UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

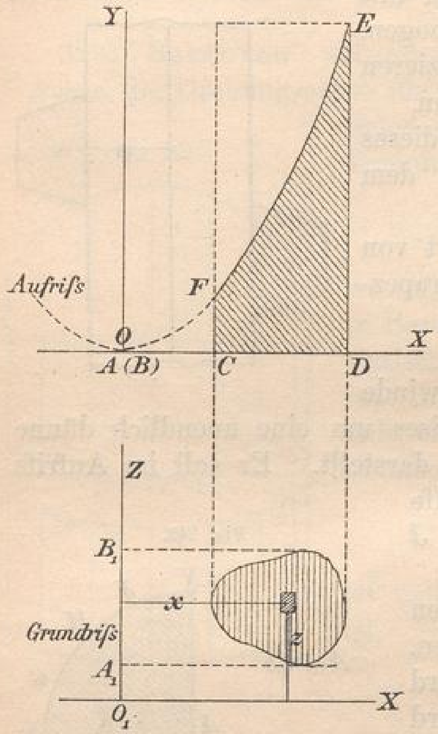
Parabolisch abgeschnittene Körper.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

Visual Library

Fig. 243 stelle ein Prisma bezw. einen Cylinder in Grund- und Aufriſs dar. Derselbe ist durch einen parabolischen Cylinder 2. Ordnung abgeschnitten, der die Grundriſsebene in der Geraden $A_1 B_1$ berührt. Wie groſs ist der Inhalt des Körpers und wo liegt sein Schwerpunkt?

Fig. 243.



Auflösung. Ist die Parabelgleichung $y = x^2$, so steht über jedem Flächenteilchen F des Grundrisses eine Säule vom Inhalte fx^2. Der gesamte Körperinhalt ist also

$$J = \sum fx^2 = T_z,$$

d. h. gleich dem Trägheitsmomente der Grundriſsfläche in Bezug auf die Z-Achse des Grundrisses.

Das statische Moment jeder kleinen Säule in Bezug auf die Z-Achse ist gleich $x \cdot fx^2 = fx^3$, also ist das des Körpers

$$M_z = \sum fx^3,$$

so das es sich um ein Flächenmoment dritter Ordnung handelt. Da zugleich $M_z = x_s \cdot J$ ist, so folgt als die eine Koordinate des Körperschwerpunktes

$$x_s = \frac{M_z}{J} = \frac{\sum fx^3}{\sum fx^2}.$$

Das statische Moment jeder Säule fx^2 in Bezug auf die X-Achse im Grundriſs ist $zfx^2 = fx^2 z$. Das des gesamten Körpers ist

$$M_x = \sum fx^2 z.$$

Demnach ist die zweite Schwerpunktskoordinate

$$z_s = \frac{M_x}{J} = \frac{\sum fx^2 z}{\sum fx^2}.$$

Die Schwerpunktshöhe y_s wird folgendermaſsen gefunden. In Bezug auf die Grundfläche hat jedes Säulchen fx^2 das statische Moment $\frac{y}{2} fx^2$ oder $\frac{x^2}{2} fx^2$, oder endlich $\frac{1}{2} fx^4$. Das Gesamtmoment in Bezug auf die Grundfläche ist also $\frac{1}{2} \sum fx^4$, also die Schwerpunktshöhe

$$y_s = \frac{\frac{1}{2}\sum f x^4}{\sum f x^2}.$$

Ähnlich ist es bei der Parabel $y = cx^2$.

Bei der Parabel $y = x^p$ handelt es sich um die Ausdrücke

$$\sum f x^p, \quad \sum f x^{p+1}, \quad \sum f x^p y, \quad \frac{1}{2}\sum f x^{2p}.$$

An diesen Beispielen erkennt man die Bedeutung der Flächenmomente höherer Ordnung.

Das Beispiel des regelrecht aufgestellten Rechteckskörpers, der in solcher Weise abgeschnitten ist, läfst sich an der Hand des Früheren bequem durchführen. Andere Grundrifsformen sind schwerer zu behandeln.

Das Abschneiden kann auch mit Hülfe eines Drehungsparaboloides p^{ter} Ordnung erfolgen, wobei Polarmomente höherer Ordnung auftreten.

Auf diesen Gegenstand, der nur theoretische Bedeutung hat, soll nicht näher eingegangen werden. Er bietet zahlreiche Übungsbeispiele für die höhere Analysis.

333) Anwendungen der Schwerpunktslehre.

a) In der Mechanik spielt der Schwerpunkt von Körpern eine hervorragende Rolle als Angriffspunkt eines Systems paralleler Kräfte, in ihm greift die Resultante der einzelnen Schwerkräfte an, und zwar für alle möglichen Stellungen des Körpers. Die elementare Theorie der einfachen Maschinen ist dort dadurch zu verfeinern, dafs der Einflufs des Gewichtes der einzelnen Teile mit eingerechnet wird. Ein interessantes Beispiel bietet in dieser Hinsicht die Untersuchung über die Empfindlichkeit der Wage. Dabei handelt es sich nicht nur um den statischen, sondern auch um den dynamischen Einflufs.

b) Die Stabilität von Mauern, d. h. der Widerstand gegen seitlichen Druck (Winddruck, Wasserdruck, Druck von Erdmassen, Druck von fehlerhaften Dachkonstruktionen, von Gewölben) hängt ab von dem Momente der im Schwerpunkte angreifenden Schwerkraft in Bezug auf die Kippkante der Mauer.

c) Die Untersuchungen über labiles, stabiles und indifferentes Gleichgewicht von sich drehenden, rollenden, schwimmenden Körpern beruhen auf der Schwerpunktstheorie. Die bei dem stabilen Zustande eintretenden Pendelschwingungen und ähnliche Erscheinungen erfordern die Kenntnis derselben Theorie.

d) In den Lehrbüchern der Mechanik werden die Sätze über den Angriffspunkt des Auftriebs bei schwimmenden Körpern

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN