Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Die Gravitationscurve, Fläche und Momente.

Das Trägheitsmoment für die Grundfläche wird nach $q_y = \frac{\pi}{y}\, y = \pi$

$$\overset{y}{\underset{1}{T}} = \pi\left(\frac{y}{1} - \frac{1}{1}\right) = \pi\,(y-1),$$

bezw.

$$\overset{y}{\underset{0}{T}} = \pi y.$$

Sein Trägheitsmoment für die Y-Achse folgt aus $q_y = \frac{x^4\pi}{2} = \frac{\pi}{2y^4}$ als

$$\overset{y}{\underset{1}{T}} = \frac{\pi}{2}\left(\frac{y^{-3}}{-3} - \frac{1^{-3}}{-3}\right) = \frac{\pi}{6}\cdot\left(1 - \frac{1}{y^3}\right),$$

z. B.

$$\overset{\infty}{\underset{1}{T}} = \frac{\pi}{6}\left(1 - \frac{1}{\infty^3}\right) = \frac{\pi}{6}\cdot$$

195) Beispiel der Gravitationskurve $x = \frac{1}{y^2}\cdot$

Querschnitt $q_y = \frac{1}{y^2}$, sein statisches Moment für die X-Achse $xy = \frac{1}{y}$, sein Trägheitsmoment für dieselbe $xy^2 = 1$. Folglich

$$\overset{y}{\underset{1}{F}} = \frac{y^{-1}}{-1} - \frac{1^{-1}}{-1} = 1 - \frac{1}{y} = \frac{y-1}{y},$$

z. B.

$$\overset{\infty}{\underset{1}{F}} = 1 - \frac{1}{\infty} = 1.$$

Statisches Moment

$$\overset{y}{\underset{1}{M}} = {}^{e}\lg y,$$

Trägheitsmoment

$$\overset{y}{\underset{1}{T}} = \frac{y}{1} - \frac{1}{1} = y - 1.$$

Das statische Moment für die Y-Achse folgt aus $q_y = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2y^4}$ als

$${}^{y}_{1}M_{y} = \frac{1}{2}\left(\frac{y^{-3}}{-3} - \frac{1^{-3}}{-3}\right) = \frac{1}{6}\left(1 - \frac{1}{y^3}\right),$$

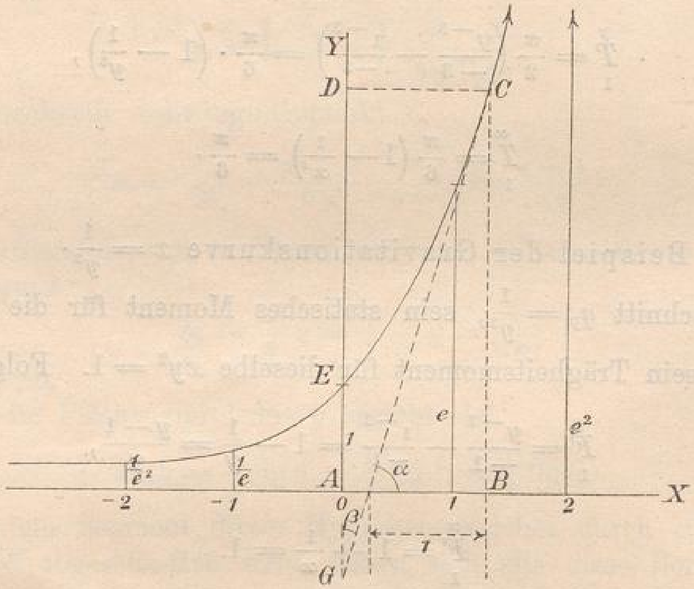
das Trägheitsmoment aus $q_y = \frac{x^3}{3} = \frac{1}{3y^6}$ als

$${}^{y}_{1}T_{y} = \frac{1}{3}\left(\frac{y^{-5}}{-5} - \frac{1^{-5}}{-5}\right) = \frac{1}{15}\left(1 - \frac{1}{y^5}\right).$$

Auf die Bedeutung für die kosmische Physik und die Potentialtheorie sei im Anschlufs an das Methodische Lehrbuch aufmerksam gemacht.

195b) Ein transcendentes Beispiel. Nicht der technischen Wichtigkeit halber, sondern um zu zeigen, wie man transcendente Kurven aller Art, z. B. auch die Sinuskurve, die Cosinuskurve, die Kettenlinie $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ u. s. w. behandeln kann, soll die logarithmische Linie $y = e^x$ oder $x = {}^e\lg y$ als Beispiel eingehender untersucht werden. In Fig. 149 b ist sie dargestellt.

Fig. 149 b.



Zunächst folgt aus

1) $$y = e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$$

nach Nr. 170, dafs die Neigung α der in dem Kurvenpunkte x, y angelegten Tangente sich aus

$$\tan\alpha = 0 + \frac{1}{1!} + \frac{2x}{2!} + \frac{3x^2}{3!} + \frac{4x^3}{4!} + \cdots$$

$$= 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots = e^x$$

berechnet also aus

2) $$\tan\alpha = e^x = y = \frac{y}{1}.$$

Demnach ist die Projektion der in C angelegten Tangente stets gleich 1, wo auch C auf der Kurve liege. Die Tangente in C wird also konstruiert, indem man das Lot CB fällt, von B aus nach links die Strecke 1 abträgt und den freien Endpunkt mit C verbindet.