Lehrbuch der ebenen Trigonometrie

Hartl, Hans

Wien [u.a.], 1906

Die reziproken Werte des sinus und cosinus.

Die reziproken Werte des sinus und cosinus.

§ 16. Wir haben bereits in § 2 bemerkt, daß man für den reziproken Wert des Tangens-Verhältnisses einen besonderen Namen (cotangens) eingeführt hat, so daß man allgemein zu setzen hat:

$$\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \operatorname{cotg}\alpha \qquad \text{und} \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{cotg}\alpha}$$

In gleicher Weise hat man auch die reziproken Werte des sinus und cosinus mit besonderen Namen belegt und nennt:

1. den reziproken Wert des sinus den Cosecans (cosec.)
2. den reziproken Wert des cosinus den Secans (sec.);

somit:
$$\frac{1}{\sin\alpha} = \operatorname{cosec}\alpha \qquad \text{und} \qquad \sin\alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}$$
$$\frac{1}{\cos\alpha} = \sec\alpha \qquad\qquad \cos\alpha = \frac{1}{\sec\alpha}$$

Im rechtwinkligen Dreiecke (Fig. 5) bedeutet daher:

$$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{c}{a} = \frac{\text{Hypotenuse}}{\text{gegenüberlgd. Kathete}}$$
$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{Hypotenuse}}{\text{anliegende Kathete}}$$

Anmerkung. Da $\sin\alpha = \cos(90^0 - \alpha)$ und
$\cos\alpha = \sin(90^0 - \alpha)$ ist, so ist auch

$$\frac{1}{\sin\alpha} = \frac{1}{\cos(90^0 - \alpha)} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sin(90^0 - \alpha)}$$

oder: $\operatorname{cosec}\alpha = \sec(90^0 - \alpha)$ und $\sec\alpha = \operatorname{cosec}(90^0 - \alpha)$, woraus zu ersehen ist, daß das im § 3 Gesagte auch für secans und cosecans Giltigkeit besitzt.

Übungsbeispiele.

Man führe in folgenden Ausdrücken sinus und cosinus ein:

a) $\sec x + \operatorname{cosec} x$ *b)* $\frac{1}{\sec\alpha} - \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}$

c) $\sin\alpha \operatorname{cosec}\alpha$ *d)* $\cos\beta \sec\beta$

e) $\sin\alpha(1 - \operatorname{cosec}\alpha)$ *f)* $\cos x(1 + \sec x)$

g) $\frac{1 - \sec\alpha}{1 + \sec\alpha}$ *h)* $\frac{\operatorname{cosec} x + 1}{\operatorname{cosec} x - 1}$

Resultate.

a) $\dfrac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x}$ *b)* $\cos \alpha - \sin \alpha$

c) 1 *d)* 1

e) $\sin \alpha - 1$ *f)* $\cos x + 1$

g) $\dfrac{\cos \alpha - 1}{\cos \alpha + 1}$ *h)* $\dfrac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

Darstellung der goniometrischen Funktionen durch die Funktionslinien am Kreise.

§ 17. Als Mittel zu dieser Darstellung benützen wir einen Kreis (Fig. 56), versehen mit zwei auf einander senkrechten unbegrenzten Tangenten tt' und ss' und einen Maßstab, dessen Längeneinheit durch den Radius des Kreises gebildet wird.

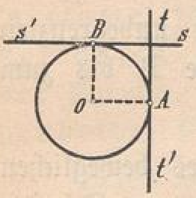

Fig. 56.

tt' heißt die unbegrenzte Tangentenlinie, ss' die unbegrenzte Cotangentenlinie.

Den zu untersuchenden Winkel legen wir stets so als Zentriwinkel in den Kreis, daß der eine (feste) Schenkel des Winkels in die feste Lage OA kommt, während der andere (bewegliche) Schenkel eine mit der Größe des Winkels veränderliche Lage annimmt.

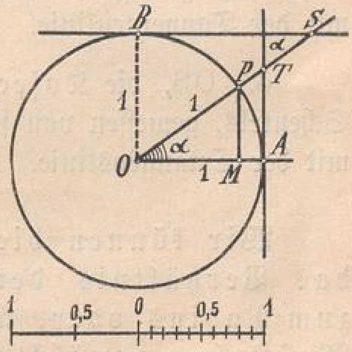

Fig. 57.

Bringen wir beispielsweise (Fig. 57) den Winkel $\alpha = 35^0$ in die besprochene Lage, so wissen wir bereits nach § 3, daß die Maßzahlen der Funktionslinien

PM OM AT und BS unmittelbar den
sinus cosinus tangens und cotangens des Winkels α angeben.

Nun ergibt sich aber nach § 16 aus dem

$\varDelta$ OAT . . . . $\sec \alpha = \dfrac{OT}{OA}$, nach Abmessung $\dfrac{1 \cdot 22}{1} = 1 \cdot 22$,

$\varDelta$ OBS . . . $\operatorname{cosec} \alpha = \dfrac{OS}{OB}$, " " $\dfrac{1 \cdot 74}{1} = 1 \cdot 74$,