Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Vorbemerkungen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

Vorbemerkungen.

Unter Ingenieur-Mathematik versteht man den Inbegriff derjenigen mathematischen Wahrheiten, Konstruktions- und Berechnungsmethoden, die der Techniker und Konstrukteur beherrschen mufs, wenn er in der Lage sein will, die ihm in der Praxis entgegentretenden Aufgaben zu lösen. Dazu gehört allerdings auch die Beherrschung der Elemente der Arithmetik, Planimetrie, Trigonometrie und Stereometrie, wie sie auf den höheren Schulen erreicht werden soll. Diese Elemente aber werden hier als bekannt vorausgesetzt und nicht der Behandlung unterworfen. Auch über die darstellende Geometrie soll hier nicht gesprochen werden, da für dieses Gebiet vortreffliche Lehrbücher vorhanden sind. Durch diese Bemerkungen wird gewissermafsen die untere Grenze für das im vorliegenden Werke Beabsichtigte festgestellt.

Soll es sich nun um eine elementare Darstellung der Ingenieur-Mathematik handeln, so sind höhere Rechnungsarten, in erster Linie die Differential- und Integral-Rechnung, auszuschliefsen. Die Ansichten über die Möglichkeit dieser Ausschliefsung sind sehr verschiedener Art.

Einerseits wird behauptet, alle Versuche, ohne jene Rechnungsarten auszukommen, seien als gescheitert zu betrachten. Auch Weisbach hätte es ursprünglich versucht, mit elementaren Hülfsmitteln sein Ziel zu erreichen, er wäre aber in den späteren Auflagen seiner Lehrbücher wieder zur Benutzung der höheren Analysis übergegangen. Erst kürzlich hat in einer Ingenieurversammlung ein hervorragender Lehrer einer technischen Hochschule irrtümlicher Weise behauptet, ohne Integralrechnung könnte man keine Trägheitsmomente ermitteln! Auch wird gesagt, jeder Versuch jener Art sei eine Rückkehr zu den Zeiten vor Leibnitz und Newton.

Andrerseits wird Gegenteiliges behauptet. So halten hervorragende Graphostatiker, wie Culmann, die Lehren der neueren Geometrie für weit wichtiger, für ein weit wesentlicheres Fundament der Ingenieurwissenschaften, als es jene höhere Analysis sein soll.

Niemand aber wird leugnen, dafs der bei weitem gröfste Teil der auf technischen Hochschulen vorgebildeten Civilingenieure die Lehren der höheren Analysis in der Praxis nicht benutzt und alles Wesentliche davon aus dem Gedächtnis schwinden läfst. Und dies ist einer der Gründe, die Herrn Professor Riedler von der technischen Hochschule zu Charlottenburg veranlafst haben, in seinen bedeutungsvollen Vorträgen und Aufsätzen zur Reform der Ingenieur-Erziehung den Wunsch auszusprechen, die Hochschule möchte ihren Lehrgang in zwei Teile scheiden, einen mehr elementaren, mehr für die grofse Menge der künftigen Praktiker bestimmten, und einen darauf folgenden mit den Hülfsmitteln der höheren Analysis arbeitenden für die Elite derer, die befähigt sind, bis zu den Grenzen der technischen Wissenschaft vorzuschreiten und die Traditionen der Hochschule der Zukunft zu übermitteln.

Sind diese Reformwünsche berechtigt, so tritt die Notwendigkeit an uns heran, elementare Darstellungen der Ingenieur-Mathematik zu schaffen.

Wünschenswert waren solche schon seit langer Zeit, besonders für den Gebrauch der Lehrer an technischen Fachschulen, deren Aufgabe es ist, die Errungenschaften der Ingenieurwissenschaft den Schülern in elementarer Form zu übermitteln. Kennen sie nur die analytische Behandlungsweise, so wird der Unterricht sehr kümmerliche Resultate zeitigen. Auf der niederen Fachschule mag es zulässig sein, die Trägheitsmomente und Widerstandsmomente ohne Beweis anzugeben, auf der mittleren Fachschule aber sollte keine Formel unbewiesen übermittelt werden. Dafs es einfache Beweise giebt, wird auch das vorliegende Buch zeigen.

Wünschenswert aber ist ein Elementarbuch der technischen Mathematik auch für jeden Praktiker, der nur elementar rechnen will, möge er nun auf der Hochschule, oder nur auf der Fachschule vorgebildet worden sein. Und warum soll der Studierende der Hochschule über die wichtigsten Begriffe der Technik erst informiert werden, nachdem er die Differential- und Integralrechnung absolviert hat?

Somit hat der Verfasser keinen Anlafs, einen neuen Versuch elementarer Darstellung zu scheuen.

Aber nicht nur die Differential- und Integralrechnung, sondern auch die neuere Funktionentheorie und die Zahlentheorie sind auszuschliefsen, wenn der elementare Charakter der Darstellung nicht aufgegeben werden soll.

Es sei ausdrücklich erklärt, dafs durch diese Ausschliefsung der hohe Wert der analytischen Darstellungsmethode in keiner Weise herabgesetzt werden soll. Es sei zugestanden, dafs die Sprache der höheren Analysis eine kürzere Ausdrucksweise ermöglicht, dafs ihre Strenge hoch über der einer elementaren Behandlung steht, und vor allem, dafs sie weit leistungsfähiger ist, als diese.

Aber „Eines schickt sich nicht für alle“. Und wie viele Praktiker studieren wohl die Festigkeitslehre nach Grashoff oder Clebsch? Die Zahl dürfte eine sehr geringe sein.

Eine Art von Grenzgebiet zwischen der niederen und höheren Mathematik bildet die Koordinatenlehre, die man in wenig treffender Weise als analytische Geometrie bezeichnet, obwohl sie sowohl analytisch, als auch synthetisch behandelt werden kann und in der Regel nach letzterer Methode behandelt wird. Vollständig können die Cartesischen Koordinaten hier nicht entbehrt werden, aber es soll von diesem Gebiete nicht mehr vorausgesetzt werden, als z. B. jeder Gymnasialprimaner weifs. Dasselbe gilt von den Polarkoordinaten.

Damit ist denn auch die Grenze nach oben hin für das vorliegende Lehrbuch festgesetzt.

Es fragt sich nun, mit welchen Gegenständen sich die Ingenieur-Mathematik zu befassen hat.

In erster Linie handelt es sich um die Inhaltsbestimmung derjenigen Flächen, die als Querschnittsformen, als Geschwindigkeitsdiagramme, Druckdiagramme, Potentialdiagramme, Arbeitsdiagramme und dgl. dem Techniker täglich vor die Augen kommen. Es handelt sich ferner um die Bestimmung der statischen Momente, der Schwerpunktslagen, der axialen und polaren Trägheitsmomente und der Centrifugalmomente jener Querschnittsformen.

Es könnte eingewandt werden, dafs diese Dinge in die Mechanik gehörten. Dies ist durchaus nicht ohne weiteres zuzugeben. Die barycentrischen Berechnungen sind seit Guldin und Möbius eine Domäne der Mathematik geworden. Drehungskörper, Schraubengewinde, abgeschrägte Cylinder und Prismen u. dgl. werden mit Hülfe des Schwerpunktes berechnet, der als Punkt mittleren Abstandes von jeder beliebigen Ebene nicht mechanisch, sondern rein mathematisch definiert werden kann. Körperschwerpunkte aber werden in vielen Fällen mit Hülfe der Trägheitsmomente berechnet. Sowohl die statischen Momente, als auch die Trägheitsmomente und Centrifugalmomente lassen sich durch Flächen- und Körperdiagramme veranschaulichen, so dafs die Lösungen in das Gebiet der Planimetrie oder Stereometrie verlegt werden. Eine grofse Anzahl von Sätzen der Raumlehre kann man mit Hülfe der Schwerpunkte, der statischen Momente u. dgl. kürzer beweisen als auf jede andere Art. Die Franzosen besitzen schon längst eine „Géométrie des masses“.

Gerade der Umstand, dafs jene Trägheitsmomente nicht nur für die Festigkeitslehre, sondern auch für die Lehre vom Angriffspunkte und von der Gröfse der Centrifugalkraft, für die Theorie des seitlichen Wasserdrucks, für die Lehre von der

Drehungsenergie, für die Lehre vom excentrischen Stofse, vom Pendel u. dgl. von Wichtigkeit sind und dafs sie auch in rein mathematischer Hinsicht — sogar für die Reihenlehre! — vielfach verwendet werden können, ist ein Beweis dafür, dafs es sich um einen rein mathematischen Begriff handelt, der von der speziellen mechanischen Deutung ganz unabhängig dasteht.

Ist dies der Fall, so dürfte es vorzuziehen sein, den Lehrer der Mechanik, der Festigkeitslehre u. s. w. dadurch zu entlasten, dafs solche Begriffe in den mathematischen Lehrstunden zur Behandlung kommen. Der eine Vorteil würde darin liegen, dafs der technische Fachlehrer sich dann eingehender mit praktisch wertvollen Dingen beschäftigen könnte, der andere darin, dafs der mathematische Unterricht ein mehr technisches Gewand annehmen und diejenigen Dinge ausscheiden würde, die mit der Technik nichts zu thun haben. Die Mathematik soll eben auf der Fachschule nicht um ihrer selbst willen studiert werden, sondern nur als Hülfswissenschaft auftreten. Geschieht dies, so wird gewissermafsen wirtschaftlicher gearbeitet. Auch darauf sei hingedeutet, dafs die Lehrbücher der Festigkeitslehre und der Mechanik in der Regel allzu umfangreich sind, und zwar deshalb, weil jedes eine grofse Menge mathematischen Ballastes mit sich schleppt, der besser in mathematischen Lehrbüchern bearbeitet würde.

Ein zweiter Punkt ist die Behandlung der für die Technik wichtigsten Körper bezüglich des Inhalts, der statischen Momente und Schwerpunktslagen, der Trägheits- und Centrifugalmomente und was mit diesen zusammenhängt.

Alle diese Dinge können nach rechnender und graphischer Methode behandelt werden. Da bald der eine, bald der andere Weg der bessere ist, sollen hier beide Methoden berücksichtigt werden. Da ferner jede von beiden sehr verschiedenartiger Behandlung fähig ist und eine Methodenlehre der technischen Mathematik noch nicht geschrieben vorliegt, so soll jener Mannigfaltigkeit hier Rechnung getragen werden.

Die bis hierher genannten Gegenstände sind es, die den Inhalt des ersten Bandes ausmachen.

Der zweite Band soll vor allem eine technische Kurvenlehre in elementarer Darstellung bringen. Die Zahnradkonstruktionen verlangen die Kenntnis der Evoluten und Evolventen, der cyklischen Kurven aller Art. Die Festigkeitslehre beansprucht Kenntnis der wichtigsten elastischen Linien, auch gewisser Spiralen. Die adiabatischen Expansionsdiagramme werden durch Parabeln höherer Ordnung begrenzt, die man nicht gerade treffend als polytropische Curven bezeichnet hat. In der graphischen Statik gewinnen die Lemniskaten und Cassinischen Kurven verschiedener Ordnung von Jahr zu Jahr an Bedeutung. Auch gewisse Elastizitätsprobleme und die Grundwassertheorie von Forchheimer machen ihre Kenntnis unentbehrlich. Die Kettenlinie beansprucht Vorkenntnisse über die logarithmischen Kurven, die in wichtigem Zusammenhange mit den logarithmischen Spiralen stehen. (Von den Kegelschnitten soll hier nicht besonders gesprochen werden.)

Schon der erste Band kann nicht umhin, einige Eigenschaften dieser Kurven elementar zu entwickeln. Es zeigt sich eben überall ihre Unentbehrlichkeit, die noch stärker hervortritt, wenn man auch die Phoronomie (Kinematik) in den Bereich der Untersuchungen ziehen will.

Vor allen Dingen fordert die Elektrotechnik eine elementare Behandlung der Potentialtheorie, die ebenfalls im zweiten Bande in Angriff genommen werden soll. In welchem Umfange dies geschehen wird, mag sich bei seinem Erscheinen zeigen. Jedenfalls soll von einem Rückschritt zu den Zeiten vor Leibnitz und Newton nicht die Rede sein.

Bisweilen wird der Kürze halber auf folgende Lehrbücher des Verfassers verwiesen werden:

1) Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik, 3 Bände.

2) Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften und der konformen Abbildungen.

Beide sind in dem Verlage von B. G. Teubner in Leipzig erschienen.

Dagegen soll auf die in mehreren Zeitschriften zerstreuten Abhandlungen des Verfassers im allgemeinen nicht hingewiesen werden, da diese doch nur wenigen Technikern vollständig zugänglich sein würden.

An jeder Stelle soll durch eingestreute Bemerkungen und zweckmäfsige Beispiele gezeigt werden, inwiefern jeder neue Begriff und jede neue Methode für den Schüler ein wahrer Hebel zur Bewältigung neuer Aufgaben wird. Die entsprechenden Theorien der Mechanik werden selbstverständlich an solchen Stellen nicht entwickelt, da dies dem Fachunterrichte überlassen bleiben mufs. Der Schüler soll nur erfahren, nach welcher Richtung hin die Aufgaben liegen, an denen er seine Kräfte versuchen kann und soll.

Durch die vorstehenden Bemerkungen und durch das Inhaltsverzeichnis wird die Absicht des Werkes einigermafsen klar gelegt sein. Nur noch ein Punkt soll bemerkt werden: dafs von systematischer Anordnung und Lückenlosigkeit hier vollständig abzusehen ist. Während die theoretische Wissenschaft der Reihe nach von Punkten und Punktsystemen, Linien und Liniensystemen, Flächen und Flächensystemen und endlich von den Körpern zu handeln hat, braucht der Techniker im wesentlichen nur die Flächen und Körper. In der Regel wird immer dasjenige vorangestellt, was das Notwendigste ist, im übrigen der Fortschritt vom Leichteren zum Schwereren eingehalten. Wem ein Kapitel zu weit zu gehen scheint, der überschlage es. Im allgemeinen sind die einzelnen Abschnitte so selbständig behandelt, dass ein Zurückgreifen auf das Überschlagene nur selten nötig werden wird. Um dies zu erreichen, waren einige Wiederholungen unvermeidlich, sie werden aber das Studium erleichtern.

Die fünf ersten Abschnitte enthalten im wesentlichen den Lehrgang, den der Verfasser seit längeren Jahren an der von ihm geleiteten Fachschule eingehalten hat. Wissenschaftlich Neues wird man dort nicht erwarten, nur die methodische Behandlung und die ausgiebige Verwendung der geometrischen und stereometrischen Veranschaulichung mag hier und dort einiges Neue bieten. Dort steht man im wesentlichen auf dem Boden von Huyghens und Euler. Man kann mit den bis dahin angewandten elementaren Hülfsmitteln schon ziemlich weit vordringen.

Im sechsten Abschnitte wird der Versuch gemacht, die sogenannte lemniskatische Abbildung in elementarer Weise und unter Ausscheidung des Imaginären zu entwickeln und für die Theorie der Polarmomente erster und zweiter Ordnung zu verwenden. Den ersten Anstofs dazu hat Siebeck im zehnten Bande der Zeitschrift für Mathematik und Physik, Seite 80, gegeben. In der „Theorie der isogonalen Verwandtschaften“ hat auch der Verfasser auf diesen Punkt aufmerksam gemacht. Da aber von technischer Seite auf diese Anregungen nicht eingegangen zu sein scheint, sind hier mehrere Beispiele ausgeführt worden, aus denen sich die Fruchtbarkeit dieses Gedankens ergiebt. Einige Andeutungen über andere Transformationen, die für die technische Wissenschaft verwendbar sind, werden nicht unwillkommen sein.

Der siebente Abschnitt bringt eine Zusammenstellung der graphischen Methoden im Anschlufs an Culmann, Mohr, Land, Reye und Nehls. In dieser Hinsicht hat schon Herr Oberlehrer Kosch im Programm der Ober-Realschule zu Breslau vom Jahre 1895 eine wertvolle Zusammenstellung und Bearbeitung geliefert, auf die an dieser Stelle empfehlend aufmerksam gemacht sei. Einiges davon konnte hier benutzt werden.

Was die Übungsbeispiele anbetrifft, so entstammen diese sämtlich dem Unterrichtsbetriebe des Verfassers, wobei jedoch nicht ausgeschlossen ist, dafs einige wenige Zahlenangaben hervorragenderen Lehrbüchern, z. B. dem Konstrukteur von Reuleaux, entnommen wurden.

Die deutsche Litteratur über das im ersten Bande behandelte Wissensgebiet war dem Verfasser fast vollständig zugänglich. Dagegen war es ihm versagt, sich über die Fortschritte der französischen und englichen Forschung eingehend genug zu informieren, obwohl ihm bekannt ist, dafs z. B. Townsend und namentlich auch Hâton de la Goupillière erfolgreich gearbeitet haben. Um jedoch die Arbeiten möglichst vollständig bekannt zu geben, sei die einschlagende Litteratur hier zusammengestellt.

Zunächst haben wir Werke über Mechanik von Euler, Poisson, Poinsot, Poncelet, Navier, Coriolis, Whewell, Mosely, Redtenbacher (Resultate), Weisbach, Eytelwein, Gerstner, Duhamel, Broch, Delaunay, Rankine, Somoff, Schlömilch, Schell, Culmann (graph. Statik), die sämtlich auf die Trägheitsmomente eingehen. Bahnbrechend war Poinsot: Théorie nouvelle de la rotation des corps, Liouvilles Journ. de Math. XVI, wo auf Seite 58 das erste Centralellipsoid eingeführt wird. Das zweite Trägheitsellipsoid wird eingeführt von Clebsch im 57. Bande des Crell. Journals, Seite 401, und darauf von Culmann verwertet.

Deutsche Abhandlungen über die Trägheitsmomente sind folgende:

Küpper: Theorie der Trägheitsmomente, Zeitschrift für Mathematik und Physik II, Seite 73 und Seite 338.

Reye: Beitrag zu der Lehre von den Trägheitsmomenten. Ebenda X, Seite 432.

Siebeck: Über eine allgemeine Darstellung der Trägheitsmomente ebener Figuren durch Zeichnung. Ebenda X, Seite 80 und 81. (Im Resultate mufs dort der Faktor 4 an Stelle von 2 treten!)

Mehmke: Einfache Darstellung des Trägheitsmomentes von Körpern. Ebenda XXIX, 6.

Reye: Einfache Darstellung der Trägheitsmomente ebener Figuren. Zeitschrift d. V. Deutscher Ingenieure XIX, Seite 401.

Mohr: Über die Bestimmung und die graphische Darstellung von Trägheitsmomenten ebener Flächen. Civil-Ingenieur XXIII, Heft 1.

Land: Über die Berechnung und bildliche Darstellung von Trägheits- und Centrifugalmomenten ebener Massenfiguren. Ebenda XXXIV, Heft 2.

Hesse: Analytische Geometrie des Raumes. Vorlesung 25 und 26. Imaginäres Bild des Systems.

Weinmeister: Elementar-mathematische Bestimmung der Trägheitsmomente ebener homogener Flächenstücke. Zeitschrift für physikalischen und chemischen Unterricht IV, Heft 6.

Holzmüller: Mechanisch-technische Plaudereien. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, seit 1889.

Zehme: Gewerbeschulprogramm, Hagen, 1858. Über elementare Bestimmung der Trägheitsmomente.

Schlömilch: Über die Bestimmung der Massen und Trägheitsmomente symmetrischer Rotationskörper von ungleichförmiger Dichtigkeit. Abhandlungen der mathematisch-physischen Klasse der Kgl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften II, Seite 377.

Bantlin: Elementare Ableitung der Trägheitsmomente. Zeitschr. d. V. Deutscher Ingenieure Bd. 40, Seite 950 und 1054.

Französische Abhandlungen:

Binet: Mémoire sur la théorie des axes conjugués et des moments d'inertie. Journal de l'École polytechnique XVI, Seite 127.

Guilbert: Note sur les axes principaux des corps. Ebenda XXV.

Hâton de la Goupillière: Mémoire sur une théorie nouvelle de la géométrie des masses. Ebenda XXXVII.

Somoff: Mémoire sur les axes et les moments principaux des corps homogènes. Bull. de la cl. phys. math. de l'Académie de St. Pétersbourg XII, pag. 12 und 17.

Englische Abhandlungen:

W. Thomson: On the principal axes of a solid body. Cambridge and Dublin Math. Journal I, pag. 127, 195, and Cayley: Note on a geometrical theoreme contained in the prec. paper. Vol. I, 207.

R. Townsend: On the principal axes of a body, their moment of inertia and distribution in space. Ebenda I, pag. 202; II, pag. 19, 140, 241.

R. Townsend: On the moment of inertia of a ring with respect to its axis of revolution. Ebenda X, pag. 203.

Routh: Elementary treatise on the dynamics of a System of rigid bodies. 3. Edit. London, 1877.

Rankine: A manual of applied mechanics, 3. Edit., pag. 522. Dort wird der Name Deviationsmoment eingeführt.

Die Litteratur über den Gegenstand ist also eine sehr umfangreiche, aber nur wenige der genannten Werke stehen auf elementarer Grundlage. Möge das Bestreben des Verfassers, möglichst viele der Errungenschaften der Ingenieurwissenschaft der elementaren Behandlung zugänglich zu machen, einigermaſsen gelungen sein, obwohl bei dieser Behandlungsweise mancherlei Schwierigkeiten zu überwinden waren und mancher Weg mühsam aufgedeckt werden muſste. Möge ferner das vorliegende Buch den Studierenden des ersten Semesters zur schnelleren Einführung in die wesentlichsten mathematischen Begriffe der Ingenieurwissenschaft dienen, dem Fachschullehrer ein brauchbares Hülfsmittel für die elementare Unterrichtsmethode sein und dem praktischen Konstrukteur, der nicht mit den Methoden der höheren Analysis arbeiten will oder kann, zeigen, daſs sich doch ein recht groſser Teil der wichtigsten Resultate in einfacher Weise ableiten läſst.