



## **Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung**

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnerischer und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1897**

Körper zweiter Ordnung.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76845](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76845)

$G_2$  die grössere Grundfläche und ist  $h$  die Höhe des Stumpfes, so folgt nach Nr. 4 als Schwerpunktshöhe

$$h_s = \frac{h(G_1 + 2G_2)}{s(G_1 + G_2)}.$$

Dies gilt nach Cavalieri überhaupt von den Körpern dieser Art.

305) Eine zweite Berechnungsmethode ergibt sich nach Nr. 164 folgendermassen:

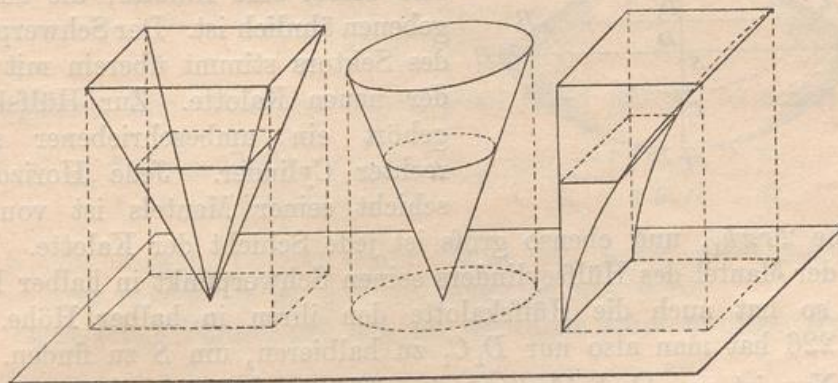
Ist, von der gemeinschaftlichen Grundebene der Fig. 222 aus gerechnet,  $h_1$  die kleinere,  $h_2$  die grössere Höhe, so ist bei Querschnittsformel  $q_y = by$  die Schwerpunktshöhe

$$h_s = \frac{M}{J} = \frac{\frac{bh_2^3}{3} - \frac{bh_1^3}{3}}{\frac{bh_2^2}{2} - \frac{bh_1^2}{2}} = \frac{h_2^3 - h_1^3}{h_2^2 - h_1^2},$$

was noch mit  $h_2 - h_1$  gekürzt werden könnte.

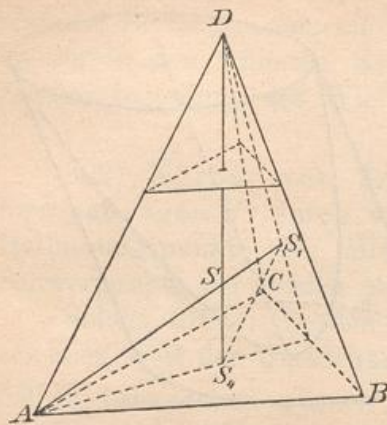
306) Körper zweiter Ordnung, deren Querschnitt von der Form  $q_y = cy^2$  ist, sind z. B. die Pyramiden und die Kegel

Fig. 224.



von beliebiger Grundfläche, ausserdem der in Fig. 224 dargestellte parabolische Cylinder. Bei sämtlichen liegt der Schwerpunkt in der Höhe  $\frac{3}{4}h$ . Dies folgt nach Nr. 164 aus der Formel

Fig. 225.



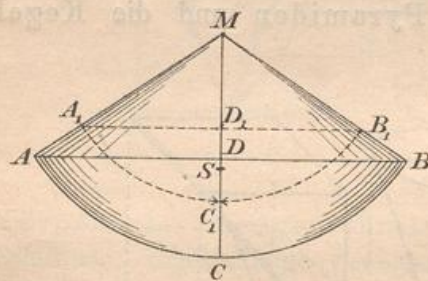
$$h_s = \frac{M}{J} = \frac{ch^4}{\frac{4}{3}ch} = \frac{3}{4}h,$$

läßt sich aber auch für die Pyramide durch eine geometrische Betrachtung nachweisen und gilt dann nach Cavalieri für die sämtlichen Körper dieser Gruppe. Alle Schichten der in Fig. 225 dargestellten Pyramide haben nämlich die Schwerpunkte in der Mittellinie  $DS_4$ , in dieser muß also der Schwerpunkt liegen. Dasselbe gilt von der Mittellinie  $AS_1$ . Die Dreiecke  $ASD$  und  $S_1SS_4$  sind ähnlich und ihr Maßstabverhältnis ist  $3:1$ , folglich ist  $S_4S = \frac{1}{3}SD$ , folglich  $S_4S = \frac{1}{4}S_4D$  und daher bei dieser Aufstellung  $h_s = \frac{1}{4}h$ .

An Stelle der in Figur 224 dargestellten Körper können auch solche mit schiefen Mittellinien (bezw. schiefen Seitenflächen) treten.

307) Anwendung auf den Kugelsektor. Wie bei der Rechnungsmethode der Kalotte denke man sich den Sektor in lauter Pyramiden zerlegt, die ihre unendlich kleine Basis in der Kalotte haben, deren Spitze aber in  $M$  liegt.

Fig. 226.



Alle diese Pyramiden haben ihre Schwerpunkte in der Entfernung  $\frac{3}{4}r$  von  $M$ . Die Schwerpunkte bilden also selbst eine Kalotte, die der gegebenen ähnlich ist. Der Schwerpunkt des Sektors stimmt überein mit dem der neuen Kalotte. Zur Hilfskugel gehört ein unbeschriebener senkrechter Cylinder. Jede Horizontalschicht seiner Mantels ist von der

Fläche  $2r\pi h_1$ , und ebenso groß ist jede Schicht der Kalotte. Weil nun der Mantel des Hülfszylinders seinen Schwerpunkt in halber Höhe hat, so hat auch die Hülfskalotte den ihren in halber Höhe. In Fig. 226 hat man also nur  $D_1C_1$  zu halbieren, um  $S$  zu finden.

Nun ist aus Ähnlichkeitsgründen  $MD_1 = \frac{3}{4}MD = \frac{3}{4}(r-h)$ , wo  $h$  die Pfeilhöhe der Kalotte ist, also  $D_1C_1 = \frac{3}{4}r - \frac{3}{4}(r-h) = \frac{3}{4}h$ , folglich

$$D_1S = \frac{1}{2}D_1C_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}h = \frac{3}{8}h,$$

folglich