Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen

Möllinger, Oskar

Zürich, 1882

III. Abschnitt. Die Kegelprojektionen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76263

III. Abschnitt.

Die Kegelprojektionen.

Die gewöhnliche Kegelprojektion.

Beim Entwurfe von Karten einzelner Länder, wie sie in unseren Atlanten vorkommen, bei welchen der kleine Massstab, in dem sie gezeichnet sind, eine grosse Genauigkeit nicht erfordert, wendet man gewöhnlich die im Folgenden beschriebene Kegelprojektion an:

Man denkt sich an die Kugel eine Kegelfläche gelegt, welche sie längs dem mittleren Parallelkreise des darzustellenden Landes berührt, und entwickelt diese Kegelfläche, vom mittleren Meridiane der Karte aus, in eine Ebene. In Fig. 30 sei AB der Aequator, GH der mittlere Parallelkreis des Landes, SGH die Kegelfläche, welche die Kugel längs des Parallelkreises GH berührt. Soll diese Kegelfläche in eine Ebene entwickelt werden, so ist vor Allem die Länge GS der Kegelkante zu berechnen.

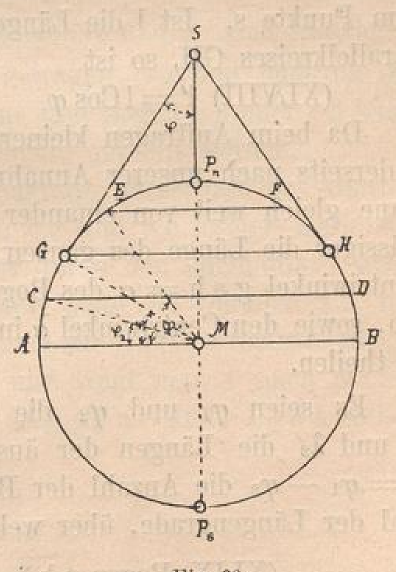

Fig. 30.

Ist φ die Breite des Parallelkreises GH, R der Erdradius, so ergibt sich aus $\triangle$ SGM in welchem $\sphericalangle$ GSM $= \varphi$ ist.

$$SG = R \operatorname{Cotg} \varphi$$

Diese Länge wird in der Entwicklung (Fig. 31) nach gs getragen und mit dem Radius s g aus s ein Kreis beschrieben, welcher den mittleren Parallelkreis der Karte darstellt. Soll das Kartennetz von Grad zu Grad gezeichnet werden, so trage man die Länge eines Meridiangrades:

(XLVII) $l = \frac{R\pi}{180}$ auf die Gerade s g vom Punkte g aus so oft nach oben und unten auf, als der Unterschied der Breiten ($\varphi_1 - \varphi_2$) der äusseren Parallelkreise der Karte Grade enthält und beschreibe aus dem Punkte s Kreise, welche durch die erhaltenen Theilpunkte gehen und die Parallelkreise der Karte darstellen. Um die Meridiane der Karte zu construiren, als welche die Kanten des Kegels betrachtet werden, trage man auf den mittleren Parallelkreis g h vom Punkte g aus, die Länge l' des Parallelkreisgrades so oft auf, als die Karte Längengrade besitzt und verbinde die Theilpunkte 123... 456... mit dem Punkte s. Ist l die Länge des Aequatorgrades, φ die Breite des Parallelkreises GH, so ist

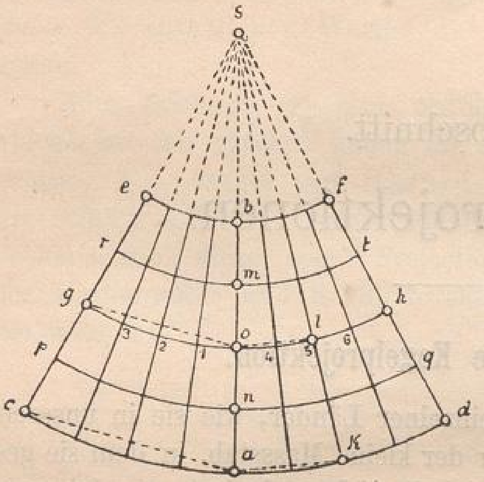

Fig. 31.

(XLVIII) $l' = l \operatorname{Cos} \varphi$

Da beim Auftragen kleiner Linien Fehler unvermeidlich sind, und anderseits nach unserer Annahme sowohl die Parallelkreise als Meridiane gleich weit von einander entfernt sein sollen, so ist es zweckmässiger die Länge des ganzen Meridianbogens a b (Fig. 31) und den Centriwinkel g s h = α des Bogens g h zu berechnen, und den Bogen a b, sowie den Centriwinkel α in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile zu theilen.

Es seien φ_1 und φ_2 die Breiten der äussersten Parallelkreise, λ_1 und λ_2 die Längen der äussersten Meridiane der Karte, ferner $m = \varphi_1 - \varphi_2$ die Anzahl der Breitengrade und $n = \lambda_1 - \lambda_2$ die Anzahl der Längengrade, über welche sich die Karte erstreckt, dann ist

(XLIX) Bogen a b $= \frac{R\pi m}{180^0}$

Die eine Hälfte dieses Bogens wird nach o b, die andere nach o a getragen und die Strecke a b in m gleiche Theile getheilt.

Um die Grösse des Centriwinkels g s h $= \alpha$ des Kreissectors zu berechnen, erinnere man sich dass die Projektion g h des mittleren Parallelkreises mit dem Parallelkreisbogen gleiche Länge erhalten soll. Dieser Bogen besitzt aber n Grade und da die Breite des Parallelkreises φ ist, so ergibt sich die Länge des Parallelkreisbogens nach der Gleichung:

$$b = \frac{R\pi n}{180} \operatorname{Cos}\varphi,$$

welche gleich der Länge des Bogens g h zu setzen ist, somit:

$$1)\quad Bg.g\ h = \frac{R\pi n}{180} \operatorname{Cos}\varphi$$

Anderseits findet die Proportion statt:

$$Bg.gh : s\ g.\pi = \alpha : 180^0$$

und da $s\,g = R \operatorname{Cotg}\varphi$

$$2)\quad Bg.g\ h = \frac{R \operatorname{Cotg}\varphi\, \pi\, \alpha}{180^0}$$

Setzt man die Werthe 1) und 2) einander gleich, so ist:

$$\frac{R\pi n}{180} \operatorname{Cos}\varphi = \frac{R \operatorname{Cotg}\varphi\, \pi\, \alpha}{180} \text{ oder}$$

$$n \operatorname{Cos}\varphi = \alpha \operatorname{Cotg}\varphi$$

und (L) $\alpha = \frac{n \operatorname{Cos}\varphi}{\operatorname{Cotg}\varphi} = n \operatorname{Sin}\varphi$

Wird nach dieser Gleichung α berechnet, und $\frac{\alpha}{2}$ vom mittleren Meridiane aus nach a s c und a s d getragen, so sind dadurch die äussersten Meridiane der Karte bestimmt und Bogen g h oder c d kann in eine entsprechende Anzahl gleiche Theile getheilt werden.

Fällt der Mittelpunkt s der Parallelkreise ausserhalb des Blattes (siehe Fig. 31) und sind die Richtungen c e und a b zweier Meridiane gegeben, so kann der Meridian, welcher durch den Theilpunkt k geht, auf folgende Weise erhalten werden: Man ziehe die Geraden a c, o g und a k und konstruire zu diesen 3 Linien die vierte Proportionale x. Zieht man alsdann ol parallel mit ak und trägt man x nach ol, so ist l k der gewünschte Meridian, denn da g o // a c und o l // a k so bestehen die Proportionen:

$$g\,o : c\,a = s\,o : s\,a$$

ferner ist $o\,l : a\,k = s\,o : s\,a$

und daher $g\,o : c\,a = o\,l : a\,k$

Auf diese Weise kann auch jeder andere Merdian erhalten werden.

Die Projektion von Delisle.

Eine Modification der soeben beschriebenen Kegelprojektion, bei welcher eine grössere Genauigkeit erzielt wird, ist die Folgende: Man denke sich durch die äussersten Parallelkreise EF und CD des Landes (Fig. 32 welche auch zur Erläuterung der folgenden Projektionsmethode dient,) deren Breiten φ_1 und φ_2 sind, einen Kegel gelegt und berechne die Radien SD und SF der äussersten Parallelkreise seiner Entwicklung.

Es ist $\sphericalangle \mathrm{OSD} = \beta = \mathrm{DFG} - \mathrm{SGF} = \frac{1}{2}(\mathrm{DOG} - \mathrm{SOF})$

oder da $\mathrm{DOG} = 90^0 + \varphi_2$ und $\mathrm{SOF} = 90^0 - \varphi_1$ so ist

$$\beta = \tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$$

Da ferner $\mathrm{Fm_1} = \mathrm{OF}\,\mathrm{Cos}\varphi_1 = \mathrm{R}\,\mathrm{Cos}\varphi_1$ und anderseits

$\mathrm{Fm_1} = \mathrm{SF}\,\mathrm{Sin}\beta$ so ist

$$\mathrm{SF}\,\mathrm{Sin}\beta = \mathrm{R}\,\mathrm{Cos}\varphi_1$$

$$\text{(LI)}\quad \mathrm{SF} = \frac{\mathrm{R\,Cos}\,\varphi_1}{\mathrm{Sin}\,\beta} = \frac{\mathrm{R\,Cos}\,\varphi_1}{\mathrm{Sin}\,\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

ferner ist $\text{(LIa)}\quad \mathrm{SD} = \frac{\mathrm{R\,Cos}\,\varphi_2}{\mathrm{Sin}\,\beta} = \frac{\mathrm{R\,Cos}\,\varphi_2}{\mathrm{Sin}\,\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)}$

Nachdem man analog wie in Fig. 31 mit diesen Radien aus dem Punkte s die Kreise c d und e f gezogen hat, welches die äussersten Parallelkreise der Karte sind, trage man auf diese vom mittleren Meridiane aus die wahren Längen der Parallelkreisbogen auf, wodurch die äusseren Meridiane c e und d f der Karte bestimmt sind. Die Bogen c d und e f werden in eine gleiche Anzahl gleicher Theile getheilt und durch die entsprechenden Theilpunkte die übrigen Meridiane gezogen.

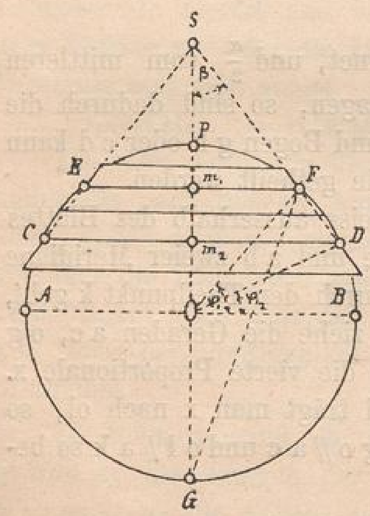

Fig. 32.

Eine andere Modification der conischen Projektion ist die Projektion von Delisle*) (Fig. 32) bei welcher die Kegelfläche durch zwei Parallelkreise geht, die gleichweit von dem mittleren und den beiden äusseren Parallelkreisen der Karte entfernt sind. In

*) Jos. Nicolas Delisle geb. 1688 in Paris, gest. 1768 daselbst; Mitglied der Academien von Paris und Petersburg.

Fig. 31 (S. 84) wird die Länge ab des Meridianbogens, welcher der Breitendifferenz ($\varphi - \varphi'$) der äusseren Parallelkreise der Karte entspricht, aufgetragen, und diese Länge in 4 gleiche Theile getheilt. Sodann werden die Radien der Parallelkreise berechnet, welche durch die Punkte m und n gehen, was mit den zuletzt abgeleiteten Gleichungen LI und LIa geschehen kann, und mit diesen Radien aus dem Punkte s die Bogen r t und p q beschrieben. Trägt man auf diese Bogen vom mittleren Meridiane der Karte aus die wahren Längen der Parallelkreisbogen auf, so werden dadurch die Punkte r und p, t und q und durch diese die äusseren Meridiane der Karte bestimmt. Im Uebrigen bleibt die Construktion des Netzes unverändert. Nach dieser Methode hat Delisle eine grosse Karte von Russland entworfen, welche 33 Breitegrade umfasst. Der mittlere Parallelkreis der Karte ist 55° vom Aequator entfernt.

Die Flamsteed'sche*) Projektion.

Bei dieser Projektion werden die Parallelkreise durch parallele Gerade dargestellt, welche sich in gleichen Abständen von einander befinden. Soll das Netz von Grad zu Grad gezeichnet werden, so denkt man sich auf den mittleren Meridian der Karte, welcher durch die Vertikale a Y (Fig. 33) repräsentirt ist, die Länge eines Meridiangrades beliebig oft aufgetragen und in den Theilpunkten a b c d... Senkrechte errichtet, welche die Parallelkreise der Karte sind. Auf jeden Parallelkreis wird nun vom mittleren Meridiane der Karte

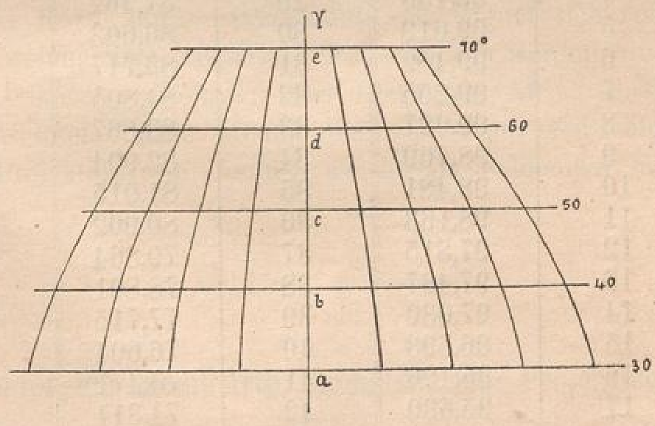

Fig. 33.

*) John Flamsteed wurde 1646 in Derby geboren und starb 1719 in Greenwich, er war Pfarrer zu Burstow in Surrey und später erster Direktor der 1675 erbauten Sternwarte in Greenwich.

aus die Länge des Parallelkreisgrades aufgetragen, welcher der Breite φ des Parallelkreises entspricht, worauf die entsprechenden Theilpunkte durch Curven verbunden werden. Ist $l = a\,b$ die Länge eines Meridian- oder Aequatorgrades, so ist

$l' = l \operatorname{Cos} \varphi$ die Länge des Parallelkreisgrades, dessen Breite φ ist. Theilt man daher einen Meridiangrad a b in 100 gleiche Theile und setzt man $l = 100$, so wird

$l' = 100 \operatorname{Cos} \varphi$ sein und es können die Werthe von l' aus folgender Tabelle entnommen werden, in welcher die Werthe von $100 \operatorname{Cos} \varphi$ enthalten sind.

Werthe der Parallelkreisgrade der Erdkugel, wenn die Länge eines Meridiangrades = 100 gesetzt wird.

Breite φ des Parallelkreises	$l' = 100 \operatorname{Cos} \varphi$	Breite φ des Parallelkreises	$l' = 100 \operatorname{Cos} \varphi$	Breite φ des Parallelkreises	$l' = 100 \operatorname{Cos} \varphi$
0°	100,000	25°	90,631	50°	64,279
1	99,985	26	89,879	51	62,932
2	99,939	27	89,101	52	61,566
3	99,863	28	88,295	53	60,182
4	99,756	29	87,462	54	58,779
5	99,619	30	86,603	55	57,358
6	99,452	31	85,717	56	55,919
7	99,255	32	84,805	57	54,464
8	99,027	33	83,867	58	52,992
9	98,769	34	82,904	59	51,504
10	98,481	35	81,915	60	50,000
11	98,163	36	80,902	61	48,481
12	97,815	37	79,864	62	46,947
13	97,437	38	78,801	63	45,399
14	97,030	39	77,715	64	43,837
15	96,593	40	76,604	65	42,262
16	96,126	41	75,471	66	40,674
17	95,630	42	74,314	67	39,073
18	95,106	43	73,135	68	37,461
19	94,552	44	71,934	69	35,837
20	93,969	45	70,711	70	34,202
21	93,358	46	69,466	71	32,557
22	92,718	47	68,200	72	30,902
23	92,050	48	66,913	73	29,237
24	91,355	49	65,606	74	27,564

Breite φ des Parallel-kreises	$l' = 100 \cos\varphi$	Breite φ des Parallel-kreises	$l' = 100 \cos\varphi$	Breite φ des Parallel-kreises	$l' = 100 \cos\varphi$
75°	25,882	81°	15,643	86°	6,976
76	24,192	82	13,917	87	5,234
77	22,495	83	12,187	88	3,490
78	20,791	84	10,453	89	1,745
79	19,081	85	8,715	90	0,000
80	17,365				

Auch der Abplattung der Erde kann bei dieser Methode Rechnung getragen werden. Die Parallelkreise sind alsdann nicht in gleichen Entfernungen von einander zu ziehen, sondern in Entfernungen, welche gleich den Längen der aufeinanderfolgenden Bogengrade sind, die dem Meridiane des Ellipsoides angehören. Aus der Seite 98 angegebenen Tabelle, in welcher gleichzeitig die Längen der Parallelkreisgrade enthalten sind, können die Werthe der aufeinanderfolgenden Meridiangrade entnommen werden.

Da bei der Flamsteedschen Projektion die Parallelkreise durch gerade Linien dargestellt werden, so gibt diese Projektion keine sehr grosse Genauigkeit und sind besonders die vom mittleren Meridiane entfernten Theile der Karte etwas verzeichnet. Sie eignet sich vorzüglich für Länder, welche vom Aequator durchschnitten werden, und es ist in unseren Atlanten gewöhnlich das Blatt von Afrika nach dieser Methode gezeichnet. Eine Modification der Flamsteed'schen Projektion ist die Projektion von Bonne, welche im Folgenden beschrieben wird.

Die Bonne'sche*) oder die modificirte Flamsteed'sche Projektion.

Sie ist eine Combination der Kegelprojektion mit der Flamsteed'schen Projektionsmethode. Sind CD und EF (Fig. 30 S. 83) die äussersten Parallelkreise eines Landes, welches darzustellen ist, so denkt man sich an die Kugel einen Tangentialkegel gelegt, welcher dieselbe längs

*) Rigobert Bonne wurde in Raucourt bei Sedan 1727 geboren und starb 1795 in Paris, er war anfänglich Privatlehrer der Mathematik in Paris, später erster Ingenieur-géographe der Marine.

dem mittleren Parallelkreise GH des Landes berührt. Die Spitze S dieses Kegels liegt auf der Erdaxe, und wird in der Entwicklung der Kegelfläche als Mittelpunkt sämmtlicher Parallelkreise angenommen.

Der mittlere Meridian der Karte, von welchem die Entwicklung ausgeht, stellt sich als gerade Linie dar, und wird auf ihm vom Mittelpunkte G der Karte aus, die wahre Länge der Meridiangrade nach oben und unten aufgetragen. Durch die so erhaltenen Theilpunkte zieht man die Parallelkreise, welche aus dem Punkte S beschrieben werden.

Die Meridiane werden construirt, wenn man auf jeden Parallelkreis vom mittleren Meridiane aus die wahre Länge des entsprechenden Parallelkreisgrades aufträgt, und die demselben Meridiane angehörenden Theilpunkte durch Curven verbindet. In dem so erhaltenen Netze stehen die einzelnen Parallelkreise und Meridiane nicht senkrecht auf einander, sondern schneiden sich unter spitzen und stumpfen Winkeln.

Um die Radien der Parallelkreise zu berechnen, berechnet man vor Allem den Radius GS (Fig. 30 S. 83) des mittleren Parallelkreises, und vermehrt und vermindert seine Länge um die Länge eines Meridiangrades, oder wenn man das Netz von 10^0 zu 10^0 ziehen will, um die Länge von 10 Meridiangraden. Sind die Breiten φ_1 und φ_2 der äusseren Parallelkreise des Landes gegeben, so ist

$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$ die Breite des mittleren Parallelkreises GH, und daher auch $\sphericalangle \text{GSM} = \varphi = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$

Der Radius des mittleren Parallelkreises ist:

$$\text{SG} = \text{GM Cotg}\, \tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) \text{ oder}$$

$$\text{(LVI)}\quad \text{SG} = \text{R Cotg}\, \tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$$

Der Radius r eines Parallelkreises dessen Breite φ' kleiner als φ ist, ergibt sich, wenn man zu dem Radius GS, welcher in Fig. 34 nach MO getragen wurde, den Meridianbogen addirt, der dem Centriwinkel $\varphi - \varphi'$ entspricht. Für einen Parallelkreis dessen Breite φ'' grösser als φ ist, muss von dem Radius GS der Meridianbogen des Centriwinkels $\varphi'' - \varphi$ abgezogen werden.

Bezeichnet man die Länge des Meridianbogens mit d, so ist daher (LVIb) $\text{r} = \text{GS} \pm \text{d}$.

Ferner ist die Länge eines Meridiangrades

(LVII) $\text{l} = \frac{\text{R}\pi}{180}$ und die Länge von γ Graden irgend eines Parallelkreises dessen Breite φ ist:

$$\text{(LVIII)}\quad \text{l}' = \frac{\text{R}\pi\gamma^0}{180}\,\text{Cos}\,\varphi = \frac{\text{R}\pi\gamma''}{648000}\,\text{Cos}\,\varphi = \text{l}\,\gamma^0\,\text{Cos}\,\varphi$$

Diese Länge muss auf den entsprechenden Parallelkreisen der Bonne'schen Projektion aufgetragen werden, was am Besten dadurch geschieht, dass man zuerst die in Fig. 34 ersichtlichen Centriwinkel α und sodann die ihnen entsprechenden Sehnen a l, b c, d p berechnet. Ist r der Radius eines Parallelkreises und l' die Bogenlänge für welche α erhalten werden soll, so ergibt sich:

$$\alpha = \frac{180\,l'}{r\pi} = \frac{180}{r\pi}\frac{R\pi\gamma}{180}\operatorname{Cos}\varphi$$

oder (LIX) $\alpha = \frac{R\gamma}{r}\operatorname{Cos}\varphi$

ferner ist die Sehne, welche diesem Winkel entspricht

(LX) $s = 2r\operatorname{Sin}\frac{\alpha}{2}$

Setzt man in diesen Gleichungen den Radius der Erde $R = 1$, so ergeben sich die Folgenden:

(LVIa) $GS = \operatorname{Cotg}\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$

(LVIIa) $1 = \frac{\pi}{180} = 0{,}017453$

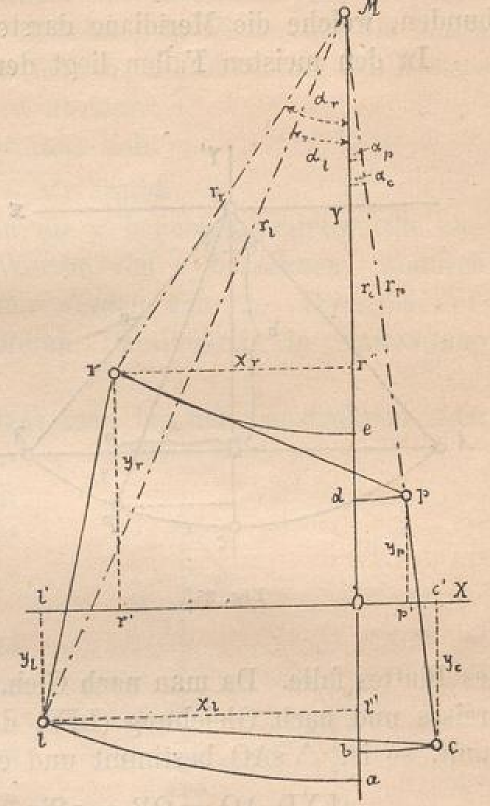

Fig. 34.

(LVIIIa) $l' = \frac{\pi\gamma}{180}\operatorname{Cos}\varphi = 0{,}017453\,\gamma\operatorname{Cos}\varphi$

(LIXa) $\alpha = \frac{\gamma\operatorname{Cos}\varphi}{r}$ (LXa) $s = 2r\operatorname{Sin}\frac{\alpha}{2}$

Nach diesen Gleichungen werden die Werthe von GS, α und s berechnet und in einem beliebigen Massstabe aufgetragen, wobei zu beachten ist, dass $1 = 0{,}017453 = 15$ geog. Meilen $= 111111{,}111$ Met.

Für den mittleren Parallelkreis der Karte, dessen Radius gleich der Erzeugenden des Tangentialkegels, gleich $R\operatorname{Cotg}\varphi$ ist, kann der Centriwinkel des Parallelkreisbogens, welcher γ Graden entspricht nach Glch. (L) Seite 85 berechnet werden. Es ist:

(LIXb) $\alpha = \gamma\operatorname{Sin}\varphi = (\lambda_1 - \lambda_2)\operatorname{Sin}\varphi$

wenn $\gamma = \lambda_1 - \lambda_2 =$ dem Unterschiede der Längen der äussersten Meridiane der Karte gesetzt wird. Nachdem der Bogen des Parallelkreises durch die Schenkel dieses Winkels begrenzt ist, wird er in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile getheilt, und die Theilpunkte mit den entsprechenden der übrigen Parallelkreise durch Curven verbunden, welche die Meridiane darstellen.

In den meisten Fällen liegt der Mittelpunkt s der Parallelkreise ausserhalb des Blattes, wesshalb er für die Construktion dieser Kreise nicht benutzt werden kann. Die Parallelkreise können alsdann durch Construktion einzelner Punkte auf folgende Weise erhalten werden:

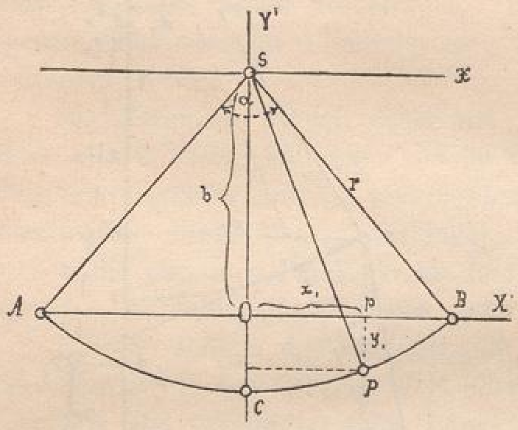

Fig. 35.

In Fig. 35 sei sC der Hauptmeridian der Karte, C ein Theilpunkt durch welchen der Parallelkreis ACB gehen soll, s der Mittelpunkt des Parallelkreises, welcher jedoch ausserhalb des Blattes falle. Da man nach Glch. (LVIb) den Radius r des Parallelkreises und nach Gleichung (LIX) den Winkel AsB $= \alpha$, berechnen kann, so ist $\triangle$ sAO bestimmt und ergibt sich aus demselben

$$\text{(LXI)}\quad AO = OB = r \operatorname{Sin} \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{und}\quad Os = r \operatorname{Cos} \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{ferner ist}\quad OC = sC - Os = r - r \operatorname{Cos} \frac{\alpha}{2} = r\left(1 - \operatorname{Cos} \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\text{(LXII)}\quad OC = 2r \operatorname{Sin}^2 \frac{\alpha}{4}$$

Für jeden Parallelkreis wird nun nach Gleichung LXI und LXII AO und OC berechnet*), und da der Punkt C gegeben ist, zuerst CO aufgetragen, in O eine Senkrechte auf sC errichtet und auf diese AO = OB aufgetragen. Der Kreisbogen ACB kann nun mit dem Peripheriezirkel gezogen werden.

Sollen noch mehr Punkte des Kreises bestimmt werden, so kann dies am einfachsten auf analytischem Wege geschehen. Legt man

*) Die Werthe von $\operatorname{Sin} \frac{\alpha}{2}$ und $\left(1 - \operatorname{Cos} \frac{\alpha}{2}\right)$ können Sarrazin's Taschenbuch entnommen werden (siehe S. 4).

die Coordinatenaxen durch den Mittelpunkt s des Kreises, so lautet seine Gleichung: $x^2 + y^2 = r^2$

Verschiebt man die Axen parallel mit sich selbst bis sie durch den Punkt O gehen, so wird die Gleichung in Bezug auf die neuen Axen OX' und OY' erhalten, wenn man in der Gleichung des Kreises $x = x'$ und $y = y' - b$ setzt, es ist alsdann:

$$x'^2 + (y' - b)^2 = r^2, \text{ woraus sich}$$

$$\text{(LXIII)} \quad y' = b - \sqrt{(r + x')(r - x')} \text{ ergibt.}$$

In diese Gleichung kann man für x' beliebige Zahlenwerthe einsetzen und die entsprechenden Werthe von y' berechnen, wodurch beliebig viele Kreispunkte erhalten werden können. Dasselbe Verfahren wird auch für jeden anderen Parallelkreis in Anwendung gebracht.

Da es häufig vorkommt, dass man bei der Construktion einer Karte einzelne Punkte, deren sphärische Coordinaten gegeben sind, in die Karte einzuzeichnen hat, so wollen wir noch folgende Aufgabe lösen:

Es sei die Länge λ und die Breite φ des Mittelpunktes der Karte, ferner die Länge λ_1 und die Breite φ_1 irgend eines Punktes P gegeben, welcher in die Karte eingetragen werden soll, man soll die Coordinaten x und y dieses Punktes (siehe Fig. 36) in Bezug auf ein durch den Mittelpunkt O der Karte gehendes rechtwinkliges Coordinatensystem berechnen.

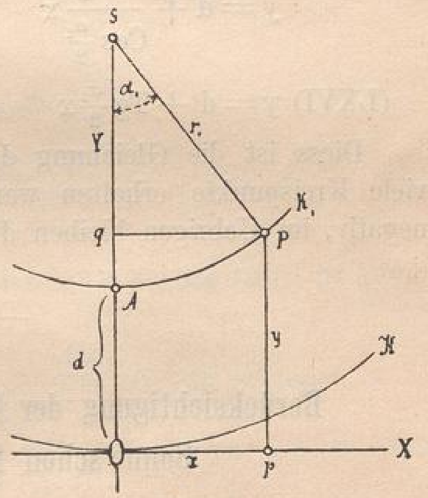

Fig. 36.

Auflösung. Der Radius sO des mittleren Parallelkreises der Karte ist bekannt: Für R = 1 ist

$$sO = r = \text{Cotg}\,\varphi$$

ferner ist auch der Abstand OA = d des Parallelkreises K_1 vom mittleren Parallelkreise K gegeben, und es kann daher der Radius r_1 dieses Parallelkreises berechnet werden:

$$r_1 = sA = sO - OA = r - d$$

Der Winkel AsP $= \alpha_1$ ergibt sich nach Gleichung LIXa

$$\alpha_1 = \frac{\gamma_1 \text{ Cos } \varphi_1}{r_1}$$

in welcher Gleichung $\gamma_1 = \lambda_1 - \lambda$, d. h. gleich dem Winkel, den der Meridian des Punktes P mit dem mittleren Meridiane der Karte einschliesst.

Die Coordinaten des Punktes P sind nun:

$$\text{(LXIV)} \quad x = Pq = r_1 \operatorname{Sin} \alpha_1$$

$$y = Oq = OA + Aq = d + sA - sq$$

$$y = d + r_1 - r_1 \operatorname{Cos} \alpha_1 = d + r_1 (1 - \operatorname{Cos} \alpha_1)$$

$$\text{(LXV)} \quad y = d + 2\, r_1 \operatorname{Sin}^2 \frac{\alpha_1}{2}$$

Aus Gleichung (LXIV) folgt:

$r_1 = \frac{x}{\operatorname{Sin} \alpha_1}$. Substituirt man diesen Werth in Gleichung (LXV) so ergibt sich:

$$y = d + \frac{2\,x}{\operatorname{Sin} \alpha_1} \operatorname{Sin}^2 \frac{\alpha_1}{2} \quad \text{oder da } \operatorname{Sin} \alpha_1 = 2 \operatorname{Sin} \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{Cos} \frac{\alpha_1}{2}$$

$$y = d + \frac{\operatorname{Sin} \frac{\alpha_1}{2}}{\operatorname{Cos} \frac{\alpha_1}{2}}\, x$$

$$\text{(LXVI)} \quad y = d + \operatorname{Tg} \frac{\alpha_1}{2}\, x$$

Diess ist die Gleichung des Kreises K_1, mit welcher beliebig viele Kreispunkte erhalten werden können. Ist $\varphi_1 < \varphi$ so ist d negativ, im Uebrigen bleiben die erhaltenen Werthe unverändert.

Berücksichtigung der Abplattung der Erde bei der Bonne'schen Projektionsmethode.

Bei der Ableitung der vorhergehenden Gleichungen wurde die Erde als Kugel betrachtet, man kann jedoch bei der Bonne'schen Projektion ohne alle Schwierigkeit die Abplattung der Erde ebenfalls berücksichtigen:

In Fig. 29 sei AP_nB ein Meridian des Erdellipsoides, C ein beliebiger Ellipsenpunkt, $x_1\ y_1$ seine Coordinaten, CT die Tangente an die Ellipse im Punkte C, CN die Normale des Ellipsenpunktes. Da die Tangentialebene im Punkte C des Ellipsoides senkrecht steht auf der Meridianebene AP_nB, so kann die Tangente TC als Horizont des Ortes C betrachtet werden, und $\sphericalangle$ EDY ist gleich der Polhöhe dieses

Ortes. Die Polhöhe eines Ortes ist aber gleich seiner geographischen Breite, somit $\sphericalangle$ EDY $=$ CDd $= \varphi$.

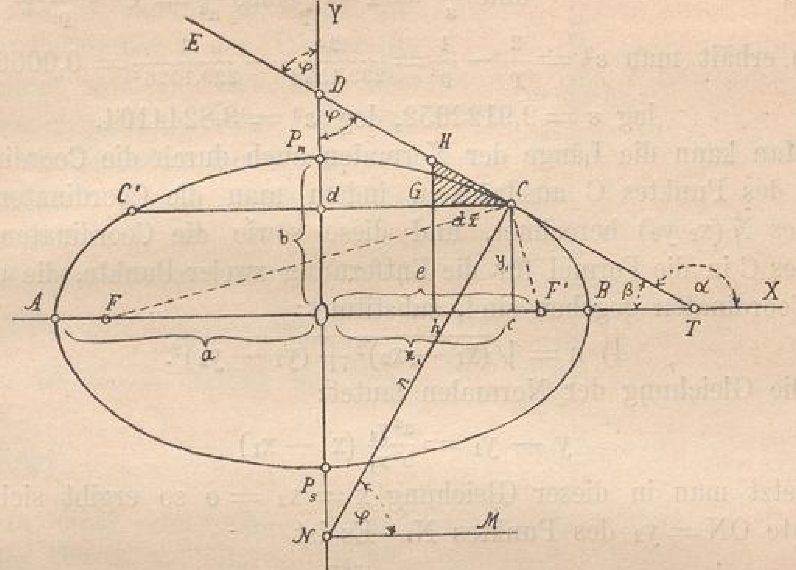

Fig. 29.

Für den Radius x_1 des Parallelkreises CC' wurden Seite 78 u. 79 die Formeln

$$1)\ x_1 = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{Tg}^2 \varphi}} \text{ und } x_1 = \frac{a \operatorname{Cos} \varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi}}\ (2) \text{ gefunden.}$$

Ferner ergibt sich aus $\triangle$ NCd in welchem $\sphericalangle$ NCd $= \varphi$ ist, die Normale NC $=$ n des Punktes C. Es ist

$$n = \frac{Cd}{\operatorname{Cos} NCd} = \frac{x_1}{\operatorname{Cos} \varphi}$$

Substituirt man in diese Gleichung für x_1 den Werth aus Glch. 1 so erhält man:

$$n = \frac{a^2}{\operatorname{Cos} \varphi \sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{Tg}^2 \varphi}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \operatorname{Cos}^2 \varphi + b^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi}}$$

Substituirt man dagegen in die Gleichung $n = \frac{x_1}{\operatorname{Cos} \varphi}$ den Werth aus Gleichung 2 so ist:

$$(\text{LXVII})\ n = \frac{a}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi}} = \frac{a}{\sqrt{(1 + \varepsilon \operatorname{Sin} \varphi)\ (1 - \varepsilon \operatorname{Sin} \varphi)}}$$

In dieser Gleichung ist $\varepsilon^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2}$ (3)
oder da die Abplattung $\frac{a-b}{a} = \frac{1}{p}$ oder $1 - \frac{b}{a} = \frac{1}{p}$ gesetzt wird,
und $\frac{b}{a} = 1 - \frac{1}{p}$ also $\frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{2}{p} + \frac{1}{p^2}$ ist,
so erhält man $\varepsilon^2 = \frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{2}{299{,}1528} - \frac{1}{299{,}1528^2} = 0{,}00667438$

$$\log \varepsilon = \bar{2}{,}9122052, \ \log \varepsilon^2 = \bar{3}{,}8244104.$$

Man kann die Länge der Normalen auch durch die Coordinaten x_1 y_1 des Punktes C ausdrücken, indem man die Coordinaten des Punktes N (x_2 y_2) berechnet, und diese sowie die Coordinaten des Punktes C in die Formel für die Entfernung zweier Punkte, die durch ihre Coordinaten gegeben sind, substituirt:

$$4) \ n = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Die Gleichung der Normalen lautet:

$$y - y_1 = \frac{a^2 y_1}{b^2 x_1}(x - x_1)$$

Setzt man in dieser Gleichung $x = x_2 = o$ so ergibt sich die Ordinate $ON = y_2$ des Punktes N. Es ist

$$y_2 - y_1 = -\frac{a^2 y_1}{b^2} \text{ und}$$

$$y_2 = y_1 - \frac{a^2 y_1}{b^2}$$

Glch. 4 lautet daher:

$$n = \sqrt{x_1{}^2 + \left(y_1 - y_1 + \frac{a^2 y_1}{b^2}\right)^2}$$

$$n = \sqrt{x_1{}^2 + \frac{a^4 y_1{}^2}{b^4}} \text{ oder da } \frac{a^4}{b^4} = \frac{1}{(1-\varepsilon^2)^2} \text{ ist, (folgt aus Glch. 3)}$$

$$(\text{LXVIII}) \ n = \sqrt{\frac{y_1{}^2}{(1-\varepsilon^2)^2} + x_1{}^2} = \sqrt{\frac{y_1{}^2 + (1-\varepsilon^2)^2 x_1{}^2}{1-\varepsilon^2}}$$

$$1 - \varepsilon^2 = 0{,}99332562, \ \log (1 - \varepsilon^2) = \bar{1}{,}9970917.$$

Ist in Fig. 29 (S. 95) CC′ der mittlere Parallelkreis der Karte, so ergibt sich nun die Seitenkante CD des Tangentialkegels, welche in der Entwicklung Radius des mittleren Parallelkreises ist, aus $\triangle$ CDN:

$$(\text{LXIX}) \ CD = CN \,.\, \text{Cotg}\, CDN = n \ \text{Cotg}\, \varphi$$

Mit diesem Radius wird wie in Fig 36 dargestellt ist, aus s der Kreis K beschrieben. Die übrigen Parallelkreise der Karte werden erhalten, wenn man die wahren Längen der aufeinanderfolgenden Meridiangrade, welche aus nachfolgender Tabelle der Längen der Meridian- und Parallelkreisgrade des Erdellipsoides (S. 98) zu entnehmen sind, vom Mittelpunkte O der Karte aus, auf den Hauptmeridian nach oben und unten aufträgt. Dadurch wird für jeden Parallelkreis K_1 der Punkt A (Fig. 36) erhalten und kann derselbe aus dem Punkte s mit dem Radius sA beschrieben werden.

Sollte der Punkt s ausserhalb des Blattes fallen, so muss für jeden Parallelkreis der Winkel α_1 berechnet und die Gleichung des Kreises abgeleitet werden. Wie wir Seite 94 gefunden haben sind die Coordinaten irgend eines Kreispunktes P (Fig. 36)

(LXIV) $x = r_1 \operatorname{Sin} \alpha_1$

(LXV) $y = d + 2 r_1 \operatorname{Sin}^2 \frac{\alpha_1}{2}$

ferner ist die Gleichung des Kreises K_1

(LXVI) $y = d + \operatorname{Tg} \frac{\alpha_1}{2} x$

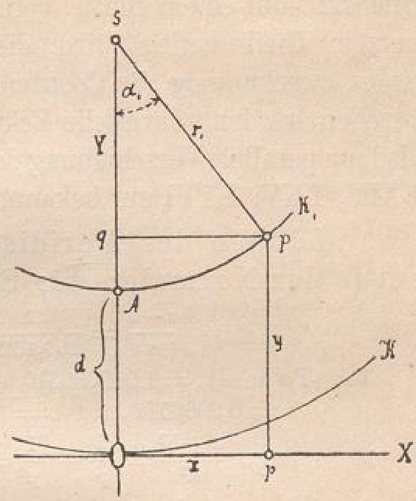

Fig. 36.

In diese Gleichungen ist für α_1 der Werth zu setzen, welcher dem Erd-Ellipsoide entspricht. In Fig. 36 entspreche dem Bogen AP des Parallelkreises $\gamma_1 = \lambda_1 - \lambda$ Längengrade, so ist seine Länge

$$b = \frac{x_1 \pi \gamma_1}{180^0}, \text{ (} x_1 = \text{ dem Radius des Parallelkreises K)}$$

Die Länge des Bogens AP in Fig. 36 ist aber

$$b' = \frac{r_1 \pi \alpha_1}{180},$$ und da beide Werthe einander gleich sein sollen:

$$r_1 \alpha_1 = x_1 \gamma_1$$

$$\alpha_1 = \frac{x_1}{r_1} \gamma_1$$

Aus Fig. 29 Seite 95 ergibt sich aber der Werth von

$x_1 = NC . \operatorname{Cos} NCd = n \operatorname{Cos} \varphi$ und daher

(LXX) $\alpha_1 = \frac{n \operatorname{Cos} \varphi \gamma_1}{r_1}$

In nachfolgender Tabelle (S. 98) sind die Werthe der Logarithmen der Normalen für die Parallelkreise von Grad zu Grad angegeben und können daher mittelst dieser Werthe die Winkel α_1 nach Glch. LXX berechnet werden. Substituirt man für einen Parallelkreis den Werth von α_1 in die Glch. LXIV, LXV, LXVI, so ergeben sich die Coordinaten irgend eines Kreispunktes sowie die Gleichung des Kreises K_1.—

Wird ein Land wie Deutschland, Frankreich, die Schweiz etc. nach der Bonne'schen Methode dargestellt, so geschieht diess der Bequemlichkeit wegen gewöhnlich nicht auf einem Blatte, sondern man theilt die Karte in Quadrate, welche je eine Seite gemeinschaftlich haben und separat gezeichnet werden. Nach ihrer Vollendung werden diese Quadrate auf einem Blatte vereinigt. Da in diesem Falle das Kartennetz in Theile zerlegt wird, die einzeln construirt werden müssen, so ist es zweckmässig die Coordinatenaxen, auf welche die Parallelkreise bezogen werden, durch die Eckpunkte der Quadrate zu legen, es findet alsdann parallele Verschiebung der Axen statt und können die Gleichungen LXIV, LXV, LXVI auf bekannte Weise leicht umgeformt werden.

Längen der Meridian- und Parallelkreisgrade sowie der Normalen des Erdellipsoides für die Abplattung

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{299,1528} \text{ (nach Bessel).}$$

Die Toise ist $= 1,949036310$ m, $\log = 0,289819930$ für $a = 1$ ist $b = 0,9966572$, $\log b = \bar{1},9985458$.

$$\varepsilon^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2} = \frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} = 0,00667438 \quad \log \varepsilon = \bar{2},9122052$$

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{p} = \frac{1}{299,1528} \quad \log \frac{1}{p} = \bar{3},5241069$$

Radius des Aequators $a = 3272077,14$ Toisen,
$= 6377397,16$ Meter,
halbe kleine Axe $b = 3261139,33$ Toisen,
$= 6356078,97$ Meter.

Breite	Grad des Meridianes *) Par. Toisen	Diff.	Grad des Parallelkreises *) Par. Toisen	Diff.	Logarith. der Normalen *) bis zur Umdrehungsaxe für a = 1	Diff.
0°	56727,356	0,173	57108,519	8,639	0,0000000	4
1	27,529	0,519	099,880	25,917	004	14
2	28,048	0,864	073,963	43,187	018	22
3	28,912	1,208	030,776	60,445	040	31
4	30,120	1,550	56970,331	77,685	071	39
5	31,670	1,892	892,646	94,902	110	48
6	56733,562	2,230	56797,744	112,093	0,0000158	57
7	35,792	2,566	685,651	129,252	215	66

*) Diese Zahlenwerthe sind dem Berliner „Astronomischen Jahrbuch" für 1852, herausgegeben von J. F. Encke, entnommen. Durch die neue europäische Gradmessung, deren Resultate indessen erst nach Jahren bekannt sein werden, dürften sich dieselben etwas, jedoch nicht wesentlich ändern. Das obige Verhältniss der Toise zum Meter steht in Francoeur's Geodesie.

Breite	Grad des Meridianes *) Par. Toisen	Diff.	Grad des Parallel-kreises *) Par. Toisen	Diff.	Logarith. der Normalen *) bis zur Umdrehungsaxe für a = 1	Diff.
8°	56738,358		56556,399		0,0000281	
9	41,257	2,899	410,026	146,373	355	74
10	44,485	3,228	246,573	163,453	437	82
11	56748,039	3,554	56066,088	180,485	0,0000528	91
12	51,915	3,876	55868,621	197,467	627	99
13	56,107	4,192	654,231	214,390	734	107
14	60,611	4,504	422,978	231,253	849	115
15	65,421	4,810	174,930	248,048	971	122
16	56770,532	5,111	54910,156	264,774	0,0001101	130
17	75,938	5,406	628,735	281,421	1239	138
18	81,632	5,694	330,746	297,989	1384	145
19	87,607	5,975	016,276	314,470	1537	153
20	93,856	6,249	53685,416	330,860	1696	159
21	56800,372	6,516	53338,261	347,155	0,0001862	166
22	07,147	6,775	52974,912	363,349	2035	173
23	14,173	7,026	595,473	379,439	2214	179
24	21,441	7,268	200,055	395,418	2399	185
25	28,943	7,502	51788,773	411,282	2590	191
26	56836,670	7,727	51361,746	427,027	0,0002787	197
27	44,612	7,942	50919,099	442,647	2989	202
28	52,760	8,148	460,959	458,140	3197	208
29	61,105	8,345	49987,461	473,498	3409	212
30	69,635	8,530	498,743	488,718	3626	217
31	56878,341	8,706	48994,947	503,796	0,0003848	222
32	87,213	8,872	476,221	518,726	4074	226
33	96,240	9,027	47942,717	533,504	4303	229
34	56905,410	9,170	394,592	548,125	4537	234
35	14,713	9,303	46832,006	562,586	4773	236
36	56924,138	9,425	46255,124	576,882	0,0005013	240
37	33,673	9,535	45664,118	591,006	5256	243
38	43,306	9,633	45059,160	604,958	5500	244
39	53,027	9,721	44440,430	618,730	5748	248
40	62,822	9,795	43808,110	632.320	5997	249
41	56972,681	9,859	43162,389	645,721	0,0006247	250
42	82,591	9,910	42503,456	658,933	6499	252
43	92,541	9,950	41831,508	671,948	6752	253
44	57002,518	9,977	41146,746	684,762	7005	253
45	12,510	9,992	40449,371	697,375	7259	254
		9,995		709,777		253

Breite	Grad des Meridianes*) Par. Toisen	Diff.	Grad des Parallelkreises*) Par. Toisen	Diff.	Logarith. der Normalen*) bis zur Umdrehungsaxe für a = 1	Diff.
46	57022,505		39739,594		0,0007512	
47	32,490	9,985	39017,625	721,969	7766	254
48	42,454	9,964	38283,681	733,944	8019	253
49	52,385	9,931	37537,981	745,700	8271	252
50	62,270	9,885	36780,749	757,232	8522	251
51	57072,097	9,827	36012,212	768,537	0,0008771	249
52	81,854	9,757	35232,602	779,610	9018	247
53	91,529	9,675	34442,154	790,448	9264	246
54	57101,111	9,582	33641,105	801,049	9507	243
55	10,587	9,476	32829,699	811,406	9747	240
56	57119,946	9,359	32008,179	821,520	0,0009984	237
57	29,176	9,230	31176,795	831,484	0,0010218	234
58	38,267	9,091	30335,800	840,995	10448	230
59	47,206	8,939	29485,448	850,352	10675	227
60	55,984	8,778	28625,997	859,451	10897	222
61	57164,588	8,604	27757,711	868,286	0,0011115	218
62	73,009	8,421	26880,852	876,859	11328	213
63	81,236	8,227	25995,689	885,163	11537	209
64	89,258	8,022	25102,492	893,197	11740	203
65	97,067	7,809	24201,534	900,958	11937	197
66	57204,652	7,585	23293,092	908,442	0,0012129	192
67	12,003	7,351	22377,443	915,649	12315	186
68	19,113	7,110	21454,868	922,575	12495	180
69	25,971	6,858	20525,651	929,217	12669	174
70	32,570	6,599	19590,078	935,573	12836	167
71	57238,901	6,331	18648,435	941,643	0,0012996	160
72	44,957	6,056	17701,015	947,420	13149	153
73	50,729	5,772	16748,107	952,908	13295	146
74	56,211	5,482	15790,007	958,100	13434	139
75	61,396	5,185	14827,011	962,996	13565	131
76	57266,277	4,881	13859,414	967,597	0,0013688	123
77	70,849	4,572	12887,518	971,896	13804	116
78	75,105	4,256	11911,623	975,895	13911	107
79	79,041	3,936	10932,030	979,593	14011	100
80	82,651	3,610	9949,043	982,987	14102	91
81	57285,931	3,280	8962,967	986,076	0,0014185	83
82	88,876	2,945	7974,108	988,859	14259	74
83	91,484	2,608	6982,772	991,336	14325	66
		2,267		993,505		57

Breite	Grad des Meridianes*) Par. Toisen	Diff.	Grad des Parallelkreises*) Par. Toisen	Diff.	Logarith. der Normalen bis zur Umdrehungsaxe für a = 1	Diff.
84	57293,751	1,923	5989,267	995,365	0,0014382	49
85	95,674	1,577	4993,902	996,917	14431	40
86	57297,251	1,228	3996,985	998,159	0,0014471	31
87	98,479	0,878	2998,826	999,091	14502	22
88	99,357	0,528	1999,735	999,712	14524	13
89	99,885	0,176	1000,023	1000,023	14537	5
90	57300,061		0,000		14542	

Berechnung des Netzes von Europa nach der Bonne'schen Methode, wobei die Erde als Kugel betrachtet wird.

(Entfernung der Parallelkreise und Meridiane = 10^0)

Als mittlerer Parallelkreis der Karte werde derjenige angenommen, dessen Breite = 52^0 ist, für diesen ist der Radius der Projektion $GS = R \operatorname{Cotg} 52^0$, oder für $R = 1$, $GS = r = 0{,}7812855$, $\log GS = \bar{1}{,}8928098$, für $\varphi = 50^0$ ist der Radius des Parallelkreises:

$$r_5 = 0{,}7812855 + \frac{\pi}{90} = \begin{array}{r} 0{,}7812855 \\ +\, 0{,}0349066 \\ \hline \end{array} = 0{,}816192$$

$$\text{für } \varphi = 40^0 \text{ ist } r_4 = 0{,}816192 + \frac{\pi}{18} = \begin{array}{r} 0{,}816192 \\ +\, 0{,}174533 \\ \hline \end{array} = 0{,}990725$$

$$\text{für } \varphi = 30^0 \text{ ist } r_3 = 0{,}990725 + \frac{\pi}{18} = \begin{array}{r} 0{,}990725 \\ +\, 0{,}174533 \\ \hline \end{array} = 1{,}165258$$

$$\text{für } \varphi = 60^0 \text{ ist } r_6 = 0{,}8161921 - \frac{\pi}{18} = \begin{array}{r} 0{,}816192 \\ -\, 0{,}174533 \\ \hline \end{array} = 0{,}641659$$

$$\text{für } \varphi = 70^0 \text{ ist } r_7 = 0{,}641659 - \frac{\pi}{18} = \begin{array}{r} 0{,}641659 \\ -\, 0{,}174533 \\ \hline \end{array} = 0{,}467126$$

Um diese Radien in geog. Meilen zu verwandeln, hat man sie mit R = 859,43 zu multipliciren. Die sich ergebenden Zahlenwerthe sind in nachfolgender Tabelle zusammengestellt.

Nach Gleichung LVIII (S. 90) können nun die Längen von je 10° eines jeden Parallelkreises berechnet werden. Für $\varphi = 30^0$ und R = 1 ergibt sich:

$$l' = \frac{\pi \cdot 10}{180} \operatorname{Cos} 30^0 = \frac{\pi}{18} \operatorname{Cos} 30^0 = 0{,}174533 \operatorname{Cos} 30^0 = 0{,}151150$$

In analoger Weise ergeben sich auch für $\varphi = 40^0\ 50^0\ 52^0\ 60^0\ 70^0$ die Werthe von l'. Da man diese Längen auf den entsprechenden Parallelkreisen der Bonne'schen Projektion, ohne unvermeidliche Constructionsfehler zu begehen, nicht auftragen kann, so hat die Berechnung ihrer Werthe gewöhnlich kein Interesse und werden die ihnen entsprechenden Centriwinkel α direkt nach Gleichung LIX (S. 91) gefunden.

Für $\varphi = 30^0$, $\gamma = 10^0$ und R = 1 erhält man:

$$\alpha'' = \frac{36000}{1{,}165258} \operatorname{Cos} 30^0$$
$$\alpha = 26755'' = 7^0 25' 55''$$

Die Sehne s welche dem Winkel α entspricht, ergibt sich nach Gleichung (LX) $s = 2\,r \operatorname{Sin} \frac{\alpha}{2}$. Soll s in geog. Meilen erhalten werden, so ist das Resultat noch mit 859,43 zu multipliciren, denn die Werthe von r wurden oben für R = 1 berechnet.

Für $\varphi = 30^0$ ist $\alpha = 7^0 25' 55''$ und

$s = 2 \times 1{,}165258 \times \operatorname{Sin} 3^0 42' 57'' \times 859.43 = 129{,}806$ geog. Meilen.

Netz von Europa nach der Bonne'schen Methode.

GS = 0,7812855 = 671,466 g. Meilen.

Breite des Parallelkreises: φ	Radius des Parallelkreises für R = 1	Bogenlänge von 10 Parallelkreisgraden für R = 1	Radius des Parallelkreises in geog. Meilen	Sehne der Bogenlänge welche 10° des Parallelkreises entspricht in geog. Meilen
30°	1,165258	0,151150	1001,465	129,806
40	0,990725	0,133700	851,465	114,820
50	0,816192	0,112188	701,465	96,344
52	0,781285		671,466	
60	0,641659	0,087267	551,465	74,942
66°32'40"	0,527436		453,298	
70	0,467126	0,059694	401,465	51,267

Die Construktion dieses Netzes ist auf Taf. I. (Seite 60) ausgeführt. Auf den Hauptmeridian der Karte wird von ihrem Mittelpunkte aus zunächst die Länge der Kegelkante GS nach OM (siehe Fig. 34 (Seite 107) aufgetragen, wodurch der gemeinschaftliche Mittelpunkt M aller Parallelkreise erhalten wird. Die Radien dieser Kreise stehen in Rubrik 2 oder 4 der Tabelle und werden mit diesen die Parallelkreise aus M beschrieben. Man trägt nun auf jeden der Parallelkreise die in Rubrik 3 oder 5 der Tabelle enthaltenen Sehnenlängen, wodurch sich eine Reihe von Meridianpunkten ergeben, von welchen die demselben Meridiane angehörenden Punkte mit einander verbunden werden, was am einfachsten durch Anlegen von Kreiscurvenlinealen geschieht. Auf Taf. I. ist das Bonne'sche Netz von Europa durch continuirliche Linien, das stereographische Netz durch punktirte Linien dargestellt.