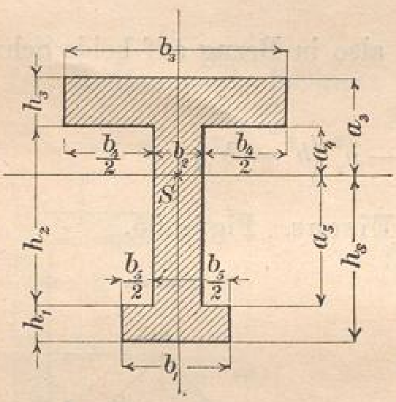
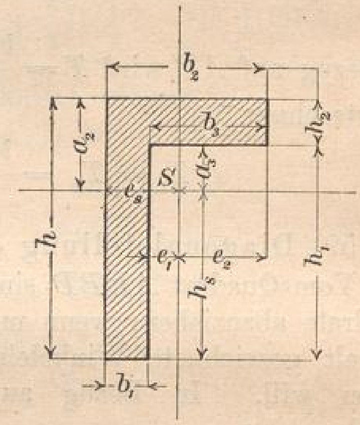


Fig. 67.



61) Γ-Eisen, ungleichschenklig. Figur 67.
Nach Nr. 3) ist

$$h_s = \frac{b_1 h_1^2 + b_2 h_2\left(2h_1 + h_2\right)}{2\,(b_1 h_1 + b_2 h_2)}, \quad e_s = \frac{b_1^2 h_1 + b_2^2 h_2}{2\,(b_1 h_1 + b_2 h_2)},$$

$$T_1 = \tfrac{1}{3}\left[b_1 h_s^3 + b_2 a_2^3 - b_3 a_3^3\right],$$

$$T_2 = \tfrac{1}{3}\left[h e_s^3 - h_1 e_1^3 + h_2 e_2^3\right].$$

62) Dreieck, gleichschenkliges.

$$T_1 = \frac{bh^3}{36}, \quad T_2 = \frac{hb^3}{48}, \quad T_p = \frac{bh}{144}(4h^2 + 3b^2).$$

In Bezug auf die Spitze ist infolge der Verschiebung um $\frac{2}{3}h$

$$T_p = \frac{bh}{48}(12h^2 + b^2).$$

Fig. 68.

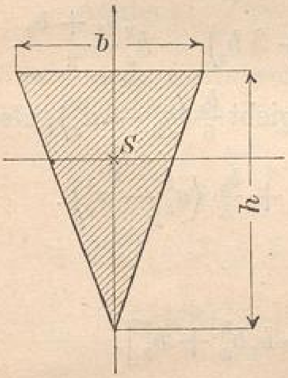
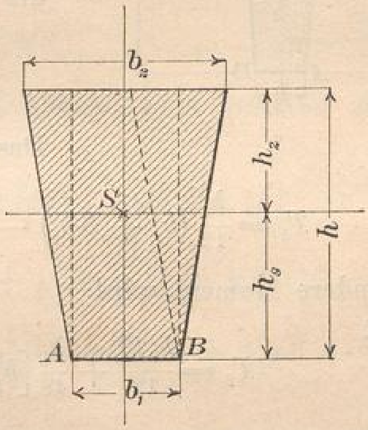


Fig. 69.



63) Trapez. (Annäherungsform für den Hakenquerschnitt.) Nach Nr. 4) ist

$$h_s = \frac{h(b_1 + 2b_2)}{3(b_1 + b_2)}.$$

In Bezug auf AB hat man durch Parallelogramm und Dreieck

$$\frac{b_1 h^3}{3} + \frac{(b_2 - b_1)h^3}{4} = \frac{h^3}{12}(b_1 + 3b_2).$$

Abzuziehen ist $h_s^2 F$, so dafs man erhält

$$T_1 = \frac{h^3}{12}(b_1 + 3b_2) - h_s^2 \frac{b_1 + b_2}{2} h = \frac{h^3}{36} \frac{b_1^2 + 4b_1 b_2 + b_2^2}{b_1 + b_2}.$$

Das andere Moment wird

$$T_2 = \frac{hb_1^3}{12} + 2\left[\frac{h\left(\frac{b_2 - b_1}{2}\right)^3}{36} + \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2 - b_1}{6}\right)^2 \frac{b_2 - b_1}{2} \cdot \frac{h}{2}\right]$$

$$= \frac{hb_1^3}{12} + \frac{h(b_2 - b_1)^3}{144} + \frac{2(2b_1 + b_2)^2(b_2 - b_1)h}{144}$$

$$= \frac{hb_1^3}{12} + \frac{h(b_2 - b_1)}{48}\left(3b_1^2 + b_2^2 + 2b_1 b_2\right) = \frac{h}{48}\left[b_1^3 + b_1^2 b_2 + b_1 b_2^2 + b_2^3\right].$$