Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Allgemeine Formel.

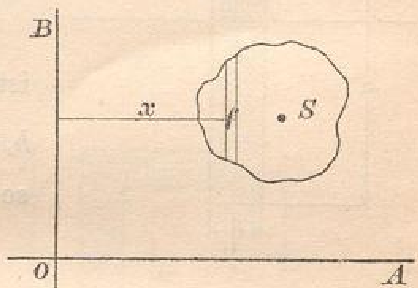
Abschnitt I.

Schwerpunktsbestimmungen für ebene Flächen.

1) In der technischen Festigkeitslehre sind die Querschnitte von Trägern auf die Lage ihrer Biegungsachsen zu untersuchen. Diese Achsen gehen stets durch den Schwerpunkt der Fläche, und auf sie werden die Trägheitsmomente und Widerstandsmomente bezogen. Auch für Untersuchungen aus dem Gebiete der Centrifugalkraft und eine Reihe anderer Gegenstände der Mechanik ist die Kenntnis der Flächenschwerpunkte nötig. Die Bestimmung ihrer Lage kann auf verschiedene Weise erfolgen.

Man kann z. B. folgenden Satz der Mechanik benutzen: Die Summe der statischen Momente der einzelnen Flächenteile ist gleich dem statischen Momente der Gesamtfläche.

Fig. 1.



In Fig. 1 seien OA und OB beliebig gewählte Koordinatenachsen. Man zerlege die gegebene Fläche in lauter senkrechte Streifen f. Die Entfernung jedes unendlich schmal zu denkenden Streifens von der y-Achse OB sei gleich x, so daſs fx das statische Moment des Streifens in Bezug auf die Y-Achse ist. Das gesamte statische Moment der Fläche ist also eine Summe solcher Ausdrücke fx, die mit $\sum fx$ bezeichnet werden soll. Ist nun S der Schwerpunkt der Fläche F und x_s sein Abstand von der Achse OB, so ist das statische Moment der Fläche auch gleich $x_s F$, so daſs

$$x_s F = \sum f x$$

ist. Daraus folgt als Schwerpunktsabstand

$$x_s = \frac{\sum f x}{F}.$$

Bezeichnet man das Moment in Bezug auf die Y-Achse mit M_y, das in Bezug auf die X-Achse genommene, welches mit Hülfe von Horizontalstreifen berechnet wird, mit M_x, so hat man die Gleichungen

$$x_s = \frac{M_y}{F}, \quad y_s = \frac{M_x}{F},$$

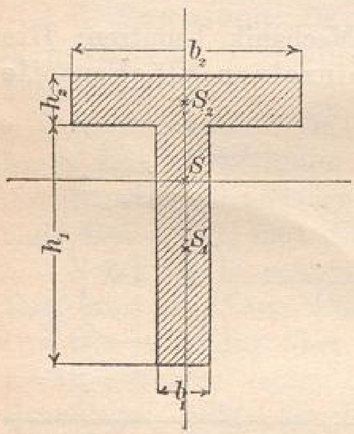
die zur Bestimmung des Schwerpunkts genügen.

Bemerkung. Verschiebt man die Y-Achse um $-e$, so geht $\sum fx$ über in $\sum f(x+e) = \sum fx + \sum fe = \sum fx + eF$, d. h. das statische Moment der Fläche wächst um eF. Davon kann man bisweilen Anwendung machen.

2) Ist der Schwerpunkt einzelner Flächentheile durch Symmetrieverhältnisse ohne weiteres bestimmt, so treten Vereinfachungen ein.

Beispiel. Für den T-Träger kann die Bestimmung folgendermaſsen geschehen.

Fig. 2.



In Bezug auf die Grundlinie b_1 ist in Fig. 2 die Summe der statischen Momente der Einzelrechtecke F_1 und F_2 gleich dem Momente der Gesamtfläche F, also ist

$$h_s F = e_1 F_1 + e_2 F_2,$$

wo

$$e_1 = \frac{h_1}{2}, \; e_2 = h_1 + \frac{h_2}{2} = \frac{2h_1 + h_2}{2}$$

ist. Man erhält

$$h_s(b_1 h_1 + b_2 h_2) = \frac{h_1}{2} b_1 h_1 + \frac{2h_1 + h_2}{2} b_2 h_2,$$

so daſs

$$h_s = \frac{b_1 h_1^2 + b_2 h_2 (2h_1 + h_2)}{2(b_1 h_1 + b_2 h_2)}$$

ist. Daſs der Schwerpunkt in der Symmetrieachse liegt, ist selbstverständlich.

3) Für das in Fig. 3 dargestellte Winkeleisen ist ebenso

$$y_s = \frac{b_1 h_1^2 + b_2 h_2 (2h_1 + h_2)}{2(b_1 h_1 + b_2 h_2)}.$$

Für x_s erhält man auf entsprechendem Wege

$$x_s = \frac{b_1^2 h_1 + b_2^2 h_2}{2(b_1 h_1 + b_2 h_2)}.$$