Lehrbuch der Erziehung und des Unterrichtes

Ohler, Aloys K.

Mainz, 1863

Viertes Hauptstück. Der Rechenunterricht.

urn:nbn:de:hbz:466:1-62615

Viertes Hauptstück.

Der Rechenunterricht.

§. 331. **I. Die Wichtigkeit des Rechenunterrichtes.**

Unter den Lehrgegenständen der Volksschule ist nach der Religionslehre und dem Sprachunterrichte der Rechenunterricht der wichtigste; denn:

1. Er weckt, bildet, übt und schärft das Erkenntniß-, Denk- und Sprachvermögen, und

2. Er macht den Menschen geschickt zum häuslichen, bürgerlichen und geschäftlichen Leben.

Der Gegenstand des Rechenunterrichtes ist die Zahl. Diese wird auf ihrer niedersten Stufe, in ihren Elementen, von den Kindern schon angeschaut und aufgefaßt, sobald sie anfangen, ein Ding von einem anderen derselben Art zu unterscheiden. Sie gelangen dadurch, fast wie von selbst, zum Begriffe der kleineren Zahlen, und gibt man ihnen dafür noch den Namen, so ist es dann nicht mehr schwer, schon im Familienleben mit ihnen kleine und leichte, aus ihrem Anschauungskreise gewählte Rechenbeispiele, als die allerleichtesten Anfänge des Rechnens, zu lösen. Dies wäre aber unmöglich, wenn nicht die Natur der Zahl und die Gesetze, nach welchen sie gebildet wird, der Natur des menschlichen Geistes so ganz entsprächen. Der Rechenunterricht ist sonach das einfachste und natürlichste Mittel, die Kinder zur Aufmerksamkeit und zum Nachdenken zu gewöhnen und dadurch ihr Denkvermögen zu üben, namentlich die Folgerichtigkeit des Denkens zu fördern; auch wird hierbei ihr Sprachvermögen in hohem Grade geübt, indem man darauf hält, daß die Kinder Das, was sie denken, richtig aussprechen. Uebung im Erkennen, klares Denken und richtiges Sprechen sind darum wesentliche, formale Bildungszwecke bei dem Rechenunterrichte.

Es hat derselbe aber auch einen durchaus nicht zu unterschätzenden, realen, vorzugsweise das häusliche, bürgerliche und Geschäftsleben berührenden praktischen Zweck; denn in allen Verhältnissen des Lebens ist das Rechnen höchst wichtig, in vielen ist es ganz unentbehrlich. Es gibt kein Hauswesen, in welchem nicht berechnet und ausgerechnet wird und werden muß, und welchen wichtigen Einfluß hat das Rechnen im bürgerlichen und Geschäftsleben! Ja, die Existenz vieler Geschäfte hängt vorzugsweise von einer richtigen Berechnung ab. — Durch das Rechnen ist Jeder in den Stand gesetzt, nicht blos auf seinen gegenwärtigen, sondern auch auf seinen zukünftigen Vortheil und Schaden zu sehen und daher in seinen Unternehmungen vorsichtig zu sein. Es ist ihm durch die Rechenkunst ermöglicht, sich in vielen Verhältnissen leicht und schnell zurecht zu finden und zu helfen.

Aus diesen Gründen fordert man die Kunst zu rechnen, besonders in unseren Tagen, vor allen irgend gebildeten Menschen. Sie wird darum in der Volksschule als unbedingt nothwendiger Unterrichtsgegenstand gelehrt.

Wenn durch das Vorausgehende die Wichtigkeit des Rechenunterrichtes in das rechte Licht gestellt wird, so soll aber damit keine Veranlassung zu einer Ueberschätzung desselben gegeben werden. Er darf durchaus nicht zum Nachtheile der übrigen Lehrgegenstände und der harmonischen Ausbildung des Schülers weit über das Ziel der Volksschule ausgedehnt werden.

II. Das Ziel des Rechenunterrichtes [1]. §. 332.

Ueber die Grenze, wie weit die Kinder im Rechnen gebracht werden sollen, gehen die Meinungen auseinander. Es gibt Volksschulen, in welchen man offenbar zu weit geht, indem besondere Fachrechnungen (z. B. sehr zusammengesetzte Gesellschafts-, Mischungs-, kaufmännische, Wechselrechnungen rc. rc.) und Gleichungen selbst vom zweiten Grade gelehrt werden; wenigstens rechnen manche Schüler Aufgaben aus diesen Gebieten. In anderen Schulen bringt man es nicht über die vier Spezies (Grundrechnungsarten) in ganzen Zahlen, mündlich und schriftlich, und dabei ist die Anwendung auf das gewöhnliche Leben nur höchst dürftig. Es kommt deßhalb hier darauf an, ein Ziel festzustellen, das jede Volksschule erreichen kann und **soll**, wenn sie irgend den Namen einer **guten** Volksschule für sich in Anspruch nehmen will. Dieses Ziel darf sonach durchaus nicht zu hoch gesteckt werden, sondern nur Das in sich aufnehmen, was auch von weniger begabten, aber doch fleißigen Lehrern, selbst bei minder günstigen Verhältnissen, erreicht werden kann, und was man in der Volksschule als das Minimum ihrer Leistungen fordern muß.

Das Ziel des Rechenunterrichtes in der Volksschule ist: Die Schüler sollen so weit kommen, daß sie Aufgaben in ganzen und gebrochenen Zahlen, wie sie das Leben gewöhnlich bringt, und soweit dies innerhalb der vier Grundrechnungsarten und durch Verstandesschlüsse möglich ist, mit Leichtigkeit im Kopfe und schriftlich, rasch und sicher lösen können.

Bezeichnen wir das Ziel spezieller, so heißt es:

Die Kinder sollen bei ihrer Entlassung aus der

---

1) Wir bemerken, daß es bei gegenwärtiger Arbeit durchaus nicht unsere Absicht ist, einseitig zu verfahren. Wir halten es, um gerade diesem Vorwurfe zu begegnen, nicht nur für erlaubt, sondern sogar für Pflicht, die Ansichten der erfahrensten und tüchtigsten Schulmänner zu berücksichtigen und zu benützen, und, wo es uns thunlich erscheint, sie selbst sprechen zu lassen. Zu diesem Zwecke benützten wir in dem Folgenden vorzugsweise die Werke von Grube, Hentschel, Diesterweg, Tillich, Kranke und mehreren Anderen.

Schule mindestens alle Aufgaben aus den vier Grundrechnungsarten in unbenannten, gleich- und ungleichbenannten ganzen und gebrochenen Zahlen, alle Drei- und Fünfsatz-Aufgaben[1]) in ganzen und gebrochenen Zahlen aus jedem gebräuchlichen Zahlenraume mit einfacher, also nicht zusammengesetzter, und natürlicher, also nicht gesuchter Einkleidung, bei kleineren Zahlen im Kopfe oder mündlich durch Verstandesschlüsse und bei größeren Zahlen schriftlich, ebenfalls durch Verstandesschlüsse rasch und sicher lösen können.

Dieses Ziel im Rechenunterrichte bezweckt in gleicher Weise Bildung des Geistes, Kenntniß und rechten Gebrauch der Zahl und dadurch Bildung für das praktische Leben. Die Feststellung desselben aber ist negativer und positiver Art zugleich; negativ ist sie, indem sie besagt, daß noch Manches gelehrt werden könne, was nicht gerade überall gelehrt zu werden brauchi, und positiv ist sie, indem sie wirkliche Leistungen als Ergebniß des Rechenunterrichtes fordert.

Manchen mag die hier gestellte Forderung, daß ein Elementarschüler beim Austritte aus der Schule Fünfsatzaufgaben lösen soll, etwas zu hoch erscheinen, indem sie der Ansicht sind, man könne mit den Leistungen der Schüler schon zufrieden sein, wenn sie „die sogenannten Regel-de-tri-Aufgaben" mit Einsicht lösen. Diesen entgegnen wir, daß wir mit ihrem der Schule gesteckten Ziele vollständig übereinstimmen und im Grunde nicht mehr verlangen, als sie selbst; denn hat es der Schüler wirklich dahin gebracht, daß er mit Einsicht Regel-de-tri-Aufgaben zu lösen im Stande ist; so macht es keinen wesentlichen Unterschied, ob die Aufgaben zur sogenannten einfachen oder zusammengesetzten Regel-de-tri gehören. Die Letzteren lös't derselbe in einfache auf und verfährt dann in derselben Weise, wie bei jenen. Einfache und zusammengesetzte Regel-de-tri-Aufgaben sind aber nichts Anderes, als die von uns bezeichneten Drei- und Fünfsatzaufgaben. Unser Ziel ist darum dem anderwärts nur unbestimmter ausgesprochenen ganz gleich.

Oder sollten Einige mit dem Ziele „Regel-de-tri-Aufgaben mit Einsicht zu lösen" die zusammengesetzten Regel-de-tri-Aufgaben ausgeschlossen wähnen? — Ihnen ist einfach zu erwiedern:

1) Ihr ausgesprochenes Ziel täuscht, weil es dann unbestimmt ausgesprochen ist.

2) Es widerspricht dem Zwecke der Volksschule. Sie soll Alle für Alles **vorbereiten.** Jedem, er sei gelehrt oder ungelehrt, Bauer, Handwerker oder Künstler, Mann oder Frau, soll in der Volksschule die Gelegenheit geboten sein, Das in ihr zu erlernen, was man so recht die Elemente zu jeder Berufsbildung nennen kann. Da aber in allen Lebensverhältnissen außer den Aufgaben der einfachen Regel-de-tri auch die der zusammengesetzten Regel-de-tri oder des Fünf-

---

1) Drei- und Fünfsatzaufgaben nennen wir alle die Aufgaben, in welchen aus drei, beziehungsweise fünf Gliedern, ein viertes, beziehungsweise ein sechstes, ohne dabei eine besondere Rechenmethode im Auge zu haben, zu suchen ist.

satzes so häufig vorkommen, so hat sie unbedingt auch diese lösen zu lehren. Es ist dies um so nothwendiger, da fast neun Zehntheile der Bevölkerung unserer Staaten durch die Verhältnisse, in denen sie leben, blos auf Das beschränkt bleiben, was die Volksschule lehrt und in und mit dieser ihre geistige Ausbildung abschließen.

3) Es hat auch gar keine Schwierigkeiten, unserem Ziele zu entsprechen, wenn die Kinder „Regel-de-tri-Aufgaben mit Einsicht lösen", wie wir dies oben dargethan haben; denn es ist eine Kleinigkeit, zusammengesetzte Regel-de-tri-Aufgaben in zwei einfache oder einen Fünfsatz in zwei Dreisätze zu verwandeln und als solche zu lösen. (Selbst der Sieben-, Neun- und Vielsatz lassen sich auf dieselbe Weise entwickeln.)

Das hier gesteckte Ziel ist also nicht zu hoch; da es aber die Zwecke der Volksschule erreichen hilft, so ist es auch hoch genug. Von der Decimalrechnung, dem Vielsatze, den zusammengesetzteren Zins- und Interessen-, ebenso den zusammengesetzteren Gewinn- und Verlust-, Gesellschafts- und Theilungs-, Durchschnitts- und Mischungsrechnungen, der Ausziehung der Quadratwurzel und den Progressionen muß also nicht die Rede sein.

Soll jedoch das angegebene Ziel manchem fleißigen und fähigen Lehrer zu nieder erscheinen, so ist es nur anerkennenswerth, wenn er dasselbe in diesem Falle ohne Beeinträchtigung anderer wichtiger Unterrichtsgegenstände überschreitet. Uebrigens vergesse der Lehrer nie, daß die Schule das Ihrige gethan hat, wenn der Schüler im Stande ist, die einfachen Aufgaben aus dem angeführten Aufgabenkreise richtig zu beurtheilen, die Auflösung sprachgewandt darzustellen und die Ausrechnung, sowohl im Kopfe, als auf der Tafel mit Fertigkeit zu vollziehen. Führt ihn das Leben später zu reiferer Entwickelung, so wird er auch schwerere Aufgaben lösen lernen.

Zum Schlusse warnen wir noch vor einseitiger Auffassung des Rechenzieles. — Das Rechnen ist derjenige unter sämmtlichen Unterrichtsgegenständen der Volksschule, welcher am isolirtesten dasteht, d. h. sich am wenigsten an die anderen anschließt und mit ihnen in Verbindung bringen läßt. Es ist darum sehr gefehlt, ausschließlich einen oder den anderen Unterrichtsgegenstand z. B. die Religion, Naturkunde, Geographie u. s. w. in das Rechnen hereinziehen zu wollen; denn es legt dies immer Zeugniß von der Einseitigkeit oder gar von Partheizwecken und Sonderinteressen des Lehrers ab; auch wird damit der Sache nur Zwang angethan. Daß bei besonderer Fachbildung diese Gegenstände besondere Rücksicht verdienen, gibt gewiß zu einer einseitigen Behandlung des Rechenunterrichtes in der Volksschule, deren Zweck es ist, für alle höhere Anstalten, für alle Fachbildung und für alle Stände vorzubereiten, keinen Grund ab. Darum sind die Rechenbücher und Aufgabensammlungen für landwirthschaftliches, kaufmännisches, Bau- und anderes Rechnen nur als Lehrmittel für besondere Fachbildung zu betrachten, und können nie einen vorwiegenden Einfluß auf den Rechenunterricht und dessen Ziel in der Volksschule ausüben.

III. Die Mittel zur Erreichung des Zieles beim Rechenunterrichte. §. 333.

Die Mittel zur Erreichung des Zieles beim Rechenunterrichte beziehen sich theils auf den Stoff, theils auf die Form, theils auf den Lehrgang. Wir reden deßhalb in diesem Abschnitte, wie in den bisher besprochenen Lehrgegenständen,

A. vom Stoffe,
B. von der Form und
C. von dem Lehrgange

des Rechenunterrichtes, welchem letzteren noch eine Anzahl Muster für die praktische Behandlungsweise desselben beigegeben werden soll.

§. 334. A. Der Stoff des Rechenunterrichtes.

Um das im §. 232. aufgestellte Ziel erreichen zu können, muß der Lehrer vor allen Dingen Kenntniß von dem Stoffe haben, der selbst unter den günstigsten Verhältnissen in das Bereich der Volksschule gehört; er muß ferner aus diesem Stoffe das für seine Schulverhältnisse Entsprechende mit Rücksicht auf das Ziel auswählen, den so ausgewählten Stoff ordnen und auf die einzelnen Schülerklassen vertheilen.

Nur unter diesen Voraussetzungen wird es ihm möglich, mit Sicherheit seinem Ziele entgegen zu arbeiten und bis zum Ende des Schuljahres dasselbe zu erreichen.

§. 335. I. Die Auswahl des Stoffes für den Rechenunterricht.

Der Stoff des Rechenunterrichtes ist, von den Elementen des Rechnens angefangen bis zu dem höheren Rechnen fortgesetzt, ein außerordentlich reicher. Was aus ihm in den Volks- und in den Fortbildungsschulen zu lehren ist, das **mindestens** muß auch der Lehrer einer Volksschule wissen. Er soll sich aber **mehr** davon zum Eigenthum machen, denn dieses Mehr wird ihm jederzeit selbst in der Volksschule nützen; weniger aber darf er nie wissen. Dabei ist durchaus nicht zu vergessen, daß bei gleichen Lehrtalenten nicht Der am gründlichsten lehren wird, der es am weitesten in diesem Unterrichtsgegenstande gebracht hat, sondern Der, welcher in den Lehrstoff am tiefsten eingedrungen ist. Dem Lehrer, der sich in dieser Beziehung schwach fühlt, bleibt Nichts übrig, als durch Hülfe eines vorzüglichen Buches mit den Schülern selbst Schritt vor Schritt fortzuschreiten und, wenn auch nur um Weniges, ihnen stets voraus zu sein. Ein solcher Wegweiser soll aber so lang der stete Begleiter des Lehrers bleiben, bis er im Stoffe sicher und selbstständig geworden ist und, ohne zu wanken, frei gehen kann. (Vieles von dem §. 137. und 138. Gesagten hat auch für das Rechnen volle Geltung.)

Es beschäftigt sich der Stoff des Rechenunterrichtes theils mit reinen oder unbenannten, theils mit benannten Zahlen; bei den letzteren unterscheidet man wieder gleich- und ungleichbenannte.

Darnach gibt es ein Rechnen mit reinen oder unbenannten und ebenso ein Rechnen mit benannten, d. i. mit gleich- und ungleichbenannten Zahlen, welches aber unter sich keinen eigentlichen Gegensatz bildet, da die Zahlen ursprünglich alle benannt sind; man rechnet zuerst mit Fingern, Strichen, Punkten, Würfeln u. s. w. Der Bequemlichkeit wegen und um die Eigenschaften der Zahlen rein zu haben, betrachtet man sie als eine abstrakte Menge von Einheiten. Diese Abstraktion ist so leicht, daß der kleinste Schüler sie ohne Schwierigkeit vollzieht.

Natürlich kommen bei benannten Zahlen Operationen vor, welche bei den reinen nicht vorkommen können. Jene beruhen auf den positiven Bestimmungen des Lebens, bei unseren Münzen z. B. darauf, daß 1 Thlr. = 30 Sgr. = 360 Pf.; 1 fl. = 60 kr. = 240 Pf. ist.

Von dem Rechnen mit unbenannten und benannten Zahlen (dem mehr theoretischen) ist wohl zu unterscheiden die Anwendung desselben auf die Fälle oder Gegenstände des praktischen Lebens, welches man das angewandte Rechnen nennt. Da das Letztere es nur mit Gegenständen des praktischen Lebens, d. i. mit wirklichen Größen zu thun hat, so folgt daraus, daß es auch nur von benannten Zahlen etwas weiß.

Von dem vielen und reichen Stoffe des Rechenunterrichtes ist nur derjenige für die Volksschule auszuwählen, welcher in dem Ziele schon als solcher bezeichnet ist. In der Volksschule sind demnach zu lehren:

1) Die vier Grundrechnungsarten in unbenannten, gleich- und ungleichbenannten ganzen und gebrochenen Zahlen.

2) Die Anwendung der vier Grundrechnungsarten in ganzen und gebrochenen Zahlen auf die einfache und zusammengesetzte Regel-de-tri d. i. auf den Drei- und Fünfsatz.

Diesem als Minimum der Leistungen einer guten Volksschule bezeichneten Stoffe haben wir noch das für keine Schule obligatorische Material beizufügen, aus welchem strebsame und fleißige Lehrer unter günstigen und günstigeren Schulverhältnissen für die Weiterführung ihrer Kinder entnehmen können, was für ihre Verhältnisse das Nützlichste ist; also:

3) Die Anwendung der vier Grundrechnungsarten auf die etwas zusammengesetzteren Zins- und Interessen-, Gewinn- und Verlust-, Gesellschafts- und Theilungs-, Durchschnitts- und Mischungsrechnungen; ferner die Decimalbrüche, die Flächen- und Körperberechnung, die Lehre von der Quadratwurzel; verschiedene Lösungsarten.

Mehr, als hier angegeben, in eine Volksschule hereinziehen wollen, mögen die Verhältnisse auch noch so günstig sein, heißt sie mit Stoff überladen oder über Vieles oberflächlich und leichtfertig hineilen. Gewöhnlich findet eine solche Uebertreibung da statt, wo eine gewisse Eitelkeit nach Paradeexempeln hascht, um auf Prüfungen den Zuhörern Staunen abzunöthigen. Leider geschieht Dies in den meisten Fällen auf Kosten der Gründlichkeit sogar im Allernöthigsten und im Allergewöhnlichsten. Wir erwähnen dieser Abschweifung vom wahren Ziele der Volksschule, um besonders junge und eifrige Lehrer vor dem erwähnten Fehler, in welchen man leicht unvermerkt fallen kann, zu bewahren.

Der sämmtliche Rechenstoff ist in jedem Zahlenraume zu lehren und zu üben, doch ist es durchaus nicht nothwendig, sich mit den

Zahlen über 100,000 oder 1 Million lang zu beschäftigen; denn sowohl die formale, als die praktische Bildung kann ebenso gut, ja noch leichter und schneller an kleineren und kleinen Zahlen und einfachen Verhältnissen, als an großen und verwickelteren Aufgaben erreicht werden.

§. 336. II. Die Vertheilung des Stoffes für den Rechenunterricht auf die verschiedenen Klassen und Abtheilungen.

Vorbemerkung.

Der Stoff für den Rechenunterricht fordert in allen Schulverhältnissen unbedingt, daß die Kinder von 6 bis 7, und die von 7 bis 8, von 8 bis 10, von 10 bis 12 und die von 12 bis 14 Jahren einen ihrem Alter und ihrer Auffassungskraft entsprechenden, gesonderten Rechenunterricht erhalten. Daß es dabei mit den Jahren nicht so pedantisch zu nehmen ist, versteht sich von selbst. Kinder, bei welchen der Verstand und in Folge davon die Befähigung den Jahren voraneilt, können ganz gut einer höheren Abtheilung zugetheilt werden, während solche, bei welchen das Gegentheil der Fall ist, in ihrer Abtheilung oder Klasse noch um ein Jahr zu verbleiben haben. —

Bei den Kindern von 6 bis 7 Jahren wird der Rechenunterricht im ersten halben Jahre durch den Anschauungsunterricht vorbereitet; der eigentliche Rechenunterricht beginnt demnach erst im zweiten halben Jahre.

Nach diesen Vorausschickungen geben wir hier die Vertheilung des sämmtlichen Rechenstoffes mit Berücksichtigung des Minimums und des Maximums in Form eines Planes, zur besseren Uebersicht tabellarisch dargestellt. Aus dieser Tabelle läßt sich das jeder Klasse und Abtheilung zufallende Pensum leicht herausfinden. Ist einem Lehrer das im Minimum angegebene Pensum zu niedrig, das im Maximum angegebene aber etwas zu hoch gestellt; so ist es nicht schwer, aus dem letzteren den Stoff auszuwählen, der sich dem ersteren am schicklichsten anschließt.

1. Tabellarische Uebersicht der Vertheilung des Rechenstoffes auf die verschiedenen Klassen und Abtheilungen für jede Schuleinrichtung. §. 337.

A. Das Minimum des Rechenstoffes für die Kinder von

6 bis 7 Jahren.	7 bis 8 Jahren.	8 bis 10 Jahren.	10 bis 12 Jahren.	12 bis 14 Jahren.
Die 4 Grundrechnungsarten, rein und angewandt, im Zahlenraume von 1 bis 5 nach Grube.	Die 4 Grundrechnungsarten, rein und angewandt, im Zahlenraume von 1 bis 20 nach Grube.	Die 4 Grundrechnungsarten, rein und angewandt, im Zahlenraume von 1 bis 100 nach Grube, alsdann in jedem Zahlenraume, jedoch das Multipliciren nur mit einstelligem Multiplicator und das Messen nur mit einstelligem Divisor.	Wiederholung des Stoffes von den vorhergehenden 2 Jahren. (Neu.) Das Multipliciren mit 2 und mehrstelligem Multiplicator, das Dividiren mit 2 und mehrstelligem Divisor, das Resolviren und Reduciren und die 4 Grundrechnungsarten in ungleichbenannten ganzen Zahlen mit der Multiplications- und Divisions-Regel-de-tri und dem Dreisatze in ganzen Zahlen [1].	Wiederholung des in den vorhergehenden 2 Jahren neu genommenen Stoffes. (Neu.) Die 4 Grundrechnungsarten in gleich- und ungleichbenannten gebrochenen Zahlen und die Anwendung der 4 Grundrechnungsarten in ganzen und gebrochenen Zahlen auf den Drei- und Fünfsatz in Aufgaben, wie sie im Geschäftsleben vorkommen.

B. Das Maximum des Rechenstoffes für Kinder von

6 bis 7 Jahren.	7 bis 8 Jahren.	8 bis 10 Jahren.	10 bis 12 Jahren.	12 bis 14 Jahren.
Die 4 Grundrechnungsarten, rein und angewandt, im Zahlenraume von 1 bis 6 nach Grube. (Grube verlangt die Durchnahme aller Zahlen bis zur Zahl 10.)	Die 4 Grundrechnungsarten, rein und angewandt, im Zahlenraume von 1 bis 50 nach Grube. (Grube verlangt die Durchnahme sämmtlicher Zahlen bis zur Zahl 100.)	Die 4 Grundrechnungsarten, rein und angewandt, im Zahlenraume von 1 bis 100, alsdann in jedem Zahlenraume und das Resolviren und Reduciren in ungleichbenannten ganzen Zahlen.	Wiederholung des in den 2 vorhergehenden Jahren neu genommenen Stoffes. (Neu.) Die 4 Grundrechnungsarten in ungleichbenannten ganzen Zahlen mit der Multiplications- und Divisions-Regel-de-tri und dem Dreisatze in ganzen Zahlen. — Die 4 Grundrechnungsarten in reinen und angewandten gebrochenen Zahlen und der Dreisatz mit gebrochenen Zahlen [1].	Wiederholung des in den 2 vorhergehenden Jahren neu genommenen Stoffes. (Neu.) Die Anwendung der 4 Grundrechnungsarten in ganzen und gebrochenen Zahlen auf den Fünf- und Vielsatz, auf alle im gewöhnlichen Leben vorkommenden, selbst etwas zusammengesetzteren Zins- und Interessen-, Gewinn- und Verlust-, Gesellschafts- und Theilungs-, Durchschnitts- und Mischungsrechnungen. Die Decimalbrüche, Flächen- und Körperberechnungen.

1) In einer dreiklassigen Schule ist die erste Hälfte des hier angegebenen Stoffes noch der Mittelklasse und die letzte Hälfte der Oberklasse zuzutheilen. Auch wird es in einer dreiklassigen Schule für den Rechenunterricht von Erfolg sein, aus den Kindern jeder Klasse zwei Abtheilungen zu machen und auf diese den angedeuteten Stoff gleichmäßig zu vertheilen.

§. 338. 2. Winke für die Einrichtung des Rechenunterrichtes in Bezug auf die Klassen und Abtheilungen der Kinder.

In der einklassigen Schule, in der Unterklasse einer zweiklassigen, sowie in der Elementarklasse einer drei- und vierklassigen Schule mehr Abtheilungen im Rechenunterrichte zu machen, als auf vorstehender Tabelle unterschieden sind, halten wir für völlig unpraktisch. Wenn jedoch in der Oberklasse einer zweiklassigen, (bezüglich der dreiklassigen findet sich das Nöthige hierüber in der Anmerkung auf der Tabelle), sowie in den beiden Mittelklassen und der Oberklasse einer vierklassigen Schule die Kinder in ihrem Wissen und Können bezüglich des Rechnens zu weit auseinander stehen; so mag es in diesen Klassen am Orte sein, die Kinder von 10 bis 14 Jahren in 3 und die von 8 bis 10, 10 bis 12 und 12 bis 14 Jahren in je 2 Abtheilungen zu theilen. (Der jeder Klasse zugewiesene Stoff ist dann ebenfalls gleichmäßig auf die Abtheilungen zu vertheilen und so durchzunehmen, daß die Kinder, sobald sie in eine höhere Abtheilung übertreten, in dieser zuerst den im vorhergehenden Jahre neu durchgenommenen Stoff nochmals wiederholen und darauf den ihnen zufallenden neuen durchnehmen.) Man sei aber ja nicht zu rasch im Errichten neuer Abtheilungen; denn zu viele in einer Klasse bringen die Kinder um den unmittelbaren Unterricht und damit die Schule um den eigentlichen Fortschritt. Es ist am Besten, die Kinder aus den verschiedenen Abtheilungen der Oberklasse einer ein- und zweiklassigen Schule, so wie auch die der unteren und oberen Mitteltklasse und der Oberklasse einer vierklassigen Schule (letztere, wenn sie nicht zu sehr überfüllt sind) nehmen den gegebenen Stoff zweimal durch, das erste Jahr begründend und im zweiten Jahre wiederholend. Ganz dasselbe läßt sich auch bei der angegebenen Theilung in der Mittel- und Oberklasse einer dreiklassigen Schule erreichen. Schüler, die nach der ersten Durchnahme den ganzen Stoff gewandt beherrschen, mögen in eine höhere Klasse oder Abtheilung aufsteigen; die anderen gelangen dann durch die wiederholte Durchnahme zur Sicherheit und Fertigkeit. Es ist dies ein Punkt, den man beim Rechnen nie aus dem Auge verlieren darf.

Um aber den angegebenen Stoff so durchzunehmen, daß er den Kindern zum bleibenden Eigenthume wird, ist es nothwendig, in der einklassigen Schule bei den Schülern der Elementarklasse im Sommer mindestens zwei, im Winter dagegen vier halbe Stunden zum Rechenunterrichte zu verwenden; in der drei- und vierklassigen Schule sind diesem Gegenstande in der Elementarklasse während des Sommers zwei und während des Winters vier ganze Stunden zuzutheilen.— In der Oberklasse der einklassigen Schule, in der Elementar- und ebenso in der Oberklasse der zweiklassigen Schule, in der Mittel- und Oberklasse der dreiklassigen und in der unteren und oberen Mittelklasse, sowie in der Oberklasse der vierklassigen Schule können im Sommer drei und im Winter vier Stunden zur Durchnahme des entsprechenden Rechenstoffes genügen. Ist es jedoch möglich, noch eine weitere Stunde dafür zu erübrigen, so wird dies wesentlich die Erzielung größerer Sicherheit und Fertigkeit befördern helfen.

Die innere Einrichtung des Rechenunterrichtes ist alsdann folgende: Jede ganze Rechenstunde ist so zu verwenden, daß in einer und derselben Klasse von den betreffenden Abtheilungen immer zwei eine halbe Stunde unmittelbaren Rechenunterricht erhalten. Während dabei eine Abtheilung ihre halbe Stunde unmittelbaren Unterricht empfängt, ist die andere Abtheilung oder sind die anderen Abtheilungen mittelbar, aber ebenfalls mit Rechnen, zu beschäftigen. Es tritt dadurch der Fall ein, daß jedes Kind so viel ganze Stunden Rechenunterricht erhält, als für diesen Gegenstand der ganzen Klasse zugetheilt sind.

B. Die Form des Rechenunterrichtes oder die Methode. §. 339.

Das Wissenswertheste hierüber läßt sich in folgende zwei Fragen zusammenfassen:

1. Welches sind die Grundsätze, die eine gute Methode im Rechenunterrichte besonders zu beachten hat?

2. Welche unter den bekannten Rechen-Methoden entsprechen den aufgestellten Grundsätzen?

I. Welches sind die Grundsätze, die eine gute Methode im Rechenunterrichte besonders zu berücksichtigen hat?

Es sind folgende:

Erster Grundsatz: Alles Rechnen muß auf Verständniß gegründet sein und zum Nachdenken auffordern. §. 340.

Vorbemerkung.

1.

Rechnen heißt — aus gegebenen Zahlen — abgesehen davon, ob ganz frei oder mit Benützung verstandener Regeln, ob ohne oder mit Ziffern, — andere finden; es ist also ein absichtliches Denken über Zahlen und Verhältnisse von Zahlen. Ein solches muß das Rechnen auf jeder Alters- und Unterrichtsstufe sein, wenn der Zweck desselben in vollem Maße erreicht werden soll.

Das verständige Rechnen beruht erstens auf dem richtigen Erkennen und Beurtheilen der in einer Aufgabe enthaltenen Sach- und Zahlverhältnisse, woraus sich die Art der Abhängigkeit der gesuchten Zahlen von den gegebenen ergibt, und woraus erkannt wird, durch welche Operationen an und mit den gegebenen Zahlen die gesuchten gefunden werden.

Ohne dieses richtige Erkennen und diese besonnene Beurtheilung ist gar kein bildendes Rechnen möglich. Letztere, welche ohne ersteres eine Unmöglichkeit ist, macht die Hauptsache beim Rechnen aus und muß jeder anzustellenden Operation vorhergehen und diese als nothwendiges Resultat erzeugen. Um die Art der Ausrechnung muß man sich daher zu Anfang gar nicht bekümmern, sondern nur nüchtern und ruhig die gegebenen Verhältnisse betrachten. Schlecht unterrichtete Schüler und Erwachsene fragen immer gleich und mit Unruhe und Aengstlichkeit darnach, wie man die Aufgabe ausrechnet (oder wie man sie ansetzt). Das findet sich aber ganz von selbst, sobald man die Aufgabe versteht. Versteht man sie nicht, so liegt das entweder an der Nichtkenntniß der Sach-, oder an dem Mangel der Erkenntniß der Zahlverhältnisse. Ist daher ein Schüler unfähig, eine Aufgabe aufzulösen; so muß der Lehrer, um die Hindernisse aus dem Wege zu schaffen, untersuchen, worin dieses Unvermögen seinen Grund hat, ob in dem Einen oder in dem Anderen oder in Beidem. Die anschauliche

Durchsichtigkeit der Aufgabe und die Lösung derselben muß aber stets der Ausrechnung vorhergehen, weil sich Jenes zu Diesem, wie Grund und Folge, Ursache und Wirkung verhält.

Es beruht zweitens das verständige Rechnen auf vollkommener, mündlicher Darstellung, nicht auf Uebereinstimmung des gefundenen Resultates mit dem im Buche angegebenen Facit und nicht auf dem Bestehen einer sogenannten Probe.

Wie anders will man sonst erfahren, daß der Schüler richtig gedacht hat, und auf welche andere Weise will man den Schüler nöthigen, richtig zu denken? — Erst dann, wenn er diese Anfordsrung befriedigt hat, läßt man ihn an die Ausrechnung gehen. Hat man in dieser Beziehung verbildete Schüler vor sich, die überall nach dem Facit haschen; so läßt man sie, um sie aus dieser falschen Richtung herauszunöthigen, viele Aufgaben beurtheilen und lösen, ohne die Ausrechnung beizufügen. Dadurch ergreifen sie thatsächlich das Wesen der Sache, welches nicht in der Ausrechnung, sondern in der verständigen Beurtheilung liegt. In ihr ruht das Bildende des Rechenunterrichtes und das Vergnügen an der Beschäftigung mit demselben.

Der Lehrer lasse darum im Rechenunterrichte seine Kinder nie Etwas thun, was sie nicht vorher verstanden haben; bei Allem müssen sie nachdenken und der Gründe bewußt sein oder werden, warum sie es thun. Nie dürfen die Kinder bewußtlos rechnen; denn ein bewußtloses Rechnen ist blinder Mechanismus.

Als Regel muß gelten:

1) Der Schüler darf so lang nicht zur Auflösung und zum Ausrechnen zugelassen werden, bis er die Sach- und Zahlverhältnisse der Aufgabe erkannt hat.

2) Der Ausrechnung muß, sobald der Lehrer nur im Mindesten zweifelt, ob der Schüler bei all seinem Nachdenken die Verhältnisse für sich allein herausfinden könne, eine in jeder Beziehung genügende mündliche Darstellung vorhergehen.

In allen Fällen muß dieselbe mündlich so gegeben werden, daß nicht die geringste Unbestimmtheit vorkommt und zwar überall mit scharfer Betonung, mit Hervorhebung der Wörter, in welchen die neue Vorstellung liegt, aus welcher die Art der zu wählenden Operation hervorgeht.

2.

In der Sache gibt es nur *ein* Rechnen, nämlich ein Rechnen mit Ueberlegung, mit Nachdenken, mit Einsicht und Bewußtsein, d. i. mit Verständniß. Geschieht dasselbe ohne Gebrauch äußerer Mittel, so nennt man es *Kopfrechnen*; gebraucht man dabei auch äußere

Zeichen, namentlich Ziffern, so heißt es Ziffer- oder schriftliches, auch Tafelrechnen.

Im Wesen des elementarischen Rechnens gibt es also keinen Unterschied zwischen Kopf- und Tafelrechnen; denn beides ist Kopf- und nicht Handarbeit. Der Unterschied besteht nur darin:

1) Daß man bei Letzterem um der bequemen schriftlichen Darstellung willen oder um dem Gedächtnisse zu Hilfe zu kommen oder behufs der Fertigkeit in den Operationen (bei größeren Zahlen und verwickelteren Aufgaben) die Ziffern anwendet und damit der aus unserem Zahlensystem hervorgehenden Art, die Zahl zu schreiben, sammt gewissen daran sich knüpfenden Regeln zu folgen genöthigt ist.

2) Daß man beim Kopfrechnen nur an die Zahlen, resp. Zahlvorstellungen und an gar keine Zeichen, also auch durchaus an keine Ziffern denkt und leichtere Aufgaben mit nicht allzugroßen Zahlen, frisch und rasch weg, ohne Griffel und Feder 2c. 2c. löst.

3) Daß man sich beim Nichtgebrauche der Ziffern viel freier bewegt.

Das Tafelrechnen geschieht oft oder meistens um Anderer willen, welchen man vollzogene Rechnungen vorlegen will. Des allgemeinen Verständnisses wegen hat man darum bestimmte Darstellungsweisen, Ansätze, Regeln 2c. 2c. angenommen, von welchen man sich im Gewöhnlichen deßhalb nicht entfernt, weil sie durchgehends in scharfsinniger Weise einen möglichst kurzen, leicht zu übersehenden Weg einschlagen. In dieser Beziehung herrscht beim Tafelrechnen eine Gebundenheit. Beim Kopfrechnen dagegen herrscht viel mehr Freiheit, welche eigene Bewegung, Auswahl und Belieben zuläßt. Wohl verstandene, aber auch nur dann erlaubte Abkürzungen, Vortheile 2c. 2c. führen hier oft überraschend schnell zum Ziele. Darum lieben geistig bewegliche Kinder so sehr das Kopfrechnen. Es gefällt ihnen, eine Aufgabe in mehrfacher Art, auf ihre Weise, zu behandeln und zu lösen. Diese Seite des Kopfrechnens ist außerordentlich bildend, weil sie am meisten geeignet ist, eine Aufgabe verschieden lösen zu lassen und den Scharfsinn der Kinder vielfach zu üben. Strebe darum jeder Lehrer, die Kopfrechenaufgaben durch möglichst mannigfaltige Auflösungsweisen vollziehen zu lassen; denn es ist besser, **ein** Exempel auf **zehnerlei** Weise, als **zehn** Exempel auf **einerlei** Weise zu rechnen!

1. Einige Regeln für das Kopfrechnen. §. 341.

Erste Regel.

Das Kopfrechnen ist immer in Verbindung mit dem Tafelrechnen, jedoch so zu lehren, daß es letzterem in der Uebung überall voran geht.

1) Schon im Leben steht das Kopfrechnen dem Tafelrechnen voran; denn den Kopf nimmt man überall mit hin, Tafel, Papier, Kreide, Bleistift 2c. 2c. hat man aber nicht überall bei sich. Es kommt deßhalb ein guter Kopfrechner viel weniger in Verlegenheit, als ein nur im Tafelrechnen Geübter.

2) Durch das Kopfrechnen wird auch das Tafelrechnen am allerbesten vorbereitet. Die Zahlvorstellungen und Zahlverhältnisse müssen im Kopfrechnen an kleinen Zahlen recht verstanden und erfaßt werden; erst dann ist es möglich, das Erfaßte mit Verständniß auf größere Zahlen beim Tafelrechnen anzuwenden. **Daraus folgt, daß Kopf- und Tafelrechnen immer in engster Verbindung**

mit einander zu lehren sind, und daß bezüglich des Stoffes in beiden Rechnungsweisen stets Dasselbe zu nehmen ist.

Aus beiden Gründen wünschen wir, daß das Kopfrechnen bei den Kindern als unmittelbare Uebung auftritt, ohne aber dem Tafelrechnen Eintrag zu thun. Es ist dies ganz gut möglich, da Letzteres in der Schule auch als ein Mittel zur stillen Beschäftigung benützt und zu Hause ein Gegenstand der Uebung sein wird.

Zweite Regel.

Beim Kopfrechnen sehe man nur auf den inneren Werth der Zahl, nicht auf ihre äußere Darstellung in Ziffern.

Es gibt zwar Menschen, die beim Kopfrechnen nicht an die Zahlen denken, sondern nur die Ziffern dafür vor sich sehen, die einzelnen Stellen nach ihrem dekatischen Werthe behandeln, also in der Regel sehr viel Einzelnes zu behalten haben und dennoch mit Fertigkeit und Sicherheit rechnen; aber dies sind nur seltene Fälle. Ein solches Verfahren ist ein reiner Mechanismus und für die Meisten eine wahre Quälerei, weil der Verstand dabei fast gar nicht, das Gedächtniß dagegen in sehr hohem Grade in Anspruch genommen wird. — Die eigentlichen Vortheile des Kopfrechnens gehen dadurch verloren, und es hält außerordentlich schwer, solche falsche Gewöhnung wieder zu vertilgen. Im Allgemeinen wird Derjenige, der sich statt der Zahlen die Ziffern denkt, nie sicher, leicht und schnell im Kopfe rechnen lernen. Man beuge darum dieser verkehrten Richtung durch den ganzen Gang des Unterrichtes sorgfältig vor; insbesondere lehre man die Ziffern nie früher, als die Zahlen kennen.

Dritte Regel.

Man übe mit den Schülern solche Operationen und Resultate, welche sehr häufig vorkommen, ganz fest ein und suche eine Mehrheit von Operationen auf möglichst wenige, eine Reihe von Zahlen auf eine kleinere Anzahl und große auf kleinere zurückzuführen.

Unsere Kinder sollen Vieles und oft Schweres lernen. Der Lehrer erleichtere ihnen darum, was jedem Erwachsenen schon schwer fällt, wo und wie er es kann. Dadurch entsteht Lust am Unterrichte.

Hat man z. B. eine Reihe von Summanden zu behalten, so bringe man sie in eine Summe, weil es leichter ist, e i n e Zahl zu behalten, als m e h r e r e. Hat man mit großen Zahlen zu operiren, so thue man dieses nicht immer unmittelbar, sondern suche dieselben in kleinere zu zerlegen und aus der großen Aufgabe mehrere kleine zu machen, um eine nach der anderen aufzulösen, das Resultat sich im Gedächtnisse zurecht, gleichsam zurück zu legen, nachher mit dem zweiten zu verbinden u. s. w. Freilich kommt es dabei auf die Natur der Aufgabe an, ob dadurch wirklich eine Erleichterung entsteht oder das Gegentheil. Jedenfalls aber trachte man darnach, daß man im Verlauf der Aufgabe, wo möglich, immer nur e i n e Zahl, als Resultat des bisherigen Ganzen, zu behalten hat; sonst entsteht leicht Ermüdung, Verwechselung und Verwirrung.

Vierte Regel.

Man schließe die Reihenfolge der vorzunehmenden Operationen genau an den sprachlichen Ausdruck an und komme dem Gedächtnisse durch mündliche Wiederholung der bereits gewonnenen Resultate zu Hilfe.

Soll man z. B. eine complexe oder Collectiv-Zahl, etwa 5 Zntr. 58 Pfd. 7 Lth., mit einer Zahl, z. B. mit 8 multipliciren; so beginnt man die Multiplication mit den Zentnern, schreitet dann zu den Pfunden fort 2c. 2c., weil wir die Gewichte in dieser Ordnung, von den höheren zu den niederen Einheiten, zu nennen **gewöhnt** sind. — Hätte man zu 5 Zntr. 58 Pfd. 7 Lth. noch 10 Zntr. 12 Pfd. 2 Lth. hinzuzufügen, so spreche man nicht: 10 Zntr. zu 5 Zntr. = 15 Zntr., sondern: 10 Zntr. zu 5 Zntr. 58 Pfd. 7 Lth. = 15 Zntr. 58 Pfd. 7 Lth.; dazu noch 12 Pfd. gibt 15 Zntr. 70 Pfd. 7 Lth.; dazu noch 2 Lth. gibt 15 Zntr. 70 Pf. 9 Lth. Der wiederholte Ausdruck hindert das Vergessen oder Verwechseln.

Fünfte Regel.

Man spreche jede Aufgabe nur einmal, aber langsam, laut, deutlich und ohne Einschaltung oder erläuternde Bemerkungen vor, betone aber die wichtigeren Wörter besonders und scharf.

Wissen die Schüler, daß man eine Aufgabe mehr als einmal nennt, so ist ihre Aufmerksamkeit nicht gespannt genug, und es ist keine Grenze mehr vorhanden, wo man aufhören soll; denn spricht man eine Aufgabe um eines Schülers willen zweimal, warum soll man sie um eines noch weniger aufmerksamen Schülers willen nicht zum dritten Male sagen? u. s. w. Eine Ausnahme der Regel ist nur da zu gestatten, wo es die Natur der Sache selbst fordert; deßhalb spreche man in jeder Aufgabe alles Wichtige, die Zahlwörter besonders, mit scharfen Accenten. Dadurch erleichtert man den Schülern die Sache außerordentlich und gewöhnt sie von selbst zu präcisem Sprechen.

Sechste Regel.

Man mache die Kinder auf einzelne Kunstgriffe und sogenannte Vortheile, die sich oft im Fortschritte des Rechnens von selbst ergeben, aufmerksam.

So kann man statt einer Zahl eine bequemere, runde wählen, und nachher den Fehler verbessern. Z. B. statt 98 zu addiren oder damit zu multipliciren, nimmt man 98 = 100 — 2; statt 148 von 312 abzuzählen, zählt man 148 von 300 ab und fügt zu dem Reste 12 hinzu 2c. 2c. — Man verwechsele bei der Multiplication die Factoren mit einander, wenn dadurch eine Erleichterung entsteht; z. B. statt 100 mal 97 Pfd. setzt man 97 mal 100 Pfd. = 97 Zntr.; u. s. w.

Auf solche Vortheile und Kunstgriffe kommen die Schüler größtentheils von selbst. Die Anwendung derselben ist jedoch nur dann zu empfehlen, besser gesagt, zu erlauben, wenn die Schüler sie ganz verstehen und die Gründe des Verfahrens einsehen. Nur so haben sie einen praktischen Werth, und nur so beruht auf ihrer Anwendung zum großen Theile die Fertigkeit und Festigkeit im Kopfrechnen. Ein bloßes Abrichten nach denselben ist nicht nur ohne Werth, sondern tödtet durch Förderung des mechanischen Rechnens alle wahre Geistesthätigkeit.

Da es solcher Kunstgriffe zahllose gibt, so wähle man nur die aus, die am häufigsten benützt werden können und vergesse dabei nicht, daß diejenigen, welche nicht verstanden oder Gegenstand steter Uebung sind, im Leben gar bald wieder vergessen werden.

Besonders hüte man sich vor einem Haschen nach denselben und vor einem Rechnenwollen nach lauter Kunstgriffen, vor einem sogenannten Kunststückrechnen. So nützlich Vortheile und Kunstgriffe, zur rechten Zeit und am rechten Orte angewendet, sind, so würden sie bei überhäufter Anwendung nur ein Zeugniß wider den Lehrer sein, trotzdem daß sie dem Unkundigen oft Staunen abnöthigen.

Man wende darum nur praktische Vortheile an und nie solche, die nur Spielerei 2c. 2c. sind. Wo das Regelrechnen oder das Rechnen nach Vortheilen ebenso viel Zeit in Anspruch nimmt, als das gewöhnliche, da lasse man den Vortheil; er ist keiner.

Siebente Regel.

Man gewöhne die Schüler an Ruhe und Besonnenheit, sehe bei der Lösung und bei der Rechtfertigung der Lösung auf Erzielung einer sprachlichen Gewandtheit und eines glatten Ausdruckes und dulde kein Stottern oder zwei=, drei= bis mehrmaliges Wiederholen eines Ausdruckes, Satzes oder Satzanfanges.

Schnelligkeit und Raschheit im Fragen und Antworten bezeichnen den eifrigen Lehrer und die ihm ähnlich gewordenen Schüler; aber die Besonnenheit und Ruhe des Geistes dürfen, zumal beim Kopfrechnen, nicht fehlen. Verwickelt sich ein Schüler, so lasse man ihn ruhig die Entwickelung wieder von vornen anfangen, und setze seiner Unruhe feste, männliche Haltung entgegen. Die Rücksicht auf die Erzielung einer sprachlichen Gewandtheit und eines glatten Ausdruckes, so wie das Unterdrücken alles Stotterns ist eine wesentliche Stütze zum besseren Gedeihen aller übrigen Lehrgegenstände, insbesondere zur sprachlichen Bildung.

§. 342. 2. Einige Regeln für das Tafelrechnen.

Erste Regel.

Die Rechenaufgaben, welche gegeben werden, dürfen die Schüler nie zuerst in einem Ansatze niederschreiben.

Zweite Regel.

Die Schüler haben die zu berechnenden Aufgaben immer zunächst nach ihrer Auffassung und Ueberlegung unter Benützung möglichst einfacher Formen und ganz aus eigener Kraft zu lösen.

Es versteht sich hierbei von selbst, daß der Schüler zur Lösung der betreffenden Aufgaben stets genugsam vorbereitet ist. Soll dieselbe nicht aus eigener Kraft gelingen, so muß der Lehrer daraus erkennen, daß die Vorbereitung noch nicht genügend war, und er hat zu ergänzen, was noch fehlt. Man hüte sich hier insbesondere vor Uebereilung oder gar vor ungerechten Zumuthungen.

Dritte Regel.

Was der Schüler schreibt, muß er rein und richtig schreiben und zu rechtfertigen wissen.

Vierte Regel.

Die gelösten Aufgaben müssen immer genau controlirt werden; dabei ist stets darauf zu sehen, ob dieselben auch allseitig und richtig verstanden sind.

Es ist keineswegs unwichtig, in welcher Art die schriftlichen Rechnungen von den Kindern ausgeführt werden. Ihre Wichtigkeit leuchtet ein, wenn man berücksichtigt, daß im wirklichen Leben, insbesondere, wo es sich um Wichtiges, um einen Verlust 2c. 2c. handelt, der größeren Sicherheit wegen am häufigsten vom schriftlichen Rechnen Gebrauch gemacht wird. Soll es aber praktischen Werth haben, so muß es in einfachen Formen gelehrt werden, die leicht vom Auge gefaßt, vom Gedächtnisse festgehalten werden können und vor allen Dingen vor der Anwendung derselben von den Kindern verstanden sind.

Zweiter Grundsatz: Nur durch Anschauung gibt es klare Vorstellungen von der Zahl, den Zahlverhältnissen und den Zahloperationen. §. 343.

Vorbemerkung.

Hauptgrundsatz, wie für jeden Zweig des Elementarunterrichtes, so ganz besonders für die Methode des elementarischen Rechenunterrichtes, ist die Anschaulichkeit; denn nicht nur die ersten Zahlvorstellungen werden aus sinnlicher, durch äußere Mittel veranlaßter Anschauung gewonnen, sondern alle Zahlverhältnisse und alle Operationen an und mit der Zahl müssen auf ursprünglich rein anschauliche Erkenntniß zurückgeführt werden. Regeln und Ziffern können dafür nie als Veranschaulichungsmittel benützt werden.

Allgemeine Begriffe, positive Vorschriften und Regeln im elementaren Rechenunterrichte an die Spitze stellen wollen, um davon auszugehen, ist durchaus unstatthaft. Es ist nicht nothwendig, daß die Schüler die einzelnen Fälle unter allgemeine Regeln bringen; denn sie tragen Nichts zur klaren Auffassung und Behandlung derselben bei. Doch sind sie für den Unterricht deßhalb nicht zu verwerfen oder von demselben auszuschließen, weil sie zu rechter Zeit, am rechten Orte und in der rechten Weise angebracht, viel nützen. Wir erwähnen hier nur des Einen, daß sie bei vorausgegangener klarer Auffassung und Behandlung die Rückerinnerung an das Gelernte und den Gebrauch desselben wesentlich erleichtern. Hauptsächlich aus diesem Grunde und als weitere Uebung wird von vielen Pädagogen die Aufstellung von Regeln und deren Aufzeichnung mit beigefügten Beispielen in besondere Hefte vielfach empfohlen. Es hat Dies gewiß sein unläugbares Gute sowohl in der Schule zur Wiederholung, als nach der Schule, um das Erlernte vor Vergessenheit zu bewahren, oder wenn sie eintrat, dasselbe auf's Neue sich in's Gedächtniß zurück zu rufen. In diesem Sinne empfehlen auch wir deren rechte Anwendung. Dabei ist jedoch nicht zu vergessen, daß die Regeln bei Schülern, welche zur Denkscheu und zum mechanischen Verfahren Neigung haben, das tiefere Eingehen in das Verständniß hindern. Der Schüler soll immer zuerst nur Einzelheiten, Spezielles kennen, beurtheilen und behandeln lernen; er soll die Operation und die einfachsten Wege zur Lösung von Aufgaben wohl unter Leitung, aber selbst finden, sehen und anschauen und sich zu dem Allgemeinen hinaufschwingen, damit er im Gebiete der Regeln und Begriffe überall auf dem festen Boden der Anschauung stehe. Wenn daher im guten, geistbildenden Rechenunterrichte auch von Ansätzen und von Rechenregeln die Rede ist, so treten sie immer erst nach vollkommen erlangter Einsicht der Sache auf.

Das Prinzip der Anschaulichkeit soll also den ganzen elementaren Rechenunterricht beherrschen. Aber worin besteht die Anschaulichkeit der Zahlvorstellungen? — Durchaus nicht darin, daß man sich der Striche, Punkte, Würfel rc. rc. bedient, sondern darin, daß man sich bei allen Zahlen die Menge der Einheit deutlich vorstellt, die sie enthalten. Darum müssen dieselben auf die Grundvorstellung Eins und (späterhin) auf die Einheiten höherer Ordnung zurückgeführt werden. Nur in diesem Sinne bedient man sich der verschiedenen Anschauungsmittel, der Punkte, Striche, Würfel rc. rc., durchaus nicht der Ziffern; denn diese hindern die Schüler Anfangs zu sehr an der klaren Auffassung der Zahl. Also zuerst rechnet man mit Zahlen (Zahlenvorstellungen, Veranschaulichung derselben und der mit ihnen vorzunehmenden Operationen durch Striche, Würfel, Stäbchen rc. rc.), dann kommt der Mitgebrauch von Ziffern hinzu; erst die Sache mit Versinnlichungsmitteln ohne Ziffern, dann das sichtbare Zeichen, d. h. die Ziffern.

Zur Erleichterung für jüngere Lehrer geben wir in Nachfolgendem eine Besprechung der im Rechenunterrichte am meisten gebräuchlichen Veranschaulichungsmittel.

§. 344. 1. Die im Rechenunterrichte gebräuchlichen Veranschaulichungsmittel.

Zu den gewöhnlichsten Veranschaulichungsmitteln der Zahlen im Zahlenraume von 1 bis 10 gehören Striche, Punkte, die 10 Finger, sowohl die des Kindes, wie die des Lehrers, Bohnen, Würfel, Steine, Klicker, Nüsse, Aepfel, Birnen, Tafeln, Bücher, Griffel, Lineale, Stäbchen u. s. w. Neben diesen Dingen gebrauchen viele Lehrer die Einertabelle von Pestalozzi mit gutem Erfolge.

Es würde die Abstraction unmöglich machen, wenn man sich in den ersten Anfängen als Anschauungsmittel nur eines oder zweier Dinge bedienen wollte. Wir gehen deßhalb von dem Grundsatze aus, alle Dinge, welche die Sache deutlich veranschaulichen, für sich bestehen und dem kindlichen Leben bekannt sind oder doch nahe liegen, sowie leicht in ihrer Zahl unterscheidbare Theile und Eigenschaften derselben, ebenso ihre Thätigkeiten z. B. Schritte, kurze Schläge und andere Bewegungen mit der Hand rc. rc. zur Erreichung unseres Zieles zu benützen.

Ueberhaupt sei man hier nicht zu ängstlich oder zu sparsam; je mannigfaltiger die Gegenstände sind, um das zu Erklärende zu veranschaulichen, desto klarer wird sich die Vorstellung von dem Erklärten in dem Kinde feststellen, und desto lebendiger wird der Unterricht.

Die von Einigen gemachte Warnung, zur Veranschaulichung von Zahlen und Zahloperationen nur nicht solche Dinge zu wählen, welche den Kindern leicht zu zerstreuenden Nebenvorstellungen und Spielereien Anlaß geben oder in ihnen ungewohnte und darum auffallende, possierliche oder appetiterregende Gedanken erwecken, als Geldstücke, Rechenpfennige, Knöpfe, Bohnen, Kirschen, Aepfel 2c. 2c., beruht auf sehr schwachen und einseitigen Gründen. Die Hauptsache ist hier, die rechte Behandlungsweise nie aus dem Auge zu verlieren, indem es überall gilt, die Kinder zum Bewußtsein der Eigenschaften zu bringen, welche zur abstracten Zahl gehören; deßhalb muß man die Eigenschaften, welche den Dingen als solchen angehören, zurücktreten lassen, damit diese als bloße Einheiten erscheinen.

Zur Veranschaulichung größerer Zahlen benützt man ebenfalls Stäbchen, die man in Bündel zu zehn, um die Zehner, zu hundert 2c. 2c., um die Hunderter 2c. 2c. darzustellen, binden kann, Tafeln mit Strichen, wie die erweiterte Pestalozzi'sche Einheitstabelle oder die Denzel'sche Leiter, die Tillich'sche Rechenmaschine, das russische Rechenbrett, die Nummerirmaschine von Adolph Coßmann, die Rechenmaschine von Mühlpfordt u. s. w.

Mehrere der angeführten Veranschaulichungsmittel leisten wesentliche Dienste bei Erklärung des Zehnersystemes.

Zur Veranschaulichung der Brüche bedient man sich am Besten der vor den Augen der Kinder durch sie selbst oder durch den Lehrer vorgenommenen Theilung von ihnen ganz bekannten Dingen in gleiche Theile oder Stücke, z. B. von Aepfeln, Birnen, Wecken, gleich großen und gleich dicken Stäbchen, gleich großen Bogen Papier, Stückchen Schnur, Band, Kortel, Linien 2c. 2c. oder in Verbindung damit auch der sehr praktisch eingerichteten Rechenmaschine von Mühlpfordt, so wie auch der Pestalozzi'schen Bruchtabelle.

Beim Gebrauche der Veranschaulichungsmittel gelte die Regel: Einmal oder einigemal vor den Augen der Kinder mit einem oder einigen Veranschaulichungsmitteln lebendig zu operiren oder sie selbstthätig operiren zu lassen, nützt mehr, als hunderterlei Veranschaulichungsmittel mit todter Manier vor die Kinder zu bringen.

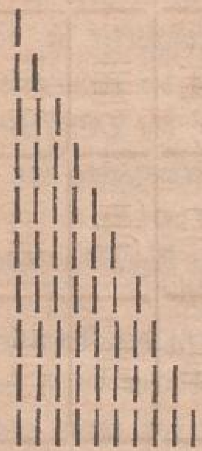
Im letzteren Falle begaffen sie nur die neuen Dinge; Das, was sie aber verstehen, auffassen und abstrahiren sollen, geht nutz- und spurlos an ihnen vorüber. Der Lehrer benütze darum die ihm zu Gebote stehenden Veranschaulichungsmittel nur immer auf die rechte Weise. (Siehe die Muster zur praktischen Behandlungsweise des Rechenstoffes.) — Sie sind jedoch nie länger beizubehalten, als sie zu einer verständigen Auffassung bei den Kindern nöthig sind; bei schwächeren Kindern demnach länger, als bei geweckten.

Die für den Rechenunterricht eigens eingerichteten Veranschaulichungsapparate sind wohl alle, wenn der Lehrer seine zufällige Umgebung gehörig zu benützen weiß, keineswegs unbedingt nothwendig; doch gewähren sie oft große Vortheile. Für angehende Lehrer ist es darum gewiß von Interesse, dieselben näher kennen zu lernen. Wir lassen deßwegen von den Wichtigeren eine Zeichnung oder eine Beschreibung, oder wo wir es für nöthig erachten, beides in Verbindung mit einander hier unten folgen. Darnach wird es nicht schwer sein, sich dieselben selbst anzufertigen oder anfertigen zu lassen.

§. 345. 2. Beschreibung einiger für den Rechenunterricht speziell eingerichteter Veranschaulichungsmittel.

a) Die Einertabelle von Pestalozzi.

Statt der Beschreibung geben wir hier die schon für sich allein verständliche Zeichnung.



b) Die erweiterte Einertabelle von Pestalozzi.

Die erweiterte Pestalozzi'sche Einertabelle stellt die Zahlen nicht in Ziffern dar, sondern deutet die Menge der Einheiten durch einzelne Striche an.

Sie ist durch größere und dickere Linien in zehn wagrechte und in zehn senkrechte Reihen getheilt. Jede wagrechte und jede senkrechte Reihe enthält zehn Vierecke. Das Ganze ist also in zehnmal zehn Vierecke eingetheilt.

In jedem Vierecke der 1. wagrechten Reihe steht 1 Strich;
" " " " 2. " " stehen 2 Striche;
" " " " 3. " " " 3 "
" " " " 4. " " " 4 "
| | |
" " " " 10. " " " 10 Striche.

In der 1. wagrechten Reihe stehen also 10 mal 1 Strich;
" " 2. " " " " " 2 Striche;
" " 3. " " " " " 3 "
" " 4. " " " " " 4 "
| |
" " 10. " " " " " 10 "

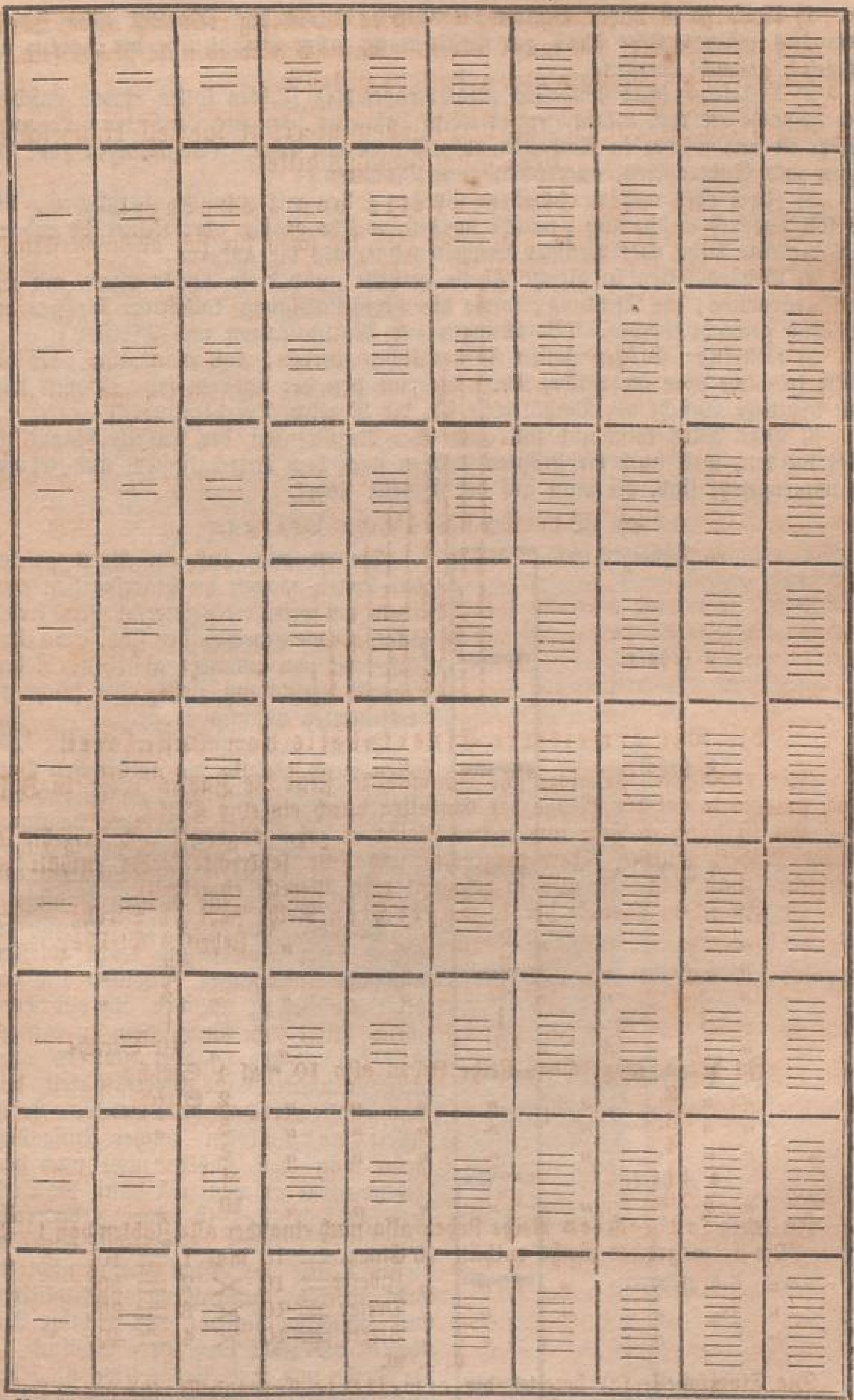
In jeder senkrechten Reihe stehen also nach einander alle Zahlen von 1—10.

Die 1. wagrechte Reihe enthält 10 Einer = 10 mal 1 = 10;
" 2. " " " " Zweier = 10 × 2 = 20;
" 3. " " " " Dreier = 10 × 3 = 30;
" 4. " " " " Vierer = 10 × 4 = 40;
u. s. w.

Die Einertabelle (a) bereitet die erweiterte Einertabelle (b) vor. Hauptsache ist, die Erstere, wie die Letztere im lebendigen Unterrichte vor den Augen der Kinder entstehen zu lassen. Zur Abwechselung kann man sich dabei nicht nur der Striche, sondern auch der Punkte, Quadrate, Kreise u. s. w. bedienen. Auf diese Weise läßt sie sich bei jeder Rechenmethode gleich gut anwenden.

Wir lassen hier eine solche im verjüngten Maßstabe und zwar in Strichen ausgeführt, folgen.

Die erweiterte Einertabelle von Pestalozzi.



Nach dieser Zeichnung läßt sich leicht eine andere Tabelle im vergrößerten Maßstabe anfertigen. — Beim Vervielfachen und Messen, d. i. beim „Ein-mal-Eins“ und bei dem sogenannten „Eins-in-Eins“, sowie bei der Verwandlung von Einheiten niederer Ordnung zu solchen von höherer Ordnung und umgekehrt, wird die fertige Tabelle ihre guten Dienste thun. Ihr Werth tritt da am deutlichsten hervor, wo die Zahlen nach und nach größer und der Dinge, welche dieselben veranschaulichen sollen, so viele werden, daß dann nur noch schwer mit ihnen zu operiren ist. Was den Zweck und Nutzen derselben betrifft, so soll

1) durch jeden dieser Striche die **Einheit** als das Element aller Zahlen oder das ursprüngliche Maß zur Bestimmung aller Verhältnisse der Zahlen anschaulich gemacht werden.

2) Kollektive (aus Einheiten zusammengesetzte) Zahlen sollen ebenso anschaulich gemacht werden, indem gezeigt wird, daß eine jede aus Einheiten zusammengesetzt ist und wieder in Einheiten aufgelöst werden kann. (Vorübungen zum Addiren und Subtrahiren, auch schon zum Dividiren.)

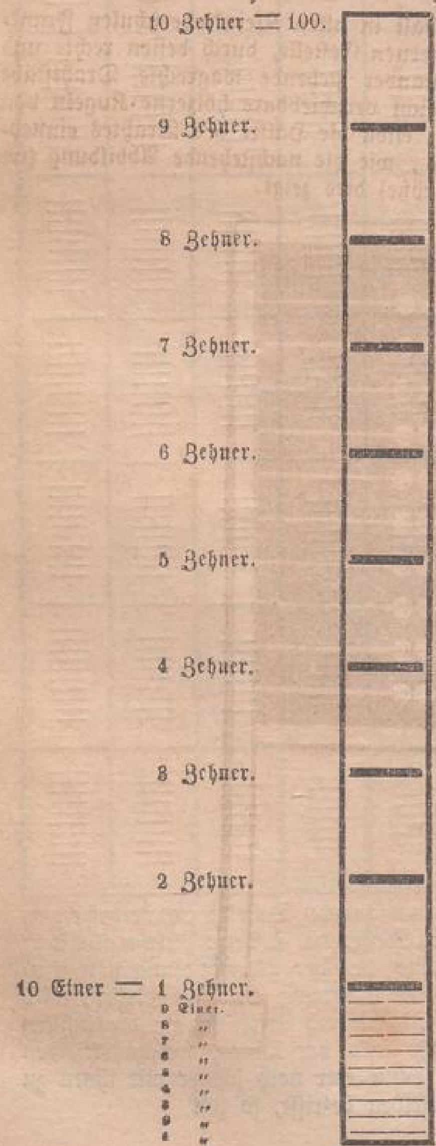
3) Zwei oder mehrere kollektive Größen sollen mit einander verglichen, und es soll dadurch anschaulich gemacht werden, welche größer oder kleiner ist und wie viel die eine mehr oder weniger Einheiten hat, als die andere.

4) Größen sollen in gleiche Theile getheilt, und diese Theile öfter, als einmal genommen, die Theilung, sowie die Vervielfältigung kollektiver Größen anschaulich gemacht werden. (Vorübungen zur Multiplication und Division)

5) Kollektive Größen sollen so verglichen werden, daß man zeigt, der wie vielte (einfache oder mehrfache) Theil die eine von der anderen sei. (Damit wird eine deutliche Ansicht der Verhältnisse für die Regel-de-Tri begründet.)

6) Dies Alles kann und soll auch über die Grenzen der Tabelle hinaus gezeigt werden, weil auch die größten Größen nach dem Decimalsystem aus Zehnern zusammengesetzt sind, die man auf der Tabelle findet.

c) Die Denzel'sche Leiter.



Sie ist eine auf ein Brett gezeichnete Leiter, wovon die Einersprossen etwa einen Zoll weit, die Zehnersprossen, welche dicker, als die Einersprossen sind, etwa einen Fuß weit von einander abstehen. Nebenstehende Zeichnung stellt eine solche im verkleinerten Maßstabe vor.

Denzel sagt von dieser Leiter: „Es sollen durch dieselbe die natürlichen Haltpunkte des Zehnersystems anschaulich dargestellt, und jeder Zahl ihre bestimmte Stelle in dem Zehnersystem bezeichnet werden. Auf einer solchen Localkenntniß der Zahl beruhen die meisten Kunstgriffe im Rechnen, und aus ihr läßt sich der Grund ihrer Anwendung leicht ableiten. Aus der Anschauung entwickelt sich von selbst ein Gesetz, welches als durchherrschend leicht zum Bewußtsein zu bringen ist. Bei großen Zahlen gibt es ohne diese Haltpunkte keine Zuverlässigkeit, daß man richtig gerechnet habe und keine Leichtigkeit im Auflösen solcher Aufgaben, wenn man diese Zahlen nicht nach dem Zehnergesetze zerlegen und dann die Stellung jedes Theiles in seiner Zehnerreihe aufzufassen vermag. Man will daher in diesem Theile des ersten Cursus nicht sowohl addiren, subtrahiren, multipliciren oder dividiren lassen; das richtige Anschauen der Zahl nach ihrer Stellung in der Reihe und ihrer Progression nach der verhältnißmäßig angenommenen Stufenweite ist die Hauptsache."

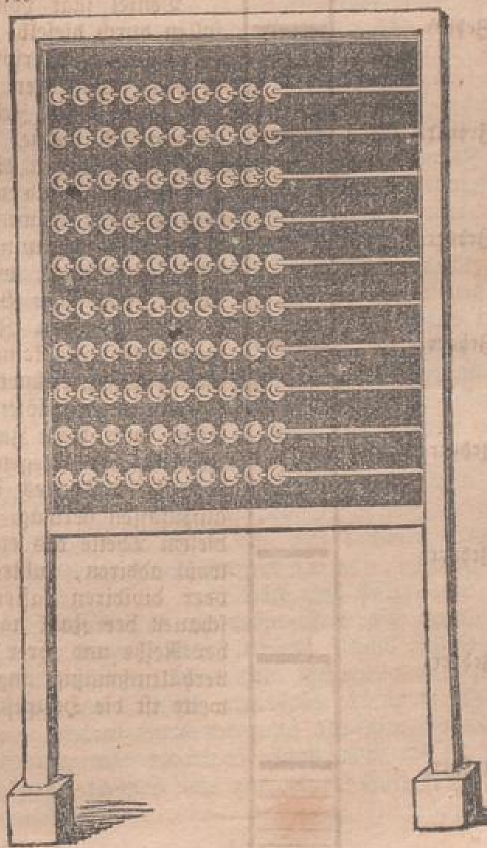
d) Die Tillich'sche Rechenmaschine.

Tillich selbst beschreibt sie auf folgende Weise: „Diese einfache Rechenmaschine besteht aus hundert Stäben für alle einfachen Zahlen von 1 bis 100. Die Einer (von denen des öfteren Gebrauches wegen gewöhnlich 20 bis 30 vorhanden sind,) sind Würfel von der Größe eines Zolles. Alle übrigen Zahlen sind, nach dem Verhältnisse der Mehrheit, länger. Die Zwei hat also die Länge von zwei, die Drei die Länge von drei Zollen u. s. f. Die Breite und Dicke bleibt aber nur ein Zoll.

Alle diese Stäbe finden sich in einem für sie eingerichteten Kasten, der in 10 Gefächer eingetheilt ist, wovon ein jedes zehn Stäbe enthält. Das erste Gefach enthält darnach die Stäbe, welche die Zahlen von 1 bis 10, das zweite die, welche die Zahlen von 10 bis 20, das dritte die, welche die Zahlen von 20 bis 30 darstellen u. s. w. Natürlich richtet sich die Größe eines jeden Gefaches nach der Länge der Stäbe. Dieser Kasten ist mit einem Deckel versehen, der wiederum so eingerichtet ist, daß die Zollstäbe auf demselben aufgestellt, auf verschiedene Weise zusammengesetzt und getrennt werden können. Die Maschine ist eine verkörperte Darstellung aller Zahlen von 1 bis 100. An ihr läßt sich jedes Zahlenverhältniß nachweisen, und es ist die Absicht, dadurch zu bewirken, daß dieses sich auch ebenso rein und fest im Inneren des Schülers abdrücke. Die rechte Behandlung ist die Hauptsache."

e) Die russische Rechenmaschine.

Die russische Rechenmaschine, wie sie fast in allen Kleinkinderschulen Frankreichs eingeführt ist, besteht aus einem hölzernen Gestelle, durch dessen rechte und linke Seitenwand zehn gleichweit von einander stehende wagrechte Drahtstäbe laufen. Auf diesen befinden sich je zehn leicht verschiebbare hölzerne Kugeln von solcher Breite, daß sie, zusammengeschoben, etwa die Hälfte des Drahtes einnehmen. Die Rechenmaschine sieht dann aus, wie die nachstehende Abbildung (im Maßstabe von etwa $^1/_{15}$ der natürlichen Größe) dies zeigt.



Jede Kugel gilt hier für einen Einer, jeder Kugeldraht mit zehn Kugeln für einen Zehner, sowie die ganze Rechenmaschine voll von 100 Einern oder von zehn Zehnern für ein Hundert oder einen Hunderter. An dieser so eingerichteten Rechenmaschine können alle Uebungen der Zahlenbildung, des Zusammenzählens, Abzählens, Vervielfachens und Messens im Zahlenraume von 1 bis 100 anschaulich ausgeführt werden; auch geht hier das Zahlenschreiben der Einer, Zehner, der Zehner und Einer nach bloßer Anschauung so gut, wie kaum bei einem anderen Veranschaulichungsmittel. Dabei hat diese Rechenmaschine den großen Vortheil, den jeder mit der Taktik des Unterrichtes vertraute Lehrer zu schätzen weiß, daß er hinter derselben sitzt oder steht, Alles sieht, was auch die Kinder, aber nur von einer anderen Seite her, sehen, und daß die Augen aller Kinder, so lange sie aufmerksam bleiben, auf die Rechenmaschine und zugleich auf ihn gerichtet sein müssen.

f) Die Nummerirmaschine von Coßmann.

Wir geben hier die Beschreibung dieser Nummerirmaschine, wie sie uns vom Erfinder selbst vorliegt. Er sagt:

„Die Einheiten stelle ich dem Kinde in kleinen Hölzchen dar, in Größe und Form der jetzt allgemein bekannten Zünd- und Streichhölzchen. Deren zehn zusammengebunden bilden ein Zehnerpaquetchen oder einen Zehner, von welchen wieder zehn zusammengebunden ein Hundertpaquetchen oder einen Hunderter, und zehn Stück hiervon ein Tausendpaquet oder einen Tausender ausmachen.

Wie sehr schon durch das Zusammen- und Aufbinden dieser Paquetchen der schwachen Kraft des kleinen Schülers entgegen gekommen ist, leuchtet ein; aber noch wirksamer ist nun die Vorrichtung, die dem kleinen Rechner veranschaulicht, warum es so ist, daß man jedesmal höchstens nur neun Einheiten von jeder Sorte haben und brauchen kann; denn zehn Einheiten von einer und derselben Sorte nimmt die Maschine nicht auf.

Es besteht dieselbe aus einem 26 Zoll langen, 7 Zoll breiten und 2 Zoll dicken Brette (rhein. Maß), in welchem von oben nach unten drei Reihen Löcher, je neun, eingebohrt sind. Die erste Reihe rechts, für die Einer bestimmt, enthält neun Löcher von solcher Größe, daß nur ein einzelnes Hölzchen hineingesteckt werden kann. Die neun Löcher in der zweiten Reihe sind so groß, daß jedes derselben gerade von einem Zehnerpaquetchen ausgefüllt wird, und die neun Löcher der dritten Reihe sind gerade für die Hunderterpaquetchen groß genug.

Habe ich nun zehn bis neunzehn Einzelne, so ist es eine Unmöglichkeit, diese alle in die Einerreihe anzustecken. Ich sehe mich daher genöthigt, von zehn Einzelnen ein Paquetchen zu binden und dieses in die Zehnerreihe zu stecken; die noch übrigen Einzelnen aber kommen in Löcher der Einerreihe 2c. 2c. Auf diese Weise also wird den Schülern gezeigt, wie die Zehnerpaquetchen aus Einzelnen und die Hundertpaquetchen aus Zehnerpaquetchen entstehen.

Es ist dem kindlichen Verstande sehr zuträglich, wenn auch noch einige Tausendpaquete und wenigstens ein Zehntausendpaquet aus ihren nächst niederen Sortenpaqueten gebildet werde, damit die Ansicht noch weiter gewährt werde, wie sehr der Werth der Zahl steigt, je mehr sie Stellen zur Rechten hat. Man könnte auch wohl an der Wand in der Schulstube noch die Größe für ein Hunderttausendpaquet abzeichnen, indem man die Größe des Zehntausendpaquetes in der Runde zehnmal um und neben einander abzeichnete; indeß ist dies eben nicht nothwendig, da der Begriff des Zehnersystemes bis zum Zehntausendpaquete schon hinlänglich begründet ist.

Als Regel steht indeß fest, daß außer den Zehnerpaquetchen nie ein anderes nur aus Einzelnen gebildet wird, sondern jedes Paquet aus zehn Einheiten der nächst niederen Sorte zusammengesetzt und dann zu einer Einheit gebunden wird.

Zweckmäßig ist es, wenn die Einheiten, woraus ein Paquet gebildet werden soll, an dem einen Ende wenigstens in verschiedene Farben getaucht werden, damit der Anblick eines solchen schon daran erinnert, wie zehn Einheiten der nächst niederen Sorte dazu erforderlich waren, um eine Einheit der nächst größeren Sorte zu bekommen.

Daß die Hölzchen all' von einer Länge sind, ist nicht wesentlich, aber doch für's Auge angenehm.

Unter den drei Reihen Löchern ist noch ein Raum an dem Brette, um die angesteckten Zahlen unter die betreffenden Löcher anschreiben und darnach aussprechen, und nach ihrem Werthe zerlegen und bestimmen zu lassen.

Unten an dem Brette ist noch ein Kästchen mit drei Gefächern anzubringen für die Einzelnen, Zehner- und Hundertpaquetchen, welches letztere natürlich den größten Raum umfassen muß. Dieses Kästchen kann auf beiden Seiten des Brettes etwas überstehen, damit es eine hinlängliche Anzahl seines Vorrathes fassen kann.

Die Löcher, welche in das Brett gebohrt werden, müssen nicht eben horizontal sein, sondern sich eher nach hinten etwas tiefer neigen, damit die Hölzchen und Paquetchen sicher stecken und nicht leicht heraus fallen können. Querüber stehen sie auch in der Reihe.

Das Brett wird mit einem großen Nagel an der Wand in solcher Höhe befestigt, daß die Kinder bequem daran manöveriren und doch auch die Zuschauenden ihren Blick ungehindert darauf werfen können.

Wie beim Rechnen überhaupt der wechselseitige Unterricht am besten anzuwenden ist, so gibt auch die Nummerirmaschine eine passende Gelegenheit, vorzüglich den schwächeren Schülern durch Nachhilfe eines größeren Mitschülers in der Einsicht vom Werthe der Zahl zu befestigen und durch öfteres Wiederholen, wozu der Lehrer nicht immer die nöthige Zeit gewinnen kann, das Erlernte und Erkannte auf's Neue in's Gedächtniß zurückzurufen."

Herr Lehrer Ludwig Schwarz von Sondershausen sagt über diese Nummerirmaschine: „Ich mache seit 1835 von einem ähnlichen Rechenapparate Gebrauch; doch habe ich seiner Anwendung ein größeres Feld eingeräumt, indem ich durch denselben nicht blos das Nummeriren, sondern auch das Addiren und Subtrahiren versinnliche; ja, sein Gebrauch läßt sich auch noch zum Multipliciren und Dividiren ausdehnen. Ich habe zu jenen Operationen nämlich (anstatt der Nummerirmaschine von Coßmann) eine Tafel, welche drei Fuß hoch und fünf Fuß breit und mit sieben horizontalen Leisten versehen ist, und diese sind durch fünf vertikal laufende in vier Fächer für die vier ersten Zahlenstufen getheilt. In den Querleisten finden sich in jedem Fache 9 Löcher, in welche jene Stäbchen und Bündchen eingesetzt werden. Eins dieser Stäbchen in den letzteren ist etwas länger und stärker und dient zu jenem Zwecke als Stiel.

Der Nutzen dieser Tafel hat sich vielfach bewährt. Sie befördert das richtige Zahlenschreiben, erleichtert das Zusammenzählen, führt die Kleinen zur deutlichen Einsicht, daß die zusammenzuzählenden oder von einander abzuzählenden Zahlen gleichartige Namen haben müssen; ferner wird ihnen das Borgen bei der nächsten Stelle, vorzüglich aber das Ueberborgen über Nullen hinweg und deren dadurch bewirkte Verwandlung von 0 in 9, was den meisten Kindern schwer begreiflich zu machen ist, durch diese Bündchen deutlich veranschaulicht. Und so lassen sich dieselben auch bei den noch übrigen beiden Grundrechnungen mit vielem Nutzen anwenden."

g) Die Rechenmaschine von C. Mühlpfordt, eingerichtet zur Veranschaulichung des Rechnens mit ganzen und gebrochenen Zahlen.

Diese Rechenmaschine ist von dem Erfinder in einem eigenen Werkchen, betitelt: „Neue Rechenmaschine 2c. 2c. von C. Mühlpfordt. Mit einem Vorworte von E. Hentschel. Bei C. A. Schwetschke und Sohn in Halle. Zweite Auflage" auf das speziellste beschrieben, durch zwei Zeichnungen veranschaulicht und zugleich mit einer Anleitung zum rechten Gebrauche derselben versehen. Wir geben daraus zur besonderen Empfehlung dieses höchst brauchbaren Veranschaulichungsapparates die „Allgemeine Darlegung der Einrichtung" desselben. Der Verfasser spricht sich darin auf folgende Weise aus:

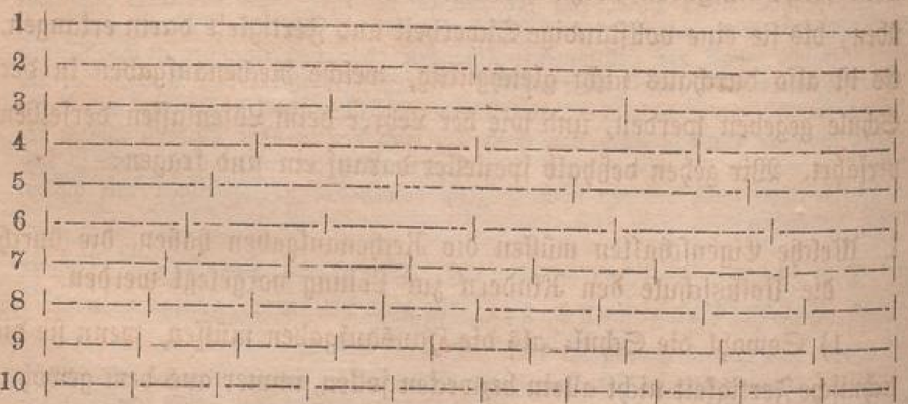
„Die erwähnte Rechenmaschine ist, ihrer Anordnung nach, sehr einfach. Sie besteht aus einem großen Holzrahmen, wie man ihn schon bei der sogenannten russischen Rechenmaschine kennt. In demselben befinden sich 10 starke Eisendrähte, auf denen cylinder- oder walzenförmige, zum Theil in, zum Theil außer ihrer Mitte durchbohrte Körper, die verschieden getheilt wurden, aufgereihet sind. Der erste (oberste) Stab enthält 10 ungetheilte Walzen. Damit nun auch aus der Entfernung das Auge die einzelnen derselben besser unterscheiden könne, wechseln regelmäßig in der Mitte durchbohrte Körper mit solchen, die außerhalb derselben eine zum Aufreihen nöthige Oeffnung haben. Ebenso hat auch die Abkantung der einzelnen Körper nur den vorerwähnten Zweck. Auf jedem der neun folgenden Stäbe sind gleichfalls 10 solche Walzen aufgereihet. Hieraus ergibt sich, daß die ganze Maschine 100 Walzen enthalten muß, die in Folge eines hinreichend langen Spielraumes, der sich auf jedem der 10 Eisendrähte vorfindet, wie es durch die vielfachsten Operationen bedingt ist, bequem durch Schieben gesondert werden können. Auf dem ersten Stabe sind dieselben ungetheilt, auf dem zweiten in 2, auf dem dritten in 3 u. s. w., auf dem zehnten in 10 gleiche Theile getheilt. Die Gesammtzahl aller einzelnen Körper der vollständigen Maschine beträgt darnach 550. Da die Drahtstäbe so eingerichtet sind, daß sie ein bequemes Herausnehmen gestatten, so können auch nach Erforderniß einzelne Körper entfernt oder aufgereihet werden. Noch verdient der Maschinen- und Trennungsstab hier erwähnt zu werden. Er ist einem großen, breiten Lineal ähnlich. Seine zwei ziemlich scharfen Kanten machen ihn sehr wohl dazu geeignet, ganz bequem und schnell die einzelnen Reihen der Walzen von oben nach unten zu trennen. Damit er sich zugleich selbst festhalte, sind in den Entfernungen der 10 Drahtstäbe ebenso viele Einschnitte angebracht." Dies ist das Wesentlichste über die Construktion; bezüglich der genauen Beschreibung der einzelnen Haupttheile, sowie der genau detaillirten Zeichnung davon verweisen wir auf das Eingangs erwähnte Werkchen selbst.

b) Die Bruchtabellen von Pestalozzi.

Die nachstehenden Tabellen sind ohne Beschreibung verständlich genug; wir geben sie deßhalb ohne dieselbe.

Zur Entstehung der Brüche.

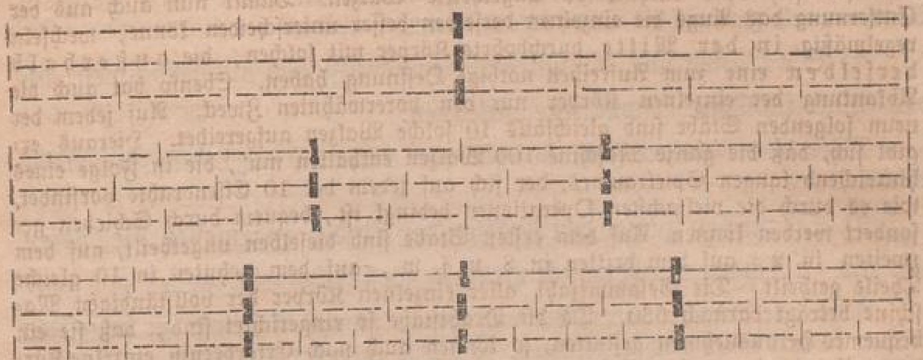
Tabelle 1.



Auf eine den Kindern sehr zusagende Weise werden die Entstehung und der gegenseitige Werth der einzelnen Brüche versinnlicht durch das Nebeneinanderstellen gleich großer Quadrate, von welchen das eine in zwei, das andere in drei, das dritte in vier u. s. w. gleiche Theile getheilt ist und durch das Vergleichen dieser Theile miteinander. — Auch die Theilung gleich großer Kreise in zwei, drei und mehrere gleiche Theile läßt sich zur Erreichung des erwähnten Zweckes sehr empfehlen. Eine „Bruchtabelle" letzterer Art mit 5" Durchmesser ließ Ph. Chr. Pulch, Lehrer an der höheren Töchterschule in Wiesbaden, im Selbstverlage erscheinen.

Zum Erweitern der Brüche.

Tabelle 1.



u. s. w.

Auch hierzu empfiehlt sich die entsprechende Theilung von Quadraten.

Dritter Grundsatz: Der Rechenunterricht muß auf allen Stufen praktisch sein und Praktisches bezwecken. §. 346.

Vorbemerkung.

Das Leben stellt bezüglich des Rechnens nur Aufgaben an den Menschen, von deren rascher, sicherer und richtiger Lösung dessen Vortheil oder Nachtheil bedingt ist. Soll darum der Rechenunterricht selbst praktisch sein und Praktisches bezwecken; so hat er den Schülern vorzugsweise solche Aufgaben vorzulegen und sie im Lösen derselben so lang zu üben, bis sie eine vollständige Sicherheit und Fertigkeit darin erlangen. Es ist also durchaus nicht gleichgültig, welche Rechenaufgaben in der Schule gegeben werden, und wie der Lehrer beim Lösenlassen derselben verfährt. Wir gehen deßhalb spezieller darauf ein und fragen:

I. Welche Eigenschaften müssen die Rechenaufgaben haben, die durch die Volksschule den Kindern zur Lösung vorgelegt werden. §. 347.

1) Sowohl die Schul- als die Hausaufgaben müssen, wenn sie die technische Fertigkeit nicht allein bezwecken sollen, immer aus dem gewöhnlichen Leben genommen und dabei dem Anschauungskreise der Kinder nicht zu fremd sein.

Damit sei aber keineswegs gesagt, daß im Rechenunterrichte kein Wort, keine Sache, kein Verhältniß, überhaupt Nichts vorkommen dürfe, was das Kind nicht im Voraus schon wisse. Im Gegentheile soll es durch den Unterricht selbst gehoben und befähigt werden, sich nach und nach in all' denjenigen Fällen frei zu bewegen, welche den Erwachsenen gewöhnlich vorkommen. Nur dürfen nicht Verhältnisse in die Aufgaben eingekleidet werden, die jetzt noch dem Kinde zu fern liegen und in die es sich seinem Alter nach gar nicht versetzen kann.

2) Sie müssen sich, die Wiederholungsaufgaben ausgenommen, an das mündlich Durchgenommene anlehnen.

Wäre dies nicht der Fall, so fehlte dem Kinde die zur Lösung so nöthige Vorbereitung.

3) Sie müssen immer den Kräften der Kinder angemessen, sie dürfen also nie zu schwer, aber auch niemals zu leicht sein.

Nicht alle Schüler haben Verstand genug, schwere Aufgaben zu begreifen; würden sie mit ihnen doch genommen, so müßte entweder der Lehrer zu viel Zeit aufwenden, oder es bliebe beim mechanischen Ausrechnen. Besser ist es darum, man nimmt sie nicht. Der Zweck des Rechenunterrichtes kann auch eben so gut, ja noch besser, an kleinen Zahlen und einfachen Verhältnissen, als an großen, schweren und verwickelten Aufgaben erreicht werden.

4) Sie müssen kurz, klar und bestimmt sein.

Zu lange Aufgaben ermüden selbst den eifrigsten Schüler, die verwickelten kosten zu viel Zeit und Kraft, und die unbestimmten geben zu falschen Vorstellungen von Dingen und ihrem Werthe Veranlassung oder machen mindestens die Thätigkeit des Schülers unsicher. Ueberdieß stellt das gewöhnliche Leben dem Menschen nur einfache d.i. kurze, klare und bestimmte Aufgaben. Man begreift deßhalb nicht, warum manche Lehrer und Lehrbücher ihre Virtuosität in Aufstellung unendlicher Rechenexempel suchen. Gerade sie sind zum Theil Schuld daran, daß der Mechanismus noch so häufig nicht aus dem Rechenunterrichte verschwunden ist.

5) Sie dürfen nie in der Form eines Ansatzes gegeben werden.

Aufgaben im Kopf- oder Tafelrechnen in der Form eines Ansatzes geben, heißt nichts Anderes, als die Kinder offenbar absichtlich und fast planmäßig zum Mechanismus hinführen; denn von einem den Geist anregenden Beurtheilen und Auffassen derselben ist dann nur in den seltensten Fällen die Rede.

Im Allgemeinen sei hier noch bemerkt, daß es sehr gut ist, die Schüler auf allen Stufen anzuleiten, einschlägige Aufgaben selbst zu bilden. Will dann der Lehrer einmal zu einer anderen Klasse zurücktreten und doch die mündliche Uebung fortgehen lassen, so kann er in diesem Fall zur Einübung des bereits vollständig Begriffenen Helfer gebrauchen, jedoch nur zur Erhöhung der Fertigkeit, weil er die Entwicklung der Sache immer sich selbst vorbehalten muß.

§. 348. 2. Welches ist die Thätigkeit des Lehrers und der Schüler beim Auflösen und Ausrechnen der Rechenaufgaben.

1. Wenn die Kinder die Aufgaben vollständig verstehen, so läßt sie der Lehrer dieselben still lösen und sich alsdann

etwa durch Aufheben eines Fingers zu erkennen geben, wer, wenn es Kopfrechnen ist, mit der Lösung der Einen, wenn es Aufgaben zur stillen Beschäftigung sind, mit der Lösung sämmtlicher Aufgaben zu Ende ist; das Resultat jedoch läßt er sich erst dann sagen, wenn die Mehrzahl oder alle fertig sind [1]). Beim Kopfrechnen können die Kinder das Resultat auch geheim auf die Tafel schreiben und dieselbe umwenden. Ist das Resultat von mehreren Schülern angegeben worden, so wird die Lösung, wenn es Kopfrechnen war, nur mündlich, wenn es Tafelrechnen war, schriftlich an der großen Schultafel mit mündlicher Erklärung, oder im Anschluß an die auf der Schiefertafel vorgenommene Auflösung auch mündlich ausgeführt. Oftmals läßt man auch ein Kind gleich, nachdem die Aufgabe gegeben ist, die Lösung (beim Kopfrechnen) mündlich oder (beim Tafelrechnen) schriftlich mit mündlicher Erklärung beginnen und mit der nöthigen Rechtfertigung ausführen.

Immer müssen sich die Kinder fragen: „Was ist hier gegeben oder bekannt? — Was wird zu finden verlangt? — Wie finde ich das Verlangte aus dem Gegebenen? — Was muß zuerst gesucht und ausgerechnet werden? — — Was darauf? — u. s. w. Welches in der Aufgabe ist der Bedingungssatz? Welches ist der Fragesatz?

2. **Verstehen die Kinder die Aufgaben nicht vollständig oder gar nicht**, so suche der Lehrer nach dem Grunde; alsdann führe er die Kinder mit Berücksichtigung des gefundenen Grundes in das vollständige Verständniß ein, lenke ihre Aufmerksamkeit auf einen Weg zur sicheren Lösung und veranlasse die Ausrechnung.

Hier ist also das Erste, daß der Lehrer sich still die Frage vorlegt, welches die Ursachen sein mögen, warum der Schüler — vorausgesetzt, daß die Aufgabe seinem Standpunkte angemessen ist — dieselbe nicht von selbst auflösen kann. Die Ursachen können wesentlich zwei sein:

1) Der Schüler versteht die Aufgabe ihrem **Sachgehalte** nach nicht;
2) er kann die **Beziehungen** der zu suchenden Größe mit der gegebenen **nicht auffinden**.

Daraus erwächst dem Lehrer ein zweifaches Geschäft: **zuerst** leitet er den Schüler zum sachlichen Verständnisse der Aufgabe, und **dann** lehrt er ihn die Beziehungen erkennen.

Das Nichtverstehen der Aufgabe von Seiten des Schülers rührt **gewöhnlich** entweder von der Unklarheit eines Wortes oder von der Unkenntniß des praktischen Sachverhältnisses her. Hier müssen also Wort- und Sacherklärungen eintreten. Diese sind noch keineswegs mathematischer Art, sondern es sind meist Aufklärungen über Lebensverhältnisse, es betrifft Sachkenntnisse. Z. B. In der

1) Schüler, die beim Tafelrechnen sehr früh fertig sind, können, wenn sie eine Aufgabensammlung in Händen haben, zum Weiterrechnen aufgefordert werden.

Aufgabe: „Wenn ein Schüler monatlich 18 Kreuzer Schulgeld bezahlt, außerdem monatlich 1 Kreuzer für Dinte und für den Winter 45 Kreuzer Holzgeld gibt; wie viel macht dies zusammen im Jahre?" könnte es dem Schüler möglich erscheinen, daß in jedem halben Jahre Holzgeld bezahlt werden müßte. Dieser Irrthum würde ihn zu einer falschen Auflösung veranlassen; derselbe muß also beseitigt werden. Ebenso muß der Lehrer, wenn in einer Aufgabe von Zins, Rabatt, oder von anderen dem Schüler nicht klaren Begriffen oder Lebensverhältnissen die Rede ist, diese Unklarheit hinwegräumen. Sein erstes Geschäft besteht daher in einer **sachlichen** Zergliederung der Aufgabe, der einzelnen Wörter und Sätze. Sie ist logisch-grammatischer Art.

Das Zweite betrifft die Erkenntniß der Beziehungen der Aufgabe, insbesondere die Erkenntniß des Verhältnisses der zu suchenden Größe zu der gegebenen. Aus diesem Verhältnisse entwickelt sich unmittelbar die Auffassung der zu machenden Operationen oder die Auflösung der Aufgabe. Diese Beziehungen liegen in dem angeführten Beispiele in den Wörtern: monatlich und jährlich oder im Jahr.

Ohne Auffassung dieser Beziehung und der daraus hervorgehenden Erinnerung, daß ein Jahr = 12 Monate, wird der Schüler nicht zu den Vorstellungen gelangen, wie das jährliche Schul- und Dintengeld aus dem monatlichen, und daß jenes aus diesem durch ein zwölfmaliges Setzen desselben gefunden werden kann. Diese Erkenntniß ist durch Fragen herbeizuführen. Hier geht dem Schüler gewöhnlich schon das rechte Licht auf, wenn der Lehrer nur die Beziehungswörter scharf betont, damit die Beziehungsbegriffe dadurch hervortreten. Z. B.:

Lehrer: Wie viel bezahlt der Schüler monatlich?
Schüler: 18 Kreuzer Schul- und 1 Kreuzer Dintengeld.
L. Wann (wie oft) bezahlt der Schüler dieses?
Sch. Monatlich.
L. Das heißt?
Sch. Jeden Monat.
L. Was will man wissen?
Sch. Was im Jahre (in einem ganzen Jahre) bezahlt wird. —
Dies wird schon hinreichen. Wo nicht, so wird fortgefahren:
L. Wie viel Monate hat ein Jahr? u. s. w.

Hier kommt es also hauptsächlich auf die Erkennung der Abhängigkeit der Zahlverhältnisse an. Die Thätigkeit des Lehrers ist dabei arithmetischer Art. Sonach können wir sagen:

Die ganze Thätigkeit des Lehrers bei der Auflösung der Rechenaufgaben besteht erstens in der **sachlichen** oder **logisch-grammatischen** und zweitens in der **arithmetischen** Zergliederung.

Ob der Schüler gleich von Anfang, nach einmaligem Hören oder Lesen der Aufgabe, diese Zahlverhältnisse richtig erkenne, kann man daraus ersehen, wenn man ihn selbst die Aufgabe nochmals und zwar laut sprechen oder vorlesen läßt. Hebt er alsdann die Beziehungswörter durch den Accent hervor, so weiß man, daß ihm die richtige Einsicht geworden, und man kann ihn gewähren lassen. Obige Aufgabe würde er so zu lesen haben: „Wenn ein Schüler monatlich 18 Kreuzer Schulgeld bezahlt, außerdem monatlich 1 Kreuzer für Dinte und für den Winter 45 Kreuzer Holzgeld gibt; wie viel macht dies zusammen im Jahre?

Ein solches accentuirte Lesen und Sprechen ist, wie im ganzen Unterrichte, so in dem der Zahlenlehre, von der bedeutendsten Förderung der Sache und gibt ein fast durchgehendes sicheres Kennzeichen ab, daß der Schüler die arithmetischen Beziehungen des Gegebenen und des Gesuchten erkannt habe.

Die Thätigkeit des Schülers beim Ausrechnen der Rechen-Aufgaben besteht erstens in der Erörterung der Beziehungen, in welchen die zu suchende Größe zu den gegebenen steht und der daraus folgenden Vorstellungen. Es ist dies die auflösende Thätigkeit des Schülers, das Räsonnement, die Auflösung.

In Bezug auf obiges Beispiel spricht er: Da der Knabe monatlich 18 Kreuzer Schul- und einen Kreuzer Dintengeld, also zusammen 19 Kreuzer, bezahlt, und ein Jahr aus zwölf Monaten besteht; so bezahlt er im ganzen Jahre zwölfmal 19 Kreuzer" u. s. w.

Das Zweite, was der Schüler zu thun hat, ist die Ausrechnung.

In dem erwähnten Beispiele würde er etwa auf folgende Weise verfahren und sprechen: 12mal 19 Kreuzer = 12mal 20 weniger 12mal 1 Kreuzer = 240 — 12 = 228 Kreuzer. 60 Kreuzer = 1 Gulden; 228 Kreuzer sind also = $\frac{228}{60}$ = 3 Gulden 48 Kreuzer. 3 Gulden 48 Kreuzer + 45 Kreuzer = 3 Gulden + 1 Gulden + 33 Kreuzer = 4 Gulden 33 Kreuzer. Also bezahlt er in einem Jahre 4 Gulden 33 Kreuzer.

3. Wie gelangen die Schüler zur Sicherheit und Fertigkeit im Auflösen und Ausrechnen der Rechenaufgaben. §. 349.

Zur Sicherheit im Auflösen und Ausrechnen der Rechenaufgaben gelangen die Schüler, wenn sie mit besonderer Rücksicht auf die Regeln, die für den Gesammt-Unterricht gelten, und auf die drei für den Rechenunterricht eigens aufgestellten Grundsätze stets verfahren müssen.

Die für das Leben nöthige Fertigkeit im Rechnen gewinnen sie nur durch allseitige und unermüdliche Uebung des bereits einmal Gelernten und durch stets wiederkehrende Wiederholungen desselben in Verbindung mit immer neuer Uebung.

Von großem Nutzen ist es, wenn die Kinder außer den Aufgaben, die sie in der Schule lösen, öfters auch Hausaufgaben erhalten.

II. Welche unter den bekannten Rechenmethoden entsprechen den aufgestellten Grundsätzen? §. 350.

Vorbemerkung.

Das Rechnen ist ein Unterrichtsgegenstand, der es seiner Natur nach, wie kein anderer, erlaubt, daß sich die Methode seiner bemächtigt. Grundlagen dafür boten und bieten noch immer hauptsächlich die abstrakte und concrete Auffassung des Stoffes, ferner die Möglichkeit einer geistig anregenden, wie auch einer völlig mechanischen Behandlungsweise desselben, sowohl im Kopf-, wie im Tafelrechnen, verbunden mit der nur in diesem Gegenstande in so ausgedehntem Maße möglichen, mannigfaltigen, immer von einander verschiedenen äußerlichen Gliederung dieses Stoffes, wobei sich stets in lückenloser Reihenfolge Uebung an Uebung anschließt. Das Rechnen bot deßhalb dem weit über ein halbes Jahrhundert hinausragenden stets lebendigen Streben nach Methoden ein fügsames Feld und kein Zweig der pädagogischen Literatur ist darum in dieser Beziehung reicher an allerlei Früchten.

Grube schildert den Hauptentwickelungsgang vom Alten zum besseren Neuen auf folgende Weise:

„Als Begründer einer bildenden Methode des elementarischen Rechnens ist Pestalozzi zu betrachten. Es ergibt sich also für unseren Gegenstand ein Zeitraum vor Pestalozzi, seine Zeit und die neuesten Reformen seiner Schule.

Den ersten Zeitraum könnte man füglich den der einseitigen Objektivität nennen. Es ist bekanntlich der, wo man dem Schüler das Rechnen als eine abstracte, in sich abgeschlossene Wissenschaft vorführte, auf das Subjekt (das Kind) gar keine, auf das Objekt, den eigentlichen Gegenstand, allein Rücksicht nahm. Man hatte es hier eigentlich nur mit der Ziffer, als dem entsprechenden Zeichen für die abstracte Zahl, und mit der abstract wissenschaftlichen Operation zu thun; der Stoff war abgetheilt nicht nach dem Entwickelungsgesetze des kindlichen Geistes, vom Einzelnen zum Allgemeinen aufsteigend, sondern wie er dem reflektirenden Verstande des entwickelten wissenschaftlichen Geistes als fertig vorlag. Die reine und angewandte (benannte) Zahl standen in ausschließendem Gegensatze einander sehr oft gegenüber. Diese Periode, wo man das Rechnen damit begann: Es gibt fünf Spezies, nämlich das Nummeriren, Addiren ꝛc. ꝛc., dann das Nummeriren definirte und bis in die Billionen exerzirte, so überall mit Definitionen und Regeln begann und von Summanden und Summen sprach, ehe noch irgend einmal summirt war ꝛc. ꝛc. — diese Periode ist im Ganzen wohl vorüber, wenn auch hier und da gegenwärtig immer noch herrschend.

Den zweiten Zeitraum möchten wir den der einseitigen Subjektivität nennen. Er ist der Zeitraum, in dem man für die Methode den entgegengesetzten Weg einschlug, also zunächst und vor Allem das Subjekt ins Auge zu fassen, und nur dem psychologischen Gesetze gemäß das Unterrichtsobjekt dem Schüler vorzuführen suchte. Damit machte man den bedeutenden Fortschritt vom Zeichen zur Sache. Wenn früher die Ziffer Zweck und Ziel des ganzen Unterrichtes bildete, so war es jetzt die Zahl, die in ihrer ganzen Bedeutung für die formelle Bildung des Subjektes erfaßt und ausgebeutet wurde.

Wie aber der Uebergang von einem Extreme fast nothwendig in das andere führt, so wurde nun auch hier über dem Subjekte das Objekt vernachlässigt. Man hatte zwar den kindlichen Geist in seiner eigenthümlichen Natur ergriffen, aber den Rechenstoff in seinen abstracten und für den sich entwickelnden Geist todten Gegensätzen gelassen; darum mußte die Entwickelung des subjektiven Geistes eine abstracte, weil nicht mit dem Unterrichtsobjekte zu lebendiger Einheit verwachsene (concrete) Bildung erzeugen. Indem man jetzt nur dem Prinzipe des psychologischen Gesetzes huldigte, trat die formelle Bildung in ausschließenden Gegensatz zu der materiellen; die materielle Seite des Rechnens wurde nicht in ihrer selbstständigen Berechtigung als Zweck, und zwar in ihrer Einheit mit dem formellen Zwecke anerkannt, sondern nur als ein Mittel für denselben betrachtet, und darum auch nur in soweit gewürdigt, als sie eben Mittel war. Man trennte „reines" und „angewandtes" Rechnen von einander, um die „Lückenlosigkeit in dem Entwickelungsgange des kindlichen Geistes" nicht zu gefährden, und suchte von demselben Gesichtspunkte aus die Anwendungsfälle in ihrer Gesondertheit von der reinen Zahl systematisch zu ordnen." — Sonach charakterisiren sich die beiden Perioden auf folgende Weise:

Die erste Periode wußte blos von einem „Zifferrechnen", die zweite dagegen wollte nur das „Kopfrechnen" anerkennen und ihm dabei das erstere als Anhang schließlich zufügen.

Mit der Ausgleichung dieser Gegensätze hat die dritte Periode begonnen. Dieser liegt es ob, durch die organisch entwickelnde Methode die subjektive Seite des Unterrichtes mit der objektiven zu einem Ganzen, zu einer Einheit zu verschmelzen.

Die größten Verdienste zur Förderung dieser Ausgleichung erwarben sich, — außer einigen Anderen, von welchen wir Scholz, Diesterweg und Heuser namentlich anführen, — Grube und Hentschel.

Ueber die Rechenwerke von Scholz, Diesterweg und Heuser geben wir hier das von Grube ausgesprochene Urtheil: „Das Rechenwerk von Scholz gilt als der erste Versuch einer methodisch-vollständigen Anweisung, jene Gegensätze zu vermitteln. Unter der Menge nachher erschienener ist als die bewährteste Schrift die von Diesterweg und Heuser zu nennen.

In beiden Werken ist die Verbindung des Kopf- und Zifferrechnens, des reinen und angewandten Rechnens, des materiellen und formellen Zweckes angestrebt, aber die organische Durchdringung dieser beiden Gesichtspunkte in der Weise, daß die Entwickelung und der Fortschritt des Stoffes zusammenfällt mit der Entwickelung des kindlichen Geistes, daß für das Objekt, wie für das Subjekt jede folgende Stufe eine mit Nothwendigkeit aus der vorhergehenden sich entfaltende, und ebenso immer die nothwendige Entwickelungsbasis für die ihr folgende darstellt, ist — nach unserer Ansicht — in beiden nicht erreicht."

Wir gehen deßhalb auf dieselben nicht näher ein; erwähnen ihrer [1]) jedoch

1) Diesterweg läßt auf der ersten Stufe die Zahlen von 1 bis 10 anschauen, benennen, mit denselben auf- und abwärtszählen, die Stelle jeder Zahl in der Reihe angeben; nachher lernen die Kinder die Ziffern dafür kennen und schreiben; darauf läßt er durch Hinzufügen von 1, nachher 2 u. s. w. zusammenzählen, alsdann die Grundzahlen in 2, nachher in 3 u. s. w. andere auflösen; als folgende Uebung die Zahlen von 1 bis 9 abzählen. — Auf der zweiten Stufe läßt er die Zahlen von 10 bis 100 entstehen, darnach in diesem Zahlenraume die Grundzahlen zuzählen und als weitere Uebung auch dieselben abziehen. — Auf der dritten Stufe lehrt er die Entstehung größerer Zahlen und darauf das Zusammenzählen und Abzählen größerer Zahlen. — Auf der vierten Stufe erst kömmt er zum Vervielfachen, zuerst mit kleineren und dann mit größeren Zahlen, woran sich als fünfte Stufe das Theilen gleichfalls zuerst mit kleinen, dann mit größeren Zahlen anschließt; dies jedoch immer in Verbindung mit angewandtem Rechnen. — Die folgenden Stufen bieten

weil sie selbst schon Besseres boten, und so wesentlich dazu beigetragen haben, daß die erwähnten extremen Verfahrungsweisen im Rechenunterrichte mehr und mehr verlassen und naturgemäßere an ihre Stelle gebracht wurden. Das Beste, was wir in dieser Beziehung, insbesondere für den elementaren Rechenunterricht, besitzen, haben wir von Grube. Ebenso hat sich Hentschel, wie bereits erwähnt, um die Einführung eines gediegenen Rechenunterrichtes großes Verdienst erworben. Wir gehen, um ihre Verfahrungsweise näher kennen zu lernen, specieller auf dieselben ein.

§. 351. 1. Die Rechenmethode von Grube[1]).

Der Autor, den wir am besten hier selbst sprechen lassen, erörtert und begründet seine Ansichten und Grundsätze in einer größeren, gediegenen Abhandlung, betitelt: „Einleitung zur Methode des elementaren Rechenunterrichtes," indem er sagt:

„Wie das spätere Rechnen von dem abstracten Regelwerk der „einzelnen Rechnungsarten" loszumachen ist, so sind die elementaren Vorübungen von dem Formalismus der „Spezies" zu befreien. So lang die Eintheilung dieses elementaren Theiles vom Rechenunterrichte in die vier Spezies beibehalten wird, kann es auch nicht zu einer lebendigen Durchdringung der subjektiven und objektiven Methode kommen. Diese Zersplitterung des Stoffes ist noch ein Ueberbleibsel aus der ersten Periode des Rechenunterrichtes und hat nur für das Zifferrechnen Bedeutung, so lang dieses nämlich im Gegensatze zum Kopfrechnen festgehalten wird, welcher Gegensatz aber ein unwesentlicher und darum nicht maßgebender ist. Das elementare Rechnen nach den Spezies auseinanderfallen zu lassen, ist dasselbe, als im „Anschauungsunterrichte" dem Kinde die Gegenstände nach den Rubriken von Größe, Gestalt, Farbe 2c. 2c. vorzuführen, oder die Botanik mit dem Linné'schen Systeme zu beginnen. Wie aber das Kind den Gegenstand nicht kennen lernt, wenn es nach einem Merkmale verschiedene Gegenstände anschaut, sondern wenn es den reinen Gegenstand nach seinen verschiedenen Merkmalen betrachtet: so lernt der Schüler auch z. B. die Zahl 4 nicht kennen, nämlich mit wahrer Durchdringung des Objektes, wenn er heute $2 + 2 = 4$ lernt, und erst nach einigen Wochen, wenn das Subtrahiren an die Reihe kommt, $4 - 2 = 2$ 2c. 2c. Vielmehr hat er ja, wenn er weiß, daß $2 + 2 = 4$, damit auch zugleich die übrigen Anschauungen: $2 \times 2 = 4$, $4 - 2 = 2$, $2 : 4 = 2$, und die Methodik hat Unrecht, wenn sie diesen objektiven Zusammenhang „nach den Operationen" zerreißt. Eine solche Theilung stärkt nicht, sondern schwächt die Kraft der Anschauung, weil sie deren Concentration auf Einen Punkt und somit das „Beobachten im Anschauen" hindert.

Der Elementarschüler lerne die Zahlen nicht vereinzelt und abgerissen nach den Operationen des Addirens, Sub-

---

den weiteren Stoff (noch über die Volksschule hinaus) mit wenigen Ausnahmen in der üblichen Aufeinanderfolge, wie sie fast alle neueren Lehrbücher wiedergeben, jedoch mit dem Unterschiede, daß die innere Anordnung der Uebungen und das angegebene Verfahren oft mehr, oft weniger abweicht.

1) Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule nach den Grundsätzen einer heuristischen Methode. Ein pädagogischer Versuch zur Lösung der Frage: „Wie wirkt der Unterricht sittliche Bildung?" Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Berlin, bei Th. Chr. Fr. Enslin.

trahirens, Multiplicirens und Dividirens, sondern jede Zahl (im Raume von 1 bis 100) allseitig nach den Operationen in ihrer organischen Einheit kennen und behandeln.

Da aber der Zahlenraum von 1 bis 100 gerade derjenige ist, welcher der Anschauung unmittelbar offen liegt und zugänglich ist und alles Rechnen mit größeren Zahlen nur durch Beziehung derselben auf das erste Hundert bewerkstelligt wird: so muß insbesondere in diesem Raume jede Zahl nach ihren verschiedenen Bestandtheilen klar vor der Seele des Schülers stehen; aus der allseitigen Anschauung der einzelnen Zahlen müssen die Operationen der Spezies von selbst hervorgehen und selbst die angewandten Aufgaben nur dazu dienen, um die Vorstellung der reinen Zahl desto mehr zu befestigen; dabei endlich müssen die einzelnen Stufen in einem solchen organischen Zusammenhange stehen, daß die eine sich in der anderen wieder und reicher entfaltet. Nur so wird der Grund gelegt für ein schnelles Kopfrechnen sowohl, wie für ein gründliches Denkrechnen. Der Schüler empfängt das nöthige Material, das er dann später zu jeder Operation gegenwärtig und bereit hat.

Was nun das Kopf- und Tafelrechnen betrifft, so darf für den Kursus der Anschauung durchaus gar kein wesentlicher Unterschied zwischen Kopf- und Tafelrechnen existiren, beides ist dasselbe Denkrechnen. Darum muß, wie die Vorstellung sich unmittelbar in dem äußeren Zeichen des Wortes ausprägt, auch für den ersten Kursus an die durch Striche und Stäbe &c. &c. anschaulich gemachte Zahl die Ziffer als ein entsprechendes Zeichen unmittelbar hinantreten, auf daß die Anschauung von Ziffer und Zahl um so fester sich amalgamire. Darum ist im Anfange jede Stunde zugleich eine Stunde des Kopf- und Tafelrechnens, und erst in einem folgenden Kurse (der Uebung) mag in einzelnen Fällen behufs der Fertigkeit das Zifferrechnen mit seiner eigenthümlichen Behandlung sich absondern.

Aehnlich, wie Kopf- und Tafelrechnen, fordert auch das reine und angewandte Rechnen die engste und innigste Verbindung. Es genügt nicht, daß die reine Zahl an irgend einem Orte überhaupt einmal zur Anwendung komme, sondern sie muß für ihre allseitige Anschauung sogleich zur Anwendung gebracht werden; erst dann ist sie gründlich angeschaut, wenn sie in ihrer Nacktheit und in dem Gewande ihrer Anwendung zugleich angeschaut ist. Das „Rechnen" besteht in der ungetrennten Einheit der beiden Thätigkeiten, des Erkennens der Zahlverhältnisse als solcher, und ihrer Verknüpfung mit der Praxis des Lebens. Wer blos die erstere Thätigkeit auszuüben versteht, mag er auch alle Zahlen nach allen Spezies noch so gut zu behandeln wissen, kann darum noch nicht rechnen. Sind z. B. bei der Zahl 6 die reinen Zahlenverhältnisse als 6×1, 3×2 &c. &c. erfaßt, so genügt dieses noch nicht, sondern es reihet sich unmittelbar daran die Anwendung, d. h. die Verknüpfung dieser Anschauungen mit den in den Gesichtskreis des 6jährigen Kindes fallenden Beziehungen des Lebens, als z. B. Wenn 1 Weck 1 Kreuzer kostet, was kosten 6 Wecke? Wenn 6 Wecke einen Sechser (6 Kreuzer) kosten, wie theuer ist einer? Wenn 1 Loth Zucker 2 Kreuzer kostet, was gelten 3 Loth? Wenn 3 Loth Zucker 6 Kreuzer kosten, was kostet dann 1 Loth? &c. &c. Man verwechsele dieses eigentlich „angewandte" Rechnen nicht mit dem blos „benannten.“ Das elementarische Rechnen ist eigentlich immer benanntes, da die Zahl immer an gewissen Objekten angeschaut werden muß, seien dies nun Striche oder Stäbchen oder Lothe oder Pfennige. Damit das Kind sich die reine Zahlvorstellung abstrahiren lerne, wird mit den Benennungen gewechselt. Weil aber hierbei die Ausdrücke der Operation, als zähle hinzu, nimm weg, vervielfache ꝛc. ꝛc. beibehalten werden; so findet auch der eigenthümliche Prozeß der Anwendung noch nicht statt, welcher eben in der Erkenntniß der Nothwendigkeit des Zusammenhanges jener Operationen, des Hinzuthuns, Wegnehmens ꝛc. ꝛc. mit den Fällen des praktischen Lebens besteht. So muß der Schüler in dem concreten Falle: „Wenn 1 Loth Zucker 2 Kreuzer kostet, was kosten 3 Loth?“ den allgemeinen Satz: „Wenn ich eine Waare 3mal nehme, so muß ich auch den Preis dafür 3mal hinlegen“, abstrahiren, und als den Grund erkennen, die Operation 3 × 2 Kreuzer = 6 Kreuzer, als Lösung der Aufgabe vorzunehmen. Ist der Schüler in Beziehung auf eine Zahl (hier auf die Sechs) dahin gelangt, ihre reinen Verhältnisse in dem Gewande der Praxis zu erkennen, dann hat er sie allseitig und gründlich erkannt. Nun meinen wir aber, daß behufs dieser allseitigen Anschauung das Zahlobjekt fixirt werden muß, damit man die organische Einheit, in welcher alle jene Verhältnisse der reinen Zahl und der Anwendung ihren Mittelpunkt finden und um welche sie, wie um ihren Kern, sich herumzulegen haben, nicht störe. So wird der Schüler gleichsam von selbst darauf geführt, die Verhältnisse der vor seinen Augen stehenden Zahl aus der Kombination des Begriffes in ihrer Anwendung herauszuerkennen und dieses Mannigfaltige der Anschauung auf die Einheit der reinen Zahlanschauung zu beziehen. Damit ist dann zugleich ein organischer Fortschritt für die Reihenfolge der angewandten Aufgaben gegeben. Wie sich das reine Rechnen zu immer vielseitigeren und darum schwierigeren Kombinationen entfaltet, ebenso zugleich das angewandte; beide sind für das elementarische Rechnen eng verbunden.

Man glaube nicht, daß dies, wenn wir bei der Sechs schon Aufgaben aus der sogenannten Multiplications- und Divisionsregel-de-tri zur Anwendung bringen, zu schwer sei. Gerade diese unmittelbare Verknüpfung des reinen und angewandten Rechnens erleichtert dem Kinde den oben angeführten Prozeß. Wenn ich ihm die an der Tafel stehenden 6 Stäbchen in 3 × 2 Stücke zerlege, so wird es sich leicht unter diesen Zweiern die 2 Kreuzer denken, die es dem Kaufmanne 3mal für die 3 Loth Zucker hinzulegen hat. Indem es aber dasselbe Maß, das es mit der 2 an die 6 legt, auch auf das ihm vorgeführte Lebensverhältniß von Waare und Preis überträgt, wird es sich unmittelbar der Verwandtschaft beider bewußt. Die, welche die angewandten Aufgaben nach ihrem eigenthümlichen Charakter, abgesondert von den Uebungen des reinen Rechnens, zusammenstellen, weil die „Anwendungsfälle nach ihrem besonderen Wesen auch besonders entwickelt werden müssen,“ verkennen das Wesen der Anwendung. Dasselbe ist nicht der Raum, nicht die Zeit, nicht der Preis ꝛc. ꝛc. an sich, sondern das Wesen der Zahl in diesen Begriffen individualisirt. Die Zahl bleibt immer der wesentliche Inhalt, und von diesem ist auszugehen. Natürlich darf dann das zweite Geschäft, die Erläuterung des Anwendungsverhältnisses, nicht unterbleiben. Um das Verhältniß 12 × 12 auf das Größenverhältniß einer Fläche von 12 Fuß Länge und 12 Fuß Breite anzuwenden, muß auf das Wesen dieser eingegangen werden, um dem Schüler die Nothwendigkeit, in diesem Falle die Länge mit der Breite zu multipliciren, zum Bewußtsein zu bringen. Würde nun die „Flächenberechnung" zum Eintheilungsgrunde gewählt, so würde in dieser Exempelreihe der Schüler bei den ersten Beispielen denken, bei den folgenden aber rein mechanisch arbeiten. Diese Seite hat jedoch auch ihre Berechtigung, aber erst nach der Erkenntniß des Wesens der Zahlen. Darum.

im ersten Theile: Anschauen — Erkennen,
im zweiten Theile: Uebung — Können.

Für diesen zweiten Theil, wo auch das Zifferrechnen als solches sich geltend macht, kann man die bisherige Eintheilung in Spezies 2c. 2c. beibehalten, jedoch muß der eine Theil stets mit dem anderen durch die Anschauung so vermittelt werden, daß die Fertigkeit der Operation aus dem Bewußtsein der Anschauung hervorgeht."

Aus dem Gesagten ergibt sich:

Die Rechenmethode von Grube (welche hauptsächlich nur den Rechenunterricht für die vier ersten Schuljahre im Auge hat), charakterisirt sich vor anderen durch Folgendes:

a) Sie huldigt durch den ganzen Gang dem Grundsatze, daß alles Rechnen nur auf richtiges Erkennen, demnach auf Verständniß (nicht auf Regeln, Ziffern, Mechanismus) gegründet sein und zum Nachdenken auffordern muß; darum übt sie Kopf- und Tafelrechnen immer in engster Verbindung mit einander.

b) Dieses Verständniß bewirkt sie durch klare Anschauung der Zahl, der Zahlverhältnisse und der Zahloperationen; darum sucht sie alle ihr zu Gebot stehenden Veranschaulichungsmittel richtig und zu rechter Zeit zu gebrauchen.

c) Sie wendet das Erkannte sogleich auf das Leben an; darum kommt bei ihr benanntes, reines und angewandtes Rechnen stets in Verbindung.

d) Sie leitet jeden Schüler durch die Mannigfaltigkeit der Rechenoperationen, die er an jeder Zahl concentriren lernt, zum allseitigen Beobachten und Auffassen derselben an.

e) Sie gibt ihm durch die ganze Methode auf jeder Stufe ein selbstständiges Ganze; darum wird bei ihr eine Zahl, von der Eins an, nach der anderen betrachtet; alle Eigenschaften derselben werden aufgesucht; fast alle nur möglichen Uebungen (die 4 Spezies, unbenanntes, benanntes und angewandtes Rechnen, zuerst anschaulich (concret), dann abstract, Kopf- und Tafelrechnen, Alles in engster

Verbindung) werden zu ihrer allseitigen Erkenntniß an ihr angestellt; jede folgende Zahl wird mit allen vorhergehenden gemessen und verglichen, so daß auf jeder folgenden Stufe ein Fortschritt ist und ein immer größerer Reichthum von Uebungen und Anwendungen zur Erzielung größerer Fertigkeit sich entfaltet.

In die Methode selbst soll durch den Lehrgang und die praktischen Katechisationen, die wir in den nachfolgenden Paragraphen geben werden, speziell eingeführt werden.

„Für das **weitere Rechnen**," sagt Grube, „findet der Lehrer den Stoff in dem praktischen Rechenbuche von Diesterweg und Heuser so methodisch geordnet vor, daß es unnütz wäre, hier noch besondere Erörterungen hinzuzufügen."

§. 352. 2. Das Rechenwerk von Hentschel.

Einige Jahre später als das praktische Rechenbuch von Diesterweg und Heuser und ganz gleichzeitig mit dem Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule von Grube erschien ein die Beachtung nicht minder verdienendes Werk. Wir meinen hier das „Lehrbuch des Rechenunterrichtes in Volksschulen von Hentschel." Es behandelt allen Stoff, der in die Volksschule gehört. In einer Beurtheilung dieses Werkes sagt Diesterweg selbst von dem Verfasser: „Von einem Manne, der so bekannt ist, wie Herr Hentschel, erwartet man nichts Gewöhnliches. Er kann nichts Schlechtes liefern; denn er kennt die bisherigen besten Rechenbücher, hat eine ungeheuere Praxis und ist Methodiker. Den meisten Lehrern kann man daher den Rath geben, sich seiner Führung unbedingt zu überlassen; von Anfängern ist es zu fordern."

Den letzten Satz betonen wir besonders, weil wir nach spezieller Einsicht und Durchsicht dieses Werkes bekennen müssen, daß er aus unserer Seele gesprochen ist. Wohl ist der von Hentschel eingehaltene Lehrgang für den elementaren Rechenunterricht von dem Grube's, so weit dieser ihn gibt, in der speziellen Stufenfolge wesentlich verschieden, aber in den Hauptstufen und in den meisten Grundsätzen für die Behandlungsweise stimmt er mit ihm völlig überein. Er unterscheidet sich in dem speziellen Gange von Grube's Methode dadurch, daß er, nicht, wie dieser, im Zahlenraume von 1 bis 10 alle Operationen des Zusammenzählens, Abzählens, Vervielfachens und Messens zuerst an der Zahl 2, dann an 3, dann an 4 u. s. w. vollständig durchnimmt, sondern daß er, nachdem er zuerst alle Zahlen von 1 bis 10 anschauen, auffassen, benennen, schreiben, der Reihe nach zählen, dann die Stelle, welche jede Zahl in dieser Reihe einnimmt, auffassen läßt, und erst hiernach die Operationen des Zusammen- und des Abzählens in Verbindung an allen Zahlen von 1 bis 10 und zwar zuerst an 2, dann an 3 u. s. w. übt. Ist dieses zu Ende gebracht, so fängt er wieder an 2 an und nimmt an dieser und an den folgenden Zahlen bis 10 das Vervielfachen allein und dann in Verbindung mit dem Vorausgehenden, darauf das Theilen und Messen, von 2 anfangend, an allen Grundzahlen gleichfalls zuerst allein und dann wieder in Verbindung mit dem Vorausgehenden vor.

Dagegen stimmt er mit Grube darin überein, daß er auch in dem angegebenen Zahlenraume die 4 Spezies, wenn auch in anderer Ordnung, durchnimmt, und überall das Erkannte gleich auf's Leben anwenden läßt und in Beziehung darauf übt.

In dem Zahlenraume von 10 bis 100 verfährt Grube genau, wie in dem Zahlenraume von 1 bis 10. Nach 10 läßt er 11 entstehen und übt an dieser Zahl die Operationen der 4 Spezies, wobei er am Schlusse nie die Anwendung fehlen läßt; erst dann läßt er 12 entstehen und macht es ebenso u. s. f. bis 100. Hentschel dagegen läßt zuerst die Zehner bis 100 entstehen und mit den Grundzahlen vergleichen, dann läßt er durch Verbindung der Einer mit den Zehnern alle Zahlen, anfangs bis 20, dann bis 100 weiter bilden und die Kinder sich im Zusammenfassen, Auflösen, Lesen und Schreiben dieser Zahlen üben; nachdem dieses geschehen, geht er über zum Zusammenzählen, Abzählen, Vervielfachen und Messen, und zwar nimmt er diese Operationen nicht nebeneinander bei jeder Zahl, sondern nacheinanderfolgend im ganzen Zahlenraume, wobei er das Zusammenzählen zuerst ganz fertig übt und dann zum Abzählen übergeht u. s. w. Jede spezielle Stufe ist auch hier wieder von der Anwendung des Gelernten begleitet.

Aehnliche Unterschiede und Uebereinstimmungen treten in der Behandlungsweise der Zahlen über 100 und insbesondere bei der Vorbereitung zu den 4 Spezies mit den Brüchen auf.

Den weiteren der Volksschule zugehörigen Rechenstoff hat, wie bereits schon einmal bemerkt, Grube in sein Werkchen nicht mehr aufgenommen; Hentschel dagegen hat ihn mit großer Klarheit und Einfachheit bis zu Ende geführt, so daß er einem Jeden, der ihn benützt, ein sicherer Führer sein wird. In dem nachfolgenden Lehrgange ist auch sein methodisches Verfahren besonders berücksichtigt, weßhalb wir hiermit speziell auf denselben verweisen.

§. 353. C. Der Lehrgang für den Rechenunterricht nebst einigen Mustern für die praktische Behandlungsweise.

I. Der Lehrgang für den Rechenunterricht.

1. Die vier Grundrechnungsarten im Zahlenraume von 1 bis 10.

Lehrgang nach Grube.	Lehrgang nach Hentschel,
Erste Stufe. Die Zahl **Eins.** I. Die reine Zahl. II. Die angewandte Zahl. **Zweite Stufe.** Die Zahl **Zwei.** I. Die reine Zahl. a. Das Messen und Vergleichen. 1. Uebung. 2 verglichen mit 1. A. Kopfrechnen. a. Zusammenzählen $1 + 1 =$ b. Vervielfachen $2 \times 1 =$ c. Abzählen $2 - 1 =$ d. Messen $1 : 2 =$ B. Tafelrechnen. 2. Uebung. Aufsuchung des Unterschiedes zwischen 1 u. 2 und umgekehrt. Nur Kopfrechnen. b. Das Schnellrechnen. A. Kopfrechnen. a. Schnellrechnen mit 2 Zahlen: $1 + 1 = ?$ b. Schnellrechnen mit 3 Zahlen: $2 - 1 + 1 = ?$ c. Schnellrechnen mit 4 Zahlen: $1 + 1 - 1 - 1 ?$ d. Schnellrechnen mit mehreren Zahlen: $2 \times 1 - 1 + 1 : 1 = ?$ B. Tafelrechnen. c. Das Kombiniren. A. Kopfrechnen. B. Tafelrechnen. II. Die angewandte Zahl. Nur Kopfrechnen. **Dritte Stufe.** Die Zahl **Drei.** I. Die reine Zahl. a. Das Messen und Vergleichen. 1. Uebung. 3 verglichen mit 1. A. Kopfrechnen. a. Zusammenzählen $1 + 1 + 1 =$ b. Vervielfachen $3 \times 1 =$ c. Abzählen $3 - 1 - 1 =$ d. Messen $1 : 3 =$ B Tafelrechnen.	**Erste Uebung.** Das Auffassen, Benennen und Schreiben der Grundzahlen. 1. Auffassen und Benennen der Grundzahlen (Zählen). 2. Genaueres Auffassen der Stelle, welche jede Zahl in der Reihe einnimmt. 3. Die Ziffern. — Lesen und Schreiben derselben. **Zweite Uebung.** Zusammenzählen und Abzählen. I. Uebungen, gegründet auf die Zerlegung der Zahlen von 1 bis 10 in zwei Elemente. 1. Die Zerlegung selbst. 2. Anknüpfung des Zusammenzählens und Abzählens an das Zerlegen. (Hier wird jede einzelne Zahl mehrseitig bearbeitet.) a) Die Zahl zwei. 1. Anschaulich. $\left(\begin{matrix}2 = 2 + 1\\1 + 1 = 3\end{matrix}\right)$ 2. Im Kopfe. Anwendungen. 3. Schriftlich. b) Die Zahl drei. 1. Anschaulich. $\left(\begin{matrix}3 = 2 + 1\\2 + 1 = 3\end{matrix}\right)$ 2. Im Kopfe. Anwendungen. 3. Schriftlich. c) Die übrigen Zahlen ebenso. 3. Freies Zuzählen und Abzählen. a) Im Kopfe, ohne Veranschaulichung. a. Zuzählen und Abzählen der 1. In der Reihe. Z. B. $1+1=$ $2+1=$ $3+1=$ $4+1=$ $1-1=$ $2-1=$ $3-1=$ $4-1=$ u. s. w. Außer der Reihe. b. Zuzählen und Abzählen der 2. In der Reihe. Z. B. $1+2=$ $3+2=$ $4+2=$ $2+2=$ $3-2=$ $5+2=$ $2-2=$ $4+2=$ $5-2=$ u. s. w. Außer der Reihe.

Lehrgang nach Grube.

2. Uebung. 3 verglichen mit 2.
A. Kopfrechnen.
a. Zusammenzählen $2 + 1 =$
b. Vervielfachen $1 \times 2 + 1 =$
c. Abzählen $3 - 2 =$
d. Messen $2 : 3 =$
B. Tafelrechnen.
3. Uebung. Aufsuchen des Unterschiedes zwischen 3 u. 2 u. 1 und umgekehrt.
Nur Kopfrechnen.

b. Das Schnellrechnen.

A. Kopfrechnen.
a. Schnellrechnen mit 2 Zahlen.
b. " " 3 "
c. " " 4 "
d. " " mehreren Zahlen.
B. Tafelrechnen.

c. Das Kombiniren.

A. Kopfrechnen.
B. Tafelrechnen.

II. Die angewandte Zahl.

Nur Kopfrechnen.

Vierte Stufe. Die Zahl **Vier.**

I. Die reine Zahl.

a. Das Messen und Vergleichen.

1. Uebung. 4 verglichen mit 1.
A. Kopfrechnen.
a. Zusammenzählen $1+1+1+1=$
b. Vervielfachen $4 \times 1=$
c. Abzählen $4-1-1-1=$
d. Messen $1 : 4=$
B. Tafelrechnen.
2. Uebung. 4 verglichen mit 2.
A. Kopfrechnen.
a. Zusammenzählen $2 + 2 =$
b. Vervielfachen $2 \times 2 =$
c. Abzählen $4 - 2 =$
d. Messen $2 : 4 =$
B. Tafelrechnen.
3. Uebung. 4 verglichen mit 3.
A. Kopfrechnen.
a. Zusammenzählen $3 + 1 =$
b. Vervielfachen $1 \times 3 + 1=$
c. Abzählen $4 - 3 =$
d. Messen $3 : 4 =$
B. Tafelrechnen.
4. Uebung. Aufsuchen des Unterschiedes zwischen 4 und den in 4 enthaltenen Zahlen.
Nur Kopfrechnen.

b. Das Schnellrechnen.

A. Kopfrechnen.
a. Schnellrechnen mit 2 Zahlen.

Lehrgang nach Hentschel.

c. Zuzählen und Abzählen der 3, wie oben angedeutet, und so durch mit allen Zahlen.
Angewandte Aufgaben schließen sich überall an.

b) Schriftlich.

II. Uebungen, gegründet auf die Zerlegung der Grundzahlen in drei Elemente.
1. Die Zerlegung selbst.
2. Anknüpfung des Zusammenzählens und Abzählens an das Zerlegen.
(Hier werden alle Zahlen von drei an durchgearbeitet.)
a) Die Zahl drei.
1. Anschaulich.
2. Im Kopfe.
$\left(\begin{array}{c} 3=1+1+1 \\ 1+1+1=3 \end{array}\right)$
Anwendung.
3. Schriftlich.
b) Die Zahl vier.
1. Anschaulich.
2. Im Kopfe.
$\left(\begin{array}{c} 4=2+1+1 \\ 2+1+1=4 \end{array}\right)$
Anwendungen.
3. Schriftlich.
c. Die übrigen Zahlen ebenso.
3. Freies Zuzählen und Abzählen.
a) Im Kopfe, ohne Veranschaulichung.
a. Zuzählen und Abzählen von 1 u. 2.
Z. B. $3+1+2=$, $3-1-2=$ u. s. w.
b. Zuzählen und Abzählen von 1 und 3, 1 und 4, u. s. w. $2+1$, $2+2$, $2+3$ u. s. w., $3+1$, $2+2$, $3+3$ u. s. w. u. s. w. in der Reihe und außer der Reihe.
Angewandte Aufgaben schließen sich überall an.

b) Schriftlich.

III. Uebungen, gegründet auf die Zerlegung der Zahlen in vier und mehr Elemente.
(Der Gang ist derselbe, nur etwas abgekürzter, wie er unter I. und II. gezeigt wurde.)

IV. Das Unterschiedsuchen.
1. Anschaulich.
(Jede Grundzahl von 2 an wird mit jedem ihrer Theile verglichen.)
2. Im Kopfe.
a) In Reihen.
Z. B. Der Unterschied zwischen
1 und 8 = 7
2 und 8 = 6
3 und 8 = 5 u. s. f.

Lehrgang nach Grube.

b. Schnellrechnen mit 3 Zahlen.
c. " " 4 "
d. " " mehreren Zahlen.
B. Tafelrechnen.

c. Das Kombiniren.

A. Kopfrechnen.
B. Tafelrechnen.

II. Die angewandte Zahl.
Nur Kopfrechnen.

Fünfte Stufe. Die Zahl Fünf.

I. Die reine Zahl.

a. Das Messen und Vergleichen.

1. Uebung. 5 verglichen mit 1.
A. Kopfrechnen.
a. Zusammenzählen $1+1+1+1+1=$
b. Vervielfachen $5\times1=$
c. Abzählen $5-1-1-1-1=$
d. Messen $1:5=$
B. Tafelrechnen.

2. Uebung. 5 verglichen mit 2.
A. Kopfrechnen.
a. Zusammenzählen $2+2+1=$
b. Vervielfachen $2\times2+1=$
c. Abzählen $5-2-2=$
d. Messen $2:5=$
B. Tafelrechnen.

3. Uebung. 5 verglichen mit 3.
A. Kopfrechnen.
a. Zusammenzählen $3+2=$
b. Vervielfachen $1\times3+2=$
c. Abzählen $5-3=$
d. Messen $3:5=$
B. Tafelrechnen.

4. Uebung. 5 verglichen mit 4.
A. Kopfrechnen.
a. Zusammenzählen $4+1=$
b. Vervielfachen $1\times4+1=$
c. Abzählen $5-4=$
d. Messen $4:5=$
B. Tafelrechnen.

5. Uebung. Aufsuchen des Unterschiedes zwischen 5 und der in 5 enthaltenen Zahlen.
Nur Kopfrechnen.

b. Das Schnellrechnen.

A. Kopfrechnen.
a. Schnellrechnen mit 2 Zahlen.
b. " " 3 "
c. " " 4 "
d. " " mehreren Zahlen.
B. Tafelrechnen.

Lehrgang nach Hentschel.

b) Außer der Reihe.
Anwendung.
3. Schriftlich.

Wiederholung und Zusammenfassung alles bisher Behandelten.

1. Im Kopfe.
2. Schriftlich.

Dritte Uebung. Vervielfachen und Theilen.

I. Vervielfachen und Enthaltensein.

A. Uebungen, geknüpft an die Zerlegung der Zahlen.

1. Die Zerlegung selbst.
(Die Grundzahlen werden wieder zerlegt, diesmal nur in gleiche Theile.)

2. Anknüpfung des Vervielfachens und Enthaltenseins an diese Zerlegung.

1. Anschaulich.

Die Zahl 2.

2 ist 2mal 1.	1mal 2 ist 2.
2mal 1 ist 2.	2 ist 1mal 2.
1 ist in 2 2mal enthalt.	2 ist in 2 1mal enthalt.

So und noch erweiterter jede folgende Zahl.

2. Im Kopfe.
Angewandte Aufgaben schließen sich an.
3. Schriftlich.

Wiederholung und Zusammenfassung alles Bisherigen.

1. Im Kopfe.
2. Schriftlich.

II. Das Theilen.

A. Uebungen, geknüpft an das anschauliche Zerlegen der Zahlen.

1. Die Zerlegung selbst.
(Sie ist ganz dieselbe, wie in der dritten Uebung.)

2. Anknüpfung des Theilens an diese Zerlegung.

1) Erster Gang durch die Zahlen.
Die Kinder sprechen, während der Lehrer auf anschauliche Dinge zeigt:

Bei der Zahl 2.

2 ist 2mal 1.
1 ist die Hälfte von 2.

Bei der Zahl 3.

3 ist 3mal 1.
1 ist der 3. Theil von 3.
u. s. w.

(In dieser Uebung lernen die Kinder eine Zahl als Theil einer anderen auffassen.)

Lehrgang nach Grube.	Lehrgang nach Hentschel.
c. Das Kombiniren. A. Kopfrechnen. B. Tafelrechnen. II. Die angewandte Zahl. Nur Kopfrechnen. **Sechste Stufe.** Die Zahl **Sechs** [1]). **(Bei dieser, sowie bei jeder folgenden Stufe des ganzen Lehrganges geht immer das Kopfrechnen dem Tafelrechnen voran. — Es wird dies hier besonders hervorgehoben, um die Bezeichnung von Kopf- und Tafelrechnen für die Folge an keiner Stelle mehr besonders anführen zu müssen.)** **Siebente Stufe.** Die Zahl **Sieben** [1]). **Achte Stufe.** Die Zahl **Acht** [1]). **Neunte Stufe.** Die Zahl **Neun** [1]). **Zehnte Stufe.** Die Zahl **Zehn** [1]). (Gerade und ungerade Zahlen.)	2) Zweiter Gang durch die Zahlen. 1. Anschaulich. Hier kommen folgende Fragen zur Lösung: Bei der Zahl 2. a) In wie viel gleiche Theile ist 2 zerlegt? b) Wie groß ist jeder Theil? c) Der wie vielte Theil ist 1 von 2? d) Von welcher Zahl ist 1 die Hälfte? e) Wie viel ist die Hälfte von 2? (Ganz so bei den übrigen Zahlen.) 2. Im Kopfe. 3. Schriftlich. B. Freie Uebungen des Theilens. 1. Im Kopfe, ohne Veranschaulichung. 2. Schriftlich. Wiederholung und Zusammenfassung alles bisher Geübten. 1. Im Kopfe. 2. Schriftlich.

2. Die vier Grundrechnungsarten im Zahlenraume von 10 bis 20.

Erste Stufe.

(Der Zehner im Gegensatze zum Einer und umgekehrt.)

Die Zahlen von 10 bis 20.

Zweite Stufe.

Die Zahlen von 20 bis 100.

Der spezielle Plan zur Behandlung einer jeden dieser Zahlen ist ebenso, wie dies bei den Zahlen von 1 bis 5 gezeigt wurde.

(Zur Wiederholung:
„Das Eins und Eins.
Das Ein-mal-Eins.
Das Eins weniger Eins.
Das Eins in Eins.")

1) Der Plan zur speziellen Behandlungsweise dieser Zahl ist ganz derselbe, wie er bei den Zahlen 1, 2, 3, 4 und 5 gegeben wurde.

Erste Uebung. Erweiterung des Zahlengebietes von 10 bis 100.

Der Zehner, im Gegensatze zum Einer. Reine Zehner.

Zehner mit Einern verbunden. Gerade und ungerade Zahlen.

Zweite Uebung. Zusammenzählen.

Grundzahlen zu Grundzahlen; zuerst 2, dann mehr als 2 Summanden.

Grundzahlen zu Zehnerzahlen; zuerst 2, dann mehr als 2 Summanden.

Das Durchsprechen von Reihen z. B. 1, 3, 5, 8 2c. 2c.; 2, 4, 6, 8 2c. 2c.; 1, 4, 7, 10 2c. 2c.

Zehnerzahlen zu Zehnerzahlen; zuerst 2, dann mehr als 2 Summanden.

Dritte Uebung. Abzählen.

Abzählen der Grundzahlen, zuerst von den Zahlen von 10 bis 20, dann von allen übrigen Zahlen.

a. Das Durchsprechen von Reihen z. B.

100—2=? 99—2=? 100—3=?
98—2=? 97—2=? 97—3=?
2c. 2c. 2c. 2c. 2c. 2c.

b. In vermischten Aufgaben.

18—9= 17—6= 13—8=
u. s. w.

Abzählen reiner Zehnerzahlen.
Abzählen gemischter Zehnerzahlen.

Vierte Uebung. Vervielfachen.

Vervielfachen der Grundzahlen durch Grundzahlen.
Vervielfachen a) der reinen und b) der gemischten Zehnerzahlen durch Grundzahlen.

Fünfte Uebung. Messen und Theilen.

Uebungen im Bereiche des kleinen „Ein=mal=Eins."
a) Das Enthaltensein. b) Das Theilen
Uebungen, welche zum Theil über das kleine Ein=mal=Eins hinausgehen.
Z. B. 20 : 40 = ? 4 : 72 = ?

3. Die vier Grundrechnungsarten in größeren Zahlen.

(Das Rechnen mit reinen Zahlen und mit gleichbenannten in Verbindung miteinander.)

Lehrgang nur theilweise nach Grube und Hentschel.

Erste Stufe. Auffassen, Lesen und Schreiben der Zahlen.

(Der Hunderter im Gegensatze zum Zehner und Einer und umgekehrt.)
I. Die Zahlen bis Tausend.
II. Größere Zahlen bis zum Zehntausender — bis zum Hunderttausender — bis zur Million ꝛc. ꝛc. Zehnerordnung, Zehnersystem, Zehnergesetz. Die römischen Zahlzeichen.

Zweite Stufe. Addiren.

I. Summanden mit einer geltenden Stelle.
1. Ohne Uebergang der Summanden in höhere Ordnungen.
a) Die geltenden Stellen sind gleichnamig.
b) Sie sind ungleichnamig.
2. Mit Uebergängen in höhere Ordnungen.
II. Summanden mit mehr als einer geltenden Stelle.
1. Ohne Uebergänge in höhere Ordnungen.
2. Mit solchen Uebergängen.
(Zuerst überall 2=, dann 3=, 4= und mehrstellige Zahlen; ebenso zuerst überall 2 Summanden, dann mehrere.)

Dritte Stufe. Das Subtrahiren.

I. Subtractionen, bei welchen nicht geliehen wird.
In jeder Ordnung des Minuenden sind mehr oder doch ebensoviel Einheiten, als in derselben Ordnung des Subtrahenden. Z. B.

1) Mit Einheiten von einerlei —	2) Mit Einheiten von zweierlei —	3) Mit Einheiten von mehrerlei Ordnungen.
6 — 3	240 — 120	463 — 241
60 — 30	380 — 240	596 — 454
800 — 200	509 — 203	3980 — 2760
9000 — 7000	8500 — 1300	5446 — 3231
70000 — 20000	9040 — 8020	
9000000 — 700000	10009 — 10007	

II. Subtractionen, bei welchen geliehen wird.
Nicht in jeder Ordnung des Minuenden sind mehr oder doch ebensoviel Einheiten, als in derselben Ordnung des Subtrahenden.
1. In der Ordnung, welche auf diejenige folgt, in der das Abzählen nicht geschehen kann, sind Einheiten.

	a) Es wird einmal geliehen.			b) Es wird zwei= oder mehrmal geliehen.
Z. B.	70 — 6	8000 — 400	Z. B.	360 — 97
	200 — 40	9040 — 720		214 — 139
	904 — 44	444 — 64		6090 — 506
		8240 — 3540		7411 — 22
				5040 — 3232

Lehrgang nur theilweise nach Grube und Hentschel.

2. In der Ordnung, welche auf diejenige folgt, in der das Abzählen nicht geschehen kann, sind keine Einheiten, sondern in der weiter darauffolgenden.

a) Es wird einmal geliehen.	b) Es wird zwei- oder mehrmal geliehen.
z. B. 300 — 7	60402 — 30604
304 — 19	700101 — 19405
6005 — 2362	

III. Die Subtraction in Verbindung mit der Addition.

Vierte Stufe. Multipliciren.

I. Das Vervielfachen zwei-, drei- u. mehrstelliger Zahlen mit den Grundzahlen.
a) ohne Uebertragung,
b) mit Uebertragung.

II. Das Vervielfachen 2-, 3- und mehrstelliger Zahlen mit zweistelligen.
a) mit reinen Zehnern,
b) mit Zehnern und Einern.

III. Das Vervielfachen 2-, 3- und mehrstelliger Zahlen mit dreistelligen.
a) mit reinen Hunderten,
b) mit Hunderten, Zehnern und Einern.

IV. Das Vervielfachen 2-, 3- und mehrstelliger Zahlen mit 4- und mehrstelligen Zahlen.

V. Das Vervielfachen in Verbindung mit dem Zu- und Abzählen.

Fünfte Stufe. Dividiren.

I. a. Die Prim- und zusammengesetzten Zahlen, b. Kennzeichen der Theilbarkeit der Zahlen

II. Das Theilen 2-, 3- und mehrstelliger Zahlen.
1. Der Divisor ist einstellig.
a) Das Theilen 2stelliger Zahlen.
b) „ „ 3- und mehrstelliger Zahlen.
2. Der Divisor ist zweistellig.
a) Der Divisor und der Dividend bestehen aus reinen Zehnern.
b) Der Divisor besteht aus Zehnern und der Dividend aus Zehnern und Einern.
c) Der Divisor besteht aus Zehnern und der Dividend aus einer mehrstelligen Zahl.
d. Der Divisor besteht aus Zehnern und Einern und der Dividend aus einer mehrstelligen Zahl.
3. Der Divisor ist 3- oder mehrstellig.

III. Das Theilen in Verbindung mit dem Zu- u. Abzählen u. Vervielfachen.

4. Die vier Grundrechnungsarten in ungleich oder mehrfach benannten ganzen Zahlen.

Erste Stufe. Vorbegriffe zur Verwandlung der Größen einer Art in Größen einer anderen Art.

Zweite Stufe. Verwandlung oder Auflösung höherer Münzsorten, Gewichte und Maße in niedere. (Resolution, Resolutionszahl.)

I. Feststellung und Erweiterung der Kenntniß von den:
1) Münzen,
2) Gewichten,
3) Maßen für trockene Sachen,
4) Maßen für flüssige Sachen,
5) Zeitmaßen,

II. Verwandlung höherer Sorten in niedere von den:
6) Längenmaßen,
7) Flächenmaßen,
8) Körpermaßen,
9) Papiermaßen.

Dritte Stufe. Verwandlung oder Zurückführung niederer Münzsorten, Gewichte und Maße in höhere. (Reduction, Reductionszahl.) (Nach der Ordnung, wie sie in der 2. Stufe II. angegeben ist.)

Lehrgang nur theilweise nach Grube und Hentschel.

Vierte Stufe. Das Addiren in ungleich benannten ganzen Zahlen.

1) Der Münzsorten,
2) „ Gewichtssorten,
3) „ Maßeinheiten für trockene Sachen,
4) „ „ für flüssige Sachen,
5) „ Zeitmaßeinheiten,
6) der Längenmaßeinheiten,
7) „ Flächenmaßeinheiten,
8) „ Körpermaßeinheiten,
9) „ Papiermaßeinheiten.

Fünfte Stufe. Das Subtrahiren in ungleich benannten ganzen Zahlen.

(Nach der Ordnung, wie in der vierten Stufe.)

Sechste Stufe. Das Multipliciren in ungleich benannten ganzen Zahlen mit Berücksichtigung der Multiplications-Regel-de-tri.

(Nach der Ordnung, wie in der vierten Stufe.)

Siebente Stufe. Das Dividiren in ungleich benannten ganzen Zahlen mit Berücksichtigung der Divisions-Regel-de-tri.

(Nach der Ordnung, wie in der vierten Stufe.)

Achte Stufe. Das Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren in Verbindung mit einander — mit Rücksicht auf die Verbindung der Multiplications- und Divisions-Regel-de-tri im Dreisatze mit ganzen Zahlen.

5. Die vier Grundrechnungsarten in Brüchen.

A. In unbenannten und gleichbenannten Brüchen.

Erste Stufe. Vorübungen zum Rechnen mit Brüchen.

a) Nur mündliches Rechnen.

1. Theilung der Einheit in gleiche Theile. Namen der Theile der Einheit. Die Theile bilden eine neue Art von Einheiten. Feststellung des Begriffes von Bruch.
2. Betrachtung der Halben, Drittel, Viertel und Fünftel nach Grube.

b) Kopf- und Tafelrechnen.

1. Zähler und Nenner eines Bruches. — Vergleichung von Bruch, ganzer und gemischter Zahl.
2. Unterschied, wie ganze Zahlen und wie Brüche aus der Einheit entstehen.
3. Verschiedener Werth, den ein Bruch im Vergleiche mit dem Ganzen haben kann. — Aechter und unächter Bruch.
4. Vergleichung solcher Brüche, die entweder im Zähler, oder im Nenner, oder in Beiden übereinstimmen. — Gleichnamige und ungleichnamige und gleiche Brüche.
5. Verwandlung ganzer Zahlen in unächte Brüche von beliebigen Nennern.
6. Verwandlung gemischter Zahlen in unächte Brüche.
7. Verwandlung unächter Brüche in ganze oder gemischte Zahlen.
8. Vergleichung des Werthes der Brüche:
   a) bei Vervielfachung des Zählers,
   b) bei Vervielfachung des Nenners.
9. Verwandlung der Form der Brüche durch Vervielfachung mit Beibehaltung des Werthes = das Erweitern der Brüche. (Fingerzeig zum Gleichnamigmachen ungleichnamiger Brüche.)
10. Vergleichung des Werthes der Brüche:
    a) bei Theilung des Zählers,
    b) bei Theilung des Nenners.
11. Verwandlung der Form der Brüche durch Theilung mit Beibehaltung des Werthes = das „Heben" der Brüche. (Weiterer Fingerzeig zum Gleichnamigmachen der ungleichnamigen Brüche.)
12. Verwandlung ungleichnamiger Brüche in gleichnamige. (Hauptnenner.)

Lehrgang nur theilweise nach Grube und Hentschel.

Zweite Stufe. Das Zusammenzählen der Brüche.

Das Zusammenzählen 1) gleichnamiger ächter Brüche;
2) gleichnamiger ächter Brüche und gemischter Zahlen;
3) gleichnamiger gemischter Zahlen;
4) ungleichnamiger ächter Brüche;
5) ungleichnamiger ächter Brüche und gemischter Zahlen;
6) ungleichnamig gemischter Zahlen.

Dritte Stufe. Das Abzählen mit Brüchen.

I. Das Abzählen 1) gleichnamiger ächter Brüche;
2) eines ächten Bruches von einer ganzen Zahl;
3) einer gemischten Zahl von einer ganzen Zahl;
4) eines ächten Bruches von einer gemischten gleichnamigen Zahl;
5) einer gemischten Zahl von einer gemischten gleichnamigen Zahl;
6) eines ächten Bruches von einem ungleichnamigen ächten;
7) eines ächten Bruches von einer gemischten ungleichnamigen Zahl;
8) ungleichnamiger gemischter Brüche.

II. Das Abzählen der Brüche in Verbindung mit dem Zusammenzählen derselben.

Vierte Stufe. Das Vervielfachen der Brüche.

I. Das Vervielfachen 1) eines ächten Bruches mit einer ganzen Zahl;
2) eines gemischten Bruches mit einer ganzen Zahl;
3) einer ganzen Zahl mit einem ächten Bruche;
4) „ „ „ „ einem gemischten Bruche;
5) eines ächten Bruches mit einem ächten Bruche;
6) eines gemischten „ „ „ „
7) eines ächten Bruches mit einer gemischten Zahl;
8) einer gemischten Zahl „ „ „ „

II. Das Vervielfachen der Brüche in Verbindung mit dem Zusammenzählen und Abzählen.

Fünfte Stufe. Das Theilen oder Messen der Brüche.

I. Das Theilen 1) eines ächten Bruches durch einen ächten Bruch
a) bei Brüchen mit gleichen Nennern,
b) bei Brüchen mit ungleichen Nennern;
2) eines ächten Bruches durch eine ganze Zahl;
3) einer ganzen Zahl durch einen ächten Bruch;
4) einer gemischten Zahl „ „ „ „
5) eines ächten Bruches durch eine gemischte Zahl;
6) einer gemischten Zahl durch eine ganze Zahl;
7) einer ganzen Zahl durch eine gemischte Zahl;
8) einer gemischten Zahl durch eine gemischte Zahl.

II. Das Theilen in Verbindung mit dem Zusammenzählen, Abzählen und Vervielfachen. (Faktorenbrüche.)

B. In ungleichbenannten Brüchen.

Erste Stufe. Das Resolviren benannter Bruchzahlen.
Zweite Stufe. Das Reduciren „ „
Dritte Stufe. Das Zusammenzählen ungleichbenannter Brüche.
Vierte Stufe. Das Abzählen „ „
Fünfte Stufe. Das Vervielfachen ungleichbenannter Brüche mit Berücksichtigung der Multiplications-Regel-de-tri.
Sechste Stufe. Das Theilen und Messen ungleichbenannter Brüche mit Berücksichtigung der Divisions-Regel-de-tri.
Siebente Stufe. Die Verbindung der 3., 4., 5. und 6. Stufe.

6. Die Anwendung der vier Grundrechnungsarten im Drei-, Fünf- und Vielsatze, sowie in den Zins-, Gewinn- und Verlust-, Theilungs- oder Gesellschafts-, Durchschnitts- und Mischungsrechnungen.

Erste Stufe. Der Dreisatz. (Mit Zurückführung auf die Einheit; dasselbe gilt auch für die zweite und dritte Stufe.)

1) Alle 3 bekannten Glieder sind ganze Zahlen.
2) Das eine Glied im Fragesatze ist ein Bruch.
3) Das Glied im Fragesatze und ein Glied im Bedingungssatze sind Brüche.
4) Alle 3 Glieder sind Brüche.
5) Ein Glied, dann 2, dann alle 3 Glieder enthalten Einheiten verschiedener Art.
6) Der Dreisatz mit umgekehrtem Schlusse.
7) Der Dreisatz mit dem Schlusse von Einheiten niederer Art auf Einheiten höherer Art und umgekehrt.

Zweite Stufe. Der Fünfsatz mit geradem und umgekehrtem Schlusse
1) in ganzen Zahlen
2) mit Brüchen.

Dritte Stufe. Der Vielsatz, als
1) Siebensatz,
2) Neunsatz,
3) Mehrgliederiger Satz.

Vierte Stufe. Die Zins- oder Interessenrechnung.

I. Einfache Verhältnisse.

II. Zusammengesetzte Verhältnisse:
1) Mit der Frage nach den Zinsen,
2) " " " " dem Kapital,
3) " " " " den Prozenten,
4) " " " " der Zeit.
5) Seltener vorkommende Fälle.
6) Terminenberechnung, sowohl das Kapital, als die Zinsen betreffend.

Fünfte Stufe. Die Gewinn- und Verlustrechnung.

I. Der wirkliche Gewinn und Verlust wird gesucht.

II. Der Gewinn oder Verlust wird in Prozenten ausgedrückt.

Sechste Stufe. Die Gesellschafts- und Theilungsrechnungen.

I. Einfache Gesellschaftsrechnungen.

II. Zusammengesetzte Gesellschaftsrechnungen.

Siebente Stufe. Durchschnitts- und Mischungsrechnungen.

I. Berechnung des Durchschnittes oder des Mittelwerthes.

II. Eigentliche Mischungsrechnungen.

III. Aufsuchen der besonderen Werthe der einzelnen gemischten Einheiten aus den gemischten Mengen und aus dem Mittelwerthe.

IV. Anwendung der Mischungsrechnung auf die Mischung der Metalle.

Der nachfolgende Rechenstoff ist von jedem Lehrer da in den Lehrgang einzureihen, wo ihm die Durchnahme desselben für seine localen Verhältnisse am meisten geeignet erscheint.

I. Die vier Grundrechnungsarten in Decimalbrüchen.

1) Begriff und Eintheilung der Decimalbrüche.
2) Das Lesen der Decimalbrüche.
3) Das Schreiben der Decimalbrüche.
4) Der Einfluß des Decimalzeichens auf den Werth der Decimalbrüche.

Lehrgang nur theilweise nach Hentschel.

5) Das Abkürzen der Decimalbrüche.
6) Das Verwandeln der gemeinen Brüche in Decimalbrüche.
7) Das Verwandeln der Decimalbrüche in gemeine Brüche.
8) Das Zusammenzählen mit Decimalbrüchen.
9) Das Abzählen " "
10) Das Vervielfachen " "
11) Das Theilen und Messen mit Decimalbrüchen.

II. Geometrische Aufgaben.

Erste Stufe. Linienberechnungen.

Der Begriff von Linie. — Die Arten derselben. — Das Linienmaß als Wiederholung. — Die Weise, die Linien zu messen. — Verwandlung 12theiliger Längemaße in 10theilige und umgekehrt. — Berechnungen.

Zweite Stufe. Flächenberechnung.

Der Begriff der Fläche. — Die Arten derselben. — Das Flächenmaß als Wiederholung. — Die Weise, die Flächen zu messen. — Die Verwandlung 12theiliger Flächenmaße in 10theilige und umgekehrt. — Berechnungen.

Dritte Stufe. Körperberechnung.

Der Begriff von Körper. — Die Arten derselben. — Das Körpermaß als Wiederholung. — Die Weise, die Körper zu messen. — Die Verwandlung 12theiliger Kubikmaße in 10theilige und umgekehrt. — Berechnungen.

II. Muster für die praktische Behandlungsweise des Rechenstoffes. §. 354.

Vorerinnerung.

Beim praktischen Rechnen darf der Lehrer nie vergessen:

1) Immer zuerst Kopfrechnen, und wenn dies geht, dann, damit verbunden, Tafelrechnen.

2) Der ganze Rechenunterricht und ganz besonders der erste Rechenunterricht muß auf Anschauung basirt sein. An Veranschaulichungsmitteln darf es da nie fehlen. (Siehe §. 344. u. 345.) Sowohl der Lehrer, als der Schüler bedienen sich derselben.

3) Es ist gut, bei derselben Sache und bei denselben Verhältnissen mit dem Ausdrucke öfters zu wechseln, weil dies mehr auf das Verständniß hinwirkt und das Rechnen vor Mechanismus bewahrt.

4) In der Frage ist die richtige Betonung Dessen, was man will, für die rasche Auffassung und für den guten Fortgang des Unterrichtes, sowie in den Antworten das Sprechen in ganzen Sätzen von hohem Werthe.

5) Die Uebungen auf jeder Stufe seien reich, mannigfaltig, vollständige Einsicht erzielend und so lang andauernd, bis eine Fertigkeit bewirkt ist. Man gehe darum zu keiner neuen Stufe über, bis die vorhergehende genugsam geübt ist.

6) Die ersten Rechenübungen sollen die Kinder durchschnittlich nicht länger, als eine halbe Stunde anhaltend beschäftigen.

Bemerkt sei noch, daß, wenn wir in den nachfolgenden Musterbeispielen hier und da auch Etwas von Manier einfließen lassen, keineswegs damit gesagt ist, es sei gerade diese Manier die beste und gerade so müsse man es machen. Wir wollen nur dem jungen Lehrer das lebendige, wirkliche und praktische Schulhalten vorführen; dies aber ist kaum denkbar ohne die Manieren Dessen, der eben die Schule hält, zugleich mit schauen zu lassen, da dieselben, mögen sie auch bei Jedem anders sein, den Unterricht lebendig machen und darum mithelfen, einen guten Erfolg zu erzielen. Damit ist zugleich auch angedeutet, daß die nachfolgenden Katechesen durchaus nicht zum Auswendiglernen für den Lehrer bestimmt sind, um sie Wort für Wort mechanisch nachzuhalten; ihr Zweck ist vielmehr, ihn in die Art und in den rechten Geist, wie man Kinder von diesem Alter unterrichtet, einzuführen, damit er in seinem Unterrichte ähnlich auschaulich klar, bestimmt, anregend, gemüthlich und doch ernst mit seinen Kindern verkehre. Schlimm ist es darum vor Allem, wenn sich der Lehrer, der solche Kinder unterrichten soll, nicht zu denselben herabdenken kann. Ihm werden die nachfolgenden Katechesen komisch erscheinen; allein Derjenige, welcher sich auf den Standpunkt dieser Kinder versetzen kann, wird bald finden, daß sie in Sprache und Behandlungsweise natürlich, gemüthlich und anregend sein wollen. — Wir gehen nun zu dem eigentlichen Unterrichte über und denken uns unter eine Menge kleiner Kinder, mit denen wenigstens die Gegenstände des Schulzimmers durchgesprochen sind, und damit wir ihrer Aufmerksamkeit gleich gewiß sein können, beginnen wir mit einem Gegenstande, von dem wir sicher wissen, daß er sie alle gleich sehr interessirt.

1. Muster, wie die vier Grundrechnungsarten im Zahlenkreise von 1 bis 10 nach dem Lehrgange von Grube zu behandeln sind.

(Siehe den Lehrplan S. 584.)

Erste Stufe.

§. 355. **Praktische Behandlungsweise der Zahl Eins**[1]).

I. Die reine Zahl.

U e b u n g d e s $1 \times 1 = 1$.

K o p f r e c h n e n.

L. Kinder, heute habe ich euch etwas Schönes mitgebracht. (Der Lehrer holt einen Apfel oder ein anderes Ding aus seiner Tasche, hält ihn in die Höhe und spricht:) Was ist das?

Sch. Das ist ein Apfel.

L. Richtig. Wißt ihr denn auch, wozu man ihn brauchen kann?

Sch. Zum Essen, rc. rc.

L. Wo wachsen denn die Aepfel?

Sch. Am Baume.

L. Wächst denn nur **ein** Apfel am Baume oder wachsen **mehr** Aepfel daran?

Sch. Mehr.

L. Nun sagt mir, hab' ich hier **mehr** Aepfel oder nur **einen**?

Sch. Nur einen.

L. Nur **einen** Apfel hab' ich. (Der Lehrer nimmt einen Stuhl rc. rc. her und hält ihn vor den Kindern in die Höhe.) Wie heißt das Ding hier?

Sch. —

---

1) Man verwechsele nie die Begriffe „Eins" und „Einheit". Die **gesetzte Einheit** (nämlich die Eins 1mal gesetzt) ist die **Eins**. Darum ist „Eins" eine Zahl, so gut wie „Zehn" oder „Hundert"; jede Zahl läßt sich aber als „Einheit" für ein aus ihr entstandenes „Vielfache" auffassen. — Da das Rechnen in dem gegenseitigen Messen (Vergleichen) der Zahlen besteht, so kann mit der Eins, als dem absoluten Maße, das sich nur selbst zum Maße hat, nicht gerechnet werden. Der Schüler hat hier nur den abstracten Begriff der Einheit zu **setzen**, d. h. an einem Dinge concret zu machen. — Das Nämliche gilt für das Vergleichen der Zahl 2 mit 2, der Zahl 3 mit 3 u. s. f., obschon das Einmal-Nehmen oder Setzen derselben Zahl beim Vervielfachen, das Abzählen gleich großer Zahlen von einander und das Messen gleich großer Zahlen mit einander im praktischen Leben sehr häufig vorkommen; denn wie oft sagen wir beim Vervielfachen $1 \times 4 = 4$ u. s. w., beim Abzählen $1 - 1 = 0$, $2 - 2 = 0$, $3 - 3 = 0$ rc. rc., ebenso beim Messen: 1 gemessen in 1 geht 1mal, $2 : 2 = 1$ u. s. w. **Grube** übt dies nicht besonders; auch wir wollen es dem Lehrer überlassen, diese Uebung nach seinem Dafürhalten in den Gang hereinzuziehen, oder, wie Grube, sie auszulassen; **für diesen letzteren Fall ist sie jedenfalls da zu berücksichtigen**, wo sie für das Rechnen nothwendig wird.

L. Hab' ich mehrere Stühle oder nur einen Stuhl in der Hand?
Sch. —
L. Was ist also das?
Sch. —
L. Und was ist das hier (indem er auf ein Fenster zeigt)?
Sch. Das ist ein Fenster.
L. Wie viel Fenster sind das?
Sch. Das ist ein Fenster. u. s. w.
L. Was ist das?
Sch. Das ist ein Ofen?
L. Wie viel Oefen sind das?
Sch. Das ist ein Ofen.
L. Sind noch mehr Oefen in der Stube?
Sch. —
L. Recht, es sind nicht — mehr Oefen in der Stube. Wie viel Oefen sind also in der Stube?
Sch. — (Antworten die Kinder blos Einer oder Eins, so wird gefragt: Was denn Einer oder Eins?)
L. Wo ist der Eine Ofen? (Immer muß in ganzen Sätzen geantwortet werden.)
Sch. —
L. Nennet mir noch mehr Dinge, die nur einmal in der Stube sind?
Sch. — (Es werden hier alle Dinge, die nur einmal da sind, aufgeführt, selbst des Kindes eigener Kopf, Mund, Nase rc. rc. Wesentlich ist, daß Alles, was genannt wird, nur einmal da ist; nennen die Kinder ein Ding, das mehrmals vorhanden ist, so wird dies berichtigt. — Nachdem möglichst alle in der Schulstube nur einmal vorhandenen Dinge genannt sind, wird eine wiederholte Aufzählung derselben in anderer Form, etwa in folgenden Sätzen, wesentlich zu einer sichereren und geläufigeren Sprache beitragen: In der Schulstube ist ein Ofen. In der Schulstube ist eine Wandtafel. In der Schulstube ist ein Stuhl rc. rc. — Der Lehrer thut darum wohl, die Wiederholung in dieser oder in einer anderen Form zu veranlassen. Darum fährt er etwa in folgender Weise fort:)
L. Kinder, ihr habt mir eben gesagt (auf den Ofen hinzeigend): Das ist ein Ofen; aber jetzt sagt mir: Wie vielmal ein Ofen ist das?
Sch. —
L. Das (auf die Wandtafel hindeutend) ist wie vielmal eine Wandtafel?
Sch. —
L. Das ist wie vielmal ein Stuhl? (Griffel, Lineal, Buch, Apfel rc. rc.)
Sch. —
L. Hier schreibe ich euch Etwas auf die Wandtafel. (Der Lehrer macht einen Strich.) Was habe ich hier hingeschrieben?
Sch. —
L. Das sind wie viel Striche?
Sch. —
L. Und wie vielmal ein Strich ist das?
Sch. —
L. Ein Strich ist also wie vielmal ein Strich?
Sch. —
L. Ein Ofen ist wie viemal ein Ofen?
Sch. —
L Ein Stuhl ist wie vielmal ein Stuhl?
Sch. —
L. (u. s. w. — zum Striche zurückkehrend): Ein Strich ist wie vielmal ein Strich?
Sch. —
L. Eins ist wie vielmal Eins?
Sch. Eins ist einmal Eins. — Eins, einmal genommen, ist Eins. — Einmal Eins ist Eins.

(Dies Letztere wird geübt bis zur vollen Geläufigkeit, einzeln und im Chore; alsdann lernen die Kinder das zur vorausgegangenen Uebung Gehörige schreiben.)

Tafelrechnen.

L. Was habt ihr eben rechnen gelernt? Wer weiß es noch?

Sch. Einmal Eins ist Eins.

L. Sprecht es noch einmal zusammen!

Sch. —

L. Das ist recht. Nun dürft ihr, was ihr gesprochen habt, auch schreiben lernen. Seht darum, was ich euch jetzt auf die Tafel vorschreibe! (Der Lehrer schreibt und spricht:) Kleiner Haarstrich rechtsschief aufwärts, Grundstrich senkrecht abwärts (1). Das ist das Zeichen für ein Ding, für Eins. Die großen Leute nennen es „Eins", oder sie sagen: „Das ist die Ziffer[1] Eins, das ist Eins, ein Einser." Sie machen es, wenn sie aufschreiben wollen, daß sie nur ein Stück von Etwas haben. Wie heißt also das (auf Eins deutend)?

Sch. —

L. Wer von euch kann mir jetzt auch Eins schreiben?

Sch. —

L. (Die Fähigeren und Lebendigeren werden rasch dazu bereit sein. Man läßt sie dann unter steter Aufmunterung, Eines nach dem Anderen, die Ziffer Eins auf die Wandtafel schreiben, und ihr Beispiel wird unter Anleitung des Lehrers selbst den Schüchternsten den Muth verleihen, dasselbe zu thun. Damit ist der erste Schritt zum schriftlichen Rechnen geschehen. Die Kinder sitzen nun wieder

---

1) Es kann nach der Ansicht mancher Lehrer diese und jede folgende schriftliche Rechenübung Anfangs statt in Ziffern auch in Strichen dargestellt werden. Diese Art der Darstellung hat Manches für, aber auch Manches gegen sich.

. . . . Scholz verwirft die Darstellung von Rechenaufgaben in Strichen.

. . . . Auch Grube spricht sich dagegen aus, indem er sagt: „Die Bezeichnung der Operationen durch Striche, als $|| \times | = ||$, $|| - | = |$ rc. rc. ist gar nicht anschaulich, fällt darum hier als überflüssig fort."

Hentschel sagt darüber: „Man stellt z. B. die Additionsaufgaben so dar:

$$|| + || =$$
$$||| + ||| =$$

und das nennt man anschaulich. Ist es das? Ich zweifle sehr. Mindestens findet hier eine Vermischung des Anschaulichen mit dem Symbolischen statt, welche dem Begriffe des rein Elementarischen nicht besser entsprechen dürfte, als der Gebrauch der Ziffern. Noch deutlicher zeigt sich dies beim Subtrahiren, wo sich die Aufgaben so stellen:

$$||||| - ||| =$$
$$|||||| - || =$$

Hier hört die Anschaulichkeit ziemlich auf. Der Schüler soll von fünf Strichen drei Striche hinwegnehmen, aber diese letzteren stehen, wenn man die Aufgabe in Strichen darstellt, neben den ersteren, sind also andere, als diese: darin liegt der Mangel an Anschaulichkeit. Daß endlich bei den Multiplications- und Divisionsaufgaben, wenn man sie so bezeichnet:

$$|| \times |||| =$$
$$||| \times ||||| =$$
$$|| : |||||| =$$
$$||| : ||||||||| =$$

die letzte Spur von Anschaulichkeit verschwindet, bedarf keines Weiteren."

Wir sprechen darum mit Hentschel: Da wir insbesondere das Multipliciren und Dividiren schon in den ersten Zahlenkreis mit hereinziehen, so schien es uns doppelt rathsam, die Ziffern zeitig eintreten zu lassen. Niemand wird uns deßhalb beschuldigen wollen, wir würden das Anschauliche und zwar das rein Anschauliche vernachlässigen; daß wir ihm im Gegentheile sein volles Recht einräumen, dazu liefern unsere Uebungen wohl den vollständigsten Beweis. Etwas Anderes ist die Benützung der Striche zur Veranschaulichung der Zahl.

auf ihren Plätzen, und der Lehrer fährt fort:) Jetzt soll Jedes von euch dies „Eins“ auf seine Tafel schreiben. Wer kann das?

Sch. (Da tönt es ganz gewiß:) Ich, ich!

L. Recht so! Die Tafel heraus! — Jetzt macht das „Eins“ auf euere Tafel! (Dictirübung im Zifferschreiben.)

Sch. (Schreiben.)

L. (Der Lehrer sieht überall nach, läßt die Ziffern auslöschen und dann wieder machen, bis dies mit Leichtigkeit und geordnet geht. Schluß:) Ausgegelöscht! — Jetzt macht noch einmal Eins.

Sch. (Machen es.)

L. Was habt ihr geschrieben?

Sch. —

L. Wie vielmal Eins habt ihr geschrieben?

Sch. —

L. Einmal Eins ist aber wie viel?

Sch. —

L. Jetzt wollen wir Alles schreiben lernen, was ihr eben gesprochen habt. Seht her! (Der Lehrer schreibt die Ziffer Eins auf die Wandtafel.) Was ist das?

Sch. —

L. Nun mach' ich euch für das Wörtchen „Mal“ ein Zeichen. ($\times$) Für welches Wörtchen soll dies Zeichen stehen?

Sch. —

L. Wie können wir es darum auch heißen?

Sch. —

L. Leset jetzt von vornen! ($1 \times$)

Sch. „Eins mal.“

L. Ich schreibe weiter. (Er schreibt einen Einser hinzu.) Könnt ihr's jetzt ganz lesen? (1×1)

Sch. Eins mal Eins.

L. So ist's recht. Für das Wörtchen „ist“ machen wir 2 kleine wagrechte Striche. (= Der Lehrer macht sie.) ($1 \times 1 =$) Für welches Wörtchen soll dies letzte Zeichen stehen?

Sch. —

L. Wie können wir es darum heißen?

Sch. —

L. Leset jetzt wieder von vornen! ($1 \times 1 =$)

Sch. —

L. Ich setze jetzt noch einen Einser hinzu. ($1 \times 1 = 1$) Leset ganz, was ich auf die Tafel geschrieben habe?

Sch. —

L. Noch einmal!

Sch. —

L. Statt Eins sagen die Leute in manchen Fällen auch „Ein“, hier z. B. sagen sie statt Eins mal Eins ist Eins — Ein mal Eins ist Eins. — Sprecht's darum jetzt noch einmal, so werden wir es gleich auch gelernt haben!

Sch. —

L. Noch einmal.

Sch. —

L. Recht so. Jetzt schreibt es auf euere Tafeln![1])

Sch. (Die Kinder thuen es.)

---

1) Jede Ziffer, das Zeichen für das „Mal“ ($\times$), das Zeichen für das „Ist“, so wie die später folgenden Zeichen für „Und“ (+), „Weniger“ (—) und „Gemessen“ oder „Ist enthalten in“ (:) können auch im Schreiben einzeln geübt werden. Der Lehrer muß hier am besten wissen, wie seine Kinder im Schreiben im Allgemeinen vorangeschritten sind, und was er bei ihnen voraussetzen darf. Lieber aber übe er, als daß er zu viel voraussetzt.

L. Leset, was ihr geschrieben habt!
Sch. —
L. Recht so. Leset's noch einmal!
Sch. —
L. Eins ist also wie vielmal Eins?
Sch. —
L. Ein mal Eins ist wieviel?
Sch. —
L. Jetzt dürft ihr Das, was wir eben schreiben gelernt haben, so oft — aber es muß recht schön sein — auf die Tafel schreiben, bis die Seite ganz voll ist. Ich will sehen, wer es am Schönsten macht.

§. 356. **II. Die angewandte Zahl.**

(Nur Kopfrechnen.)

1) Was ist nur einmal in der Stube?
2) Was ist an deinem Kopfe nur einmal?
3) Was habt ihr zu Hause nur einmal?
4) Was sieht man in der Kirche nur einmal?
5) Was ist nur einmal am Himmel zu sehen?
6) Hier in dieser Stube ist nur ein Stuhl. Wenn ich den einen Stuhl hinaustrage, wie viel Stühle bleiben dann noch in der Stube?
7) Ein Kind bekam von seiner Mutter ein Apfelbrödchen. Weil es aber Hunger hatte, so aß es dasselbe gleich auf. Wie viel Apfelbrödchen hatte es nun noch?
8) Karl bekam von seinem Vater einen Kreuzer zum Geschenke; gleich wollte er sich Wecke dafür kaufen. Wie viel Kreuzerwecke wird er dafür bekommen?
9) Wie heißt die Hälfte von einem Wecke? — Von einem Apfel? — rc. rc.
10) Wie heißt die Hälfte von Eins?

Zweite Stufe.

§. 357. **Praktische Behandlung der Zahl Zwei.**

I. Die reine Zahl.

a. Messen und Vergleichen.

Erste Uebung. 2 verglichen mit 1.

Kopfrechnen.

L. Kinder, in der letzten Rechenstunde habt ihr mir allerlei Dinge genannt, die nur einmal da waren. Wer kann mir das heute noch einmal thun?
Sch. —
L. Du? — Du?
Sch. —
L. Wer noch mehr kann mir Dinge nennen, die nur einmal in der Schulstube sind? —
Sch. —
L. Anton, nenne mir, so viel du weißt!
Sch. —
L. Welche Dinge sind nur einmal in euerem Hause?
Sch. —
L. Welche Dinge sind nur einmal in der Kirche? (u. s. w.)
(Diese Repetition muß rasch und lebendig vorüber gehen.)
Sch. —
L. Was haben wir noch rechnen gelernt?
Sch. Einmal Eins ist Eins.
L. Sprecht noch einmal zusammen!
Sch. —
L. Das habt ihr aber auch geschrieben. Schreibt es noch einmal auf euere Tafeln
Sch. (Sie schreiben es.)

L. Leset's nun!

Sch. (Sie lesen es.)

L. Das habt ihr brav gemacht. Legt jetzt die Tafeln unter die Bank, und legt die Hände oben d'rauf! So! (Es wird vorausgesetzt, daß die Kinder an augenblickliche und pünktliche Ausführung Dessen, was der Lehrer sagt, gewöhnt sind.) — Ihr dürft nun heute schon wieder etwas Neues lernen; aber ich werde es nur die Kinder lehren, die mich ansehen und recht schön acht geben.

a. Zusammenzählen: Uebung des $1 + 1 = 2$.

Der Lehrer zieht den gestern 2c. 2c. benützten Apfel aus der Tasche und fragt: Wißt ihr noch, wie viel Aepfel ich da habe?

Sch. —

L. (Er zieht noch einen Apfel heraus und legt ihn zu diesem. „Jetzt sind's zwei!" wird Eins oder das Andere ausrufen.) So, das wißt ihr schon? — Da könnt ihr mir auch sagen, wie viel Hände ich habe? (Der Lehrer legt die beiden Aepfel rasch auf die Seite und fährt fort:)

Sch. —

L. Wie viel Füße habe ich denn?

Sch. —

L. Wie viel Arme? (So fragt der Lehrer weiter, wie viel Augen, Ohren, Backen, Schultern, Seiten 2c. 2c. — immer darauf zeigend — haben wir?)

Sch. —

L. (Damit die Kinder Gelegenheit haben, zwischen 1 und 2 zu unterscheiden, so gebe der Lehrer jetzt Fragen durcheinander, etwa wie folgende:) Wie viel Köpfe hat der Mensch?

Sch. —

L. Wie viel Nasen hat er denn?

Sch. —

L. Wißt ihr denn noch, wie viel Augen er hat?

Sch. —

L. Wie viel Oefen habt ihr denn zu Hause in eurer Stube?

Sch. —

L. Wie viel Füße hat der Hahn?

Sch. —

L. (Der Lehrer nimmt nun ein Ding, das ihm nahe zur Hand ist und von welcher Art er gleich noch ein zweites bekommen kann, etwa einen Griffel 2c. 2c. Diesen vorzeigend, fragt er:) Was ist das?

Sch. —

L. (Dieser Griffel wird nun vor den Augen der Kinder niedergelegt und mit der anderen Hand ein anderer Griffel genommen und in die Höhe gehalten, indem man weiter fragt:) Und was ist das?

Sch. —

L. Aber jetzt aufgepaßt! (Der Lehrer nimmt den Griffel mit der einen Hand und spricht, ihn in die Höhe haltend:) Das ist ein Griffel. (Gleich darauf nimmt er den zweiten Griffel mit der anderen Hand und spricht, diese fern von der ersten Hand in ziemlich gleicher Höhe haltend:) Und das ist auch ein Griffel. Seht, ein Griffel und ein Griffel (indem der Griffel in der einen Hand zu dem Griffel in der anderen Hand gebracht wird) sind zwei Griffel. — Was habe ich gesagt? Was sind ein Griffel und ein Griffel?

Sch. —

L. Also ein Griffel und ein Griffel sind wie viel Griffel?

Sch. —

L. Und du, Karl, sag' mir auch noch einmal: Was sind ein Griffel und ein Griffel? u. s. w.

Sch. —

L. Sprecht's Alle zusammen!

Sch. —

L. (Die eine Hand vorzeigend.) Was habe ich hier?

Sch. —

L. (Die andere Hand vorzeigend.) Und hier?
Sch. —
L. Eine Hand und eine Hand (indem er beide Hände zusammenhält) sind 2 Hände. Was habe ich gesagt?
Sch. —
L. (Auf die eine Hand des Kindes zeigend.) Was hast du hier?
Sch. —
L. (Auf die andere Hand des Kindes zeigend.) Und hier?
Sch. —
L. (Er nimmt die eine Hand des Kindes und legt sie zur anderen.) Eine Hand und eine Hand sind wie viel Hände?
Sch. —
L. (Ebenso bespreche man die übrigen Glieder des menschlichen Körpers, die doppelt vorhanden sind. — Zur Unterscheidung der Einheit und Zweiheit dient wohl auch folgende, den Unterricht belebende Frage: — Auf den Kopf des Kindes deutend —) Was hast du hier?
Sch. —
L. Wo ist denn dein zweiter Kopf?
Sch. —
L. Also wie viel Köpfe hast du nur?
Sch. —
L. Wie viel Beine aber hast du?
Sch. —
L. (Der Lehrer macht einen Strich auf die Tafel.) Was habe ich hier auf die Tafel geschrieben?
Sch. —
L. (Der Lehrer macht noch einen Strich auf die Tafel.) Was habe ich noch einmal auf die Tafel geschrieben?
Sch. —
L. Das (|) also ist ein Strich und das (|) ist auch ein Strich. Ein (|) Strich und ein (|) Strich sind wie viel Striche?
Sch. —
L. Was ist also Eins und Eins?
Sch. —
L. Sprecht's zusammen!
Sch. —
L. Noch einmal!
Sch. —

b. Vervielfachen: Uebung des $2 \times 1 = 2$.

L. (Einen Finger zeigend.) Wie viel Finger sind das?
Sch. —
L. (Einen anderen Finger in der anderen Hand vorhaltend.) Wie viel Finger sind das?
Sch. —
L. Ein Finger (der Lehrer bringt beide Finger zusammen) und ein Finger sind wie viel Finger?
Sch. —
L. Das aber (wieder den ersten Finger vorzeigend) ist wie vielmal ein Finger?
Sch. —
L. Wie vielmal ein Finger (den anderen vorzeigend) ist das?
Sch. —
L. Einmal ein Finger (den ersten vorzeigend) und noch einmal ein Finger (den anderen vorzeigend und beide zusammenhaltend) sind wie viel Finger?
Sch. —
L. 2 Finger sind wie vielmal **ein** Finger?
Sch. —
L. Zweimal ein Finger sind wie viel Finger?
Sch. —

L. (Auf ein Fenster deutend.) Wie viel Fenster sind hier?
Sch. —
L. (Auf ein anderes Fenster deutend.) Und hier?
Sch. —
L. Ein Fenster und ein Fenster sind wie viel Fenster?
Sch. —
L. Wie vielmal ein Fenster sind 2 Fenster?
Sch. —
L. (In derselben Weise werden noch viele Beispiele vorgeführt z. B.) Ein Kreuzer (nachher etwa Tisch, Buch, Ei, Nuß, Weck, Apfel ꝛc. ꝛc. und ein Kreuzer sind wie viel Kreuzer?
Sch. —
L. 2 Kreuzer sind wie vielmal ein Kreuzer?
Sch. —
L. 2 mal ein Kreuzer sind wie viel Kreuzer?
Sch. —
L. (Die Kinder sprechen in der Regel bei allen Uebungen einzeln und nur zur Abwechselung, zur größeren Belebung des Unterrichtes, zur Uebung im Taktsprechen ꝛc. ꝛc. oder zum Schlusse auch im Chore. Zwischenfragen: Nennet mir Dinge, die nur 2mal in dieser Stube sind! — Was habe ich nur 2mal an meinem Körper? — Schluß dieser Uebung.) Ein Ding (nachher Strich) und ein Ding sind wie viel Dinge?
Sch. —
L. 2 Dinge sind wie vielmal ein Ding?
Sch. —
L. 2mal 1 Ding sind wie viel Dinge?
Sch. —
L. Eins und Eins ist wie viel?
Sch. —
L. 2 ist wie vielmal Eins?
Sch. —
L. 2mal 1 ist wie viel? (Dieses wird besonders hervorgehoben.)
Sch. —

c. Abzählen: Uebung des $2 - 1 = 1$
$- 1 = 0$

L. Seht jetzt noch einmal her! (Der Lehrer nimmt wieder am besten, 2 zum Unterrichte noch nicht benützte Gegenstände, in Ermangelung dieser thuen es auch wieder 2 Griffel oder etwa 2 Nüsse, 2 Aepfel oder sonst 2 Dinge, die er sich wegen des größeren Interessens der Kinder schon vor dem Unterrichte in die Tasche, in den Pult ꝛc. ꝛc. gesteckt hatte, heraus und fährt fort:) Heute habe ich euch etwas Neues mitgebracht. (Er holt es langsam heraus und fragt dann, wenn er es am Schlusse plötzlich außen hat und es vorzeigt, rasch:) Was ist das?
Sch. —
L. Ah! das kennt ihr noch nicht. Seht, das sind zwei Haselnüsse. Betrachtet sie euch recht. Sie sind kleiner wie die anderen Nüsse, aber doch so rund, wie diese; außen ganz glatt, und inwendig haben sie auch einen Kern, den man essen kann. Was also sind das?
Sch. —
L. Sprecht's zusammen?
Sch. —
L. Fritz, von den zwei Haselnüssen darfst du dir eine wegnehmen.
Sch. (Er thut's.)
L. Wie viel Haselnüsse sind mir noch übrig?
Sch. —
L. Davon darfst du dir noch eine Haselnuß hinwegnehmen.
Sch. (Er thut's wieder.)
L. Wie viel Nüsse habe ich jetzt noch übrig behalten?
Sch. —

L. Ihr habt jetzt da alle Etwas gesehen. Habt ihr es aber auch verstanden? — Ich will euch fragen, da werde ich es an eueren Antworten gleich merken. Karl, wenn man von zwei Haselnüssen eine Haselnuß hinwegnimmt, wie viel Haselnüsse sind da noch übrig?

Sch. —

L. Von einer Haselnuß aber noch eine Haselnuß hinweggenommen, sind noch wie viel Haselnüsse?

Sch. —

L. Also: 2 Haselnüsse weniger eine sind wie viel Haselnüsse?

Sch. —

L. Eine Haselnuß weniger eine läßt wie viel übrig?

Sch. —

L. (Dasselbe müssen die Kinder noch an vielen anderen Dingen z. B. Stäbchen, Griffeln, Aepfeln, Klickern, Kartoffeln, Bohnen, Strichen u. s. w. sehen, so daß ihnen die Abstraction leicht wird:) 2 weniger 1 ist wie viel?

Sch. —

L. Eins weniger Eins ist wie viel?

d. Messen [1]: Uebung des 1 : 2 = 2.

L. Da (der Lehrer zeigt eine Elle vor) habe ich heute wieder ein Ding mitgebracht, wie ich euch noch keines in der Schule gezeigt habe. Wer weiß, was es ist?

Sch. (Viele rathen, einige wissen es.) Eine Elle.

L. Und da habe ich (der Lehrer mißt vor den Augen der Kinder an 2 noch mit einander verbundenen Ellen Band oder Kordel oder Schnür 2c. 2c. 1 Elle ab) eine Elle Band und (indem er weiter mißt) noch eine Elle Band. Wie viel Ellen Band sind das zusammen?

Sch. —

L. Warum?

Sch. —

L. Zwei Ellen sind wie vielmal eine Elle?

Sch. —

L. Zweimal eine Elle sind wie viel Ellen?

Sch. —

1) Hier sind drei Begriffe den Kindern durch Anschauung zum Verständnisse zu bringen:

1. Der Begriff des Enthaltenseins;
2. Der Begriff des eigentlichen Messens, der sich auf das Enthaltensein gründet und theilweise mit ihm identisch ist, und
3. Der Begriff des Theilens, der gleichsam das Enthaltensein in sich schließt.

In Betreff des Enthaltenseins und des Messens dreht sich die Entwickelungskatechese um die Fragen:

1. Wie vielmal eine Zahl in einer anderen enthalten sei;
2. Welche Zahl so und so vielmal in einer anderen enthalten sei, und
3. In welcher anderen Zahl eine Zahl so und so vielmal enthalten sei.

Beim Theilen ist das Ziel der Katechese, die Kinder dahin zu bringen, daß sie eine Zahl als Theil von einer anderen auffassen und insbesondere angeben lernen:

1. Der wie vielte Theil eine gegebene Zahl von einer anderen sei;
2. Von welcher Zahl eine gegebene Zahl ein bestimmter Theil sei, und
3. Wie viel ein bestimmter Theil einer gegebenen Zahl betrage.

Diese Begriffe können aber keineswegs durch eigentliche Begriffserklärungen oder langes Hin- und Herdemonstriren den Kindern klar gemacht werden; sondern sie müssen an Beispielen die Sache schauen und sehen und in Folge davon fühlen und erkennen, zuletzt das Erkannte üben und durch Uebung zur Fertigkeit bringen. Wer dieses erreicht, hat im Rechenunterrichte bei den Kindern der Elementarklasse seine volle Schuldigkeit gethan. — Mit dem Begriffe des Theilens in dem oben angegebenen Sinne wollen wir jedoch die Kinder erst bei der Zahl 4 vertraut machen, weil die Zahlen 1 und 3 uns hierzu nicht geeignet erscheinen und die Zahl 2 zu wenig Wechsel bietet.

L. Zwei Ellen weniger eine Elle sind wie viele Ellen?
Sch. —
L. Weniger eine Elle ist wie viel?
Sch. —
L. Wie vielmal kann ich also eine Elle von den 2 Ellen wegnehmen?
Sch. —
L. Wie vielmal muß demnach auch eine Elle in den 2 Ellen enthalten sein?
Sch. —
L. Wie oft steckt also die eine Elle in 2 Ellen?
Sch. —
L. Wenn ich aber jetzt mit der Elle die zwei Ellen Band messen wollte, wie oft könnte ich alsdann eine Elle aus den zwei Ellen ab- oder herausmessen?
Sch. —
L. Ich will gleich sehen. (Er mißt eine Elle Band ab.) Einmal. (Er mißt noch eine Elle ab.) Zweimal. Wie viel ist noch übrig?
Sch. —
L. Mit 1 Elle in 2 Ellen Band gemessen, geht also wie vielmal?
Sch. —
L. Das ist recht. Jetzt gebt aber noch einmal acht! Gestern ging ein Mädchen mit einem Topfe auf den Markt und kaufte von einer Frau 2 Schoppen Milch. Diese Frau hat ihm zuerst einen Schoppen und dann noch einen Schoppen Milch in den Topf gemessen. Wie viele Schoppen Milch hatte das Mädchen jetzt im Topfe?
Sch. —
L. Warum?
Sch. —
L. 2 Schoppen sind wie vielmal 1 Schoppen?
Sch. —
L. 2mal 1 Schoppen sind wie viel Schoppen?
Sch. —
L. Wenn man aber von den 2 Schoppen Milch, die das Mädchen im Topfe hat, wieder einen Schoppen herausmißt; wie viel Schoppen bleiben da noch in dem Topfe?
Sch. —
L. Wenn man auch diesen noch herausmißt, wie viel Milch ist dann noch in dem Topfe?
Sch. —
L. Wie vielmal einen Schoppen Milch kann man also von den 2 Schoppen wieder herausmessen?
Sch. —
L. In wie viel Schoppen ist ein Schoppen 2mal enthalten?
Sch. —
L. Wie viel Schoppen sind in 2 Schoppen 2mal enthalten?
Sch. —
L. Wie oft steckt 1 Schoppen Milch in 2 Schoppen Milch?
Sch. —
L. Mit einem Schoppen in 2 Schoppen gemessen geht also wie vielmal?
Sch. —
L. Mit Eins in 2 gemessen geht demnach auch wie vielmal?
Sch. —
L. Mit welcher Zahl muß ich in 2 messen, damit es 2mal geht?
Sch. —
L. In welcher Zahl ist Eins zweimal enthalten?
Sch. —
L. (Der Lehrer mag hier noch mehrere Beispiele in ähnlicher Weise ausführen und dies so lange fortsetzen, bis alle Kinder vollständige Einsicht in die Sache erlangt haben und befähigt sind, alle hier vorkommenden und ähnlichen Fragen in Sätzen, logisch richtig, sprachrichtig und geläufig zu beantworten. Erst dann darf der Lehrer zu einer weiteren Uebung übergehen. — Die Mittel zur Veranschaulichung, wie hier die Elle, das Band oder statt dessen ein anderes

durch das Längenmaß zu messendes Ding, das Schoppenblech u. s. w. u. s. w. dürfen dem Lehrer bei den ersten Uebungen nie fehlen. Er sei keineswegs zu sparsam in Anwendung derselben. Vor den Augen der Kinder soll er messen; denn es muß ganz besonders der erste Rechenunterricht sich auf Anschauungen basiren, sonst taugt er Nichts.) —

Den Schluß der vorausgegangenen Einzelübungen bildet eine kurze Wiederholung des Ganzen, etwa in folgender Weise: Ihr habt jetzt allerlei gelernt. Ich will einmal sehen, wer es gut behalten hat. (Zuerst erhält jedes einzelne Kind eine oder zwei Fragen, aber nie in derselben aufeinanderfolgenden Ordnung; haben dann alle gut und richtig geantwortet, dann geht es im Chore:) 1 + 1 ist wie viel?

Sch. —

L. 2 ist wie vielmal 1?

Sch. —

L. 2 weniger 1 ist wie viel?

Sch. —

L. 2 gemessen durch 1 ist wie viel?

Sch. —

L. Was ist 1 + 1?

Sch. 1 + 1 = 2.

L. Wie vielmal 1 ist 2?

Sch. 2 × 1 = 2.

L. 2 weniger 1 ist wie viel?

Sch. 2 — 1 = 1.

L. 1 gemessen in 2 ist wie viel oder geht wie vielmal?

Sch. 2 : 2 = 2.

Tafelrechnen.

L. Die Ziffer (d. i. ein Zeichen oder ein Bild für) Eins habt ihr schon schreiben gelernt. Jetzt will ich euch auch zeigen, wie man aufschreibt, daß man zwei Dinge hat. Seht! (Der Lehrer schreibt die Ziffer 2 langsam, aber kräftig und groß auf die Wandtafel, so daß die Kinder mit Spannung auf ihn sehen. Wenn er fertig ist, spricht er erklärend weiter:) Das heißt zwei; die großen Leute sagen: Das ist ein Zweier, oder das ist die Ziffer 2. Sie bedeutet so viel als Eins und noch Eins [1]). Wer von euch kann mir das auf der großen Wandtafel nachschreiben?

Sch. —

L. (Ganz gewiß sind Kinder da, die dies wollen. Durch diese werden wieder die Schüchternen und weniger Fähigen zu Gleichem aufgemuntert. Soll aber die erste Aufforderung ohne Erfolg geblieben sein, so muntert der Lehrer durch sein noch ein- oder mehrmaliges Vorschreiben dieser Ziffer die Kleinen zur Nachahmung auf. Versuchen sich dann Einige, und haben die Anderen deren Erfolg gesehen; dann wollen die Meisten, und es ist nicht mehr schwer, selbst die noch Zurückbleibenden zu dieser Uebung heranzuziehen. Wo möglich müssen Alle das 2 an der Wandtafel ein- oder mehrmal im Beisein des Lehrers schreiben; denn ist ihnen dies gelungen, so sind sie über das Werk voller Freude, voller Begierde und neuer Lust und mit einer gewissen Beherztheit und Entschlossenheit gehen sie an die Uebung des Schreibens der Ziffer 2 auf ihrer Tafel. Hören wir einen gemüthlichen steierischen Lehrer, wie er uns seine Verfahrungsweise in diesem Punkte erzählt. Er sagt: „Komm her, du Hansel, du hast gestern den Einser so gut getroffen, versuch' heute auch den Zweier. Ich lösche den Dastehenden weg und

---

1) Hier kann die Ziffer 2 nach ihren Bestandtheilen aufgefaßt und beschrieben werden. Es hat dies sein Gutes, jedoch ist es für Kinder, die schon ein halbes Jahr die Schule besuchen und schreiben, nicht gerade unbedingt nöthig. Der Lehrer mag hier das ihm geeignet Scheinende wählen. — Ein Gleiches mag für die von manchen Lehrern in Gebrauch gebrachte, vereinfachte Schreibart der Ziffer 2 gelten; also statt 2 so 2 oder Z schreiben zu lassen. Wir möchten es nicht sehr empfehlen.

schreibe (damit ich seine und der übrigen Meinung, es sei schwer, unterdrücke) ziemlich schnell einige Zweier hin, lösche sie dann weg, gebe ihm die Kreide, und er schreibt einen ganz erträglichen Zweier hin. Darauf frage ich: Wer will denn noch versuchen, wie leicht es ist, einen Zweier zu machen? (Es schmunzeln mehrere und getrauen sich nicht recht heraus mit dem „Ich".) Komm her, Seppel, versuch' du es! — Er versucht's; es geht ziemlich gut und so Jeder". — Machen wir es ähnlich so.) — Sind Alle damit fertig, dann fährt der Lehrer fort: Wer von euch kann jetzt die Ziffer 2 auf seine Schiefertafel schreiben?

Sch. —

L. (Nach der angedeuteten Vorbereitung fehlt wohl kein Kind. Der Lehrer läßt dies einigemal unter seiner Aufsicht geschehen, auslöschen und wieder geschehen und hilft dabei den Schwächeren, wo es nöthig ist, noch ein wenig corrigirend nach; dann läßt er die Kleinen entweder zur stillen Beschäftigung oder als Aufgabe für zu Hause oder als beides nacheinanderfolgend eine ganze Tafel voll Zweier schreiben. Eine weitere Aufgabe zur stillen Beschäftigung ist das wiederholte Schreiben von 1 in Verbindung mit 2, d. i. 1 und 2. — oder wenn dies Schreiben gleich sehr gut geht, so fährt der Lehrer fort:) Kinder, jetzt könnt ihr auch das 2 schreiben (und lesen). Wer aber weiß mir noch zu sagen, was wir von 2 rechnen gelernt haben?

Sch. —

L. Also was ist 1 + 1?

Sch. —

L. Wie vielmal 1 ist 2?

Sch. —

L. 2 weniger 1 ist?

Sch. —

L. 1 gemessen in 2 ist?

Sch. —

L. Recht, aber ihr Kinder! wer das 1 und das 2 recht gut hat schreiben lernen, der kann auch das Gerechnete jetzt aufschreiben; nur muß ich euch noch Etwas dazu zeigen. Seht darum her auf die Tafel! Doch sagt mir noch einmal zusammen, was habt ihr zuerst von 2 rechnen gelernt?

Sch. Eins und Eins ist Zwei.

L. Also seht her! (Der Lehrer schreibt die Ziffer Eins auf die Tafel.) Da (darauf deutend) ist Eins. Das kennt ihr schon; für das „und" machen wir so (+) ein stehendes Kreuzchen. (Der Lehrer macht's.) Für welches Wörtchen machen wir dies stehende Kreuzchen?

Sch. —

L. Was bedeutet demnach das Kreuzchen?

Sch. —

L. Wenn wir von vornen anfangen zu lesen, wie können wir dann für das Kreuzchen sagen?

Sch. —

L. Les't von vornen! Der Lehrer darauf deutend (1 +).

Sch. Eins und.

L. Fortfahrend, indem er eine weitere Ziffer 1 anfügt und spricht:) Eins! (1 + 1). Les't von vornen!

Sch. Eins und Eins!

L. Für das „Ist" machen wir zwei gleiche Strichlein (1 + 1 =) übereinander.

L. Les't von vornen (1 + 1 =)!

Sch. Eins und Eins ist.

L. (Der Lehrer wiederholt dies, nach dem Ende zu mehr betont.) Eins und Eins ist (und fährt schreibend und sprechend fort:) (2) Zwei. (Vor den Augen der Kinder ist jetzt entstanden:)

$$1 + 1 = 2.$$

Les't von vornen

Sch. —

L. (Dies geschieht noch einigemal einzeln und zuletzt wieder im Chore. Gleichzeitig mit dem Chorsprechen schreibt der Lehrer das Ganze noch ein- oder einigemal und fährt dann fort:) Wer von euch kann dies jetzt auch auf die große Wandtafel schreiben?

Sch. —

L. (Er läßt dies von möglichst vielen Kindern thun und macht zuletzt daraus eine Aufgabe zur stillen Beschäftigung, indem er sie auffordert, das Ganze (1 + 1 = 2) auf ihre Schiefertafel zu schreiben.)

Ganz in derselben Weise werden die Kinder schreiben gelehrt:

$$2 \times 1 = 2$$
$$2 - 1 = 1$$
$$1 : 2 = 2.$$

Es steht nun das ganze Rechengesetzchen, wie sich dies durch die Grube'sche Behandlung der Zahl 2 ergibt, auf der Schultafel, und die Kinder müssen es verstehen. Verstehen sie es nicht Alle oder nicht ganz, so ist das weitere Verständniß noch zu veranlassen. Alsdann ist es zur Fertigkeit zu bringen, wobei zugleich Bedacht darauf genommen wird, daß sich die Kinder auch die Form der Darstellung merken. Zum Schlusse schreiben es die Kinder aus dem Kopfe nieder, oder wir benützen die „Rechenfibel von G. Köpp"[1]) und lassen die Kinder aus der Zahl 2 die Aufgabe 1. lösen.

---

1) Als Aufgabensammlung empfehlen wir für den ganzen Rechenunterricht

a) zum Gebrauche in Süddeutschland:

Köpp, G., Rechenfibel oder Vorbereitungsheft zu den vier Grundrechnungsarten, umfassend den Zahlenkreis von 1 bis 10 und von 10 bis 100 in über 30,000 Aufgaben. Preis 3 kr.

— — die vier Grundrechnungsarten in unbenannten ganzen Zahlen. 1. Heft. 7. Auflage. Preis einzeln 6 kr. — Partiepreis à 4 kr.

— — die vier Grundrechnungsarten in gleich- und ungleichbenannten ganzen Zahlen. 2. Heft. 7. Auflage. Preis einzeln 8 kr. — Partiepreis à 6 kr.

— — die vier Grundrechnungsarten in unbenannten, sowie in gleich- und ungleichbenannten Brüchen. (Gemeine und Decimalbrüche.) 3. Heft. 4 Aufl. Preis 8 kr. — Partiepreis à 6 kr.

— — die Anwendung der vier Grundrechnungsarten im Drei-, Fünf- und Vielsatze, sowie in den Zins-, Gewinn- und Verlust-, Theilungs- oder Gesellschafts-, Durchschnitts- und Mischungsrechnungen. 4. Heft. 5. Auflage. Preis 8 kr. — Partiepreis à 6 kr.

— — Auflösungen zum 1. u. 2. Heft. 2 Aufl. Preis 15 kr.

— — Auflösungen zum 3. u. 4. Heft. 2. Aufl. Preis 15 kr.

b) Zum Gebrauche in Norddeutschland:

Hentschel, E., Rechenfibel. Uebungsbüchlein für die ersten Anfänger im schriftlichen Rechnen, umfassend die Zahlen von 1 bis 10 und von 1 bis 100. Vorläufer der Aufgaben zum Zifferrechnen. 11. Aufl. 1860. 8. roh. $1\frac{1}{2}$ Sgr.

— — Aufgaben zum Zifferrechnen.

1. Heft. 1. Abth. 14. Aufl. 1860. roh. $1\frac{1}{2}$ Sgr.
1. „ 2. „ 15. „ „ „ 2 „
2. „ 1. „ 12. „ „ „ 2 „
2. „ 2. „ 8. „ „ „ 2 „

— — Aufgaben über die Decimalbrüche. Für den Schulgebrauch entworfen und mit Erläuterungen versehen. 1854. 8. roh. 2 Sgr.

— — Antwortbüchlein zur Rechenfibel. 2. Aufl. 1858. 8. steif geheftet. 3 Sgr.

— — zu den Aufgaben zum Zifferrechnen.

— 1. Heft. 1. u. 2. Abth. 8. Aufl. 1860. steif geh. 4 Sgr.
2. „ 1. Abth. 7. Aufl. 1858. steif geh. 4 Sgr.
2. „ 2. „ 6. „ „ „ 4 „

— — zu den Aufgaben über die Decimalbrüche. 1854. 8. steif geh. 3 Sgr.

Zweite Uebung. Aufsuchen des Unterschiedes zwischen 1 und 4 und umgekehrt.

Kopfrechnen.

L. Hier sind etliche Nüsse; davon will ich dem Philipp 2 und dem Karl 1 geben; sie sollen beide herauskommen!
Sch. (Sie kommen.)
L. Wie viel Nüsse will ich dem Philipp geben?
Sch. —
L. (Gibt sie ihm.) Und wie viel Nüsse will ich dem Karl geben?
Sch. —
L. (Gibt sie ihm.) Wie viel Nüsse hat jetzt Philipp?
Sch. —
L. Und wie viel hat Karl?
Sch. —
L. Wer hat die meisten Nüsse?
Sch. —
L. Wie viel hat er?
Sch. —
L. Wie viel hat er mehr, als Karl?
Sch. —
L. 2 Nüsse sind also wie viel Nüsse mehr, als 1 Nuß?
Sch. —
L. 2 ist demnach wie viel mehr, als 1?
Sch. —
L. Wer hat die wenigsten Nüsse?
Sch. —
L. Wie viel Nüsse hat Karl?
Sch. —
L. Wie viel Nüsse hat er weniger, als Philipp?
Sch. —
L. Eine Nuß ist also wie viel Nüsse weniger, als 2 Nüsse?
Sch. —
L. Eins ist demnach wie viel weniger, als 2?
Sch. —

(Zeigen jedoch die Antworten bei der Art Fragen, wie die letzte, daß die Abstractionskraft der Kinder noch nicht so weit erwachsen ist; so kann sie nicht durch Demonstriren gegeben, sondern muß erst noch durch mehr Uebungen, wie sie in dem Vorhergehenden angedeutet sind, hervorgerufen werden. Erklären hilft ein für allemal nicht und ist bei der rechten Stellung der Fragen auch überflüssig.)

Auf dieselbe Weise sind den Kindern folgende Sätze zu veranschaulichen und klar zu machen:

Zwei ist das Zweifache von 1 oder das Doppelte von 1.
Eins ist der zweite Theil von 2 oder die Hälfte von 2. §. 358.

b. Schnellrechnen.

Kopfrechnen.

Vorbemerkung. Um den Kindern in Dem, was sie in den vorausgegangenen Uebungen gelernt haben, eine rechte Gewandtheit anzueignen, wiederhole man erstens das Ganze in den verschiedensten Ausdrücken, aber nach den Operationen durcheinander und fasse dann zweitens die verschiedenen Operationen der verschiedenen Uebungsstufen zusammen in eine, aber doch wieder in sich geordnete Uebung, hauptsächlich nach dem Grundsatze: „Vom Leichteren zum Schwereren!“ Demgemäß übe man die vier Grundrechnungsarten zuerst an 2, dann an 3, dann an 4 und dann an mehreren Zahlen. Wir geben hierzu im Nachfolgenden die Verfahrungsweise mit dem besonderen Bemerken, daß dieselbe bei jeder folgenden Stufe in der Hauptsache die nämliche bleibt. Es wäre deßhalb Raumverschwendung, sie bei denselben zu wiederholen. Bei den künftigen Uebungen im Schnellrechnen wird darum immer hierher zurückverwiesen; Ziel der einzelnen Uebungen ist, daß die Antwort augenblicklich erfolgen muß.

I.

Anleitung zur Wiederholung des bereits Gelernten.

Verschiedene Fragen zur Uebung der vier Rechnungsarten; sie folgen hier der leichteren Uebersicht wegen geordnet nach den letzteren. Die Fragen sind aber bei der Uebung durcheinander zu stellen. —

Addition.

Was ist die Summe von 1 und 1?
Um wie viel ist 1 weniger, als 2?
Welche Zahl entsteht, wenn man 1 zu 1 zählt?
Wie viel ist 1 vermehrt durch 1?
Welche Zahl ist um 1 mehr, als 1?
Welche beiden Zahlen geben zusammen 2?

Subtraction.

Welche Zahl entsteht, wenn man 1 von 2 wegnimmt?
Um wie viel ist 1 weniger, als 2?
Zu welcher Zahl muß man 1 zählen, um 2 zu erhalten?
Welche beiden Zahlen sind um 1 von einander verschieden?
Von welchen beiden Zahlen ist 1 der Rest?
Eins und welche Zahl geben 2?
Welche Zahl ist um 1 kleiner, als 2?
Was ist der Unterschied zwischen 1 und 2?

Multiplication.

Was ist das Zweifache oder Doppelte von 1?
Welche Zahl ist zweimal so groß, als 1?
Welche Zahl entsteht aus der Vervielfältigung von 1 durch 2?
Welche beiden Zahlen sind, mit einander multiplicirt, gleich 2?
2 ist wie vielmal 1?
1 ist die Hälfte von welcher Zahl?

Division.

Was ist der halbe Theil (die Hälfte) von 2?
Welche Zahl ist 2mal so klein, als 2?
Wie viel gibt 2 getheilt durch 2?
Wie oft ist 1 in 2 enthalten?
Wie oft kann man 1 von 2 wegnehmen?
In welcher Zahl ist 1 zweimal?
Eins ist der wie vielte Theil von 2?
Wie viele Einer geben 2?

II.

Das eigentliche Schnellrechnen.

a. Schnellrechnen mit zwei Zahlen.

L. Was (oder wie viel) ist:

$1 + 1 = ?$
$2 - 1 = ?$
$1 \times 2 = ?$
$1 : 2 = ?$ u. s. w.

Saget mir eine Zahl, die um 1 größer ist, als die Zahl, die ich euch nenne! Eins?
Sch. —
L. Nennet mir eine Zahl, die um Eins kleiner ist, als 2?
Sch. —
L. Was ist 2 einmal genommen?
Sch. —
L. Welches ist die Hälfte von 2?
Sch. —

b. Schnellrechnen mit drei Zahlen.

Hier kommen etwa folgende Aufgaben zur mündlichen Lösung:

$2 - 1 - 1 =$
$1 \times 2 + 1 =$

$$2 - \times 1\ 1 =$$
$$1 : 2 - 1 =$$
$$1 + 1 : 2 =$$
$$1 \times 2 - 2 =$$
$$1 - 1 + 2 =$$

u. s. w.

Die Behandlungsweise ist aus der nachfolgenden Uebung des Schnellrechnens mit 4 und mehr Zahlen zu ersehen.

c. Schnellrechnen mit vier und mehr Zahlen.

Aufgaben zur Lösung sind:

$$2 - 1 + 1 - 2 =$$
$$1 \times 2 : 2 + 1 =$$
$$1 + 1 - 2 + 1 =$$
$$1 : 2 - 2 - 1 =$$

u. s. w.

Wie viel ist $1 + 1 - 1 - 1 + 2 - 1 \times 2 : 1 - 1$?

Wie viel ist zwei weniger Eins, — weniger Eins — und Eins — und Eins, weniger zwei — und Eins, mal zwei, gemessen durch Eins?

u. s. w.

Diese Aufgaben sind als Kopfrechenaufgaben vorzüglich; denn nach gehörig allseitiger Auffassung der behandelten Zahl durch die vorausgegangenen Uebungen im „Messen und Vergleichen" üben und bilden dieselben außerordentlich. Sie sind darum sehr zu vermehren und mannigfaltig zu gestalten. Jede folgende Zahl vermehrt die Gelegenheit dazu. Nur muß stets dahin gewirkt werden, daß die Antworten rasch und dabei immer überlegt erfolgen. Stufenmäßig auch bei dieser Uebung, selbst beim Lösen der Aufgaben, zu verfahren, führt, wie überall zur sicheren Gewandtheit. So können beim Lösen der Aufgaben mit 3, 4 und mehr Zahlen folgende Stufen dem Kinde die Sache sehr erleichtern. Wir denken uns z. B. die letzte Aufgabe; bei dieser können folgende Lösungsstufen eintreten:

Erste Lösungsstufe: Zu jeder Operation kann das Resultat rasch gesagt werden, wie:

L. 2 — 1 ist wie viel?	Oder mit Auslassung der Frage „wie viel?"	L. Wie viel ist 2 — 1?
Sch. Eins.		Sch. Eins.
L. — 1 ist wie viel?		L. — 1?
Sch. Nichts.		Sch. Nichts.
L. + 1 ist wie viel?		L. + 1?
Sch. Eins.		Sch. Eins.
L. + 1 ist wie viel?		L. + 1?
Sch. Zwei.		Sch. Zwei.
L. — 2 ist wie viel?		L. — 2?
u. s. w.		u. s. w.

Zweite Lösungsstufe: Nach Ausführung zweier Operationen kann das Resultat gesagt werden, wie:

L. 2 — 1 — 1 ist wie viel?	Oder mit Auslassung der Frage „wie viel?"	L. Wie viel ist 2 — 1 — 1?
Sch. Nichts.		Sch. Nichts.
L. + 1 + 1 ist wie viel?		L. + 1 + 1?
Sch. Zwei.		Sch. Zwei.
L. — 2 + 1 ist wie viel?		L. — 2 + 1?
Sch. Eins.		Sch. Eins.
L. × 2 : 1 ist wie viel?		L. × 2 : 1?
Sch. Zwei.		Sch. Zwei.

Dritte Auflösungsstufe: Nach Ausführung von drei, dann von mehreren und zuletzt von allen Operationen kann das Resultat gesagt werden. (Nach dem Sprechen einer jeden Zahl ist aber einzuhalten, um dem Schüler zur Ausführung ein wenig Zeit zu lassen. Die Pause wird, je nachdem es geläufiger geht, immer kürzer.)

Das Resultat wird gesagt nach 3 Operationen:

L. Wie viel ist 2 — 1 — 1 + 1?

Sch. Eins.

L. + 1 — 2 + 1?
Sch. Eins.
L. ⨯ 2 : 1?
Sch. Zwei. u. s. w.
Letzte Auflösungsstufe:
Das Resultat wird erst am Schlusse der Aufgabe gesagt:
L. Wie viel ist 2 — 1 — 1 + 1 + 1 — 2 + 1 ⨯ 2 : 1?
Sch. Zwei.

Tafelrechnen.

Hier kommen jetzt ähnliche Aufgaben, wie sie im Vorausgehenden gegeben wurden, zur Lösung. Siehe „Rechenfibel von G. Köpp" Zahl 2, Aufg. 2.

c. Kombiniren.

Kopfrechnen.

Wer weiß Rechenbeispiele, die immer, wenn sie ausgerechnet werden, 2 geben? Diese (oder statt ihrer die sehr allgemeine Frage: „Was ist 2?") läßt viele und vielerlei und auf jeder weiteren Stufe immer mehr richtige Antworten zu; ihre allseitige Lösung durch die Kinder ist jedoch außerordentlich bildend, weil sie im Nachdenken gegenseitig mit einander wetteifern können. Von großem Gewinne ist es für sie, wenn jede Lösungsart der obigen Frage nur einmal angenommen wird. Sobald die Kinder das bereits Durchgenommene verstanden haben, und der Lehrer sie recht anzuregen und aufzumuntern versteht; dann folgen auf die obigen Fragen rasch aufeinander die Antworten:

2 ist 1 + 1 2 ist 1 ⨯ 2
2 ist 2 ⨯ 1 2 ist 1 : (gemessen in) 2 oder 2 gemessen durch 1.

Schon bei der Zahl 4 ist eine außerordentliche Mannigfaltigkeit in der Beantwortung möglich. — Die rechte Behandlungsweise belebt den Unterricht sehr.

Diese Fragen wiederholen sich auf jeder Stufe nur mit Beziehung auf die dort zu behandelnde Zahl. Eine zweite Frageweise, die ebenfalls auf jeder Stufe wiederkehren soll und auf jeder folgenden reichere Ausbeute gewährt, ist:

Wie viel muß ich noch zu 1 legen, damit ich 2 erhalte? oder
Welche Zahl vervollständigt 1 zu 2? oder
Welches ist die Ergänzungszahl zu 1, damit es 2 gibt?
Es mögen dann noch Fragen anderer Art folgen, etwa wie die nachstehenden?
Welche Zahl steckt 2mal in 2?
Von welcher Zahl ist 2 das Doppelte?
Welches ist die Hälfte von 2?
Von welcher Zahl ist 1 die Hälfte?
Welche Zahl muß ich verdoppeln, um 2 zu bekommen?
Ich kenne eine Zahl, die hat 1 mehr, als 1. Welche ist das?
Welche Zahl muß ich zu 1 zählen, um 2 zu bekommen? u. s. w.

(Je zahlreicher die Aufgaben dieser Art gegeben werden und je verschiedener dieselben eingekleidet sind, desto nützlicher, interessanter und bildender wird diese Uebung. Ueberall aber ist Klarheit die erste und wesentlichste Bedingung. Man hüte sich darum recht sehr vor zu langen Sätzen und vor verwickelter Einkleidung hier, wie überhaupt bei allen Aufgaben auf diesen Stufen.)

Tafelrechnen.

Eine entsprechende Aufgabe für's Tafelrechnen ist insbesondere die allseitige schriftliche Beantwortung der Frage: „In welchen Ausdrücken läßt sich 2 darstellen?" oder: „Schreibet Rechenbeispiele auf, die immer, wenn sie ausgerechnet werden, 2 geben!" Die Lösung der Aufgabe wird in Ziffern geschrieben.

§. 359. II. Die angewandte Zahl.

Vorbemerkung.

Die nachstehenden Aufgaben sollen und dürfen, weil sie aufeinanderfolgend großentheils gleiche Resultate geben, nie in der Ordnung, zuerst die Additionsnachher die Subtractions-Aufgaben u. s. w., wie sie hier gegeben sind, folgen; sie sollen vielmehr, was sicher besser ist, schon auf dieser Stufe durcheinander gegeben werden. Wir haben sie hier nur der leichteren Uebersicht wegen und noch mehr, um sie in einem anderen Lehrgange leichter citiren zu können, nach den 4 Grundrechnungsarten geordnet. Aufgaben aus den vorhergehenden Stufen sind überall wieder einzuschalten.

Nur Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen.

Welche Thiere haben am Kopfe 1 Horn und noch 1 Horn?

Wie viele Ohren hat die Kuh am Kopfe?

1 Tisch und 1 Tisch sind wie viel Tische?

Was hast du an deinem Körper 2mal?

Zwei zusammengehörige Dinge nennt man ein Paar. Von welchen Dingen hast du an deinem Körper ein Paar?

Ein Fremder schenkte gestern dem kleinen Karl 1 Kreuzer, und dann gab er dem höflichen Franz auch noch einen Kreuzer. Wie viel Kreuzer hatte der Fremde hergeschenkt?

Auf einem Acker stehen nur am oberen und am unteren Ende ein Baum. Wie viel Bäume sind auf dem ganzen Acker?

Eine Nuß und noch eine Nuß sind wie viele Nüsse?

b. Abzählen.

Ein Huhn legte 1 Ei, wie viel Eier muß das Huhn noch legen, bis es 2 Eier sind?

Aber Franz, sag' mir einmal: Wenn 2 Buben mit einander gehen, und einer geht voran, wie viel gehen dann hinter diesem?

Wenn aber von 2 Buben einer fortläuft, wie viel sind noch da? — Wie viel Buben sind jetzt weniger da, als vorhin?

Wie viel ist 2 mehr, als 1?

Wenn du von 2 Aepfeln einen gegessen hast, wie viel hast du noch übrig? — Wie viel hast du jetzt weniger, als vorhin?

Dein Vater gibt dir 2 Kreuzer, davon sollst du deinem Bruder einen Kreuzer und noch einen Kreuzer geben; wie viel hast du dann noch?

Wie viel behält man noch übrig, wenn man von 2 Gulden 1 ausgibt?

Wie viel Arme behält ein Soldat noch, dem im Kriege ein Arm abgeschossen wird?

Wie viel sind 2 Birnen weniger eine Birne?

Fritz hatte 2 Kreuzer und kaufte sich für 1 Kreuzer Kirschen; wie viel behielt er noch?

Karl ist 2 Jahre alt; Anna nur 1; wer ist älter? — Wie viel Jahre ist Karl älter als Anna?

c. Vervielfachen.

Das ist einmal 1 Glas, und das ist noch einmal 1 Glas; wie vielmal 1 Glas sind das zusammen?

Karl fing jedesmal einen Fisch, wenn er die Angel auswarf. Er warf sie 2mal aus; wie viel Fische fing er?

2 Groschen sind wie vielmal 1 Groschen?

2 Schuhe sind wie vielmal 1 Schuh?

2mal 1 Kappe sind wie viel Kappen?

Philipp bekam von seiner Mutter einen Apfel, seine Schwester bekam gerade noch einmal so viel. Wie viel Aepfel hatte sie?

Draußen sah ich vorhin 2 Knaben mit Klickern spielen; der eine hatte 1 Klicker, der andere aber hatte doppelt so viel. Wie viel Klicker hatte er?

Wenn ein Milchweck 1 Kreuzer kostet, wie viel kosten dann 2?

Ein Griffel kostet 1 Kreuzer, wie viel kosten 2 Griffel?

d. Messen.

In meinem Sacke habe ich 2 Nüsse; wie vielmal kann ich 1 Nuß herausnehmen?

In einer Sparbüchse sind 2 Guldenstücke, wie vielmal ist 1 Guldenstück darin?
Wie vielmal ist 1 Schoppen Essig in 2 Schoppen Essig enthalten?
Wie vielmal kann ich 1 Elle Zeug von 2 Ellen Zeug wegmessen?
Wie vielmal kann ich 1 Schoppen Oel aus 2 Schoppen Oel herausmessen?
Mit 1 Schoppen in 2 Schoppen gemessen, geht wie vielmal?
Wie viel Kreuzerwecke kannst du für 1 Kreuzer kaufen?
Da sind 2 Nüsse. Ich will sie unter 2 Kinder vertheilen. Wie viel Nüsse bekommt Jedes?

Dritte Stufe.

§. 360. Praktische Behandlung der Zahl Drei.

I. Die reine Zahl.

a. Messen und Vergleichen.

Erste Uebung: 3 verglichen mit 1.

Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen: Uebung des $1 + 1 + 1 = 3$.

(Die Uebung des Zusammenzählens läßt überall, wo sie jetzt vorkommt, mit Ausnahme der Uebung, in welcher sie mit der um Eins kleineren Zahl, als sie selbst ist, verglichen wird, 3 Steigerungs- und eine weitere Uebungsstufe zu; wie das Nachfolgende dies deutlich zeigt. Wir wollen jedoch zuerst die Zahl 3 schauen und auffassen. Der Lehrer knüpft an die Aepfel an und greift dann zu anderen Veranschaulichungsmitteln.)

L. (Einen Apfel aus der Tasche nehmend.) Wie viel Aepfel habe ich da?
Sch. —
L. Und wie viel habe ich noch in der Tasche? (Die Kinder denken an die bisherigen 2 und antworten:)
Sch. Einen Apfel.
L. Mir scheint, jetzt habt ihr gefehlt. Ihr waret voreilig. Ich will gleich sehen, wie viel noch darin sind. (Indem der Lehrer 2 Aepfel aus der Tasche zieht:) Hab' ich da einen Apfel?
Sch. Zwei.
L. Richtig. Ich lege jetzt den einen Apfel zu den zweien her; (Er thut es.) weiß schon Jemand von euch, wie viel es jetzt sind?
Sch. Drei.
L. Du, Anton (indem ich die Aepfel, je einen, auf den Tisch lege), wie viel Aepfel hab' ich auf den Tisch gelegt?
Sch. Einen Apfel.
L. Wie viel liegen jetzt da?
Sch. Zwei.
L. Und jetzt?
Sch. Drei.
L. Ich lege jetzt die 3 Aepfel vor dich hin, Bernhard. Zähle mir sie in meine Hand her!
Sch. —
L. Du, Christian, zähle die Federn, welche ich in die Hand genommen habe, aber recht laut, daß es alle anderen Kinder hören können!
Sch. —
L. Was habe ich denn jetzt in der Hand, Daniel?
Sch. Bücher.
L. Wie viel denn? (u. s. w.)
Sch. Drei.

$1 + 1 = 2;\ 2 + 1 = 3.$

L. (Der Lehrer holt einen Würfel und zeigt ihn.) Da ist ein anderes Ding (). Wer von euch kennt es?
Sch. —

L. Recht so, das ist ein Würfel; wer noch keinen gesehen hat, der betrachte ihn jetzt recht. — Wie viel Würfel sind das?

Sch. —

L. (Er holt einen zweiten Würfel und zeigt ihn, in einiger Entfernung vom ersten, vor.) Und wie viel Würfel sind das ( )?

Sch. —

L. (Indem er beide zusammenbringt.) Was sind aber ein Würfel und noch ein Würfel? ( )

Sch. —

L. Da habe ich noch so ein Ding. (Es vorzeigend.) ( ) Wie nennt man es?

Sch. —

L. Wie viel Würfel sind dies?

Sch. —

L. (Er bringt die 2 Würfel und den einen zusammen.) Die 2 Würfel ( ) und der 1 Würfel ( ) geben zusammen ( ) wie viel Würfel?

Sch. —

L. 1 Würfel und 1 Würfel sind wie viel Würfel?

Sch. —

L. Aber 2 Würfel und 1 Würfel geben wie viel?

Sch. —

(Man fasse diese Uebung jetzt etwas kürzer auf folgende Weise:)

$$1 + 1 = 2$$
$$+ 1 = 3.$$

L. Anna, du kannst ja auch recht laut antworten. 1 Würfel und 1 Würfel sind wie viel Würfel?

Sch. 1 Würfel und 1 Würfel sind 2 Würfel?

L. Und ein Würfel sind wie viel Würfel?

Sch. Und ein Würfel sind drei Würfel.

1; 2; 3.

(Zu rascherem Denken und zur Probe der Auffassung dient die folgende noch mehr verkürzte Uebung. Die Kinder werden dabei zu munterem Handeln aufgefordert. Partien, neben einander aufgestellt und gleichzeitig handelnd, werden lebendigen Wetteifer in diese Uebung bringen; zuletzt können alle Kinder miteinander wetteifern, wenn sie ihre Finger zu dieser Uebung benützen, 3 Griffel, 3 Steinchen 2c. 2c. mitgebracht haben oder der Lehrer entfernt von einander 1 Strich oder Punkt, dann 2 und 3 Striche oder Punkte auf die Schultafel gemacht hat (| || |||).)

L. (Erst einzeln.) Emilie, zeige mir 1 Finger!

Sch. —

L. Zeige mir 2 Finger!

Sch. —

L. Zeige mir 3 Finger!

Sch. —

L. Wer zeigt mir zuerst 2 Finger? — 1 Finger? — 3 Finger? — 3 Griffel? — 2 Griffel? — 1 Griffel? u. s. w.

Sch. —

L. Wo sind auf der Tafel 3 Striche? — 1 Strich? — 2 Striche? — u. s. w.

Sch. —

Wiederholung und Abrundung.

L. Wie viel Würfel sind 1 Würfel und 1 Würfel und 1 Würfel?

Sch. —

L. Was sind 1 Finger, 1 Finger und 1 Finger zusammen?

Sch. —

L. 1 Strich, 1 Strich und 1 Strich sind wie viel Striche? u. s. w.

Sch. —

L. Eins und Eins und Eins ist wie viel?

Sch. —

L. Eins und Eins ist wie viel?

Sch. —

L. Zwei und Eins ist wie viel?
Sch. —
L. 1 + 1 + 1 = ?

b. **Vervielfachen: Uebung des 3 × 1 = 3.**

Der Lehrer macht sich etwa 3 Striche auf die große Tafel.

| | |

L. (Auf den ersten Strich deutend.) Das hier sind wie viel Striche?
Sch. —
L. Wie vielmal ein Strich ist das?
Sch. —
L. (Auf den zweiten Strich deutend.) Das sind wie viel Striche?
Sch. —
L. Wie vielmal ein Strich ist das?
Sch. —
L. (Auf den dritten Strich deutend.) Und das hier sind wie viel Striche?
Sch. —
L. Wie vielmal ein Strich ist das?
Sch. —
L. Also das (auf den ersten Strich deutend) ist **einmal** 1 Strich, und das (auf den zweiten Strich deutend) ist **einmal** ein Strich, und das (auf den dritten Strich deutend) ist auch **einmal** ein Strich. **Wie vielmal** ein Strich ist das zusammen?
Sch. —
L. Dreimal ein Strich sind wie viel Striche?
Sch. —
L. Einmal ein Strich (auf den ersten deutend) sind wie viel Striche?
Sch. —
L. Zweimal ein Strich (auf die 2 ersten deutend) sind wie viel Striche?
Sch. —
L. Dreimal ein Strich (auf alle 3 deutend) sind wie viel Striche?
Sch. —
L. (In derselben Weise zeige man an Griffeln, Tafeln, Büchern, Bohnen u. s. w. Punkten, daß 3 × 1 = 3 und daß 3 = 1 × 3 ist.) — Dreimal Eins ist wie viel?
Sch. —
L. Einmal Eins ist wie viel?
Sch. —
L. Zweimal Eins ist?
Sch. —
L. Dreimal Eins ist wie viel?

c. **Abzählen: Uebung des 3 — 1 — 1 — 1 = 0.**

3 — 1 = 2; 2 — 1 = 1; 1 — 1 = 0.

(Die im Zusammenzählen angeschaute Zahl wird vor Allem in anschaulichen Dingen aufgestellt, in Würfeln, Stäbchen, Klickern, Bohnen 2c. 2c. Wir wollen uns hier wieder der Würfel bedienen.)

□ □ □

L. Wie viel Würfel sind dies?
Sch. —
L. Von den 3 Würfeln nehme ich einen Würfel ganz hinweg. (Er thut es.) □ □. Wie viel Würfel habe ich von den 3 Würfeln weggenommen?
Sch. —
L. Wie viel Würfel sind noch übrig?
Sch. —
L. 3 Würfel weniger ein Würfel sind also noch wie viel Würfel?
Sch. —
L. Ich nehme jetzt von den 2 Würfeln noch einen Würfel hinweg. (Er thut es.) □. Wie viel Würfel habe ich von den 2 Würfeln weggenommen?
Sch. —

L. Wie viel sind noch übrig geblieben?
Sch —
L. 2 Würfel weniger 1 Würfel sind wie viel Würfel?
Sch —
L. Ich nehme jetzt von dem einen Würfel noch einen Würfel hinweg. (Er thut es.) Wie viel Würfel habe ich eben wieder hinweggenommen?
Sch. —
L. Wie viel Würfel sind noch übrig geblieben?
L. 1 Würfel weniger 1 Würfel sind also wie viel Würfel?
Sch. —
L. So ist's recht. An den Würfeln haben wir jetzt gelernt. (Der Lehrer wiederholt die Veranschaulichung:) 3 Würfel weniger 1 Würfel sind wie viel Würfel?
Sch. —
L. 2 Würfel weniger 1 Würfel sind wie viel Würfel?
Sch. —
L. Und 1 Würfel weniger 1 Würfel ist wie viel?
Sch —
(Die vorstehende Uebung kürze man unter Benützung der Veranschaulichungsmittel auf folgende Weise ab:)

$$3 - 1 = 2$$
$$- 1 = 1$$
$$- 1 = 0.$$

L. (Der Lehrer zeigt rasch wieder die 3 Würfel.) Das sind wie viel Würfel?
Sch. —
L. 3 Würfel weniger 1 Würfel (Er nimmt einen Würfel hinweg.) sind wie viel Würfel.
Sch. —
L. (Er nimmt einen weiteren Würfel weg.) Weniger 1 Würfel sind wie viel Würfel?
Sch. —
L. (Er nimmt den letzten weg.) Weniger 1 Würfel ist noch wie viel?
Sch. —

(Nochmalige Abkürzung)

3; 2; 1; 0.

L. (Eine Hand und an dieser 3 Finger in die Höhe haltend.) Wie viel Finger sind das?
Sch —
L. (Er thut einen Finger weg.) Und das?
Sch. —
L. (Er thut noch einen Finger weg) Und das?
Sch. —
L. (Er thut den letzten weg.) Und wie viel Finger sind jetzt noch da?
Sch. —
L. Streckt einmal euere rechte Hand in die Höhe!
Sch. (Sie thuen es.)
L. Zeigt mir an euerer rechten Hand 3 Finger!
Sch. —
L. Jetzt nur 2 Finger!
Sch. —
L. Einen Finger! (Diese Uebung wird in verschiedener Form und in und außer der Ordnung an anderen Dingen fortgesetzt.)

Wiederholung und Abrundung.

$$3 - 1 - 1 - 1 = 0.$$

L. Jetzt wollen wir die Würfel noch einmal nehmen. (Er nimmt sie alle 3.) Wie viel sind es?
Sch. —
L (Indem er einen nach dem anderen rasch wegnimmt, spricht er:) 3 Wür-

fel weniger 1 Würfel, weniger 1 Würfel, weniger 1 Würfel sind noch wie viel Würfel?

Sch. —

L. Ebenso zeige dies der Lehrer an anderen Dingen und leite wiederum daraus ab:) 3 weniger 1, weniger 1, weniger ist wie 1 viel?

Sch. —

L. 3 weniger 1 ist wie viel?

Sch. —

L. 2 weniger 1 ist wie viel?

Sch. —

L. 1 weniger 1 ist wie viel?

Sch. —

L. Wie viel ist 3 — 1 — 1 — 1?

Sch. —

d. Messen: Uebung des 1 : 3 = 3.

L. Jetzt haben wir schon an allerlei Dingen rechnen gelernt, an Stäbchen, Griffeln, Tafeln, Büchern, Bohnen, Aepfeln, Nüssen, Strichen und Punkten, an der Elle und vielen anderen Dingen. Heute habe ich uns aber ein ganz anderes Ding vom Krämer holen lassen. Ich glaube nicht, daß ihr es schon alle kennt. — Es ist von Holz gemacht und hält gerade so viel, wie ein Schoppenblech. Es ist auch so rund und hohl, wie dieses, nur etwas breiter und niedriger. (Der Lehrer holt es.) Seht ihr, daß es von Holz gemacht ist (er hält das Schoppenblech daneben), und wie es so rund und hohl ist, wie das Schoppenblech? Ist es auch so hoch, wie dieses? (Beide zeigend.)

Sch. —

L. Und so breit? (Beide mit dem Boden aufeinander haltend.)

Sch. —

L. (Zur anschaulichen Fortsetzung der Uebung ist es gut, wenn sich der Lehrer einige mit dem Mäßchen meßbare Dinge, etwa 3 Mäßchen Bohnen, Linsen, Hirsen, ꝛc. ꝛc. hat verschaffen können. In Ermangelung dieser Dinge thut auch Sand oder geriebene Erde die nämlichen Dienste.) Hier sind Bohnen. Da wollen wir gleich sehen, ob eines so viel hält, als das andere. (Er füllt das Schoppenblech mit Bohnen und leert es in das Mäßchen aus.) Richtig, ganz genau so viel. (Das Schoppenblech in die Höhe haltend.) Wie nennen wir dieses Ding?

Sch. —

L. Das Schoppenblech hält also genau einen Schoppen. Mit dem Schoppenblech werden meistens nur Dinge gemessen, die fließen, flüssig sind. Das Ding da von Holz, welches auch genau einen Schoppen hält, dient zum Messen von trockenen Sachen. Da ihr es jetzt kennt, so will ich euch auch sagen, wie man es heißt. Alle Leute nennen es Mäßchen. Wie heißt es?

Sch. —

L. Was wird mit dem Mäßchen gemessen?

Sch. —

L. Ja, trockene Sachen z. B. Bohnen, Linsen, Suppengries, Suppengerste, Rübsamen, Hanfsamen, Dickwurzelsamen, Schnitzen, oft auch Kartoffeln und viele andere Dinge, auch Sand u. dgl. — Wir wollen jetzt einmal die Bohnen, die ich da mitgebracht habe, messen und sehen, wie viel Mäßchen es sind. (Er füllt das Mäßchen mit Bohnen und leert es, wenn er nichts Anderes hat, in die Kappe eines Knaben aus. — Vor dem Ausleeren fragt er noch, das Mäßchen in die Höhe haltend:) Das sind wie viel Mäßchen Bohnen?

Sch. —

L. (Er füllt es zum 2. Mal, zeigt es wieder vor und fragt:) Wie viel Mäßchen sind das?

Sch. —

L. Ein Mäßchen Bohnen in der Kappe und ein Mäßchen Bohnen hier, (er leert es jetzt zu jenem aus) sind wie viel Mäßchen?

Sch. —

L. (Er füllt das Mäßchen zum 3. Mal; es wird gerade so voll, und so zeigt er es vor.) Wie viel Mäßchen Bohnen sind das?

Sch. —

L. (Er leert es dann zu den 2 Mäßchen aus) 2 Mäßchen und 1 Mäßchen sind wie viel Mäßchen?

Sch. —

L. Franz hat also wie viel Mäßchen Bohnen in der Kappe?

Sch. —

L. Ihr habt gesehen, wie vielmal 1 Mäßchen ich hineingemessen habe. 3 Mäßchen Bohnen sind wie vielmal 1 Mäßchen Bohnen?

Sch. —

L. 3mal 1 Mäßchen Bohnen sind wie viel Mäßchen?

Sch. —

L. Wie vielmal ist 1 Mäßchen in 3 Mäßchen enthalten?

Sch. —

L. Recht so! Das können wir ganz deutlich sehen, wenn wir mit dem 1 Mäßchen die 3 Mäßchen Bohnen herausmessen. Ich will es aber nicht selbst thun. Der Karl (mit einem Winke, daß er herauskommen soll) wird es auch können. Was können wir ganz deutlich sehen, wenn wir mit einem Mäßchen die 3 Mäßchen Bohnen herausmessen?

Sch. —

L. Was mußt du aber thun, um hier ganz deutlich zu sehen, daß 1 Mäßchen in den 3 Mäßchen 3mal enthalten ist?

Sch. Ich muß sehen, wie oft ich 1 Mäßchen aus den 3 Mäßchen (herausnehmen) herausmessen kann.

L. Miß einmal ein Mäßchen heraus!

Sch. —

L. Was hast du gethan?

Sch. Ich habe einmal ein Mäßchen Bohnen herausgemessen.

L. Miß noch einmal 1 Mäßchen heraus.

Sch. —

L. Was hast du jetzt gethan?

Sch. Ich habe 2mal ein Mäßchen Bohnen herausgemessen.

L. Miß noch einmal ein Mäßchen heraus!

Sch. —

L. Was hast du jetzt gethan?

Sch. Ich habe dreimal ein Mäßchen herausgemessen.

L. Miß noch einmal ein Mäßchen heraus!

Sch. —

L. Warum nicht?

Sch. —

L. Wie vielmal hast du also ein Mäßchen von 3 Mäßchen herausmessen können?

Sch —

L. Mit einem Mäßchen in 3 Mäßchen gemessen, geht also wie vielmal?

Sch —

L. Warum geht es 3mal, wenn mit 1 Mäßchen in 3 Mäßchen gemessen wird?

Sch. —

L. Ein Mäßchen ist also wie vielmal in 3 Mäßchen enthalten?

Sch. —

L. Weil 1 Mäßchen in 3 Mäßchen 3mal enthalten ist, deßwegen geht es wie vielmal, wenn man mit 1 Mäßchen in 3 Mäßchen mißt?

Sch. —

L. Mit Eins in 3 gemessen, geht also wie vielmal?

Sch. —

L. Wie viel ist 3, gemessen durch Eins?

Sch. —

L. Und Eins, gemessen in 3, ist wie viel?

Zum Schlusse Wiederholung, Zusammenstellung (mündlich und schriftlich auf der Schultafel) und dann Einübung der durch die 4 vorausgehenden Uebungen erzielten Resultate.

Tafelrechnen.

Bei der Zahl 1 und 2 wurde deutlich gezeigt, wie nach dem Kopfrechnen der der betreffenden Uebung entsprechende Stoff für das schriftliche Rechnen vorzubereiten ist. Die dort gezeigte Verfahrungsweise wiederholt sich auf jeder folgenden Stufe unter Benützung Dessen, was die Kinder bereits können; wohl wird sie sich auf jeder folgenden Stufe etwas abkürzen lassen. Bevor man jedoch abkürzt, prüfe man genau, ob man nicht zu viel voraussetze. Einzelnen Nachzüglern ist so lange nachzuhelfen, bis es auch bei ihnen geht. Geschieht diese Nachhilfe bisweilen in der Weise, daß Alle dabei aufmerken müssen; so wird dadurch auch den Andern noch genützt, weil sie immer fester werden.

Indem wir uns beim Tafelrechnen für diese und alle folgenden Uebungen der verschiedenen Stufen dieses Zahlenkreises auf die S. 596 und 604 angegebene Verfahrungsweise beziehen, geben wir jedesmal nur noch den zu übenden Stoff.

Der Stoff für diese Uebung wird sich in seiner Zusammenfassung darstellen, wie folgt (Siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 3, Aufgabe 1):

$1 + 1 + 1 = ?$
$3 \times 1 = ?$
$3 - 1 - 1 - 1 = ?$
$1 : 3 = ?$

Als Zwischenübungen kommen vor:

$1 + 1 = 2$
$2 + 1 = 3$
$3 - 1 = 2$
$2 - 1 = 1$
$1 - 1 = 0$ rc. rc.

Zweite Uebung: 3 verglichen mit 2.

Kopfrechnen.

a Zusammenzählen: Uebung des $\begin{matrix} 1 + 2 = 3 \\ 2 + 1 = 3 \end{matrix}$

L. Die Würfel sollen uns noch einmal dazu dienen, an ihnen etwas Neues zu lernen. Ich will sie, wie Soldaten, vor euch aufstellen:

□ □ □

Wie viel Würfel sind da aufgestellt?

Sch. —

L. Gebt nun Acht auf das, was ich da mache! — (Der Lehrer rückt einen Würfel links ab.)

□ □ □

Wie viel Würfel sind das hier allein (auf den ersten deutend)?

Sch. —

L. Und wie viel Würfel sind das hier allein (auf die 2 letzten zusammen deutend)?

Sch. —

L. Wie viel Würfel sind aber der eine Würfel (er rückt denselben wieder zu den Zweien und deutet jetzt auf die letzteren) und die 2 Würfel zusammen?

Sch. —

L. Ein Würfel und Zwei Würfel sind also wie viel Würfel?

Sch. —

Dasselbe ist noch an anderen Dingen zu zeigen und daraus zu abstrahiren: Eins und Zwei ist wie viel?

L. Seht noch einmal auf die Würfel!

□ □ □

Sie stehen ganz gleichweit von einander. Ich will jetzt einen davon wegrücken und sehen, ob ihr mich versteht. (Der Lehrer thut es.)

□ □ □

Wie viel Würfel stehen hier (auf die 2 Würfel deutend)?

Sch. —

L. (Auf den einen Würfel deutend.) Und hier?

Sch. —

L. (Indem der Lehrer auf die 2 Würfel deutet.) Zwei Würfel und ein Würfel (den er zu den Zweien beizieht) sind zusammen wie viel Würfel?

Sch. —

L. Wie viele Würfel sind also 2 Würfel und 1 Würfel?

Sch. —

An anderen Dingen ist das Nämliche zu veranschaulichen und daraus zu abstrahiren: Zwei und Eins ist wie viel?

b. Vervielfachen: Uebung des $1 \times 2 + 1 = 3$.

L. Was haben wir von den Würfeln gelernt, als sie so  gestanden haben?

Sch. —

L. Recht! Also $2 + 1$ ist wie viel?

Sch. —

L. Seht sie jetzt noch einmal recht an! Wie viel Würfel sind dies (auf die 2 Würfel deutend)?

Sch. —

L. Wie vielmal 1 Würfel sind dies?

Sch. —

L. Zu einmal 2 Würfel fehlen noch wie viel, bis es 3 sind?

Sch. —

L. Einmal 2 Würfel und ein Würfel sind wie viel Würfel?

Sch. —

Auf die nämliche Weise kann und soll dies noch an anderen Dingen bis zur vollständigen Erkenntniß und Fertigkeit klar gemacht werden; abzuleiten ist dann: $1 \times 2 + 1$ ist wie viel?

c. Abzählen: Uebung des $3 - 2 = 1$.

L. Ich stelle die Würfel wieder zusammen in eine Reihe.

Gebt Acht auf Das, was ich jetzt mache! Ich nehme zwei Würfel davon weg (er thut es); ; wie viel sind dann noch übrig?

Sch. —

L. Wie viel habe ich hinweggenommen?

Sch. —

L. Von wie viel Würfeln habe ich 2 Würfel hinweggenommen?

Sch. —

L. Wenn von 3 Würfeln 2 weggenommen werden, so bleiben noch wie viel übrig?

Sch. —

L. 3 Würfel weniger 2 Würfel sind also wie viel Würfel?

Sch. —

Das Nämliche lasse der Lehrer seine Kinder auch noch an anderen Dingen erkennen; ableiten läßt sich dann davon: $3 - 2 = 1$.

d. Messen: Uebung des $2 : 3 = 1$ (1).

L. Eben habt ihr an den 3 Würfeln gelernt: 3 Würfel weniger 2 Würfel sind wie viel Würfel?

Sch. —

L. Ich stelle die 3 Würfel noch einmal auf:

Franz, du sollst jetzt selbst sehen, wie oftmal oder wie vielmal du 2 Würfel von den 3 Würfeln wegnehmen kannst. Was sollst du thun?

Sch. —

L. Thue es!

Sch. —

L. Was hast du gethan?

Sch. —

L. Wie vielmal hast du 2 Würfel von den 3 Würfeln weggenommen?

Sch. —

L. Wie viel Würfel sind noch übrig geblieben?
Sch. —
L. Nimm jetzt noch einmal 2 Würfel hinweg!
Sch. Ich kann nicht mehr.
L. Warum nicht?
Sch. —
L. Wie vielmal kannst du also 2 Würfel von 3 Würfeln hinwegnehmen?
Sch. —
L. Wie vielmal sind demnach 3 Würfel in 3 Würfeln enthalten?
Sch. —
L. Wie viel Würfel sind aber dann noch übrig?
Sch. —
L. Wie vielmal sind also 2 Würfel in 3 Würfeln enthalten, und was bleibt noch übrig, oder was bleibt noch Rest?
Sch. —
L. Wie oft kann ich 2 Ellen von 3 Ellen wegmessen?
Sch. —
L. Wie vielmal sind also 2 Ellen in 3 Ellen enthalten?
Sch. —
L. Was bleibt noch Rest?
Sch. —
L. Wie vielmal ist also 2 in 3 enthalten, und was ist noch Rest?
Sch. —
L. Welche Zahl ist einmal in 3 enthalten, wenn noch Eins übrig bleibt?
Sch. —
L. In welcher Zahl ist 2 einmal enthalten, so daß noch Eins übrig bleibt?
Sch. —
L. Wie oft sind 2 Ellen in 3 Ellen enthalten?
Sch. —
L. Wir wollen es sehen. Da ist die Elle, und da sind 3 Ellen Kordel. (Der Lehrer mißt vor den Augen der Kinder selbst einmal 2 Ellen ab; beim Messen kann er sprechen:) Eine Elle; — zwei Ellen. (Er hält ein.) Wie vielmal 2 Ellen habe ich abgemessen?
Sch. —
L. (Der Lehrer zeigt, was übrig ist.) Kann ich jetzt noch einmal 2 Ellen abmessen?
Sch. —
L. Wie vielmal kann ich also 2 Ellen von 3 Ellen ab- oder herausmessen?
Sch. —
L. Warum?
Sch. —
L. Was bleibt noch übrig, noch Rest? (Der Lehrer zeigt dies an der Elle.)
Sch. —
L. 2 Ellen von 3 Ellen abgemessen, oder mit 2 Ellen in 3 Ellen gemessen, geht also wie vielmal, und was bleibt noch Rest? u. s. w.
Sch. —
L. Mit 2 in 3 gemessen, geht demnach wie vielmal, und wie viel bleibt Rest?

Wiederholung, Zusammenstellung (mündlich und schriftlich auf der Schultafel) und Einübung der durch die 4 vorausgehenden Uebungen erzielten Resultate.

Tafelrechnen.

Das Verfahren, wie beim Tafelrechnen, S. 596 und 604. Es wird sich dasselbe jedoch mit dem Erringen größerer Fertigkeit nach und nach mehr abkürzen lassen.

Den Stoff für dasselbe siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 3, Aufgabe 2:

$$2 + 1 = ?$$
$$1 \times 2 + 1 = ?$$

$3 - 2 = ?$
$2 : 3 = ?$[1]

Dritte Uebung: Aufsuchen des Unterschiedes zwischen 3 und den in 3 enthaltenen Zahlen.

L. Seht noch einmal die 3 Würfel recht an! — Jetzt seht, was ich wieder mit den 3 Würfeln mache. (Der Lehrer rückt 2 Würfel links und 1 Würfel rechts.)

Wie viel Würfel sind es zusammen?
Sch. —
L. Wie viel Würfel sind dies (auf die 2 Würfel deutend)?
Sch. —
L. Sind 3 Würfel so viel, als 2 Würfel?
Sch. —
L. Was ist mehr, 3 Würfel oder 2 Würfel?
Sch. —
L. 3 Würfel sind wie viel Würfel mehr, als 2 Würfel?
Sch. —
L. Was ist weniger, 3 Würfel oder 2 Würfel?
Sch. —
L. 2 Würfel sind wie viel Würfel weniger, als 3 Würfel?
Sch. —
L. 3 Würfel und 2 Würfel sind also nicht gleich viel; 3 Würfel und 2 Würfel sind verschieden von einander. Um wie viel sind 3 Würfel und 2 Würfel von einander verschieden?
Sch. —
L. Das, um was zwei Dinge von einander verschieden sind, nennt man Unterschied. Was nennt man den Unterschied.
Sch. —
L. Welches ist also der Unterschied zwischen 3 und 2 Würfeln?
Sch. —
L. Zwischen 2 Würfeln und 3 Würfeln?
Sch. —
L. Bei der Zahl 2 haben wir schon gehört: Zwei Würfel sind um wie viel Würfel mehr, als ein Würfel?
Sch. —
L. Welches ist also der Unterschied zwischen 2 und 1 Würfel?
Sch. —
L. 1 Würfel ist um wie viel Würfel weniger, als 2 Würfel?
Sch. —
L. Welches ist der Unterschied zwischen 1 Würfel und 2 Würfeln?

Auf ähnliche Weise lassen sich sämmtliche hier mögliche Fälle vorbereiten und üben; als:
3 ist 1 mehr, als 2, 2 mehr, als 1.
2 ist 1 weniger, als 3, 1 mehr, als 1.
1 ist 2 weniger, als 3, 1 weniger, als 2.
3 ist das Dreifache von 1.
1 ist der dritte Theil von 3.
1 und 1 sind gleiche Zahlen, 1 und 2, sowie 2 und 3 sind ungleiche Zahlen; aus welchen gleichen Zahlen (Theilen) besteht also 3? — aus welchen ungleichen Zahlen (Theilen) besteht 3?

§. 361.

b. Schnellrechnen.

Kopfrechnen.

(Siehe die Vorbemerkung zum Schnellrechnen bei der Zahl 2!)

---

1) Die Schreibweise des Restes ist hier den Kindern zu zeigen: 1. (1).

I.

Wiederholung des bereits Gelernten

nach der bei der Zahl 2 im Schnellrechnen S. 608 I. gegebenen Anleitung.

II.

Das eigentliche Schnellrechnen.

a) Schnellrechnen mit zwei Zahlen.

L. Was (oder wie viel) ist:

$2 + 1 = ?$
$3 - 1 = ?$
$1 \times 3 = ?$
$3 - 2 = ?$
$1 + 2 = ?$ u. s. w.

Welche Zahl ist um Eins größer als 2?

Sch. —

L. Welche Zahl ist um Eins größer, als Eins?

Sch. —

L. Welche Zahl ist um Eins kleiner, als 2?

Sch. —

L. Welche Zahl ist um Eins kleiner, als 3?

Sch. —

L. Was ist 3, einmal genommen?

Sch. —

L. Wie oftmals geht es, wenn ich 3 mit Eins messe?

Die Verfahrungsweise für die folgenden Aufgaben ist beim Schnellrechnen der Zahl 2, Seite 609 c. deutlich gezeigt; siehe daselbst!

b) Schnellrechnen mit drei Zahlen.

$2 + 1 - 2 =$
$3 \times 1 - 1 =$
$1 \times 2 + 1 =$
$3 - 2 \times 3 =$
$2 : 2 + 1 =$
$3 : 3 \times 3 =$
u. s. w.

c) Schnellrechnen mit vier und mehr Zahlen.

$3 - 2 + 1 + 1 =$
$1 + 1 + 1 : 3 =$
$3 \times 1 - 2 + 1 =$
$2 - 1 \times 3 - 2 =$
$2 + 1 - 2 \times 3 =$
$1 \times 3 : 3 \times 3 =$
u. s. w.

Wie viel ist 3 — 1 — 1 + 2 getheilt durch 1?
$3 \times 1 - 2 \times 1 + 1 + 1 - 2 + 1 + 1 = ?$
$1 + 1 + 1 - 2 \times 3 - 2 + 1 + 1 - 2 = ?$

Tafelrechnen.

Als Aufgaben können die unter dem Kopfrechnen angegebenen dienen eitere siehe in „Köpp's Rechenfibel" Zahl 3, Aufgabe 4 und 5!

§. 362. c. Kombiniren.

Kopfrechnen.

Das hierzu Nöthige wurde beim Kombiniren unter der Zahl 2 bemerkt; siehe Seite 610; im Nachfolgenden soll nur durch einige Aufgaben angedeutet werden, in welcher Form diese hier zu erweitern und zu vermehren sind.

L. Wer weiß Rechenbeispiele, die immer, wenn sie ausgerechnet werden, 3 geben?

Sch. 3 ist 1 + 1 + 1
3 ist 2 + 1
3 ist 3 × 1
3 ist 2 + 1 × 1
3 ist 1 × 3
3 ist 1 + 2
3 ist 1 : 3 u. s. w.

Wie viel muß ich zu 2 legen, damit es 3 gibt?
Welche Zahl vervollständigt 1 zu 3?
Welche Zahl ist das Dreifache von 1?
Von welcher Zahl kannst du das Doppelte von 1 wegnehmen und behältst doch noch 1 übrig?
Ich setze eine Zahl einmal und noch einmal und noch einmal und erhalte 3. Welche Zahl habe ich 3mal gesetzt?

u. s. w.

Tafelrechnen.

Schreibet Rechenbeispiele auf, die immer, wenn sie ausgerechnet werden, 3 geben! (Ist möglichst allseitig auszuführen.) Ferner siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 3, Aufgabe 3!

II. Die angewandte Zahl. §. 363.

Nur Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen.

(Zwei Knaben stellen sich in der Schulstube auf.) Wenn zu den 2 Knaben noch ein Knabe kommt, wie viel Knaben sind es dann?

Wenn alle drei Knaben fortgehen, einer geht voran, wie viel gehen dann hinten nach?

Wenn aber alle in einer Reihe gehen, wie viel gehen dann zwischen den anderen?
Wenn einer fortläuft, wie viel sind noch da?
Und wenn von den dreien zwei fortlaufen?
Wenn aber alle drei fortlaufen?
Wenn sich 2 führen, wie viel müssen allein gehen?

(Gibt es Schwierigkeiten, so kommen die einzelnen Namen der drei gegenwärtigen Knaben zu Hilfe. Wenn Karl fortläuft, wer bleibt noch da? — Wie viel Knaben sind der Peter und der Fritz? — rc. rc. Man sieht, wie viele Variationen das eine Beispiel gestattet. Hundert ebenso anschauliche Beispiele liegen aber gleich nahe und müssen ebenso genau concret durchgeführt werden. Auf dieser, den vorhergehenden und nachfolgenden Stufen gilt: Die Kinder rücken der Vorstellung von dem willkürlich abstracten Wesen der Zahl schon ein wenig näher, indem sie aufgefordert werden, nur drei von mehreren vorhandenen Dingen zusammen zu zählen, z. B. 3 von allen Fingern an der Hand, indem man die zu zählenden gerade ausstreckt, während man die anderen krumm hält; noch näher rücken sie demselben, wenn man von Dingen redet, die fern sind. Bei obigen Beispielen darf man für diesen Fall nur von 3 Knaben reden, die auf der Straße sind, von drei Schäfchen, die auf der Weide gehen rc. rc. — Die Abstraction darf immer erst nur dann eintreten, wenn alle diese Verhältnisse sicher erkannt sind. Man lasse sich die Mühe, die es bei Manchen machen wird, nicht verdrießen und ruhe nicht, bis diese drei einfachen Zahlen, welche die Theile aller übrigen ausmachen, erst völlig begriffen sind. — Man hüte sich ja vor Uebereilung. Es wird sich dies überraschend belohnen.)

Wie viel Glieder hat dein Zeigefinger?
Ein Groschen [1]) gilt wie viel Kreuzer?

---

1) Auf dieser Stufe können die Kinder den Groschen kennen lernen. Das Verfahren hierbei kann etwa folgendes sein. Der Lehrer zeigt zuerst einen Kreuzer

Wie viel Kinder sind 1 Knabe und 2 Mädchen?

Wie viel Buchstaben hat das Wort „Rad"? Nenne mir auch ein Wort, das mit drei Buchstaben geschrieben wird?

Fritz hat ein Sprüchlein gelernt; seine Schwester aber 2 mehr. Wie viel Sprüchlein kann seine Schwester?

Wie viel Kreuzerswecke wird man für 1 Kr. und 1 Kr. und 1 Kr. bekommen?

Ein Knabe ging einmal spazieren, und kam auf seinem Wege an 2 Birnbäume, unter dem ersten fand er zwei Birnen und unter dem zweiten eine. Wie viel Birnen hatte er da zusammen?

Auf einer Seite eines Zimmers stand 1 Stuhl, auf der anderen dagegen standen 2 Stühle. Wie viel Stühle standen auf beiden Seiten?

Drei Geschwister hatten ihr Erspartes in eine Sparbüchse gelegt; der Bruder 1 Gulden, die jüngere Schwester 1 Gulden und die ältere Schwester 1 Gulden. Wie viel Gulden waren demnach in der Sparbüchse?

b. Vervielfachen.

Wie viel ist 3mal 1?

Ein Bleistift kostet 1 Kreuzer; was kosten 3 Bleistifte?

Ein Küfer machte in jeder Woche ein Faß; wie viel Fässer machte er in 3 Wochen?

c. Abzählen.

Hier liegt eine Tafel; wie viel müssen wir noch dazu legen, bis es 3 Tafeln sind?

Wie viel Geld muß mir der Karl zurückbringen, wenn ich ihm 1 Groschen gebe und ihn fortschicke, daß er mir für 2 Kreuzer Papier hole?

Wie viel Geld muß Anton zurückbringen, wenn er von seiner Mutter einen Groschen bekommt, um für 1 Kreuzer Weck zu holen?

Anna sollte ihrer Mutter 1 Loth Pfeffer holen, das 1 Groschen kostet, bekam aber nur 2 Kreuzer. Wie viel Geld hatte sie zu wenig?

Auf einem Acker standen ganz nahe beisammen 3 Bäume; da kam plötzlich ein Sturm und riß einen von ihnen um. Wie viel Bäume sind noch stehen geblieben?

Von 3 Aepfeln fingen 2 an zu faulen; wie viel faulten nicht?

Dieser Fensterschalter hat 3 Fensterscheiben übereinander; wie viel sind noch ganz, wenn eine zerbricht?

Von 3 Geschwistern ist Karl 3, Franz 2 und Emma 1 Jahr alt; a) wer ist am ältesten? b) Wer ist am jüngsten? c) Wie viel Jahre ist Franz jünger, als Karl? d) Wie viel Jahre ist Franz älter, als Emma? e) Wie viel Jahre ist Emma jünger, als Franz? Als Karl?

Wie viel bekommst du auf 1 Groschen zurück, wenn du einen Weck für 2 Kreuzer holest?

d. Messen.

Wie viel Kreuzerswecke kauft man für 1 Groschen?

Käthchen hatte in ihrem Garten 3 schöne blaue Veilchen gefunden; es waren die ersten in diesem Jahre. Sie trug sie deßhalb zu ihren Eltern, um diesen eine Freude damit zu machen. Wie aber konnte sie dieselben unter Vater und Mutter vertheilen?

Ein Jäger schoß jedesmal, so oft er auf die Jagd ging, nur 1 Hasen. Er hatte nun in ganz kurzer Zeit 3 Hasen erlegt. Wie oft mußte er demnach auf der Jagd gewesen sein?

In 3 Aepfel sollen sich drei Kinder theilen; wie viel Aepfel bekommt ein Kind?

---

vor und fragt: Was ist das für eine Münze? — Er zeigt dann 2 Kr. vor und fährt fort: Wie viel Kreuzer sind das? — Da ist noch 1 Kr.; wie viel sind es jetzt? — Da habe ich aber ein anderes, ein größeres Geldstück; es ist ebenso viel werth, wie 3 Kr., wer kennt es schon? — Wie mag es wohl heißen? — Ein Groschen ist gleich wie vielen Kreuzern? — 3 Kr. sind so viel, sind gleich welcher Münze?

— Das eine Kind will mit seinem Schwesterchen noch einmal theilen; wie viel bekommt dann jedes von diesen?

Drei Taglöhner haben zusammen 3 fl. (3 Thlr.) verdient; wie viel bekommt dann einer?

e. Mehrere der 4 Grundrechnungsarten in Verbindung mit einander.

Da sitzt ein Knabe; einer setzt sich zu ihm; — wie viel müssen noch dazu kommen, wenn drei da sein sollen?

(Der Lehrer zeigt 3 Nüsse — oder ebenso viel andere Dinge.) Wie viel Nüsse habe ich hier? — Sie sollen an ebenso viele Kinder vertheilt werden. Wer will es thun? — Welches von den 3 Kindern hat am Meisten bekommen? — Wie viel hat Jedes? — Den wie vielten Theil von 3 Nüssen hat Jedes erhalten?

Ein Griffel kostet 1 Pfennig; wie viel erhält man für 3 Pfennige? — Wenn aber 2 davon zerbrechen, wie viel sind dann noch ganz?

Vierte Stufe

Praktische Behandlung der Zahl Vier. §. 364.

I. Die reine Zahl.

a. Messen und Vergleichen.

Erste Uebung: 4 verglichen mit 1.

Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen: Uebung des $1 + 1 + 1 + 1 = 4$.

a) $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 1 = 4$.

L. (Wir denken uns wieder den Lehrer im Besitze der nöthigen Veranschaulichungsmittel, etwa 4 Stäbchen, 4 Lineale, 4 Ballen oder Klicker, Schiefertafeln, Nüsse, Aepfel rc. rc. Indem er die 4 Stäbchen den Kindern vorzeigt, beginnt er:) Kinder, da habe ich für unsere heutige Rechenstunde Dinge mitgebracht, wie wir noch keine beim Rechnen gebraucht haben. Was sind das?

Sch. —

L. (Eines vorzeigend.) Und was ist das?

Sch. —

L. Wie viel Stäbchen sind das?

Sch. —

L. (Ein anderes Stäbchen vorzeigend.) Was ist das?

Sch. —

L. (Indem er beide Stäbchen zusammenbringt.) Ein Stäbchen und ein Stäbchen sind wie viel Stäbchen?

Sch. —

L. Da ist noch ein Stäbchen, das will ich zu den 2 legen; (Er thut es.) wie viel sind es jetzt?

Sch. —

L. Zwei Stäbchen und ein Stäbchen sind also wie viel Stäbchen?

Sch. —

L. Da ist aber noch ein Stäbchen. Wenn ich dieses zu den 3 Stäbchen lege, wie viel Stäbchen sind es dann?

Sch. —

L. 3 Stäbchen und 1 Stäbchen sind demnach wie viel Stäbchen?

Sch. —

L. (Wiederholung.) Also 1 Stäbchen und 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?

Sch. —

L. 2 Stäbchen und 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?

Sch. —

L. 3 Stäbchen und 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?

u. s. w. an anderen Dingen.

Diese Uebung ist jetzt etwas kürzer gefaßt:

b) $1 + 1 = 2$
$$+ 1 = 3$$
$$+ 1 = 4.$$

L. Fritz, da ist ein Griffel, und da ist noch ein Griffel; wie viel Griffel sind das zusammen?

Sch. —

L. (Der Lehrer nimmt einen dritten Griffel dazu.) Und ein Griffel sind wie viel Griffel?

Sch. —

L. (Er nimmt dazu einen vierten Griffel.) Und ein Griffel sind wie viel Griffel?

u. s. w.

c) 1, 2, 3, 4.

L. Karl, zeige mir einen Finger!

Sch. —

L. Zeige zwei Finger!

Sch. —

L. Zeige drei Finger!

Sch. —

L. Zeige vier Finger!

d) Wiederholung und Abrundung. $1 + 1 + 1 + 1 = 4.$

L. Was sind 1 Finger und 1 Finger und 1 Finger und 1 Finger?

Sch. —

L. Ein Stäbchen und 1 Stäbchen und 1 Stäbchen und 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen? (Ebenso mit Griffeln, Aepfeln, Nüssen u. s. w.)

Sch. —

L. Eins und Eins und Eins und Eins sind wie viel?

Sch. —

L. Eins und Eins ist wie viel?

Sch. —

L. Zwei und Eins ist wie viel?

Sch. —

L. Drei und Eins ist wie viel?

Sch. —

L. Eins und Eins und Eins und Eins ist wie viel?

b. Vervielfachen: Uebung des $4 \times 1 = 4$.

L. (Der Lehrer nimmt etwa von den Stäbchen ꝛc. ꝛc., die noch auf dem Tische oder auf der Bank liegen, mit der einen Hand immer Eins und gibt dies der anderen Hand, bis er in dieser alle vier Stäbchen hat, indem er dabei spricht:) Ein Stäbchen und ein Stäbchen und ein Stäbchen und ein Stäbchen sind wie viel Stäbchen?

Sch. —

L. Vier Stäbchen sind wie vielmal ein Stäbchen?

Sch. —

L. Vier Griffel sind wie vielmal ein Griffel? (Ebenso mit Tafeln, Nüssen ꝛc. ꝛc., Strichen u. s. w.)

Sch. —

L. Viermal 1 Strich sind wie viel Striche?

Sch. —

L. Viermal Eins ist wie viel?

Sch. —

L. Einmal Eins ist wie viel?

Sch. —

L. Zweimal Eins ist wie viel?

Sch. —

L. Dreimal Eins ist wie viel?

Sch. —

L. Viermal Eins ist wie viel?
Sch. —
L. Vier ist also wie vielmal Eins?
Sch. —
L. Und viermal Eins ist wie viel?

c. Abzählen: Uebung des $4 - 1 - 1 - 1 - 1 = 0$.

a) $4 - 1 = 3$, $3 - 1 = 2$, $2 - 1 = 1$, $1 - 1 = 0$.

(Die 4 Stäbchen oder 4 andere Dinge, die der Lehrer in die Hand nimmt, mögen wieder die Veranschaulichungsmittel sein; bis jetzt kann noch keine Uebung ohne solche begonnen werden.)

L. Das sind wie viel Stäbchen?
Sch. —
L. Marie, komm' jetzt zu mir heraus, und gib einmal recht acht auf Das, was ich dir sage! — Du sollst von den 4 Stäbchen ein Stäbchen wegnehmen. Was sollst du thun?
Sch. —
L. Thue es!
Sch. —
L. Was hast du gethan?
Sch. —
L. Wie viel Stäbchen bleiben noch?
Sch. Es bleiben noch drei Stäbchen?
L. Sprich dies ganz (im Satze): Wenn ich —
Sch. Wenn ich von 4 Stäbchen 1 Stäbchen hinwegnehme, so bleiben noch 3 Stäbchen.
L. Du sollst von 3 Stäbchen ein Stäbchen hinwegnehmen. Was sollst du thun?
Sch. —
L. Thue es!
Sch. —
L. Was hast du gethan?
Sch. —
L. Wie viel Stäbchen bleiben noch?
Sch. Es bleiben noch 2 Stäbchen.
L. Sprich dies ganz so: Wenn ich rc. rc. —
Sch. Wenn ich von 3 Stäbchen 1 Stäbchen hinwegnehme, so bleiben noch 2 Stäbchen.
L. Du sollst jetzt von 2 Stäbchen 1 Stäbchen hinwegnehmen. Was sollst du thun?
Sch. —
L. Thue es!
Sch. —
L. Was hast du da gethan?
Sch. —
L. Wie viel Stäbchen bleiben noch?
Sch. Es bleibt noch 1 Stäbchen?
L. Sprich: Wenn ich rc. rc. —
Sch. Wenn ich von 2 Stäbchen 1 Stäbchen hinwegnehme, so bleibt noch 1 Stäbchen.
L. Du sollst jetzt noch von 1 Stäbchen 1 Stäbchen hinwegnehmen. Was sollst du thun!
Sch. —
L. Thue es!
Sch. —
L. Was hast du gethan?
Sch. —
L. Wie viel bleiben noch?
Sch. —
L. Sprich: Wenn ich rc. rc.
Sch. Wenn ich 1 Stäbchen von 1 Stäbchen wegnehme, so bleibt Nichts mehr übrig.

L. Vier Stäbchen weniger 1 Stäbchen sind also wie viel Stäbchen?
Sch. —
L. 3 Stäbchen weniger 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?
Sch. —
L. 2 Stäbchen weniger 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?
Sch. —
L. 1 Stäbchen weniger 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?
Sch. —
(Diese Uebung läßt sich wieder auf folgende Weise abkürzen, aber immer noch mit Hülfe von Veranschaulichungsmitteln):

b) $4 - 1 = 3$
$- 1 = 2$
$- 1 = 1$
$- 1 = 0$

L. (4 Griffel rc. rc. vorzeigend.) Das sind wie viel Griffel?
Sch. —
L. (Er nimmt einen Griffel weg.) 4 Griffel weniger 1 Griffel sind wie viel Griffel?
Sch. 4 Griffel weniger 1 Griffel sind 3 Griffel.
L. (Er nimmt einen weiteren Griffel weg.) Weniger 1 Griffel?
Sch. Weniger 1 Griffel sind 2 Griffel.
L. (Er nimmt noch einen Griffel weg.) Weniger 1 Griffel?
Sch. Weniger 1 Griffel ist 1 Griffel.
L. (Jetzt nimmt er den letzten noch weg.) Weniger 1 Griffel?
Sch. Weniger 1 Griffel ist Nichts.

c) 4, 3, 2, 1.

L. Zeiget mir an euerer rechten Hand 4 Finger!
Sch. —
L. Recht so! Die Hand herunter! Jetzt zeiget mir an euerer rechten Hand nur 3 Finger!
Sch. —
L. Die Hand herunter!
Sch. —
L. Zeiget mir jetzt nur 2 Finger!
Sch. —
L. Ab!
Sch. —
L. Zeiget mir 1 Finger!
Sch. —
L. Ab!

(Diese Uebungen sind an anderen Dingen fortzusetzen.)

d) Wiederholung und Abrundung. $4 - 1 - 1 - 1 - 1 = 0$.

L. (Der Lehrer macht 4 Striche auf die Schultafel.) Hier sind wie viel Striche auf der Tafel?
Sch. —
L. 4 Striche weniger (der Lehrer löscht 1 Strich aus) 1 Strich, weniger (er löscht wieder einen Strich aus) 1 Strich, weniger (er löscht noch einen Strich aus) 1 Strich, weniger (er löscht den letzten Strich aus) 1 Strich, sind wie viel Striche?
Sch. —
L. (Ganz auf dieselbe Weise verfahre man mit 4 auf die Schultafel gezeichneten Dreiecken, Kreisen oder Ringelchen und Punkten und leite daraus ab:) Vier weniger Eins, weniger Eins, weniger Eins, weniger Eins ist wie viel?
Sch. —
L. 4 weniger 1 ist wie viel?
Sch. —
L. 3 weniger 1 ist wie viel?
Sch. —
L. 2 weniger 1 ist wie viel?
Sch. —

L. 1 weniger 1 ist wie viel?
Sch. —
L. Wie viel ist also 4 — 1 — 1 — 1 — 1?

d. Messen: Uebung des 1 : 4 = 4.

(Die Uebung des Messens ist mehr, als jede andere Uebung, ohne die rechte Veranschaulichung leeres Gerede, mit der geeigneten Veranschaulichung dagegen ein vorzügliches Bildungsmittel für den kindlichen Verstand. Der Lehrer wird sich daher jedesmal vor der Schulstunde das Nöthige, etwa ein Schoppenblech oder ein Schoppenglas und eine Elle oder ein ähnliches, aber den Kindern schon bekanntes Maß und einige dazu gehörige Dinge, zum Schoppenglas etwa eine Gießkanne, einen Topf oder ein Züberchen voll Wasser oder Milch 2c. 2c. und dazu noch eine leere Schüssel, die wenigstens 4 Schoppen hält oder einen Topf von derselben Größe, — zur Elle etwa 4 Ellen Kordel, Schnur, Band oder Zeug — verschaffen, hinter seinem Pulte aufbewahren und Stück für Stück, sowie er es zum Unterrichte braucht, herbeizuholen.)

L. (Der Lehrer holt z. B. zuerst das Schoppenblech und zeigt es den Kindern, indem er etwa spricht:) Wer kennt dies Ding noch, welches ich hier habe?
Sch. —
L. Was ist es denn, Franz?
Sch. —
L. Mit einem solchen Dinge wird allerlei gemessen. Wer von euch kann mir Dinge nennen, die mit dem Schoppenbleche gemessen werden?
Sch. —
L. Recht so! Die Milchfrau mißt mit dem Schoppenbleche die Milch; der Wirth mißt damit den Wein; die Krämer messen damit das Oel und den Essig und noch viele andere Dinge. Kann man auch Wasser mit dem Schoppenbleche messen?
Sch. —
L. Seht, deßwegen habe ich es heute mit in die Schule gebracht[1]). Wir wollen gleich einmal sehen, wie das zugeht. Da, in der Gießkanne (der Lehrer holt sie), ist Wasser, und hier (der Lehrer holt die Schüssel) ist eine leere Schüssel. Wir wollen jetzt von dem Wasser in der Gießkanne heraus und dieses dann in die Schüssel hinein messen. Was wollen wir thun?
Sch. —
L. Ich will gleich damit anfangen. (Der Lehrer füllt das Schoppenblech mit Wasser und zeigt dies den Kindern, sie fragend:) Wie viel Schoppen Wasser sind das?
Sch. —
L. Den leere ich in die Schüssel aus. (Er thut es.) Wie viel Schoppen Wasser sind jetzt in der Schüssel?
Sch. —
L. (Der Lehrer füllt nun den 2. Schoppen, zeigt ihn wieder den Kindern und fragt:) Wie viel Schoppen Wasser sind das?
Sch. —
L. Auch den leere ich jetzt in die Schüssel aus. (Er thut es.) Wie viel Schoppen Wasser sind jetzt in der Schüssel?
Sch —
L. (Auf dieselbe Weise und unter ähnlichen Fragen messe der Lehrer den

1) Denen, die Anstand nehmen sollten, Wasser oder eine andere Flüssigkeit in der Schule zum Messen zu nehmen, bemerken wir, daß wir diese Dinge deßwegen nicht ausgeschlossen wünschen, weil nicht nur sie, sondern auch das Operiren mit denselben und sogar der Ausdruck dafür dem größten Theile der Kinder bekannt und geläufig sind, so daß sie deßhalb gern und oft mit ziemlichem Geschicke damit selbst operiren, wodurch ihnen die Uebertragung des Selbsterlebten auf die Zahl und das Auffassen der Operationen an den Zahlen, d. i. das Abstrahiren von den Dingen viel leichter wird. Unter der aufmerksamen Leitung des Lehrers wird nur in den allerseltensten Fällen eine Ungeschicklichkeit vorkommen, die von irgend einer Bedeutung wäre. Im schlimmsten Falle kann der Lehrer Alles selbst thun und die Kinder dabei zusehen lassen.

3. und den 4. Schoppen Wasser in die Schüssel. Die letzte Frage sei dann: Wie viel Schoppen Wasser sind jetzt in der Schüssel?

Sch. —

L. Damit wollen wir es für heute gut sein lassen. Das übrige Wasser thun wir weg. (Er thut es.) Also wie viel Schoppen Wasser sind in dieser Schüssel?

Sch. —

L. Georg, du sollst jetzt sehen (so viel, wie untersuchen), wie oft du 1 Schoppen von den 4 Schoppen, die da in der Schüssel sind, herausnehmen oder herausmessen kannst! Was sollst du thun?

Sch. —

L. Ich soll sehen rc. rc.

Sch. —

L. Nimm oder miß einmal einen Schoppen heraus!

Sch. —

L. Was hast du gethan?

Sch. Hier muß darauf gehalten werden, daß das Kind dahin gelangt, zu sprechen:) Ich habe einmal einen Schoppen herausgemessen, genommen.

L. Miß noch einmal einen Schoppen heraus!

Sch. —

L. Was hast du jetzt gethan?

Sch. Ich habe zweimal einen Schoppen herausgemessen.

L. Miß noch einmal einen Schoppen heraus!

Sch. —

L. Was hast du jetzt gethan?

Sch. Ich habe dreimal einen Schoppen herausgemessen.

L. Miß noch einmal einen Schoppen heraus!

Sch. —

L. Was aber hast du jetzt gethan?

Sch. Ich habe viermal einen Schoppen herausgemessen.

L. Miß noch einmal einen Schoppen heraus!

Sch. —

L. Warum?

Sch. —

L. Wie viel mal hast du also einen Schoppen von 4 Schoppen herausmessen können?

Sch. —

L. Mit einem Schoppen die oder in die 4 Schoppen gemessen, geht also wie vielmal?

Sch. —

L. Warum geht es 4 mal, wenn man die 4 Schoppen mit einem Schoppen mißt?

Sch. —

L. Recht so! Also weil 1 Schoppen viermal in 4 Schoppen ist, in 4 Schoppen steckt, in 4 Schoppen enthalten ist, deßwegen geht es auch 4 mal, wenn man mit 1 Schoppen in 4 Schoppen mißt.

(Auf dieselbe oder ähnliche Weise ist das hier Gelehrte auch an anderen Maßen z. B. der Elle, dem Mäßchen rc. rc. und an mit diesen Maßen meßbaren Dingen zum Verständnisse der Kinder zu bringen, so daß sie im Stande sind, Fragen, wie die nachfolgenden, mit Einsicht, Leichtigkeit und in gutem Deutsch zu lösen.)

L. Mit einem Schoppen in 4 Schoppen gemessen, geht wie vielmal?

Sch. —

L. Warum?

Sch. —

L. Mit einer Elle in 4 Ellen gemessen, geht wie vielmal?

Sch. —

L. Warum?

Sch. —

L. Mit einem Mäßchen in 4 Mäßchen gemessen, geht wie vielmal?

Sch. —

L. Warum?

Sch. —

u. s. w.

L. Mit Eins in 4 gemessen, geht demnach auch wie viel mal?
Sch. —
L. Warum?
Sch. —
L. Wie viel ist also 4 gemessen durch 1?
Sch. —
L. Und 1 gemessen in 4 ist wie viel?

Wiederholung, Zusammenstellung (mündlich und schriftlich auf der Schultafel) und Einübung der durch die 4 vorausgehenden Uebungen erzielten Resultate.

$$1 + 1 + 1 + 1 =$$
$$4 \times 1 =$$
$$4 - 1 - 1 - 1 =$$
$$1 : 4 =$$

Tafelrechnen.

Das mündlich Behandelte wird jetzt zur Aufgabe für das schriftliche Rechnen gemacht. (Siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 4, Aufgabe 1.)

Zweite Uebung: 4 verglichen mit 2.

Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen; Uebung des $2 + 2 = 4$ / $1 + 2 + 1 = 4$

$$1 + 2 = 3,\ 3 + 1 = 4$$

L. (Wir setzen wieder voraus, der Lehrer hat noch seine 4 Stäbchen (oder 4 andere Dinge) in der Nähe, nimmt zuerst eines davon und zeigt es wieder vor, indem er spricht:) Das sind wie viel Stäbchen?
Sch. —
L. Und das (indem er noch 2 von den übrigen 3 Stäbchen nimmt und sie vorzeigt)?
Sch. —
L. Ich thue zu dem 1 Stäbchen noch die 2 Stäbchen. (Er thut es.) Wie viel Stäbchen sind das zusammen?
Sch. —
L. Zu den 3 Stäbchen thue ich noch das 1 Stäbchen (der Lehrer nimmt das letzte und fügt es den 3 bei). Wie viel Stäbchen sind es jetzt?
Sch. —
L. (Der Lehrer wiederholt Dasselbe, aber nur rascher.) 1 Stäbchen und 2 Stäbchen sind also wie viel Stäbchen?
Sch. —
L. 3 Stäbchen und 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?

$$1 + 2 = 3$$
$$+ 1 = 4$$

L. (Einen Griffel zeigend.) Das sind wie viel Griffel?
Sch. —
L. Zu dem 1 Griffel nehme ich noch 2 Griffel. Wie viel Griffel habe ich jetzt?
Sch. —
L. Dazu nehme ich noch 1 Griffel; wie viel sind jetzt in meiner Hand?
Sch. —
L. 1 Griffel und 2 Griffel sind wie viel Griffel?
Sch. —
L. Und 1 Griffel sind wie viel Griffel?
Sch. —

1, 3, 4

L. Hebt 1 Finger in die Höhe;
Sch. —
L. So! Legt die Hand wieder auf die Bank
Sch. —

L. Jetzt zeigt 3 Finger!
Sch. —
L. Die Hand herunter!
Sch. —
L. Zeiget 4 Finger!
Sch. —
L. (Der Lehrer macht einen Strich auf die Tafel.) Was ist das?
Sch. —
L. (Er macht noch 2 Striche dazu.) Wie viel Striche sind das zusammen?
Sch. —
L. (Er macht jetzt noch 1 Strich dazu) Wie viel Striche sind es jetzt?

Wiederholung und Abrundung.

$$1 + 2 + 1 = 4$$

L. 1 Strich und 2 Striche und 1 Strich sind demnach wie viel Striche?
Sch. —
L. 1 Tafel und 2 Tafeln und 1 Tafel sind wie viel Tafeln?
Sch. —
L. 1 Kirsche u. s. w. u. s. w. — — 1 Punkt und 2 Punkte und 1 Punkt sind wie viel Punkte?
Sch. —
L. 1 und 2 und 1 sind sonach wie viel?
Sch. —
L. 1 und 2 ist wie viel?
Sch. —
L. 3 und 1 ist wie viel?
Sch. —
L. 1 und 2 und 1 ist wie viel?

$$2 + 2 = 4$$

L. Marie, komme einmal zu mir heraus! — So, jetzt halte deine Hände in die Höhe! — Wie viel Hände hat die Marie?
Sch. —
L. Käthchen, komme du auch jetzt zu mir heraus! — Kannst du auch deine Hände in die Höhe halten? — Wie viel Hände hat das Käthchen?
Sch. —
L. Aber wie viel Hände haben die Marie und das Käthchen zusammen?
Sch. —
L. Warum?
Sch. —
L. 2 Hände und 2 Hände sind also wie viel Hände?
Sch. —
L. Das Käthchen hat 2 Augen, die Marie hat auch 2 Augen. Wie viel Augen haben Käthchen und Marie zusammen?
Sch. —
L. Das Käthchen hat 2 Ohren und Marie hat 2 Ohren. Wie viel Ohren haben sie zusammen?
Sch. —
L. 2 und 2 ist demnach wie viel?

b. Vervielfachen: Uebung des $2 \times 2 = 4$.

L. Seht jetzt wieder einmal auf die Stäbchen her! (Der Lehrer zeigt 2.) Wie viel Stäbchen sind dies?
Sch. —
L. Wie vielmal 2 Stäbchen sind es?
Sch. —
L. (Der Lehrer zeigt 2 andere Stäbchen.) Und wie viel Stäbchen sind dies?
Sch. —
L. Wie vielmal sind es 2 Stäbchen?
Sch. —
L. (Die ersten 2 Stäbchen zeigend.) Dies sind einmal 2 Stäbchen und

dies (die anderen 2 Stäbchen vorzeigend) sind auch einmal 2 Stäbchen; (indem der Lehrer sie zusammenbringt und zusammen vorzeigt, fährt er fort:) wie vielmal 2 Stäbchen sind das zusammen?

Sch. —

L. Wie viel sind demnach 2 $\times$ 2 Stäbchen?

Sch. —

L. 1mal 2 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?

Sch. —

L. 2mal 2 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?

Sch. —

L. (Der Lehrer macht 2 Striche auf die Tafel.) Wie viel Striche sind das?

Sch. —

L. Wie vielmal 2 Striche?

Sch. —

L. (Er macht noch einmal, aber etwas entfernt von den ersteren, 2 Striche.) Wie vielmal 2 Striche sind das (auf die 2 letzten deutend)?

Sch. —

L. Wie vielmal 2 Striche sind aber jetzt auf der Tafel?

Sch. —

L. 2mal 2 Striche sind wie viel Striche?

Sch. —

L. 2mal 2 ist also wie viel?

Sch. —

L. 1mal 2 ist wie viel?

Sch. —

L. Und 2mal 2 ist wie viel?

c. Abzählen: Uebung des $4 - 2 - 2 = 0$.

$$4 - 2 = 2; 2 - 2 = 0$$

L. (Der Lehrer macht 4 Striche auf die Tafel.) Da habe ich Striche auf die Tafel gemacht. Wie viel sind es?

Sch. —

L. Franz, wische — lösche von den 4 Strichen 2 hinweg! (Er thut es.) Wie viel sind jetzt noch da?

Sch. —

L. Wenn ich also von 4 Strichen 2 Striche weglösche — wegwische, so bleiben noch wie viel Striche übrig?

Sch. —

L. Lösche von den 2 Strichen, die übrig geblieben sind, noch 2 Striche weg!

Sch. —

L. Wie viel Striche sind jetzt übrig?

Sch. —

L. Wenn ich also von 2 Strichen 2 Striche weglösche, so bleiben noch wie viel übrig?

Sch. —

L. Wir haben also gelernt: 4 Striche weniger 2 Striche sind wie viel Striche?

Sch. —

L. Und 2 Striche weniger 2 Striche sind wie viel Striche?

Sch. —

$$\begin{aligned} 4 - 2 &= 2 \\ - 2 &= 0 \end{aligned}$$

L. (Der Lehrer macht 4 Kreise oder Ringelchen auf die Tafel.) Das sind wie viel Kreise?

Sch. —

L. Lösche von den 4 Kreisen 2 aus! — Wie viel Kreise bleiben noch?

Sch. —

L. Lösche noch 2 Kreise aus! — Wie viel sind jetzt noch übrig?

Sch. —

L. 4 Kreise weniger 2 Kreise sind also wie viel Kreise?

Sch. —

L. Weniger 2 Kreise sind noch wie viel Kreise?

4, 2, 0.

L. Zeiget mir 4 Finger aus euerer linken Hand!

Sch. —

L. Jetzt 2 weniger!

Sch. —

L. Noch 2 weniger!

Sch. —

L. Wie viel Finger habt ihr mir zuerst gezeigt?

Sch. —

L. Und dann?

Sch. —

L. Und zuletzt?

Sch. —

$4 - 2 - 2 = 0$

L. Da habt ihr recht schön gesehen, daß (der Lehrer zeigt dies jetzt selbst noch einmal an seinen Fingern) 4 Finger weniger 2 Finger, weniger 2 Finger wie viel ist?

Sch. —

L. Das ist recht! Denkt nun einmal nach über Das, was ich euch jetzt erzähle: „Gestern habe ich zugesehen, wie sich 4 Spatzen auf dem Dache herzhaft mit einander herumbissen; es dauerte lang, da flogen plötzlich 2 davon fort und gleich darauf noch 2. Wie viel blieben noch auf dem Dache sitzen?

Sch. — u. s. w.

L. 4 weniger 2 ist also wie viel?

Sch. —

L. 2 weniger 2 ist wie viel?

Sch —

L Und 4 weniger 2, weniger 2 ist wie viel?

d. Messen: Uebung des $2 : 4 = 2$.

L. Von der Zahl 4 haben wir schon allerlei gelernt, aber noch nicht Alles. Wir wollen darum gleich noch Etwas an ihr zu begreifen suchen, Etwas, was viele von euch auch schon an derselben gethan haben, ohne daß ihned dabei eingefallen ist, sie hätten mit derselben gerechnet. Damit es euch aber bajr wieder einfällt und ihr es für immer behaltet, so habe ich da 4 Aepfel (der Lehren holt sie etwa aus dem Pulte 2c. 2c) mitgebracht. Ich stelle sie euch 2 und 2 auf den Pult. Wie viel mal 2 Aepfel sind es aber, Franz?

Sch. —

L. Wie viel Aepfel sind es im Ganzen?

Sch —

L. 4 Aepfel sind also zusammen (der Lehrer schiebt sie zusammen) wie vielmal 2 Aepfel?

Sch. —

L. So haben wir es ja eben gesehen. Karl, komme heraus, und siehe einmal, wie oft du 2 Aepfel von 4 Aepfeln wegnehmen kannst! Was sollst du thun?

Sch. —

L. Thue es gleich!

Sch. (Er thut es zum ersten Mal.)

L. Was hast du gethan?

Sch. —

L. Wie vielmal hast du 2 Aepfel hinweggenommen?

Sch. —

L. Nimm noch einmal 2 Aepfel hinweg!

Sch. —

L. Was sollst du thun?

Sch —

L. Thue es!

Sch. —

L. Was hast du eben gethan?
Sch. —
L. Wie vielmal hast du jetzt 2 Apfel von den 4 Aepfeln weggenommen?
Sch. —
L. Nimm noch einmal 2 Aepfel hinweg!
Sch. —
L. Wie vielmal kannst du also 2 Aepfel von den 4 Aepfeln hinwegnehmen?
Sch. —
L. Warum aber kannst du 2 Aepfel von 4 Aepfeln nur 2mal hinwegnehmen?
Sch. Weil 2 Aepfel in 4 Aepfeln nur 2mal enthalten sind, oder weil es nur 2 $\times$ 2 Aepfel sind.
L. Recht so! In 4 Aepfeln stecken 2 Aepfel nur 2mal, 2 Aepfel sind in 4 Aepfeln nur 2mal enthalten; deßwegen kann man sie auch nur 2mal hinweg- oder herausnehmen. Warum kannst du 2 Aepfel von 4 Aepfeln nur 2mal hinwegnehmen?
Sch. —
L. Wie oft stecken also 2 Aepfel in 4 Aepfeln?
Sch. —
L. 2 Aepfel sind wie vielmal in 4 Aepfeln enthalten?
Sch. —
L. (Dasselbe an Stäbchen und an anderen Dingen.) Das sind wie viel Nüsse?
Sch. —
L. Du sollst diese 4 Nüsse unter Karl und Philipp theilen! Bekommt da Philipp das Ganze oder Karl?
Sch. —
L. Es bekommt also weder der Philipp, noch der Karl das Ganze. Was aber bekommt Jeder von dem Ganzen?
Sch. —
L. Recht so! Jeder bekommt nur einen Theil von dem Ganzen. In wie viel Theile also mußt du die 4 Nüsse oder das Ganze theilen?
Sch. —
L. Soll bei dem Theilen der 4 Nüsse Karl mehr bekommen, als Philipp, oder soll Philipp mehr bekommen, als Karl?
Sch. Es soll Keiner mehr bekommen, als der Andere; es soll im Gegentheile Einer so viel bekommen, als der Andere?
L. Beide sollen gleich viel bekommen; du mußt also die 4 Nüsse in 2 gleiche Theile theilen. Was mußt du thun?
Sch. —
L. Da darfst du also nicht gerade so, wie dir die Nüsse in die Hand kommen, herausnehmen und Jedem geben; sondern du mußt, da es nur zwei Knaben sind, 2 Nüsse herausnehmen und dann so fortfahren und dieselben unter Karl und Philipp vertheilen oder austheilen. Thue es gleich, damit wir Alle sehen, wie du dich dabei anstellest!
Sch. (Der Schüler nimmt zuerst 2 Nüsse von den 4 Nüssen heraus und vertheilt sie unter Karl und Philipp)
L. Was hast du zuerst gethan?
Sch. —
L. Was hast du damit gemacht?
Sch. —
L. Wie viel Nüsse hat Karl bekommen?
Sch. —
L. Und wie viel Philipp?
Sch. —
L. Wie vielmal 1 Nuß hat Jeder?
Sch. —
L. Hast du jetzt schon die 4 Nüsse in 2 gleiche Theile getheilt?
Sch. —
L. Was hast du noch zu thun, um die 4 Nüsse ganz in 2 Theile zu theilen?
Sch. Ich nehme noch einmal 2 Nüsse heraus und vertheile sie unter Karl und Philipp.

L. Thue es gleich!
Sch. (Er thut es.)
L. Wie vielmal 1 Nuß erhält da nochmals ein Jeder?
Sch. —
L. Wie vielmal hast du jetzt 2 Nüsse unter den Karl und den Philipp ausgetheilt?
Sch. —
L. Wie vielmal 1 Nuß hat der Karl bekommen?
Sch. —
L. Und wie vielmal 1 Nuß hat Philipp bekommen?
Sch. —
L. Wie viel Nüsse hast du jetzt im Ganzen ausgetheilt?
Sch. —
L. Unter wie viel Kinder hast du sie getheilt?
Sch. —
L. In wie viele Theile hast du also die 4 Nüsse getheilt?
Sch. —
L. In was für Theile hast du sie da theilen müssen, damit Einer so viel bekam, wie der Andere?
Sch. —
L. Wenn du aber die 4 Nüsse unter Karl und Philipp gleich vertheilst oder sie in 2 gleiche Theile theilst, wie vielmal 1 Nuß bekommt da Jeder?
Sch. —
L. 2mal 1 Nuß sind wie viel Nüsse?
Sch. —
L. Wenn aber die 2 Knaben die 4 Nüsse sich selbst theilen, wie viel bekommt da Jeder?
Sch. —
L. Wenn ich also 4 in 2 gleiche Theile theile, wie viel kommt da auf einen Theil?
Sch. —
L. 2 getheilt in 4 ist demnach wie viel?
Sch. —
L. Hat Karl das Ganze oder die 4 Nüsse bekommen?
Sch. Karl hat nicht das Ganze bekommen.
L. Hat er mehr oder weniger als das Ganze bekommen?
Sch. —
L. Was hat er vom Ganzen bekommen?
Sch. Karl hat einen Theil vom Ganzen bekommen.
L. In wie viel Theile aber hast du das Ganze oder die 4 Nüsse getheilt?
Sch. —
L. Den wie vielten Theil hat also Karl von den 4 Nüssen?
Sch. —
L. Den wie vielten Theil von 4 Nüssen hat Philipp?
Sch. —
L. Statt „den zweiten Theil" sagt man auch die Hälfte (oder ein Halbes.) Was hat also Karl von den 4 Nüssen?
Sch. —
L. Und was hat Philipp von den 4 Nüssen?
Sch. —
L. Wie viel ist demnach der 2te Theil von 4?
Sch. —
L. Wie viel ist die Hälfte von 4?
Sch. —
L. Und wie groß ist 1 Halbes von 4?
Sch. —
L. Wie oftmal aber hast du von den 4 Nüssen ausgetheilt?
Sch. —

L. Wie oftmal geht es so, wenn man mit 2 in 4 theilt [1])?

Sch. —

L. Ganz gewiß habt ihr auch schon früher, als ihr noch gar nicht in die Schule gegangen seid, Aepfel oder Birnen, Klicker rc. rc., wie die Nüsse unter euch getheilt und habt dabei gar nicht daran gedacht, daß ihr damals gerechnet habt. Damit ihr es aber nicht mehr vergeßt, so sagt mir es jetzt noch einmal: Was habt ihr an den Aepfeln wieder rechnen gelernt?

Sch. —

L. Und was habt ihr an den Nüssen gelernt?

Sch. —

L. Jetzt möchte ich aber noch sehen, ob Das, was wir an den Aepfeln und an den Nüssen rechnen gelernt haben, auch an den 4 Schoppen Wasser und noch an anderen Dingen wahr ist. Da ist noch die Schüssel mit dem Wasser von der vorigen Stunde. Wie viel Wasser haben wir hineingemessen?

Sch. —

L. Wie vielmal haben wir einen Schoppen Wasser herausgemessen?

Sch. —

L. Wie vielmal also ist 1 Schoppen Wasser in 4 Schoppen Wasser enthalten?

Sch. —

L. Heute wollen wir sehen, wie oft wir 2 Schoppen Wasser aus den 4 Schoppen Wasser herausmessen können. Was wollen wir thun?

Sch. —

L. Jakob, du sollst es probiren; komm', und miß 2 Schoppen Wasser aus den 4 Schoppen Wasser heraus!

Sch —

L. Was sollst du thun?

Sch. —

L. Thue es!

Sch. —

L. Was hast du gethan?

Sch. —

L. Wie vielmal 2 Schoppen hast du aus den 4 Schoppen herausgemessen?

Sch. —

L. Miß jetzt noch einmal 2 Schoppen heraus!

Sch. —

L. Was sollst du thun?

Sch. —

L. Thue es!

Sch. —

L. Was hast du wieder gethan?

Sch. —

L. Wie oft kannst du also 2 Schoppen Wasser aus den 4 Schoppen Wasser herausmessen?

Sch. —

L. Mit 2 Schoppen in 4 Schoppen gemessen geht demnach wie vielmal?

Sch. —

L. Warum aber geht dies nur 2mal?

Sch. —

L. Wie aber ist es, wenn mit 2 Ellen in 4 Ellen Band gemessen wird? — Wie vielmal wird dies gehen?

(u. s. w.)

Sch. —

L. Warum?

Sch. —

---

1) Wie hier der Begriff des Theilens eingeführt ist, so oder auf ähnliche Weise mag der Lehrer verfahren, wenn er früher, z. B. bei der Zahl 2 und 3 diesen Begriff mit dem des Enthaltenseins und Messens verbinden will. Dasselbe gilt auch für die nächstfolgenden Uebungsstufen.

L. Mit 2 in 4 gemessen geht demnach immer wie vielmal?
Sch. —
L. Warum?
Sch. —
L. Mit 2 in 4 gemessen ist darum wie viel?

Wiederholung, Zusammenstellung (mündlich und schriftlich auf der Schultafel) und Einübung der durch die 4 vorausgehenden Uebungen erzielten Resultate.

$$1 + 2 + 1 =$$
$$2 + 2 =$$
$$2 \times 2 =$$
$$4 - 2 =$$
$$2 : 4 =$$

Tafelrechnen.

(Siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 4, Aufgabe 2!)

Die Vorbereitung zum Ueben dieses Stoffes geschieht, wie dies bereits schon auf verschiedenen Stufen gezeigt wurde.

Dritte Uebung: 4 verglichen mit 3.

Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen: Uebung des $\begin{matrix} 3 + 1 = 4 \\ 1 + 3 = 4 \end{matrix}$

L. An den Äpfeln 2c 2c., die wir in der vorigen Stunde hatten, können wir immer noch mehr lernen. Heute aber wird es euch leichter gehen. Da sind sie schon. (Der Lehrer stellt einen Apfel, sichtbar für alle Kinder, auf den Pult und frägt:) Wie viel Aepfel sind dies?
Sch. —
L. Wie viel Aepfel habe ich noch hier in der Hand?
Sch. —
L. Ich lege sie jetzt zusammen, damit wir sehen, wie viel 1 Apfel und 3 Aepfel zusammen sind. (Er thut es.) Wer weiß es schon? — Philipp, sage mir es recht laut!
Sch. —
L. Theodor, du auch! u. s. w.
Sch. —
L. Sprecht's alle zusammen!
Sch. —
L. Aber jetzt wollen wir einmal die Sache umkehren. (Der Lehrer hat die 4 Aepfel hinweggenommen und wieder 3 Aepfel hingestellt.) Wie viel Aepfel sind dies (auf die 3 Aepfel deutend)?
Sch. —
L. Und wie viel Aepfel habe ich noch hier in der Hand?
Sch. —
L. Ich will jetzt zu den 3 Aepfeln den 1 noch hinzulegen. (Er thut es.) Wie viel Aepfel sind dies zusammen?
Sch. —
L. Also wieder 4. 3 und 1 ist also wie viel?
Sch. —
L. Und 1 und 3 ist also auch wie viel?
Sch. —
(Dasselbe zeige der Lehrer noch an anderen Dingen.)

b. Vervielfachen: Uebung des $\begin{matrix} 1 \times 3 + 1 = 4 \\ 3 \times 1 + 1 = 4 \end{matrix}$

L. (Der Lehrer nimmt wieder vier Dinge z. B. die Aepfel 2c. 2c. in die

Hände und zwar in die eine Hand 3 und in die andere Hand 1 und zeigt zuerst die drei Aepfel, fragend:) Wie viel Aepfel sind dies?

Sch. —

L. Wie vielmal 3 Aepfel sind dies?

Sch. —

L. Wie viel fehlen noch, bis es 4 Aepfel sind?

Sch. —

L. Wenn ich zu den 1mal 3 Aepfeln noch 1 Apfel lege, wie viel sind es dann zusammen?

Sch. —

L. Wie viel sind also einmal 3 Aepfel und 1 Apfel?

Sch. —

L. 1mal 3 Aepfel und 1 Apfel sind wie viel Aepfel?

Sch. —

L. Wie ihr es eben gesagt habt, gerade so will ich sie auf den Tisch (Pult) legen. (Er legt zuerst 3 Aepfel hin.) Wie viel Aepfel habe ich auf den Tisch gelegt?

Sch. —

L. Wie vielmal 3 Aepfel liegen da?

Sch. —

L. Ich lege den 1 Apfel noch dazu. Wie vielmal 3 Aepfel liegen jetzt da?

Sch. Einmal 3 Aepfel und 1 Apfel.

L. Wie viel Aepfel sind dies im Ganzen?

Sch. —

L. 1mal 3 Aepfel und 1 Apfel sind demnach wie viel Aepfel?

Sch. —

(Dasselbe noch an Nüssen, Strichen und Punkten u. s. w.)

L. $1 \times 3 + 1$ ist also wie viel?

Sch. —

c. Abzählen: Uebung des $\begin{matrix} 4 - 3 = 1 \\ 4 - 1 = 3 \end{matrix}$

L. Franz, da liegen die 4 Aepfel noch auf dem Pulte. Gehe hin, und nimm 3 Aepfel von den 4 Aepfeln weg!

Sch. (Er thut es.)

L. Wie viel Aepfel sind noch auf dem Pulte?

Sch. —

L. 4 Aepfel weniger 3 Aepfel sind demnach wie viel Aepfel?

Sch. —

L. (Der Lehrer lasse die Kinder das Nämliche auch an anderen Dingen erkennen.) 4 weniger 3 ist wie viel?

Sch —

L. Wenn ich aber die 4 Aepfel nehme (er nimmt sie wieder alle 4) und 1 Apfel davon wegthue. (Er thut es.) Wie viel bleiben mir dann noch in der Hand? (Er zeigt die Hand mit den übrigen Aepfeln.)

Sch. —

L. 4 Aepfel weniger 1 Apfel sind also wie viel Aepfel? (Dieses mögen die Kinder auch noch an anderen Dingen sehen. Wir wiederholen, daß man nie zu einer anderen Uebung übergehe, wenn nicht das Vorhergehende gut verstanden ist.)

Sch. —

L. $4 - 1$ ist wie viel?

Sch. —

L. $4 - 3$ ist wie viel?

d. Messen: Uebung des $3 : 4 = 1$ (1).

L. Wer von euch kann mir jetzt schon sagen, wie oft 3 Aepfel von 4 Aepfeln weggenommen werden können?

Sch. —

L. Recht so; aber unser kleiner Max hat es nicht gleich gewußt Komm' heraus, und sieh selbst, wie oft du 3 Aepfel von den 4 Aepfeln wegnehmen kannst! Da sind die 4 Aepfel. Max, was also sollst du thun?

Sch. —

L. Thue es!
Sch. —
L. Was hast du gethan?
Sch. —
L. Wie vielmal hast du 3 Aepfel von den 4 Aepfeln weggenommen?
Sch. —
L. Wie viel Aepfel bleiben noch übrig?
Sch. —
L. Nimm noch einmal 3 Aepfel hinweg!
Sch. —
L. Wie vielmal kannst du also 3 Aepfel von den 4 Aepfeln hinwegnehmen?
Sch. —
L. Und was bleibt aber dann noch übrig?
Sch. —
L. Wie vielmal kannst du also 3 Aepfel von den 4 Aepfeln wegnehmen oder herausnehmen, und was bleibt noch übrig?
Sch. Ich kann 1 × 3 Aepfel von 4 Aepfeln wegnehmen, und 1 Apfel bleibt noch übrig.
L. Wie nennt man Das, was noch übrig bleibt?
Sch. —
L. Wie viel bleibt noch Rest, wenn man 3 Aepfel von 4 Aepfeln herausnimmt?
Sch. —
L. Jetzt sag' mir noch einmal: Wie vielmal kann man 3 Aepfel von 4 Aepfeln herausnehmen, und wie viel bleibt noch Rest?
Sch. —
L. Warum aber kann man 3 Aepfel von 4 Aepfeln nur 1mal wegnehmen?
Sch. —
L. So ist es recht! Wenn ihr aber Das jetzt recht gut wißt, so könnt ihr mir auch sagen, wie oft ich 3 Schoppen Wasser aus 4 Schoppen Wasser herausmessen kann?
Sch. —
L. Warum?
Sch. —
L. Was bleibt aber auch dabei noch Rest?
Sch. —
L. Also mit 3 Schoppen in 4 Schoppen Wasser gemessen geht wie vielmal, und was bleibt noch Rest? u. s. w.
Sch. —
L. Und mit 3 in 4 gemessen geht auch wie vielmal, und wie viel bleibt dabei noch Rest?
Sch. —

Wiederholung, Zusammenstellung (mündlich und schriftlich auf der Schultafel) und Einübung der durch die 4 vorausgehenden Uebungen erzielten Resultate.

$3 + 1 = 4$	$1 + 3 = 4$
$1 \times 3 + 1 = 4$	
$4 - 3 = 1$	$4 - 1 = 3$
$3 : 4 = 1$ (1) [1]	(3 in 4 1mal, mit 1 Rest.)

Tafelrechnen.

Für das Tafelrechnen siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 4, Aufgabe 3!

Einzuschaltende Uebung.

(4 verglichen mit 4

$$4 = 4$$
$$1 \times 4 = 4$$
$$4 - 4 = 0$$
$$4 : 4 = 1.)$$

---

1) Hierbei ist die zum zweiten Mal auftretende Schreibweise den Kindern nochmals zu erklären.

Vierte Uebung: Aufsuchen des Unterschiedes zwischen 4 und den in 4 enthaltenen Zahlen.

Diese Uebung beginnt mit Aufsuchen und Vergleichen von Gegenständen in besonderer Rücksicht auf die Zahl 4 und die in ihr enthaltenen Zahlen z. B. mit Aufsuchen und Vergleichen von Thieren mit 4 Beinen und 2 Beinen, — von Fahrzeugen mit 1, 2 und 4 Rädern, u. s. w. Die Stube hat 4 Wände rc. rc. Daran anknüpfend kann etwa auf folgende Weise fortgefahren werden:

L. Da habe ich ein Säckchen voll Klicker. Fritz, komme zu mir, und hole 4 heraus!
Sch. (Er thut es.)
L. Wilhelm, hole mir 2 heraus!
Sch. (Er thut es.)
L. Der Konrad soll auch zu mir kommen und 1 Klicker aus dem Säckchen herausnehmen!
Sch. (Er thut es.)
L. Anton, nimm dir jetzt 3 Klicker aus dem Säckchen heraus!
Sch. (Er thut es.)
L. Haltet euere Klicker jetzt alle in die Höhe!
Sch. (Sie thuen es.)
L. Wer hat die meisten Klicker?
Sch. —
L. Wer hat nur 1 Klicker weniger, als der Fritz?
Sch. —
L. Wie viel Klicker hat der Anton?
Sch. —
L. Der Fritz?
Sch. —
L. Wie viel Klicker hat der Fritz mehr, als der Anton?
Sch. —
L. Was ist also mehr, 3 oder 4?
Sch. —
L. Um wie viel ist 4 mehr, als 3?
Sch. —
L. Um wie viel ist 3 weniger, als 4?
Sch. —
L. Wer hat 1 Klicker weniger, als der Anton?
Sch. —
L. Wie viel Klicker hat der Wilhelm?
Sch.—
L. Der Anton?
Sch. —
L. Was ist also mehr, 2 oder 3?
Sch. —
L. Um wie viel ist 3 mehr, als 2?
Sch. —
L. Um wie viel ist 2 weniger, als 3?
Sch. —
L. Wer hat einen Klicker weniger, als der Wilhelm?
Sch. —
L. Wie viel Klicker hat der Konrad?
Sch. —
L. Und der Wilhelm?
Sch. —
L. Was ist hier wieder mehr, 1 oder 2?
Sch. —
L. Um wie viel ist 2 mehr, als 1?
Sch. —
L. Um wie viel ist 1 weniger, als 2?
Sch. —

L. 4 ist also um 1 mehr, als wie viel?
Sch. —
L. 3 ist um 1 mehr, als wie viel?
Sch. —
L. 2 ist um 1 mehr, als wie viel?
Sch. —
L. 1 ist um 1 weniger, als wie viel?
Sch. —
L. 2 ist um 1 weniger, als wie viel?
Sch. —
L. 3 ist um 1 weniger, als wie viel?
Sch. —
L. 3 ist also um 1 weniger, als welche Zahl?
Sch. —
L. 3 ist aber um 1 mehr, als welche Zahl?
Sch. —
L. 2 ist um 1 kleiner, als welche Zahl?
Sch. —
L. 2 ist aber um 1 größer, als welche Zahl?

Wie groß ist der Unterschied zwischen 4 und 2?
Gebet mir unter den euch bekannten Zahlen 2 Zahlen an, die um Eins rc. rc. verschieden sind?
Nennet mir 2 Zahlen, deren Unterschied 2 ist?
Ganz auf dieselbe Weise sind den Kindern durch anschauliches Vergleichen folgende Zahlverhältnisse zum Verständnisse zu bringen:
4 ist 1 mehr, als 3, 2 mehr, als 2, 3 mehr, als 1.
3 ist 1 weniger, als 4, 1 mehr, als 2, 2 mehr, als 1.
2 ist 2 weniger, als 4, 1 weniger, als 3, 1 mehr, als 1.
1 ist 3 weniger, als 4, 2 weniger, als 3, 1 weniger, als 2.
4 ist das 4fache von 1, das 2fache (Doppelte) von 2.
1 ist der 4te Theil von 4, 2 ist die Hälfte von 4.
Aus welchen 2 gleichen Zahlen ist 4 entstanden?
Aus welchen 2 ungleichen Zahlen ist 4 entstanden?

Wenn man, wie seither gezeigt wurde, durch Anschauung das Concrete in seinen mannigfaltigen Erscheinungen vorgeführt hat, dann vertraue man auch, daß die natürliche Entwicklungskraft der Menschennatur ohne weiteres Zuthun das Allgemeine davon abstrahire, und hüte sich ja, das natürliche Wachsthum der Vorstellung durch voreiliges Grübeln und Fragen über Dinge, die zwar in dem kindlichen Geiste schon da sind, welche aber kaum der höher gebildete Erwachsene in wissenschaftliche Ausdrücke zu fassen vermöchte, zu stören., gleich dem Kinde, das aus Ungeduld die gestern gesetzte Bohne schon heute wieder aufgräbt, um zu sehen, ob sie schon gekeimt habe, und dadurch die zarten Würzelchen wieder losreißt.

§. 365. b. Schnellrechnen.

Kopfrechnen.

Die sämmtlichen Stufen des Schnellrechnens entwickeln sich bei jeder folgenden Zahl zu einer immer größere Erweiterung zulassenden, interessanteren, die Aufmerksamkeit mehr und mehr fesselnden und die Denkkraft stärkenden Uebung. Das Ziel der einzelnen Uebungen bleibt immer, daß die Antwort augenblicklich erfolgen muß.

I.

Wiederholung des bereits Erlernten

nach der auf Seite 608 bei der Zahl 2 im Schnellrechnen I. gegebenen Anleitung.

II.

Das eigentliche Schnellrechnen.

a Das Schnellrechnen mit 2 Zahlen.

L. Wie viel ist 4 weniger 2?

2 × 2 = ?	
4 — 1 = ?	2 : 4 = ?
2 + 2 = ?	1 + 3 = ?
4 — 3 = ?	4 — 2 = ?
3 + 1 = ?	u. s. w.

L. Nennet mir jetzt Zahlen, die immer um 1 größer sind, als die, welche ich euch nenne! Es muß aber schnell gehen; also recht aufgepaßt. (Die Fragen gehen in der Regel an einzelne Kinder. Es werden aber möglichst Alle öfters zu berücksichtigen gesucht. Nur selten ist dabei die Reihe einzuhalten. Am Schlusse können auch einige Fragen im Chore beantwortet werden.) (Der Lehrer spricht nun:) „2"

Sch. 3.
L. 1.
Sch. 2.
L. 3 — (u. s. w.) Es ist dies durcheinander, rasch und viel zu üben. So bei jeder neuen Frage, bis die Kinder überall eine gewisse Fertigkeit zeigen. Wir rathen, diese Uebungen bei jeder Zahl sehr zu berücksichtigen.
Sch. 4.

L. Die Zahl, die ihr nennet, soll um 2 größer sein, als die meinige. Ich fange gleich wieder an: „2."

Sch. 4.
L. 1.
Sch. 3.

L. Die Zahl soll um 3 größer sein, als die meinige. Die meinige heißt 1. Wie heißt euere, Franz?

Sch. 4.

L. Nennet mir jetzt Zahlen, die immer um 1 kleiner sind, als die, welche ich euch nenne! Aber rasch! „3!"

Sch. 2.
L. 4.
Sch. 3.
L. 2 (u. s. w. durcheinander).
Sch. 1.

L. Die Zahl, die ihr mir nennet, soll um 2 kleiner sein, als die meinige! „2!"

Sch. 0.
L. 4.
Sch. 2.
L. 3. (u. s. w.)
Sch. 1.

L. Sie soll um 3 kleiner sein! „3!"

Sch. 0.
L. 4.
Sch. 1.

L. Nennet mir jetzt Zahlen, die noch einmal so groß sind, als die, welche ich euch nenne! „1!"

Sch. 2.
L. 2
Sch. 4.

L. Nennet mir jetzt Zahlen, die halb so groß oder die Hälfte sind von der Zahl, die ich euch nenne! „2!"

Sch. 1.
L. 4.
Sch. 2.

L. Die Zahl, die ihr nennet, soll der dritte Theil von meiner Zahl sein! „3!“
Sch. 1.
L. 4.
Sch. 1 u. (1). (Eins, und Eins bleibt Rest.)
L. Sie soll der vierte Theil sein! „4!“
Sch. 1.

b. Das Schnellrechnen mit 3 Zahlen.

(Die Behandlungsweise für 3, 4 und mehr Zahlen ist auf Seite 609 gezeigt siehe daselbst!)

Wie viel beträgt 2 und 2 [1]) weniger 3?
Wie viel ist 4mal 1 weniger 2?

$4 - 2$[1]) $+ 1 =$	$4 - 2 \times 2 =$
$2 \times 2 - 3 =$	$2 + 2 : 3 =$
$4 - 3 \times 3 =$	$4 - 3 \times 4 =$
$2 : 4 \times 2 =$	$1 + 1 \times 2 =$
$3 : 1 + 1 =$	$1 + 3 : 2 =$

u. s. w.

c. Das Schnellrechnen mit 4 Zahlen.

$4 - 2 + 1 : 3 = 1$
$3 + 1 : 2 \times 2 = 4$
$2 : 4 \times 2 - 3 = 1$
$2 + 2 - 1 : 2 = 1$ (1)
$2 \times 2 - 3 \times 4 = 4$
u. s. w.

d. Das Schnellrechnen mit mehr als 4 Zahlen.

$2 + 2 - 3 + 3 : 2 = 2$
$3 - 2 \times 4 : 2 \times 2 = 4$
$2 : 4 \times 2 - 3 \times 4 = 4$
$2 \times 2 - 3 + 2 \times 1 + 1 - 2$ verdoppelt!
$4 - 1 - 1 - 1 + 2 + 1 - 3$, wie viel weniger, als 4?
u. s. w.

Tafelrechnen.

Die für das Kopfrechnen verzeichneten Aufgaben können jetzt auch schriftlich gelöst werden; ferner siehe „Köpp's Rechenfibel“ Zahl 4, Aufg. 6.

§. 366. c. Kombiniren.

Kopfrechnen.

L. Welche Rechenbeispiele geben immer, wenn sie ausgerechnet werden, 4? (Zerleget 4 auf möglichst verschiedene Weise!)

Sch. 4 ist $1 + 1 + 1 + 1$	4 ist $2 + 1 + 1$
4 ist $2 + 2$	4 ist $1 + 2 + 1$
4 ist 2×2	4 ist $1 \times 2 + 2$
4 ist $1 + 3$	4 ist $2 : 4 \times 2$
4 ist $3 + 1$	4 ist $2 : 4 + 2$

u. s. w. u. s. w. (Möglichst alle Fälle.)

Hier ist die Hauptsache, recht anzuregen und zu immer neuen Auflösungsweisen zu ermuthigen; das regsame, wetteifernde Streben nach solchen übt das Denken außerordentlich.

Welche Zahl ergänzt 1 zu 4?
Welches ist die Ergänzung'szahl zu 3, daß es 4 gibt?
Ich will 2 so vermehren, daß es 4 ist. Wie viel muß ich zuzählen?

---

1) Wiederholt wird hier bemerkt, daß jede genannte Operation an der vorhergehenden Zahl oder dem vorher erhaltenen Resultate gleich ausgeführt wird.

Fragen anderer Art:
Welche Zahl muß ich 2mal nehmen, um 4 zu bekommen?
Von welcher Zahl ist 4 das Doppelte?
Von welcher Zahl ist 2 die Hälfte?
Von welcher Zahl ist 1 der 4te Theil?
Welche Zahl läßt sich 2mal von 4 wegnehmen?
Welche Zahl ist um 3 größer, als 1?
Wie viel muß ich zu der Hälfte von 4 noch hinzuthun, um 4 zu bekommen?
Wie viel mal 1 hat die Hälfte von 4 weniger, als 3?
Wie viel fehlt an 3mal 1 bis zu 2 × 2?
Um wie viel ist 4mal 1 größer, als 1mal 3?
Zerleget 4 in alle Zahlen, von denen sie ein Vielfaches ist! (Zerleget 4 in Faktoren!)

Eins ist der vierte Theil oder ein Viertheil (Viertel) von 4. Wie viel Einer haben demnach 2, 2 und 4 Viertel? — Wie viel ist 2mal der 4te Theil von 4?
Dreimal 1 Viertel von 4 genommen, gibt wie viel?
Ein Viertel von 4 und die Hälfte von 2 geben zusammen?
Der dritte Theil von 3 und die Hälfte von 4 geben?

Tafelrechnen.

Schreibet Rechenbeispiele auf euere Schiefertafeln, bei welchen immer, wenn sie ausgerechnet werden, 4 herauskommt! — Ferner siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 4, Aufg. 4 und 5!

II. Die angewandte Zahl. §. 367.

Nur Kopfrechnen.

a Zusammenzählen.

Nennet mir Thiere, welche 4 Beine haben!
Wie viel Beine haben die meisten Tische? (Stühle)?
Wir haben 4 Jahreszeiten; wie heißen sie?
Wir haben 4 Weltgegenden; nenne sie!

In meinem Rocke und in meiner Weste habe ich mehrere Säcke; in dem Sacke habe ich 1 Kreuzer, in dem habe ich auch einen Kreuzer, da in diesem Sacke ist ein Kreuzer, und in diesem Sacke ist noch 1 Kreuzer. Wie viel Kreuzer habe ich in Allem?

Wie viel Buchstaben muß ich schreiben, wenn ich das Wort „Karl" schreiben will?

Zwei Geschwister trugen Wecke nach Hause; das Kleinere von ihnen trug 1 Weck, das Größere aber trug 3 Wecke. Wie viel Wecke brachten sie miteinander nach Hause?

Wenn auf einem Dache 2 Tauben sitzen und noch 2 zu diesen hin fliegen. Wie viel Tauben sitzen dann auf dem Dache?

Maria bekam auf ihren Namenstag von ihrer Großmutter eine Sparbüchse geschenkt; in diese legte sie ihr gleich 2 Kreuzer; dazu gab der Vater ihr noch 1 Kreuzer, und als sie zu ihrer Mutter kam, steckte diese ihr noch 1 Kreuzer dazu. Wie viel Geld hatte Maria jetzt schon in ihrer Sparbüchse?

Ein Knabe spielt mit seinen Kameraden um Klicker; da gewinnt er zuerst einen, dann 2 und dann noch 1. Wie viel Klicker hat er gewonnen?

In meinem Garten habe ich einen Rosenstock; an demselben blühete gestern zuerst 1 Rose; heute Morgen fing noch eine Rose an zu blühen, und bald darauf blüheten noch 2 weitere Rosen. Wie viel Rosen blüheten jetzt an dem ganzen Rosenstocke?

Wer kennt 2 Thiere, die zusammen 4 Augen (4 Hörner, 4 Füße) haben?

An einer neu angelegten Straße standen auf der einen Seite zwei neue Häuser, und in diesem Jahre wurden noch zwei auf die andere Seite gebaut. Wie viel Häuser stehen jetzt an der Straße?

Wie schwer wiegen zwei Kisten, wovon die eine 1 und die andere 3 Pfund schwer ist?

Ein Vierteljahr hat 3 Monate. Ein Monat hat 4 Wochen. Wie viel Wochen hat ein halber Monat?

b. Abzählen.

Anna hatte in einem großen Blumentopfe 4 Tulpen, die sie aber sehr schlecht begoß. Da verwelkten ihr zuerst eine, dann noch eine und noch eine. Wie viel hatte sie jetzt noch?

Hier sitzen wie viel Mädchen? — Wie viel müssen noch dazu kommen, damit 4 da sitzen?

Da sind 3 Finger; wie viel fehlen noch zu 4 Fingern?

In einem Schwalbenneste sind 4 junge Schwalben, in einem anderen aber sind nur 2: wie viel sind in dem einen mehr, als in dem anderen?

Auf meiner Geige sind 4 Saiten. Wie viel bleiben ganz, wenn eine zerreißt?

Eine Frau hat 4 Enten Wie viel behält sie noch, wenn sie 2 davon verkauft? — Wie viel aber, wenn sie 3 verkauft?

Ein Kind holt einen Häring, gibt dem Krämer 1 Batzen [1]) dafür, erhält aber gleich wieder 1 Kreuzer zurück. Wie theuer ist der Häring? (1 Batzen = 4 Kreuzer.)

Ein kleiner Knabe bekam einmal von seinem Vater 4 Klicker geschenkt; davon hat er aber bald darauf 2 verloren. Wie viel hatte er da noch? — Und diese 2 nahm ihm ein böser Bube; wie viel hatte er jetzt noch?

Eine Henne hatte einmal auf einem Neste voll Eier mehrere Wochen lang gebrütet, und endlich sind ihr 4 junge Hühnchen aus den Eiern geschlüpft. Von diesen 4 Hühnchen hat ihr gleich am ersten Tage die Katze 3 gefangen und gefressen. Wie viel Hühnchen hatte die Henne jetzt noch?

Ein guter Knabe wußte einmal ein Vogelnest mit 4 Jungen. Alle Tage sah er den Alten von fern zu, wie sie die Jungen fütterten, that ihnen aber nie Etwas zu Leid. Da kam er eines Tages wieder hin und sah nur noch 1 Junges das Köpfchen aus dem Neste herausstrecken; denn die anderen waren froh und munter ausgeflogen. Könnt ihr mir jetzt sagen: Wie viel Jungen waren damals ausgeflogen?

Wie viel Kreuzer mußt du noch auf den Groschen legen, damit es 1 Batzen ist?

Wie viel Räder hat der Wagen mehr, als das Spinnrad?

Ein Brod wiegt 4 Pfund; wie viel weniger wiegt eines von 2 (3, 1) Pfund? Welches ist das Schwerere? Welches ist das Leichtere?

c. Vervielfachen.

Ein Weck kostet 1 Kreuzer; was kosten 4 Wecke?

Eine Bretzel kostet 2 Kreuzer; wie viel Geld kosten 2 Bretzeln?

Emma bezahlte für 1 Quentchen Seide 1 Groschen; wie viel Groschen kostet das Loth? 4 Quentchen = 1 Loth [1]).

Aufl.		. Quentchen		1 Groschen
	4	. Quentchen	4	1 Groschen
		. Quentchen		1 Groschen
		. Quentchen		1 Groschen
		oder		
		1 Loth		4 Groschen.

Ein Spatz hat wie viel Füße? — Wie viel mal 2 Füße?

Wie viel mal 2 Füße hat eine Kuh?

Was kosten 2 Pfund Kirschen, wenn 1 Pfund Kirschen 2 Kreuzer kostet?

Zwei Jäger gingen auf die Jagd, und jeder nahm 2 Hunde mit. Wie viel Hunde waren bei dieser Jagd?

---

1) Jede Münze, jedes Maß, sowie jedes Gewicht muß wenigstens beim ersten Vorkommen in der Wirklichkeit vorgezeigt werden. — Das Verfahren dabei ist einfach. Z. B. da sind mehrere Geldstücke. Wer kennt schon das, welches 4 Pfennige gilt? — Wer kennt auch die 4 Pfennige schon? — Welches Geldstück kennt ihr noch? 2c. 2c. — 4 Kreuzer sind 1 Batzen. (Die neu vorkommenden Geldstücke werden mit den schon kennen gelernten den Kindern vorgelegt, erstere von denselben herausgesucht und benannt, neben und auf die anderen gelegt und ihrer Größe und ihrem Aussehen nach verglichen. — Ebenso ist bei den Maßen und Gewichten zu verfahren.)

Wenn man in einer Woche 2 Federkiele verbraucht; wie viel verbraucht man dann in 2 Wochen?

Ein Laufbube erhält täglich einen Kreuzer. Wie viel Kreuzer erhält er in 3 Tagen? — In 4 Tagen?

Wie viel Wolle erhält man von 2 Schafen, wenn man von 1 Schaf 2 ℔ Wolle erhält?

Wie viel mal so schwer ist das Brod von 4 Pfund, als das von 2 Pfund?

d. Messen.

4 Birnen kosten 4 Kreuzer; was kostet 1 Birne?

Ein gewöhnlicher Griffel kostet 1 Pfennig. Wie viel von diesen Griffeln kannst du für 4 Pfennige kaufen?

Ein gemalter Griffel kostet 2 Pfennige. Wie viel gemalte Griffel kannst du für 4 Pfennige kaufen?

Auflösung: So oft ich dem Krämer 2 Pfennige hinlege, gibt er mir 1 gemalten Griffel. 4 Pfennige sind 2×2 Pfennige. Lege ich ihm die 2×2 Pfennige hin, so gibt er mir 2×1 gemalten Griffel. Anschaulich mit Pfennigen und Griffeln oder auf der Tafel:

Pfennige · gemalter Griffel
Pfennige . gemalter Griffel
also für
4 Pfennige 2 gemalte Griffel.

Emma hatte ihrer Mutter 1 Loth Seide geholt. Wie viel Quentchen waren das?

Welcher Theil von 1 Lothe ist 1 Quentchen?

Welcher Theil vom Lothe sind 2 Quentchen?

Wenn 1 Quentchen 2 Groschen kostet, kann man da für 4 Groschen 1 Loth bekommen? — Was wird man dafür bekommen?

Eine Frau kochte von 1 Loth Kaffee 4mal. Wie viel nahm sie jedesmal?

Hier sind 4 Bohnen. Wie viel mal 2 Bohnen sind es?

Es sollen die 4 Aepfel unter Maria und Barbara gleichmäßig (so daß beide Mädchen gleich viel bekommen) vertheilt werden Wer will es thun? — Wie viel bekommt Jedes? — Den wie vielten Theil von den 4 Aepfeln hat jedes Mädchen erhalten? — Wie viel ist die Hälfte von 4? — Jetzt soll Marie einen Apfel an Elisabeth und Barbara einen Apfel an Käthchen abgeben. — Welches dieser Mädchen hat nun die meisten? — Jedes hat den wie vielten Theil von 4 Aepfeln? — Wie heißt der 4te Theil noch mehr? (Viertel.)

Ein Mann, der einen großen Garten hatte, schenkte einmal dem Knaben seines Nachbars 4 sehr schöne Trauben; von diesen war einer so groß, wie der andere. Da eilte der Knabe nach Hause und gab von Dem, was er geschenkt bekam, seiner Schwester 1 Viertel und seinem Vater 1 Viertel und seiner Mutter das Uebrige. Wie viel Trauben gab er seiner Mutter? — seinem Vater? — seiner Schwester?

2 Ochsen gehen an einem Joche; wie viel Joche braucht ein Bauer zum Einspannen von 4 Ochsen?

Wie viel Bretzeln bekommst du für 4 Kreuzer, wenn 1 Bretzel 2 Kr. kostet?

Zwei Kinder sollen sich in 4 Bretzeln (zu gleichen Theilen) theilen; wie viel bekommt eins?

e. Mehrere der 4 Grundrechnungsarten in Verbindung miteinander.

Wenn Einer drei Ochsen hat und noch einen dazu kauft, wie viel Ochsen sind dann in seinem Stalle? — Wenn er aber drei davon auf den Acker schickt, wie viel bleiben dann zu Hause? — Wenn zwei? — Sind dann mehr zu Hause oder mehr auf dem Acker? — Wie sagt man, wenn eben so viele weggehen, als dableiben? — Wenn aber drei hinausgeschickt werden? — Sage noch einmal, wie viel von vier Ochsen man jedesmal anspannen kann, um auf den Acker zu fahren! — Wenn aber der erste der zu Hause bleibenden Ochsen braun und der andere schwarz ist, wie viel Ochsen sind dann zu Hause? — Und wenn ein weißer nach Hause kommt? — Wie viel sind noch auf dem Acker? — Wenn nun dieser eine grau ist, und Abends kommt dieser auch nach Hause und bringt für sich und jeden anderen Ochsen einen Bündel Klee mit; wie viel Bündel müssen es sein? — Und wenn die Hälfte der Ochsen gefressen hat, wie viel Bündel sind noch für die anderen da?

Sage mir, wenn du bei euerer Nachbarin für deine Mutter Milch holst, und die Nachbarin mißt dir nun 4mal 1 Schoppen in deinen Topf, wie viel Schoppen hast du dann? — Jetzt denke dir, die Mutter mißt 2mal 1 Schoppen Milch aus dem Topfe heraus und kocht damit Suppe, wie viel Schoppen sind jetzt noch im Topfe? — Aber jetzt gib weiter acht! Abends kocht die Mutter einen Kaffee; da nimmt sie noch 2mal 1 Schoppen aus dem Topfe heraus. Wie viel Schoppen sind jetzt noch in dem Topfe?

Denke dir wieder einmal einen schönen Apfel. Wenn wir ein Messer nehmen und ihn mitten durchschneiden; wie viel Stücke haben wir dann? — Wie heißt ein solches Stück? — Schneiden wir jedes Stück (jede Hälfte) noch einmal durch, wie viel Stücke haben wir dann? — Wie heißt jedes Stück? — Nehmen wir von den 4 Vierteln 1 Viertel weg, wie viel bleiben dann übrig? — Wie viel, wenn man 2 Viertel wegnimmt? — Wie viel, wenn man 4 Viertel wegnimmt?

Ein Batzen hat 4 Kreuzer, ist so viel werth, als 4 Kreuzer. Wie viel Kreuzer bekommt man sonach für 1 Batzen? Wie viel Kreuzer sind 1 Groschen und 1 Kreuzer! Wenn du davon 2 Kreuzer ausgibst und 1 verlierst; wie viel hast du dann noch?

§. 368. *Fünfte Stufe.*

Praktische Behandlung der Zahl Fünf.

Vorbemerkung. Bei den Zahlen 1, 2, 3 und 4 glauben wir die Art und Weise, nach Grube's Methode mit Kindern von 6 bis 7 Jahren zu rechnen, klar, anschaulich und vollständig gezeigt zu haben. Wir geben deßhalb bei der Zahl 5 nur noch den Gang der Uebungen und überlassen die speziellere Ausführung dem Lehrer; auch wird es nach dem Vorausgeschickten nicht mehr schwer sein, den Lehrgang, wie er bei den besprochenen Zahlen eingehalten wurde und die Behandlungsweise auf die nun folgenden zu übertragen. Diesem fügen wir jedoch noch bei, daß es nicht nöthig ist, eine jede Zahl mit gleicher Ausführlichkeit zu behandeln; denn während die Zahlen 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24 u. s. w. sehr mannigfaltige und dankbare Uebungen in Masse zulassen, sind die Zahlen 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 u. s. w. viel weniger zu einer ausführlichen Behandlung geeignet. Nie aber dürfen dieselben übergangen werden, weil auch sie wieder Uebungen bieten, die bei den erstgenannten Zahlen weniger vorkommen, und deßhalb hier besonders zu betonen sind.

Zu der Zahl 5 insbesondere hat die Natur selbst das wichtigste Zählmittel an den Fingern gegeben, und wir wollen nicht klüger sein, als alle Völker, die davon ihr dekadisches System gelernt haben. Auch wird es mit dem Größerwerden der Zahlen immer nöthiger, die in ihnen enthaltenen Mengen an vorhandenen Dingen wirklich zählen, das heißt die Kinder sich in der Erforschung derselben üben zu lassen, während bis vier unser Augenmerk dahin ging, daß sie außer dem Inhalte dieser Zahlen, die Gesammtvorstellung derselben sich einprägten und sie gleichsam an dieser Physiognomie mehr auf den ersten Blick erkennen, was bei größeren Zahlen selbst den Erwachsenen nicht zugemuthet werden kann.

Zu dem Ende ist Nichts bequemer, als jeden Finger nach und nach aufzurichten, wie er zu den vorigen gezählt wird. Doch ist sehr viel Vorsicht nöthig, damit die Kinder den Grundzahlnamen, den sie nennen, dabei nicht als einen Ordnungszahlnamen für den zuletzt hinzugezählten Finger und so auf eine Einheit allein beziehen, sondern als den Namen für die Menge aller aufgerichteten Finger ansehen. Dazu reicht gewöhnlich schon die Frage hin: Wenn aber dieser Finger noch zu den anderen kommt, wie viel sind's dann? — Und wenn auch dieser noch? 2c. 2c. Daß wir damit die verwerfliche Gewohnheit, stets an den Fingern zu zählen, nicht befürworten, versteht sich von selbst.

Nun gehen wir zum Gange der eigentlichen Uebungen über.

I. Die reine Zahl. §. 369.

a. Messen und Vergleichen.

Erste Uebung: 5 verglichen mit 1.

Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen: Uebung des $1+1+1+1+1=5$.
$1+1=2$, $2+1=3$, $3+1=4$, $4+1=5$.

1 Stäbchen und 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?
2 " " 1 " " " " "
3 " " 1 " " " " "
4 " " 1 " " " " "

$1+1=2$
$+1=3$
$+1=4$
$+1=5.$

1 Stäbchen und 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?
Und 1 Stäbchen sind?
Und 1 Stäbchen?
Und 1 Stäbchen?

1, 2, 3, 4, 5.

Der Lehrer zeigt zuerst 1 Stäbchen, dann 2, 3, 4, 5 Stäbchen in der Reihe und dann außer der Reihe vor und läßt sich die Zahl derselben angeben.

$1+1+1+1+1=5.$

1 Stäbchen und 1 Stäbchen und 1 Stäbchen und 1 Stäbchen und 1 Stäbchen sind wie viel Stäbchen?
Ebenso an Fingern, Fenstern, Bänken, Strichen u. s. w.
(Ohne Benennung.) Eins und Eins ist wie viel?
Zwei und Eins ist wie viel?
Drei und Eins ist?
Vier und Eins ist?
(Schluß.) $1+1=?$
$1+1+1=?$
$1+1+1+1=?$
$1+1+1+1+1=?$

b. Vervielfachen: Uebung des $5 \times 1 = 5$.

Haltet an der rechten Hand einen Finger in die Höhe! — Wie vielmal ein Finger ist dies? — Haltet einen Finger dazu in die Höhe! — Wie vielmal ein Finger sind es jetzt? — Haltet dazu noch einen Finger in die Höhe! — Wie vielmal einen Finger zeigt ihr eben? — Nehmt noch einen Finger dazu! — Wie vielmal einen Finger habt ihr jetzt in der Höhe! — Thut dazu noch einen Finger! — Wie vielmal einen Finger habt ihr nun in Allem in die Höhe gestreckt?

(Der Lehrer zeigt etwa an seinen eigenen Fingern wiederholend.) Also einmal ein Finger und einmal ein Finger sind wie viel Finger? — Und einmal ein Finger sind wie viel Finger? — Und einmal ein Finger sind wie viel Finger? — Und noch einmal ein Finger sind wie viel Finger?

1×1 Finger ist 1 Finger.
2×1 " sind 2 "
3×1 " " 3 "
4×1 " " 4 "
5×1 " " 5 "

So mit Stäbchen, Knaben, Büchern, Tafeln u. s. w.

Schluß: Ohne Benennung: $1 \times 1 = 1$
$2 \times 1 = 2$
$3 \times 1 = 3$
$4 \times 1 = 4$
$5 \times 1 = 5.$

5 ist wie viel mal 1?
5 mal 1 ist wie viel?

c. Abzählen: Uebung des 5—1—1—1—1—1=0.

5—1=4; 4—1=3; 3—1=2; 2—1=1; 1—1=0.

Haltet mit der linken Hand 5 Finger in die Höhe! —
Nehmt 1 Finger davon hinweg! — Wie viel Finger habt ihr noch? —
Nehmt noch 1 „ „ ! — „ „ „ „ „
„ „ 1 „ „ „ ! — „ „ „ „ „
„ „ 1 „ „ „ ! — „ „ „ „ „
„ „ 1 „ „ „ ! — „ „ „ „ „

5 — 1 = 4
— 1 = 3
— 1 = 2
— 1 = 1
— 1 = 0.

5 Finger weniger 1 Finger sind wie viel Finger?
4 „ „ 1 „ „ „ „
3 „ „ 1 „ „ „ „
2 „ „ 1 „ „ „ „
1 „ „ 1 „ „ „ „

5 Finger weniger 1 Finger = 4 F., — 1 F. = 3 F., — 1 F. = 2 F., — 1 F. = 1 F., — 1 F. = 0.

5, 4, 3, 2, 1.

Zeiget 5 Finger! — 4 Finger! — 3 Finger! — 2 Finger! — 1 Finger! — (In und außer der Reihe.)

Wiederholung und Abrundung: 5 — 1 — 1 — 1 — 1 — 1 = 0.
5 Finger weniger 1 Finger sind wie viel Finger?
5 Finger — 1 F. — 1 F. = ?
5 Finger — 1 F. — 1 F. — 1 F. = ?
5 Finger — 1 F. — 1 F. — 1 F. — 1 F. = ?
5 Finger — 1 F. — 1 F. — 1 F. — 1 F. — 1 F. = ?

Es stellen sich 5 Kinder auf; nachdem sie aufgestellt sind, geht eines weg u. s. w.; ebenso mit Stäbchen, Bohnen 2c. 2c.

Schluß: Ohne Benennung: 5 — 1 = 4
5 — 1 — 1 = 3
5 — 1 — 1 — 1 = 2
5 — 1 — 1 — 1 — 1 = 1
5 — 1 — 1 — 1 — 1 — 1 = 0.

d. Messen: Uebung des 1 : 5 = 5.

Eine Frau hat in ihrem Topfe 5 Schoppen Milch — oder — ich habe hier in diesem Topfe 5 Schoppen Wasser. Wie vielmal kann ich 1 Schoppen Wasser herausmessen? — Wir wollen sehen! (Der Lehrer zeigt dies vor den Augen der Kinder. Er bringt dann das Wasser noch einmal in den Topf und wiederholt den Nachweis fragend:)

Wenn ich 1×1 Schopp. Wasser herausmesse, wie viel bleiben dann noch in dem Topfe?
„ „ 2×1 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ ?
„ „ 3×1 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ ?
„ „ 4×1 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ ?
„ „ 5×1 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ ?

1 Schoppen Wasser kann man also aus 5 Schoppen Wasser, wie vielmal ab- oder herausmessen?

Mit 1 in 5 gemessen, geht demnach wie vielmal?

Ebenso mit Frucht, Ellen Schnur u. s. w.

Wenn man 1 von 5 einmal hinwegnimmt, wie viel bleibt übrig?
„ „ 1 „ „ zweimal „ „ „ „ „ ?
„ „ 1 „ „ dreimal „ „ „ „ „ ?
„ „ 1 „ „ viermal „ „ „ „ „ ?
„ „ 1 „ „ fünfmal „ „ „ „ „ ?

1 kann man also von 5 wie vielmal hinwegnehmen?
Wie vielmal am Meisten?
Eins ist also in 5 wie vielmal enthalten?

$$1 : 5 = 5$$

Zusammenstellung: (Wird aus dem Vorausgehenden abgeleitet, an die Tafel geschrieben, mündlich und schriftlich geübt.)

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$$
$$5 \times 1 = 5$$
$$5 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 = 0$$
$$1 : 5 = 5$$

Tafelrechnen.

Siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 5, Aufg. 1.

Zweite Uebung: 5 verglichen mit 2.

Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen: Uebung des $\begin{matrix} 2 + 2 + 1 = 5 \\ 1 + 2 + 2 = 5 \end{matrix}$

Gang der Uebung:

a) $1 + 2 = 3;\ 3 + 2 = 5$
b) $1 + 2 = 3$
$\qquad + 2 = 5$
c) 1, 3, 5.
d) $1 + 2 + 2 = 5$

---

a) $2 + 2 = 4,\ 4 + 1 = 5$
b) $2 + 2 = 4$
$\qquad + 1 = 5$
c) 2, 4, 5
d) $2 + 2 + 1 = 5$

b. Vervielfachen: Uebung des $2 \times 2 + 1 = 5$

c. Abzählen: Uebung des $5 - 2 - 2 = 1$

Gang der Uebung:

a) $5 - 2 = 3,\ 3 - 2 = 1$
b) $5 - 2 = 3$
$\qquad - 2 = 1$
c) 5, 3, 1
d) $5 - 2 - 2 = 1$

d. Messen: Uebung des $2 : 5 = 2\ (1)$.

Die Ausführung dieser Uebung nach der Weise, wie wir sie bereits an den früher betrachteten Zahlen gezeigt haben, läßt sich noch etwa auf folgende Weise erweitern:

Wenn fünf Schüler auf der Bank sitzen und der Lehrer verlangt, die Hälfte soll aufstehen, und die Hälfte soll sitzen bleiben; können sie es? Laß sehen! Wie viele willst du aufstehen lassen? Zwei sagst du? Wie viel sitzen dann noch? Sind es aber so viele, als stehen? Nun so wollen wir drei aufstehen lassen; wie viel sitzen dann noch? Ist's nun recht? Also wenn zwei aufstehen, ist Einer zu wenig, und wenn drei aufstehen? Wo sitzt aber das Kind, welches das erstemal zu wenig aufstand und das zweitemal zu viel? Wie viel Kinder sind von ihm bis zum ersten Kinde? Und wie viele von ihm bis zum Letzten? Wenn aber Jemand eben so weit vom Ersten, wie vom Letzten sitzt, so sitzt er in der Mitte. Wo sitzt aber immer eins von fünf Schulkindern, wenn sie so in einer Reihe sitzen? Also gibt es Zahlen, bei denen immer Eins in der Mitte ist; sie heißen ungerade Zahlen. Wie war es aber mit vier, ist da auch Eins in der Mitte? Man läßt's die Kinder versuchen. Also von vier kann die Hälfte aufstehen und die Hälfte sitzen bleiben, und was kann man also aus vier machen?

Solche Zahlen, welche aus oder zu zwei gleich großen gemacht werden können, heißen gerade Zahlen. Nun wollen wir nachsehen, ob drei und zwei gerade oder ungerade Zahlen sind. (Die Entwickelung dieser Begriffe kann jedoch auch einer späteren Stufe vorbehalten bleiben.)

Zusammenfassung der vier Uebungen.

Tafelrechnen.

Stoff: $2 + 2 + 1 = 5$; $1 + 2 + 2 = 5$
$2 \times 2 + 1 = 5$
$5 - 2 - 2 = 1$
$2 : 2 = 1$ (1)

Dritte Uebung: 5 verglichen mit 3.

Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen: Uebung des $2 + 3 = 5$, $3 + 2 = 5$, $1 + 3 + 1 = 5$

Gang der Uebung:

a) $1 + 3 = 4$, $4 + 1 = 5$
b) $1 + 3 = 4$
$+ 1 = 5$
c) 1, 4, 5.
d) $1 + 3 + 1 = 5$
$2 + 3 = 5$
$3 + 2 = 5$

b. Vervielfachen: Uebung des $1 \times 3 + 2 = 5$.

c. Abzählen: Uebung des $5 - 3 = 2$, $5 - 2 = 3$

d. Messen: Uebung des $3 : 5 = 1$ (2).

Zusammenfassung dieser vier Uebungen.

Tafelrechnen.

Stoff: $3 + 2 = 5$ $\quad$ $1 + 3 + 1 = 5$
$1 \times 3 + 2 = 5$ $\quad$ $2 + 3 = 5$
$5 - 3 = 2$ $\quad$ $5 - 2 = 3$
$3 : 5 = 1$ (2).

Vierte Uebung: 5 verglichen mit 4.

Kopfrechnen.

a. Zusammenzählen: Uebung des $4 + 1 = 5$, $1 + 4 = 5$

b. Vervielfachen: Uebung des $1 \times 4 + 1 = 5$.

c. Abzählen: Uebung des $5 - 4 = 1$, $5 - 1 = 4$

d. Messen: Uebung des $4 : 5 = 1$ (1).

Zusammenfassung des Vorhergehenden.

Tafelrechnen.

Stoff: $4 + 1 = 5$ $\quad$ $1 + 4 = 5$
$1 \times 4 + 1 = 5$
$5 - 4 = 1$ $\quad$ $5 - 1 = 4$
$4 : 5$ 1 = (1).

Einzuschaltende Uebung.

(5 verglichen mit 5.

$5 = 5$
$1 \times 5 = 5$

$5 - 5 = 0$
$5 : 5 = 1.)$

Fünfte Uebung: Aufsuchen des Unterschiedes zwischen 5 und den in 5 enthaltenen Zahlen.

Die Behandlungsweise des hierhergehörigen Stoffes siehe bei der 4. Uebung der Zahl 4, Seite 641.

Der Stoff für diese Uebung läßt sich aus Nachfolgendem erkennen:

5 ist 1 mehr, als 4, 2 mehr, als 3, 3 mehr, als 2, 4 mehr, als 1.

4 ist 1 weniger, als 5, 1 mehr, als 3 ꝛc. ꝛc. ꝛc.

3 ist 2 weniger, als 5, ꝛc. ꝛc.

$5 = 5 \times 1$ (5 ist das 5fache von 1).

$1 = \frac{1}{5} \times 5$ (1 ist der 5te Theil von 5.)

5 besteht aus 2 ungleichen Zahlen $3 + 2$ und aus 2 gleichen und 1 ungleichen Zahl $2 + 2 + 1$.

Als sehr schöne Uebung läßt sich hier noch das genauere Auffassen der Stelle, welche jede Zahl in der Zahlenreihe einnimmt, einschalten; denn da die Zahlen in unveränderlicher Folge stehen, so hat jede derselben vor und nach einer anderen, so wie zwischen zwei anderen, wie auch in der Zahlenreihe selbst ihren bestimmten Platz. Dies Alles ist nun auch aufzufassen. Die Uebung selbst geht zuerst anschaulich zu Werke, dann wird sie nach und nach reines Kopfrechnen. Die Antwort werde auch hier bald in vollständigen Sätzen, bald so kurz, aber auch so rasch, als möglich, gegeben.

a.

1) Welche Zahl folgt auf 2? Auf 3? ꝛc. ꝛc. Welche Zahl steht nach 2? 4? ꝛc. ꝛc.

2) Auf welche Zahl folgt 4? 2? ꝛc. ꝛc. Nach welcher Zahl steht 3? ꝛc. ꝛc. Welche Zahl steht vor 5? 2? ꝛc. ꝛc.

3) Welche Zahl steht zwischen 1 und 3? ꝛc. ꝛc. Welche Zahlen stehen zwischen 2 und 5? ꝛc. ꝛc.

4) Zwischen welchen Zahlen steht 2? ꝛc. ꝛc. Zwischen welchen Zahlen stehen 3 und 4? ꝛc. ꝛc.

b.

1) Eins ist die erste Zahl, Zwei ist die zweite, Drei die dritte Zahl ꝛc. ꝛc.

2) Nenne die zweite, die vierte, die erste Zahl! ꝛc. ꝛc.

3) Die wie vielte Zahl ist Eins? Vier? ꝛc. ꝛc.

4) Welche Zahl ist die dritte? die fünfte? ꝛc. ꝛc.

5) Welches ist der erste, der vierte Schüler auf dieser Bank? Die wie vielte Tafel, Bank, Diele u. s. w. ist diese, jene? ꝛc. ꝛc.

b. Schnellrechnen. §. 370.

Kopfrechnen.

I.

Wiederholung des bereits Gesagten

nach der bei der Zahl 2 im Schnellrechnen gegebenen Anleitung.

II.

Das eigentliche Schnellrechnen.

Das Schnellrechnen mit 2 Zahlen.

Die Behandlungsweise des hierhergehörigen Stoffes siehe bei der Zahl 4, unter Schnellrechnen mit 2 Zahlen, Seite 643. Aus derselben ergibt sich der Stoff von selbst.

Das Schnellrechnen mit 3, 4 und mehr Zahlen

ist in Stoff und Behandlungsweise auf Seite 644. ꝛc. deutlich gezeigt; siehe daselbst.

Tafelrechnen.

Siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 5, Aufg. 5, 8, 9 und 10!

c. Kombiniren.

§. 371. **Kopfrechnen.**

L. Wer weiß Rechenbeispiele, die immer nach der Ausrechnung 5 geben?

Sch. $5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$
$5 = 3 + 2$
$5 = 2 + 3$
$5 = 2 \times 2 + 1$
$5 = 1 + 2 + 1 + 1$
$5 = 2 \times 1 + 3$
$5 = 4 - 1 + 2$
u. s. w. u. s. w. (Möglichst alle Fälle.)

Welche Zahl ergänzt 3 zu 5? 1 zu 5? 2 zu 5? 4 zu 5?

Wie viel ist zu 2 zu zählen, um 5 zu erhalten?

Zu welcher Zahl ist 3 (ist 1, ist 4, ist 2) zu nehmen, um 5 zu bekommen?

5 besteht aus 2 und welcher Zahl? — Aus 1 und? — Aus 4 und? — Aus 8 und?

Auch können hier noch folgende und ähnliche Fragen zur Lösung kommen:

Welche Zahl ist der fünfte Theil von 5?

Wie viel muß ich zu 3 thun, um 5 zu erhalten?

Wie viel muß ich von 5 wegnehmen, um 3 zu bekommen?

Wie viel mal 2 habe ich zu 1 gethan, wenn ich 5 erhalte?

Ich habe von einer Zahl das Doppelte von 2 abgenommen und 1 übrig behalten. Welches war die Zahl?

Tafelrechnen.

Schreibet Rechenbeispiele auf, welche, wenn sie ausgerechnet werden, 5 geben! — Weitere Aufgaben siehe „Köpp's Rechenfibel" Zahl 5, Aufg. 6 u. 7.

II. Die angewandte Zahl.

§. 372. **Nur Kopfrechnen.**

a. Zusammenzählen.

Wie viel Finger hast du an deiner Hand?

Wie viel Zehen hast du an deinem Fuße?

Der Mensch hat 5 Sinne. Wie heißen sie?

Auf einer Wiese verfolgten einmal 2 Hunde einen Hasen; da sprangen plötzlich, vom Geräusche geweckt, noch 4 Hasen auf. Wie viel Hasen waren jetzt von den Hunden beängstigt?

Karl ließ eines Morgens die Enten aus dem Stalle. Da fand er in der einen Ecke 2 Eier, in einer anderen Ecke 3. Wie viel Eier fand er im Ganzen?

Ein Fischer hatte 3 Angeln, will aber noch 2 dazu kaufen. Wie viel Angeln will er demnach haben?

Wie viel Ballen sind 1 Ballen und noch einer und noch einer und noch einer und noch einer?

Zwei Mädchen benützen bei ihren Näharbeiten ein Nähkissen gemeinschaftlich; das eine steckte zuerst zwei Nadeln und später noch eine, das andere zuerst eine und ebenfalls später noch eine auf dasselbe. Wie viel Nadeln waren nun in dem Nähkißchen?

Zu zwei Enten, die sich in einem Bache herumtummelten, schwamm zuerst eine und dann noch eine und zuletzt noch eine; wie viel waren jetzt beisammen?

Fritz kaufte sich für 1 Kreuzer ein Bleistift, für 2 Kreuzer Farben und für 2 Kreuzer einen Bilderbogen. Wie viel Kreuzer hat er ausgegeben?

Marie hatte 3 Schulbücher und 2 Geschichtsbücher. Wie viel Bücher hatte sie zusammen?

Ein Kind sollte einen Brief auf die Post tragen und bekam 2 Kreuzer, um ihn frei zu machen. Der Postverwalter forderte aber noch 3 Kreuzer mehr. Was sollte demnach der Brief kosten?

Wie viel Ecken hat ein Drei= (ein Vier=, ein Fünf=) Eck?

Zähle zusammen die Füße einer Gans und einer Ente?

In einer Schule sitzen auf der ersten Bank 3 Kinder und auf der zweiten Bank 2. Wie viel Kinder sitzen auf beiden Bänken?

Wegen Krankheit fehlten gestern 1 Knabe und 4 Mädchen; wie viel Kinder fehlten zusammen?

Wie viel Geld hast du im Besitze, wenn du einen Groschen und 2 Kreuzer hast?

b. Vervielfachen.

Ein Mädchen hatte dreimal einen Kreuzer in seiner Sparkasse; dazu legte es noch einmal 2 Kreuzer. Wie viel hatte es jetzt darin?

Mehrere Knaben suchten bei ihrem Spiele in Reihen zu zwei zu marschiren. Bei ihrer Aufstellung gab es 2 Zweierreihen, in die dritte Reihe dagegen kam nur einer. Wie viel Knaben waren es?

Ein Loth gebrannter Kaffee kostet 2 Kreuzer; was kosten 2 Loth und ein Kreuzerweck?

c. Abzählen.

Wie viel mal hast du einen Finger an deiner Hand?

Aus wie viel mal 1 besteht 5?

August erhielt von seiner Base 5 Kreuzer zum Geschenke. Auf dem Nachhausegehen verlor er einen; wie viel brachte er noch nach Hause?

Ein Huhn brühete 5 Hühnchen aus; da kam die Katze und holte ihm eines nach dem andern. Wie viel waren noch übrig?

Ein Fuhrmann hatte 5 Fässer auf dem Wagen, 3 davon waren leer. Wie viel waren es nicht?

Paul verschenkte von seinem Papiere 2 Bogen, er hatte aber nur 5. Wie viel Bogen behielt er noch?

Es kaufte Jemand für ein Kleidchen 4 Ellen Zeug, brauchte aber 5. Wie viel Ellen waren es zu wenig?

In einem Postwagen waren nur für 4 Personen Raum, es wollten aber 5 mit; wie viel mußten da bleiben?

Aus einer Fünfguldenrolle wurden nach und nach 3 Gulden heraus gethan. Wie viel waren noch Rest?

Wie viel Nüsse muß man zu 1 Nuß legen, damit es 5 Nüsse gibt?

Karl ist 5 Jahre und sein Bruder Wilhelm aber nur 2 Jahre alt. Wie viel Jahre ist Karl älter, als Wilhelm?

In drei Jahren ist Maria 5 Jahre alt. Wie alt ist sie jetzt?

Heinrich ist 5 Jahre alt, Franz ist 1 Jahr jünger. Wie alt ist dieser?

Wenn Adolph 2 Schritte weiter geht, so ist er 5 gegangen. Wie viel Schritte hat er gemacht?

Wenn man zu einer gedachten Zahl noch 4 zulegte, so wäre es 5; wie heißt die gedachte Zahl?

Jemand möchte sich gern 5 Groschen sparen; er hat aber erst 4; wie viel fehlen ihm noch?

d. Messen.

Ein Dienstmädchen verdiente in jeder Woche einen Gulden. Wie viel Wochen mußte es arbeiten, um 5 Gulden zu verdienen?

Ein Fuhrmann kann 2 Stecken Holz auf seinen Wagen laden; wie oft muß er fahren, um 5 Stecken aus dem Walde zu holen, wenn er einen dort sitzen lassen will?

Wie viel Zweikreuzerwecke bekommt man für 5 Kreuzer?

Wie heißt die Hälfte von 4 Fünftel?

e. Mehrere der 4 Grundrechnungsarten in Verbindung mit einander.

Eine Bäuerin brachte Eier auf den Markt und verkaufte zuerst 3 für 3 Kreuzer und dann noch 3 für 2 Kreuzer. Von Dem, was sie jetzt gelöst hatte, kaufte sie sich dann einen Weck für 1 Kreuzer. Wie viel Geld hatte sie noch?

In einem Garten stehen 2 junge Aepfelbäumchen, die dieses Jahr ihre ersten Früchte tragen. Auf dem einen hängen 2, auf dem anderen 3 Aepfel. Wie viel Aepfel sind auf beiden Bäumchen zusammen? — Wenn aber 1 Apfel abfällt, wie viel Aepfel hängen dann noch auf beiden Bäumchen? — Wie viel bekämest du, wenn du dir von den Aepfeln, die dann noch auf den Bäumchen sind, die Hälfte nehmen dürftest? — Wie viel hingen dann noch auf den Bäumchen? — Wie viel hättest du, wenn du dir diese und auch den abgefallenen noch nehmen dürftest?

Was erhältst du, wenn du 2 zu 2 legest? Wie viel fehlt dir dann noch an 5? Aus welchen 3 Zahlen kannst du dir mithin die 5 zusammengesetzt denken?

Welcher Unterschied ist zwischen 2 und 3 Fünftel?

Wie viel beträgt die Hälfte von 4 und die Hälfte von 2?

§. 373. 2. Muster, wie die vier Grundrechnungsarten im Zahlenraume von 10 bis 100 nach dem Lehrgange von Grube zu behandeln sind.

(Siehe den Lehrgang S. 587.)

Vorbemerkung.

1) Wiederholt müssen wir hier erinnern, daß mit dem Wachsen der Fertigkeit im Rechnen und mit der immer leichter von Statten gehenden Auffassung der Zahl, der Zahlverhältnisse und der Abstraction derselben die Menge der beim Unterrichte zu benützenden Veranschaulichungsmittel stets kleiner wird, so daß zuletzt nur noch wenige im Gebrauche bleiben. Aber auch diese sollen nur so lang zur Anwendung kommen, als sie eine wirklich werthvolle Erleichterung zum Verständnisse der Zahlen und Zahlverhältnisse gewähren. Werden diese von den Kindern ohne Veranschaulichungsmittel klar und sicher verstanden, so setzt man letztere gänzlich außer Gebrauch, und nur in dem Falle, daß eine Stockung bei Auffassung eines oder mehrerer Verhältnisse eintritt, greift man wieder zu ihnen zurück und benützt sie so lang (zuerst eines und wenn dieses nicht ausreicht, mehrere) bis man über alles Unklare auf der betreffenden Stufe hinweggekommen ist. Dadurch wird der Unterricht einfacher, die Behandlung einer Zahl wird compacter, und die Erfassung derselben in ihren Theilen und deren Verhältnissen zur ganzen Zahl geht rascher. Das Rechnen wird jetzt außerordentlich mannigfaltig in den Uebungen und bewirkt immer mehr Gewandtheit und Fertigkeit, insbesondere aber auch nützliche Anwendung für's Leben.

2) Das mündliche Verfahren auf den einzelnen Stufen ist ganz das auf den früheren Stufen, nur daß jetzt nicht mehr jede Zahl mit allen in ihr enthaltenen, sondern blos mit den Grundzahlen [1]) gemessen wird; das schriftliche dagegen tritt erst ein, nachdem beim „Messen und Vergleichen" alle mündlichen Uebungen vorgenommen worden sind. Diese lassen sich alsdann, wenn man alle gleichartigen Operationen zusammenfaßt, nunmehr bei jeder Zahl in vier Gesetzchen darstellen, nämlich einem Additions-, einem Multiplications-, einem Subtractions- und einem Divisionsgesetzchen.

Ist es dem Lehrer auf diese Weise ermöglicht, von einer Zahl rascher zur anderen überzugehen; so darf er dabei doch nie die mechanische Fertigkeit und die stets damit zu verbindende Selbstthätigkeit des Schülers außer Acht lassen.

3) Für die Operationen mit der reinen, wie mit der angewandten Zahl muß fortwährend eine stets größer werdende Mannigfaltigkeit in der Ausdrucksweise eintreten, damit der Schüler von dem Schema immer freier werde. Für die angewandten Aufgaben indessen bewegen wir uns noch längere Zeit in möglichst naheliegenden Kreisen, um dem Schüler desto mehr Gelegenheit zu geben, sich selbst Aufgaben zu bilden, was zweckmäßig als Belohnung für den gestattet wird, der ein Exempel zuerst löst. Dieses Selbsterfinden von Exempeln kann um so weniger Schwierigkeit haben, da immer von der vorhergegangenen Stufe ausgegangen und nur das schon Bekannte weiter ausgebildet wird.

---

1) Der Lehrer mag jedoch auch über die Grundzahlen hinausgehen, so lang das den Kindern keine zu großen Schwierigkeiten macht.

Erste Stufe.

Praktische Behandlungsweise der Zahl Elf. §. 374.

I. Die reine Zahl.

a. Messen und Vergleichen.

Mündlich.

Vorübung: Auffassung der zehn Einer als ein Zehner und umgekehrt.

Diese Vorübung ist durchaus nicht zu unterschätzen. Sie hat für die richtige Auffassung, das Verständniß und die selbstthätige Behandlung der nun folgenden Zahlen großen Werth.

Zur Veranschaulichung des Zehners verweisen wir auf die im §. 344. und 345. angegebenen Veranschaulichungsmittel.

Der Stoff der Vorübung ergibt sich aus den nachstehenden Andeutungen:

„10 mal Eins" oder „10 Einer" zusammengenommen machen „1 Zehner".

„Habe ich 10 Einer zusammen genommen, so habe ich 1 Zehner und keinen (0) Einer mehr."

 = 1 Zehner 0 Einer = 10.

„Kommt noch 1 Einer hinzu, so gehört er in den zweiten Zehner."

 10 + 1 = 11.

Was bedeutet die 1 rechter Hand, was die 1 linker Hand? — Wozu gehört der Einer? — Wie viel Einer müßten noch hinzukommen, um den zweiten Zehner voll zu machen? — Wie nennt man 1 Zehner und 1 Einer mit einem Worte? — Was heißt 11? —

Erste Uebung: 11 verglichen mit 1.

Zusammenzählen: Uebung des 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=11.

Das hier Folgende soll zeigen, wie nunmehr mit größeren Zahlen alle Uebungen mittels eines Anschauungsmittels rasch vorgenommen werden können. Durch einen entsprechenden Wechsel im Einzel- und Chorsprechen wird bei den Kindern eine außerordentliche Lebendigkeit erzeugt. Der Lehrer benützt die große Wandtafel und schreibt nacheinanderfolgend untereinander einen Strich und spricht dabei:

„Ein Strich und
ein Strich und
ein Strich und
ein Strich und
ein Strich und
ein Strich und
ein Strich und
ein Strich und
ein Strich und
ein Strich und
ein Strich sind wie viel Striche?"

Sch. —

L. (Er beginnt jetzt wieder am ersten Striche, indem er auf diesen und nach und nach auf die folgenden deutet:) Ein Strich und ein Strich sind wie viel Striche?

Sch. Ein Strich und ein Strich sind 2 Striche.

L. 2 Striche und 1 Strich sind wie viel Striche?

Sch. 2 Striche und 1 Strich sind 3 Striche.

L. u. s. w. — 10 Striche und 1 Strich sind?

Sch. 10 Striche und 1 Strich sind 11 Striche.

L. Das könnt ihr auf eine andere Weise jetzt schneller machen. Fangt gleich damit an! (Der Lehrer deutet dabei wieder auf den ersten Strich und mit dem Weiterschreiten im Addiren auf die entsprechend nachfolgenden.)

Sch. 1 Strich und 1 Strich sind 2 Striche — und ein Strich sind 3 Striche — und ein Strich sind 4 Striche — u. s. w. — und 1 Strich sind 11 Striche.

L. Zählt sie jetzt nacheinanderfolgend! (Der Lehrer hat immer noch darauf zu deuten.)

Sch. 1 Strich, — 2 Striche, — 3 Striche — u. s. w. — 11 Striche.

L. Laßt das Wort Strich weg, und zählt noch einmal!

Sch. 1, 2, 3, — u. s. w. — 11.

Vervielfachen: Uebung des $11 \times 1 = 11$.

L. Deutet jetzt auf den ersten Strich! — Das ist wie vielmal 1 Strich?

Sch. —

L. Nehmet den zweiten dazu! — Wie vielmal 1 Strich sind es jetzt?

Sch. —

L. Nehmet den dritten dazu! — Wie viel Striche sind es? — (u. s. w.)

Sch. 3mal 1 Strich. — 4mal 1 Strich. — 5mal 1 Strich. — u. s. w. — (Bei dem letzten:) 11mal 1 Strich.

L. Elf Striche sind also wie vielmal 1 Strich?

Sch —

L. 1mal 1 ist wie viel? $2 \times 1 =$? $3 \times 1 =$? 2c. 2c. 11mal 1 ist wie viel?

Sch. —

Oder kürzer:

L. Wie oft müßt ihr also einen Strich zusammenzählen, damit es 11 gibt?

Sch. Wir müssen 11mal 1 Strich zusammenzählen, damit es 11 gibt.

L. 11 ist demnach wie vielmal 1?

Sch. —

L. 11mal 1 ist wie viel?

Abzählen: Uebung des $11-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1=0$.

L. Wir wollen jetzt sehen, wie oft man 1 Strich von 11 Strichen hinwegnehmen kann. Ich denke mir zuerst diesen 1 Strich weg. (Der Lehrer deutet auf den unteren Strich, u. s. f.) Wie viel sind noch übrig?

Sch. —

L. 11 Striche weniger 1 Strich sind noch wie viel Striche?

Sch. —

L. 10 Striche weniger 1 Strich sind wie viel Striche? — u. s. w. — 1 Strich weniger 1 Strich sind wie viel Striche?

Sch. —

L. (Der Lehrer fängt wieder von vorn an.) 11 Striche weniger 1 Strich sind wie viel Striche?

Sch. —

L. Weniger 1 Strich?

Sch. —

L. Weniger 1 Strich? — u. s. w.

Sch —

L. 11 Striche weniger 1 Strich, weniger 1 Strich, weniger 1 Strich — u. s. w. — sind wie viel Striche?

Sch. —

Messen: Uebung des $1 : 11 = 11$.

L. Wie oft kann man also 1 Strich von 11 Strichen hinwegnehmen?

Sch. —

L. Wenn man aber 1 Strich von 11 Strichen elfmal hinwegnehmen kann, wie oft muß demnach 1 in 11 enthalten sein?

Sch. —

L. Wie vielmal wird es gehen, wenn ich mit 1 in 11 messe?

Sch. —

L. Mit 1 in 11 gemessen, gibt somit wie viel?

Sch. —

L. Recht so! Jetzt haben wir 11 mit 1 gemessen und verglichen. Wer weiß noch Alles, was wir hier gelernt haben?

Sch. $1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=11$

$11\times1=11$

$11-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1=0$

$1:11=11$

L. Wie heißt also das erste Gesetzchen von der Zahl 11?

Sch. —

L. Jetzt wollen wir die Zahl 11 mit 2 messen und vergleichen.

Zweite Uebung: 11 verglichen mit 2.

L. Was wollen wir thun?

Sch. —

L. (Ganz auf dieselbe Weise, wie wir die Zahl 11 mit 1 gemessen und verglichen haben, wird jetzt auch die Zahl 11 mit 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 gemessen und verglichen, so daß, wie aus dem Messen und Vergleichen der Zahl 11 mit 1 das erste Gesetzchen folgte, nunmehr durch das Messen und Vergleichen der Zahl 11 mit 2, 3, 4 u. s. w. auch die anderen Gesetzchen ganz natürlich entstehen und den Kindern lebendig vorschweben. — Weil die Behandlungsweise bei dem Messen und Vergleichen der Zahl 11 mit 1 klar gezeigt wurde, so geben wir hier nur noch die zu behandelnden Gesetzchen.)

Veranschaulichung.	Zweites Gesetzchen.	Zwischenübungen.
|| || || || || |	$2+2+2+2+2+1=11$	$1+2=3$, $3+2=5$ 2c. 2c.
	$5\times2+1=11$	$1+2+2+2+2+2=11$
	$11-2-2-2-2-2=1$	$2+2=4$, $4+2=6$ 2c. 2c.
	$2:11\ 5\ (1)$.	

Dritte Uebung: 11 verglichen mit 3.

Veranschaulichung.	Drittes Gesetzchen.	Einzuschaltende Uebungen.
||| ||| ||| ||	$3+3+3+2=11$	$1+3+3+3+1=11$
	$3\times3+2=11$	$2+3+3+3=11$
	$11-3-3-3=2$	
	$3:11=3\ (2)$	

Vierte Uebung: 11 verglichen mit 4.

Veranschaulichung.	Viertes Gesetzchen.	Einzuschaltende Uebungen.
|||| |||| |||	$4+4+3=11$	$1+4+4+2=11$
	$2\times4+3=11$	$2+4+4+1=11$
	$11-4-4=3$	$3+4+4=11$
	$4:11=2\ (3)$	

Fünfte Uebung: 11 verglichen mit 5.

Veranschaulichung.

|||||

|||||

|

Fünftes Gesetzchen.

$5+5+1=11$
$2\times5+1=11$
$11-5-5=1$
$5:11=2\ (1)$

Einzuschaltende Uebungen.

$1+5+5=11$
$2+5+4=11$
$3+5+3=11$
$4+5+2=11$

Sechste Uebung: 11 verglichen mit 6.

Veranschaulichung.

||||||

|||||

Sechstes Gesetzchen.

$6+5=11$
$1\times6+5=11$
$11-6=5$
$6:11=1\ (5)$

Einzuschaltende Uebungen.

$1+6+4=11$
$2+6+3=11$
$3+6+2=11$
$4+6+1=11$
$5+6=11$

Siebente Uebung: 11 verglichen mit 7.

Veranschaulichung.

|||||||

||||

Siebentes Gesetzchen.

$7+4=11$
$1\times7+4=11$
$11-7=4$
$7:11=1\ (4)$

Einzuschaltende Uebungen.

$1+7+3=11$
$2+7+2=11$
$3+7+1=11$
$4+7=11$

Achte Uebung: 11 verglichen mit 8.

Veranschaulichung.

||||||||

|||

Neuntes Gesetzchen.

$8+3=11$
$1\times8+3=11$
$11-8=3$
$8:11=1\ (3)$

Einzuschaltende Uebungen.

$1+8+2=11$
$2+8+1=11$
$3+8=11$

Neunte Uebung: 11 verglichen mit 9.

Veranschaulichung.

|||||||||

||

Neuntes Gesetzchen.

$9+2=11$
$1\times9+2=11$
$11-9=2$
$9:11=1\ (2)$

Einzuschaltende Uebungen.

$1+9+1=11$
$2+9=11$

Zehnte Uebung: 11 verglichen mit 10.

Veranschaulichung.	Zehntes Gesetzchen.	Einzuschaltende Uebung.
		1+10=11 (1 Einer u. 1 Zehner ist 11.)
	10+1=11	(1 Zehner und 1 Einer ist 11.)
	1×10+1=11	(1mal 1 Zehner und 1 Einer ist 11.)
	11−10=1	(11 weniger 1 Zehner ist 1.)
	10 : 11=1 (1)	(In 11 steckt 1 Zehner + 1 Einer. 11 besteht aus 1 Zehner und 1 Einer.)

Jeder Schüler bekommt hierbei einen Satz, und weil er den Gang kennt, muß alles Nachhelfen und Anfangen von Seiten des Lehrers wegfallen.

Schriftlich.

Die zehn vorausgehenden Gesetzchen werden nunmehr in vier, in ein Additions-, ein Multiplications-, ein Subtractions- und ein Divisionsgesetzchen zusammengefaßt.

1. Das Additionsgesetzchen.	2. Das Multiplicationsgesetzchen.
1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=11	11×1=11
2+2+2+2+2+1=11	5×2+1=11
3+3+3+2=11	3×3+2=11
4+4+3=11	2×4+3=11
5+5+1=11	2×5+1=11
6+5=11	1×6+5=11
7+4=11	1×7+4=11
8+3=11	1×8+3=11
9+2=11	1×9+2=11
10+1=11	1×10+1=11

3. Das Subtractionsgesetzchen.	4. Das Divisionsgesetzchen.
11−1−1−1−1−1−1−1−1−1−1−1=0	1 : 11=11
11−2−2−2−2−2=1	2 : 11=5 (1)
11−3−3−3=2	3 : 11=3 (2)
11−4−4=3	4 : 11=2 (3)
11−5−5=1	5 : 11=2 (1)
11−6=5	6 : 11=1 (5)
11−7=4	7 : 11=1 (4)
11−8=3	8 : 11=1 (3)
11−9=2	9 : 11=1 (2)
11−10=1	10 : 11=1 (1)

Da bei der gegebenen Behandlungsweise der Zahlen von 1 bis 5 das Aufsuchen des Unterschiedes, das Schnellrechnen, Kombiniren und die Behandlung der angewandten Zahl sehr deutlich gezeigt wurde, so verweisen wir hier auf die dort gegebenen Winke.

Zu den Uebungen im Schnellrechnen kann jedoch auch noch folgende bisher nicht erwähnte hinzutreten:

L. Zähle zu der Zahl 1 die Zahl 2 hinzu, bis du zur Zahl 11 kommst!

Sch. 1, 3, 5, 7, 9, 11.

L. Zähle zu 2 die Zahl 2 hinzu, bis du der Zahl 11 am nächsten kommst!

Sch. 2, 4, 6, 8, 10.

L. Zähle zu 1 die Zahl 3 so lang hinzu, als du kannst (es versteht sich von selbst, in dem zu behandelnden Zahlenkreise, hier im Zahlenkreise der Zahl 11), und ergänze die Summe zur Zahl 11! — u. s. w. —

Sch. —

So lassen sich alle Grundzahlen nach Andeutung des nachfolgenden Gesetzchens zu Additionsaufgaben — in gleicher Weise aber auch, indem man sie von 11 abzählt, zu Subtractionsaufgaben benützen.

$$1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=11$$
$$1+2+2+2+2+2=11$$
$$2+2+2+2+2+1=11$$
$$1+3+3+3+1=11$$
$$2+3+3+3=11$$
$$3+3+3+2=11$$
$$1+4+4+2=11$$
$$2+4+4+1=11$$
$$3+4+4=11$$
$$4+4+3=11$$
$$1+5+5=11$$
$$2+5+4=11$$
$$3+5+3=11$$
$$4+5+2=11$$
$$5+5+1=11$$

u. s. w.

In dieser Weise wird nun jede folgende Zahl aus diesem Zahlenkreise behandelt; auch wird es leicht sein, unter Benützung des Leitfadens von Grube den Lehrgang selbst weiter zu führen.

§. 375. 3. Muster, wie die vier Grundrechnungsarten in größeren Zahlen zu behandeln sind.

Aus diesem Gebiete:

a. Muster, wie das Vervielfachen zwei-, drei- und mehrstelliger Zahlen mit zweistelligen Zahlen beim Tafelrechnen zu behandeln ist.

(Siehe den Lehrgang S. 589, vierte Stufe, II. III. und IV.)

(Wir denken uns in die Schule und wollen durch Lösung einiger Beispiele zeigen, wie wir hier verfahren.)

L. Heute will ich erfüllen, was ich euch in der letzten Rechenstunde versprochen habe. Ihr sollt also 2-, 3- und mehrstellige Zahlen mit zweistelligen Zahlen vervielfachen lernen. Der Vervielfacher oder Multiplicator soll also zweistellig sein. Nennet mir einige zweistellige Zahlen?

Sch. (Nennen mehrere durcheinander und zwar solche, die nur Zehner und solche, die Zehner und Einer enthalten.)

L. Die 2stelligen Zahlen enthalten, wie ihr schon wißt, entweder nur Zehner, oder auch Zehner und Einer. Wir wollen deßhalb zuerst 2-, 3- und mehrstellige Zahlen mit zweistelligen Zahlen, die nur reine Zehner und dann 2-, 3- und mehrstellige Zahlen mit zweistelligen Zahlen, die Zehner und Einer enthalten, vervielfachen lernen.

1. Das Vervielfachen 2-, 3- und mehrstelliger Zahlen mit zweistelligen Zahlen.

a) Mit reinen Zehnern.

Es soll z. B. die Zahl 529 zehnmal, dann 20-, 30-, 40-, 50-, 60-, 70-, 80- und 90mal genommen werden; wie wird das gemacht? — Ihr wißt es also nicht. Gebt Acht, von den 9 Beispielen zeige und erkläre ich euch zwei, dann kennt ihr die anderen alle.

Ich rechne mit euch:

$$529 \times 20$$

Welche von den beiden Zahlen soll vervielfacht werden?

Sch. —

L. Wie vielmal soll sie genommen werden?

Sch. —

L. Wenn wir die Zahl 529 aber nur 5mal oder 3mal oder 2mal nehmen, würden wir sie in diesem Falle zu viel oder zu wenig oder richtig nehmen?

Sch —

L. Wir nehmen aber wirklich die Zahl 529 statt 20mal, wie wir sollten, nur 2mal; also $\frac{529 \times 2}{1058}$ und erhalten zum Produkte 1058.

Wie vielmal haben wir in diesem Falle die Zahl 529 zu wenig genommen?

Sch. (Vielleicht erfolgt keine Antwort oder vielleicht eine falsche z. B. wir haben die Zahl 18mal zu wenig genommen. Für diesen Fall fahren wir fort:)

L. Ihr wißt es also nicht! So sagt mir: 529 haben wir wie vielmal 2mal genommen?

Sch. Einmal 2mal haben wir sie genommen.

L. Aber wie viel mal 2mal sollen wir sie nehmen?

Sch. 10mal 2mal oder 20mal sollen wir sie nehmen.

L. Wenn wir diese Zahl 529 sonach nur 2mal nehmen, so haben wir sie wie vielmal zu wenig genommen?

Sch. Wir haben sie 10mal zu wenig genommen.

L. Ist demnach das Produkt 1058 zu groß, oder ist es zu klein, oder ist es richtig?

Sch. —

L. Wie vielmal aber ist das Produkt zu klein?

Sch. —

L. Das ist ja ganz natürlich, daß, wenn man eine Zahl 10mal zu wenig nimmt, das erhaltene Produkt auch 10mal zu klein wird. — Was wir also hier gemacht haben, das ist noch nicht richtig. Damit dieses aber richtig wird, so müssen wir das Produkt jetzt noch 10mal so groß machen. Wodurch geschieht dieses?

Sch. Dieses geschieht dadurch, daß man die 8 Einer, 5 Zehner, 0 Hunderter und 1 Tausender 10mal nimmt, also 10×8 Einer sind 80 Einer oder 8 Zehner; 10×5 Zehner sind 50 Zehner oder 5 Hunderter und 10mal 1 Tausender sind 10 Tausender, gleich 10580, oder es geschieht dadurch, daß man jede Ziffer des entstandenen Produktes eine Stelle links rückt, indem man an die Zahl rechts eine Null setzt.

L. Recht so! Ihr habt das früher bei der Bildung der Zahlenreihe schon eingesehen. (Es muß dies gut verstanden sein.) — Wer kann aber das Produkt sogleich, während es entsteht, schon 10mal so groß machen?

Sch. Ich. 2c. 2c.! Wir dürfen nur die Einer gleich in die Zehnerstelle, die Zehner in die Hunderterstelle, und die Hunderter in die Stelle der Tausender setzen.

L. Nun, und in die Einerstelle? —

Sch. In die Einerstelle wird eine Null gesetzt.

Einer der Schüler macht jetzt an der Wandtafel diese Aufgabe und spricht unter Anleitung des Lehrers, wie folgt:

$$\frac{529 \times 20}{}$$

Sch. Wir sollen 529 zwanzigmal oder 10mal 2mal nehmen. Nehmen wir, um uns die Sache leicht zu machen, 529 aber nur 2mal, so nehmen wir 529 10mal zu wenig; nehmen wir aber 529 10mal zu wenig, so wird das Produkt auch 10mal zu klein. Wir setzen deßhalb sogleich beim Entstehen des Produktes die Einer desselben in die Zehnerstelle, die Zehner in die Stelle der Hunderter u. s. w., und in die Einerstelle machen wir eine Null.

Die Sache gestaltet sich demnach so:

$$\frac{529 \times 20}{0}$$

L. Wir nehmen also wirklich die Zahl 529 nur 2mal, ergänzen aber augenblicklich das Fehlende im Produkte. Wir sagen:

Sch. 2mal 9 Einer sind 18 Einer, das sind 1 Zehner und 8 Einer. 1

Zehner wird fortgezählt zu den Zehnern und die 8 Einer schreiben wir in die Stelle der Zehner.

So: $\frac{529 \times 20}{80}$

2mal 2 Zehner sind 4 Zehner und den 1 Zehner dazu sind 5 Zehner. Diese 5 Zehner schreiben wir an die Stelle der Hunderter.

So: $\frac{529 \times 20}{580}$

2mal 5 Hunderter sind 10 Hunderter oder 1 Tausender und 0 Hunderter. Die 0 Hunderter werden in die Stelle der Tausender und der 1 Tausender in die Stelle der Zehntausender gesetzt.

So: $\frac{529 \times 20}{10580}$

Wir erhalten so das richtige Produkt 10580.

Ein anderer Schüler rechnet $\underline{529 \times 90,}$ wie folgt:

Sch. 529 sollen wir 90mal oder 10mal 9mal nehmen. Wir nehmen aber 529 nur 9mal, folglich 10mal zu wenig. Daraus folgt, daß das Produkt wieder 10mal zu klein wird, und wir müssen deßhalb, um es 10mal so groß zu machen, verfahren, wie vorhin, also jede Ziffer eine Stelle links rücken und in die Einerstelle eine Null machen. Wir sagen also: 9mal 9 Einer sind 81 Einer. Dies sind 8 Zehner und 1 Einer. Diesen 1 Einer setzen wir sogleich in die Stelle der Zehner, und die 8 Zehner zählen wir fort.

Die Sache macht sich so: $\frac{529 \times 90}{10}$

9mal 2 Zehner sind 18 Zehner und die hierzu zu zählenden 8 Zehner sind 26 Zehner = 2 Hunderter und 6 Zehner. Die 6 Zehner setzen wir in die Stelle der Hunderter, und die 2 Hunderter zählen wir fort zu den Hunderten, die wir noch durch das Vervielfachen der 5 Hunderter mit 9 erhalten.

Die Sache sieht jetzt so aus: $\frac{529 \times 90}{610}$

9mal 5 Hunderter sind 45 Hunderter und hierzu die 2 Hunderter geben 47 Hunderter. Dies sind 4 Tausender und 7 Hunderter. Die 7 Hunderter jedoch werden in die Tausenderstelle und die 4 Tausender in die Zehntausenderstelle geschrieben.

So: $\frac{529 \times 90}{47610}$

Das Produkt von 529 und 90 ist somit 47610.

b) Mit Zehnern und Einern.

L. Jetzt wollen wir auch eine Aufgabe mit einem 2stelligen Multiplicator, der Zehner und Einer hat, lösen lernen. — Das ist Eine.

$\underline{608 \times 75}$

Dieses Beispiel ist zuerst zu zerlegen in folgende 2 Aufgaben

$\frac{608 \times 5}{3040}$ und $\frac{608 \times 70}{42560}$

Das Eine, wie das Andere ist den Kindern nach dem Vorausgegangenen verständlich.

Die Zahl 608 wird zuerst 5mal, dann 70mal genommen, wie bisher und das Produkt der Einer und das der Zehner zusammengezählt, um das Hauptprodukt zu erhalten. —

Die Kinder werden angeleitet, diesen Fall so darzustellen:

$$\begin{array}{r} 608 \times 75 \\ \hline 3040 \\ 42560 \\ \hline 45600 \end{array}$$

2. Das Vervielfachen 2-, 3- und mehrstelliger Zahlen mit dreistelligen Zahlen.

a) Mit reinen Hunderten.

Die Zahl 641 soll 100mal, 200-, 300-, 400-, 500-, 600-, 700-, 800- und 900mal genommen werden.

Wir nehmen ein Beispiel davon heraus, etwas $\underline{641 \times 700,}$ um zu zeigen, wie solche Aufgaben zu lösen sind.

Die Zahl 641 haben wir 700mal oder 100mal 7mal zu nehmen. Wenn wir 644 aber nur einmal 7mal nehmen, so nehmen wir 641 100mal zu wenig, und erhalten deßhalb das Produkt 100mal zu klein. Letzteres ist also wieder 100mal so groß zu machen, dadurch, daß man während des Vervielfachens, sogleich die Einer desselben in die Hunderterstelle und die Zehner in die Tausenderstelle 2c. 2c., also zwei Stellen links schreibt und in die Einer- und Zehnerstellen Nullen setzt.

So: $\begin{array}{r} 641 \times 700 \\ \hline 448700 \end{array}$

(Daß die Ziffer zwei Stellen links gerückt, 100mal so viel gibt, ist ebenfalls bei der Bildung der Zahlenreihe vorgekommen, muß demnach vollständig klar sein.)

b) Mit Hunderten, Zehnern und Einern.

Nach dem Vorausgegangenen werden Aufgaben, wie: $\underline{641 \times 372}$ weiter keine Schwierigkeiten darbieten; sie sind jedoch immer noch, wie 641×372 in 641×2 und 641×70 und 641×300 zu zerlegen und so aufzulösen. Es ergibt sich dann von selbst folgende Auflösung:

$$\begin{array}{r} 641 \times 372 \\ \hline 1282 \\ 44870 \\ 192300 \\ \hline 238452 \end{array}$$

Hiernach ist die Erklärung für die Fälle, daß der Multiplicator vier- und mehrstellig ist, nicht mehr nothwendig. Bei den Kindern jedoch ist bei jedem Schritte vorwärts eine Erklärung des ersten oder einiger ersten Fälle oder Aufgaben noch immer, wenn vielleicht auch nicht mehr gerade nothwendig, so doch von Vortheil für dieselben, indem dadurch den Nachzüglern fortgeholfen wird und die Anderen in ihrer Arbeit sicherer werden und mehr Fertigkeit sich aneignen.

b. Muster, wie das Theilen zwei-, drei- und mehrstelliger Zahlen beim Tafelrechnen zu behandeln ist. §. 376.

(Siehe den Lehrgang Seite 589, fünfte Stufe, II.)

1. Der Divisor ist einstellig.

a) Das Theilen oder Messen **zweistelliger** Zahlen mit einem einstelligen Divisor, wiederholt als Vorbereitung zum Theilen dreistelliger Zahlen mit einem einstelligen Divisor.

L. Beim Theilen in dem Zahlenraume von 1 bis 100 haben wir im schriftlichen oder Tafelrechnen nicht immer alle Zahlen hingeschrieben, die als nothwendig sich dabei ergaben.

Wir haben z. B. gesagt: der 8te Theil von 25 ist 3 mit dem Reste 1;

oder der 9te Theil von 75 ist 8 mit dem Reste 3; dieses haben wir schriftlich so dargestellt:

$$8 : 25 = 3\ (1)$$
$$9 : 75 = 8\ (3)$$

Auf welche Weise aber sind wir zu den Quotienten (3 und 8) und zu dem Reste (1 und 3) gekommen, oder wie haben wir den 8ten Theil von 25 und den 9ten Theil von 75 gefunden?

Sch. Indem wir 8 von 25 und 9 von 75 so oft herausnahmen, als wir konnten und jedes Mal 1 auf jeden Theil legten.

L. Wie oft können wir 8 von 25 hinwegnehmen?

Sch. —

L. Warum?

Sch. Wir können 8 dreimal von 25 wegnehmen, weil 8 dreimal in 25 enthalten ist und noch 1 zum Reste läßt; oder weil 3mal 8 = 24 ist, welche 24 von 25 abgezählt, noch 1 zum Reste lassen.

L. So ist's Recht. Seht jetzt wollen wir beim schriftlichen Theilen dies noch anders darstellen oder schreiben lernen. — Wir wollen nämlich diese 24 jetzt unter die 25 schreiben, (was wir bisher nicht gethan haben) und dann abzählen, etwa in dieser Form:

$$\begin{array}{r} 8 : 25 = 3 \\ 24 \\ \hline 1 \end{array}$$

Das heißt also auch: 8 gemessen oder getheilt in 25 geht 3mal und läßt 1 zum Reste; denn das Theilen ist ja ganz das nämliche, wie wir es früher gelernt haben; nur besteht der Unterschied darin, daß wir es jetzt in etwas anderer Form aufschreiben.

Wir wollen so noch ein Beispiel miteinander rechnen und zwar das vorhin erwähnte: 9 : 75 = oder [75]. Nach diesen Ausdrücken sollen wir den 9ten Theil von 75 nehmen oder 75 in 9 gleiche Theile theilen und untersuchen, wie viel auf jeden dieser Theile kommt. Das erfährt man, indem man 9 von 75 hinwegnimmt und auf jeden der 9 Theile Eins legt, dieses Verfahren aber so lang fortsetzt, als möglich. Wie oft ist dies aber möglich, oder wie oft können wir 9 von 75 hinwegnehmen und austheilen, oder wie oft steckt 9 in 75?

Sch. —

L. Warum?

Sch. Weil 8mal 9 = 72 ist, welche von 75 abzuzählen sind, um einen Rest von 3 zu lassen.

L. Diese 72 werden nun unter die 75 geschrieben und abgezählt; also so:

$$\begin{array}{r} 9 : 75 = 8 \\ 72 \\ \hline 3 \end{array}$$

Was soll das heißen?

Sch. 9 gemessen oder getheilt in 75 geht 8mal und läßt 3 zum Reste.

L. Recht; in dieser Form könnt ihr jetzt ganz gewiß auch Alle theilen. Wer will mir gleich ein paar Aufgaben allein machen?

Sch. —

L. (Der Lehrer läßt noch einige Aufgaben von Einzelnen auf der großen Wandtafel lösen; und wann dies geschehen ist, gibt er der ganzen Klasse mehrere solcher Aufgaben. Sobald die Lösung mit Sicherheit geschieht, fährt er im Unterrichten weiter.)

---

b) Das Theilen oder Messen **dreistelliger** Zahlen mit einem einstelligen Divisor.

Ganz auf die nämliche Weise, wie ihr es eben gemacht habt, wird verfahren, auch wenn der Dividend mehr, als 2 Stellen, hat, z. B.:

$$\begin{array}{l} 3 : 798 = 266 \\ \underline{6} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 18 \\ \underline{18} \\ \end{array}$$

Aus der Zahl 798 nehmen wir nacheinander von den Hunderten, Zehnern und Einern 3 Hunderter, 3 Zehner, 3 Einer heraus, so oft, als möglich, und theilen jedes Mal die 3 Hunderter, 3 Zehner, 3 Einer als Einheiten einer Ordnung oder Stelle aus.

(Die Erklärung kann etwa auf folgende Weise geschehen:)

Wir nehmen also zuerst von 7 Hundertern 3 Hunderter hinweg und legen auf jeden der 3 Theile 1 Hunderter; dann nehmen wir wieder 3 Hunderter hinweg und legen auf jeden Theil abermals 1 Hunderter u. s. f., so oft dieses geschehen kann. Von 7 Hundertern können wir nur 2×3 Hunderter hinwegnehmen und deßhalb auf jeden Theil 2 × 1 Hunderter = 2 Hunderter legen; denn die 7 sind nicht 7mal Eins oder 7 Einer, sondern 7mal 1 Hunderter, also 7 Einheiten einer höheren Ordnung oder Stelle, die wir auch als solche, ohne sie weiter zu zerlegen, auf die 3 Theile gleichmäßig vertheilen, so oft wir vorher 3 mal 1 Hundert oder 3 Hundert aus 7mal 1 Hundert oder 7 Hundert hinwegnehmen.

Die 2mal 3 Hundert sind gleich 6 Hundert, diese 6 Hundert von 7 Hundert abgezählt, lassen einen Rest von 1 Hundert. Der 1 Hunderter wird in Zehner verwandelt, und die in der Zahl 798 sich befindlichen 9 Zehner werden dazu genommen, = 19 Zehner.

Wir nehmen weiter von 19 Zehnern 3 Zehner hinweg und legen auf jeden Theil 1 Zehner, dann wieder 3 Zehner hinweg und auf jeden Theil 1 Zehner u. s. f., so oft dieses geschehen kann. Von 19 Zehnern können wir 3 Zehner 6mal hinwegnehmen und deßhalb auf jeden Theil 6mal 1 Zehner, das ist 6 Zehner legen. Somit haben wir von 19 Zehnern 3×6 Zehner, d. i. 18 Zehner hinweggenommen, und es bleibt sonach noch 1 Zehner Rest. Dieser 1 Zehner ist gleich 10 Einern; die 8 Einer dazu sind dann 18 Einer. Von 18 Einern lassen sich 3 Einer 6mal hinwegnehmen, weil 6 × 3 = 18 sind, und folglich 6mal 1 Einer austheilen. Es kommen also im Ganzen auf jeden Theil 2 Hunderter, 6 Zehner und 6 Einer, also wie oben die Darstellung zeigt = 266.

c) **Das Theilen und Messen 4- und mehrstelliger Zahlen durch einen einstelligen Divisor.**

Die zu lösende Aufgabe sei:

5 : 8634 = oder 5|8634|

8634 soll in 5 gleiche Theile getheilt werden. So oft 5 in 8634 enthalten ist, oder so oft wir 5 aus 8634 herausnehmen können, so oft legen wir auf jeden der 5 Theile 1.

Wären die 8 Tausender keine Tausender, sondern 8 Einer; so könnten wir 5 × 1 von 8 × 1 oder 5 von 8 1mal herausnehmen. Da es aber keine 8 Einer, sondern 8 Tausender sind, und die Tausender 1000mal so groß sind, als die Einer, so können wir auch die 5 aus einer 1000mal so großen Zahl, aus 1000 × 8 oder 8 Tausend, 1000mal so oft herausnehmen, als aus einer 1000 mal so kleinen Zahl, aus 8. Wir können also 5 von 8 Tausend nicht nur 1mal, sondern 1000mal 1mal oder 1 tausendmal hinwegnehmen

$$\overset{\text{T.}}{5 : 8634 = 1},$$ weil 1 tausendmal 5 = 5 Tausend sind; diese 5 Tausend ab von 8 Tausend, bleibt 3 Tausend Rest. Dies wird schriftlich so dargestellt:

$$\begin{array}{l} 5 : 8634 = \overset{\text{T.}}{1} \\ \underline{5} \\ 3 \end{array}$$

Diese 3 Tausend sind 30 Hundert und hierzu die 6 Hundert, sind 36 Hundert.

Wären diese 36 Hundert ebenso viele Einer, so würden wir 5 × 1 von 36 × 1 oder 5 von 36 7mal hinwegnehmen können. Es sind aber keine Einer, sondern Hunderter; die Hunderter aber sind 100mal so groß, als die Einer; folglich können wir auch die 5 aus einer 100mal so großen Zahl 100mal so oft herausnehmen, sonach nicht 7mal, sondern 100mal 7mal = 700mal =

T.H.
5 : 8634 = 1 7, weil 7 hundertmal 5 = 35 Hundert sind; diese 35 Hundert ab von 36 Hundert bleibt 1 Hundert =

T.H.
6 : 8634 = 1 7
5
36
35
1

(Die Schüler werden aufgefordert, den Quotienten auszusprechen. Schwächere werden 17, die Uebrigen 1700 lesen. Hier ist, wo das vollständige Verständniß noch nicht erzielt ist, nachzuhelfen, bis es geht. Das Ueberschreiben der einzelnen Stellen soll jedoch nur für die ersten Beispiele gelten und nicht fortgeführt werden. Das Kind muß nach und nach angeleitet werden und zwar schon in den ersten Stunden, den Stellenwerth jeder Ziffer des Quotienten, den es ja in seinen Theilen verstanden haben muß, auch im Gedächtniß zu behalten. Das Verständniß ist dabei dem Gedächtnisse die wesentlichste Stütze.)

Der Rest, bestehend aus 1 Hunderter, wird in Zehner verwandelt und die 3 Zehner werden dazu gezählt; das sind zusammen 13 Zehner.

Wären dies 13 Einer, so würden 5 × 1 in 13 × 1 oder 5 in 13 2mal enthalten sein; es sind aber nicht 13 Einer, sondern 13 Zehner, und da die Zehner 10mal so groß sind, als die Einer, so sind auch in dieser 10mal so großen Zahl, in 13 Zehner, die 5 10mal so oft, also nicht 2mal, sondern 10mal 2mal oder 20mal enthalten =

T.H.Z.
5 : 8634 = 1 7 2, weil
5
36
35
13

2 Zehner oder 20mal 5 = 10 Zehner oder 100 sind. Zählt man diese 10 Zehner von 13 Zehnern ab, so bleiben noch 3 Zehner, und die Division stellt sich jetzt so dar:

T.H.Z.
5 : 8634 = 1 7 2
5
36
35
13
10
3

Die 3 Zehner werden zu 30 Einer zerlegt und die in der Zahl 8634 vorkommenden 4 Einer dazu gezählt = 34. 5 können wir von 34 6mal hinwegnehmen =

T.H.Z.E.
5 : 8634 = 1 7 2 6, weil
5
36
35
13
10
34

6 × 5 = 30 sind; diese von 34 abgezählt = 4. Dies wird so dargestellt:

T.H.Z.E.
5 : 8634 = 1 7 2 6
5
36
35
=13
10
=34
30
=4

Die Schüler sind anzuleiten, daß sie jedesmal das Produkt aus dem Quotienten und dem Divisor mit der Zahl, von welcher es abzuzählen ist, vorher vergleichen, ob man den Quotienten nicht zu groß genommen hat (warum darf man ihn nicht zu groß nehmen?), ebenso den Rest zu vergleichen mit dem Divisor, da die Einheiten des Restes (einerlei, ob niederer oder höherer Ordnung) weniger sein müssen, als die des Divisors. (Warum? Diese Fragen unterlasse man im Anfange ja nicht, sie dürfen eher zu oft, als zu selten wiederkehren.)

Ganz auf dieselbe Weise, wie das Theilen 2 und 3 stelliger Zahlen im Zahlenraume von 10 bis 100, auf das wir nochmals zurückverweisen, und hier das Theilen 4stelliger Zahlen durch einen einstelligen Divisor gezeigt wurde, ist auch das Theilen 5= und mehrstelliger Zahlen durch einen einstelligen Divisor zu behandeln.

2. Der Theiler oder Divisor ist zweistellig.

Einleitung.

L. Wir kommen jetzt an das Theilen 2=, 3= und mehrstelliger Zahlen durch 2stellige Zahlen. Vorerst wollen wir jedoch noch ein kleines Beispiel wählen, um an dem Divisor und Dividenden einige Veränderungen vorzunehmen; dabei wollen wir insbesondere einmal recht auf den Quotienten achten. Das Beispiel heiße:

4 : 8.

Nun sagt mir gleich: 4 ist in 8 wie vielmal enthalten?

Sch. —

L. Wie heißt sonach der Quotient?

Sch. —

L. An diesem Beispiel (4 : 8 =?) wollen wir zuerst den Dividenden 2=, 3=, 4=, 5= rc. rc. mal so groß machen und sehen, was für eine Veränderung sich am Quotienten zeigt. Mache also an dem gegebenen Beispiel den Dividenden 2mal so groß!

Sch. —

L. Wie heißt das Beispiel jetzt?

Sch. —

L. 4 ist aber in 16 oder in 2×8 wie vielmal enthalten?

Sch .—

L. Wie vielmal 2mal ist das?

Sch. —

L. Wie vielmal 2mal kann ich demnach denselben Divisor aus dem 2mal so großen Dividenden herausnehmen?

Sch. —

L. Was sehen wir also an diesem Beispiele?

Sch. Wenn man den Dividenden 2mal so groß macht, so wird auch der Quotient 2mal so groß.

L. Mache jetzt an dem gegebenen Beispiele (4 : 8=?) den Dividenden 3=mal (nachher 4=, 5= rc. rc. mal) so groß! (u. s. w.)

Sch. —

L. Wie heißt das Beispiel nun? u. s. w. (Wie dies in den 6 vorausgehenden Fragen gezeigt wurde.)

Sch.—

L. 4 ist aber in 24 oder in 3 × 8 wie vielmal enthalten?

Sch. —

L. Wie vielmal 3mal ist das?

Sch. —

L. Wie vielmal 3mal kann ich demnach den Divisor 4 aus dem 3mal so großen Dividenden herausnehmen?

Sch. —

L. Warum?

Sch. —

L. Wenn also der Dividend vergrößert wird und der Divisor derselbe bleibt, in welchem Verhältniß wird dann der Quotient größer?

Sch. Der Quotient wird in demselben Verhältniß größer, in welchem der Dividend größer gemacht wird.

L. Nun wollen wir sehen, wie es ist, wenn der Divisor vergrößert wird und der Dividend derselbe bleibt. Machet darum an dem gegebenen Beispiele (4 : 8 = ?) den Divisor 2mal so groß!

Sch. —

L. Wie heißt es jetzt?

Sch. —

L. Wie wird hier der Quotient?

Sch. —

L. Warum?

Sch. —

L. Wenn man also den Divisor vergrößert und der Dividend derselbe bleibt, wie wird da der Quotient?

Sch. —

L. In welchem Verhältniß wird dann jedesmal der Quotient kleiner?

Sch. Der Quotient wird in demselben Verhältniß kleiner, in welchem der Divisor größer gemacht wird.

L. Jetzt wollen wir an dem schon einigemal veränderten Beispiele (4 : 8 = ?) noch eine Veränderung vornehmen. Wir wollen nämlich den Divisor und den Dividenden gleich vielmal so groß machen und dabei wieder auf den Quotienten achten. — Wie heißt der Quotient in dem Beispiele 4 : 8?

Sch. —

L. Machet jetzt den Divisor und den Dividenden 3mal so groß? (= 12 : 24 = 2.)

Sch. —

L. Wie heißt das Beispiel jetzt?

Sch. —

L. 12 getheilt in 24 gibt welche Zahl zum Quotienten?

Sch. —

L. Machet nun, anstatt, wie eben, 3mal, den Divisor und den Dividenden 5mal so groß, und stellet es auf der Tafel dar! (20 : 40 = 2)

(Die Zwischenfragen sind bei dieser und den folgenden Vergrößerungen dieselben, wie die im Vorhergehenden.) — Machet jeden, Divisor und Dividenden, 10mal so groß! (40 : 80 = 2). —

Machet den Divisor und den Dividenden gleich vielmal, etwa 100mal so groß, und stellet es dar! (400 : 800 = 2). —

Machet den Divisor (4) und den Dividenden (8), jeden 2mal so klein! (2 : 4 = 2). —

Machet Divisor und Dividend 4mal so klein rc. rc.! (1 : 2 = 2). —

Wie oft ist also der Divisor in diesen Fällen, die alle aus dem ersten Beispiele (4 : 8) abgeleitet wurden, in seinem Dividenden enthalten?

Sch. —

L. 4 : 8 ist also ganz gleich 12 : 24 = 20 : 40 = 40 : 80 u. s. w. Warum aber ist 4 : 8 = 12 : 24 = 20 = 40 u. s. w.

Sch. —

L. Der Quotient ist hier also immer derselbe. Wenn demnach Divisor und Dividend, wie wir eben gethan, gleich vielmal so groß oder gleich vielmal so klein gemacht werden, wie wird da der Quotient? (Die Entwicklung dafür geschieht sofort noch an anderen kleineren Beispielen.)

3 : 6 = oder 5 : 10 = ꝛc. ꝛc.

Sch. —

L. Gilt das von allen zusammengehörigen Divisoren und Dividenden oder nicht?

Sch. —

L. Es ist also das für alle zusammengehörige Divisoren und Dividenden etwas allgemein Gültiges. Was für eine Wahrheit oder Regel erkennt ihr daher aus den zuletzt abgeleiteten Beispielen, wenn ihr den Quotienten vergleicht?

Sch. Wenn man Divisor und Dividenden gleich vielmal so groß oder gleich vielmal so klein macht; so erhält man immer denselben Quotienten. (Diese Regel ist fest einzuprägen.)

a. Der Divisor und der Dividend bestehen aus reinen Zehnern.

L. Sagt mir noch einmal die gelernte Regel!

Sch. —

L. Und wie haben die Beispiele geheißen, an welchen wir sie kennen gelernt haben?

Sch. —

L. Wir wollen heute etwas größere Beispiele wählen. Ich schreibe sie euch da auf die Tafel:

10 : 90 = ?	60 : 90 = ?
20 : 90 = ?	70 : 90 = ?
30 : 90 = ?	80 : 90 = ?
40 : 90 = ?	90 : 90 = ?
50 : 90 = ?	

Von diesen Beispielen wollen wir das erste auch zuerst betrachten, und da sagt mir gleich: Wie oft können wir 10 aus 90 nehmen?

Sch. —

L. Das wissen also schon Viele von euch! Wer es aber nicht weiß, der kann sich die Lösung dieser Aufgabe leichter machen. Man denkt sich nämlich nach der gelernten Regel den Divisor und den Dividenden gleich vielmal und zwar hier 10mal so klein[1]). Wie könnt ihr das ganz leicht?

Sch. Wir denken uns die Einerstellen, hier die Nullen, weg.

L. Dies ist recht; aber warum?

Sch. (Die Regel.)

L. 10 10mal so klein gemacht, ist wie viel?

Sch. —

L. Und 90 10mal so klein gemacht, ist wie viel?

Sch. —

L. 1 muß also nach unserer aufgefundenen Regel eben so oft in 9 enthalten sein, als 10 in 90. Vorhin hörten wir, 10 sei in 90 wie vielmal enthalten?

Sch. —

L. Und 1 ist in 9 wie vielmal enthalten?

Sch. —

L. Wer es sich also hierin, wenn Zehner durch Zehner getheilt werden sollen, leicht machen will, der sagt nicht 10 : 90, sondern 1 in die 9, man erhält ja doch denselben Quotienten.

Das Nämliche lasse jetzt der Lehrer die Kinder noch an den anderen Beispielen sehen und üben, und zwar so lang, bis Alles erfaßt und klar ist und sicher geht.

b. Der Divisor besteht aus Zehnern und der Dividend aus Zehnern und Einern.

Beispiele, wie:	10 : 79 = ?	40 : 74 = ?
	20 : 89 = ?	u. s. w.
	30 : 69 = ?	

1) Dies thut man, so oft der Divisor 2stellig ist.

sind jetzt einer betrachtenden Lösung zu unterwerfen. Die Erklärung ist jedoch nach den vorausgegangenen §§. nicht schwer. Es sei darum die Ausführung hier übergangen.

c. Der Divisor besteht aus Zehnern und der Dividend aus einer mehrstelligen Zahl.

Vorbemerkung. Da das Verfahren beim Theilen 3stelliger Zahlen durch reine Zehner in dem Nachweise des Verfahrens beim Theilen 4stelliger Zahlen durch reine Zehner ganz enthalten ist, und das Theilen 5- und mehrstelliger Zahlen durch reine Zehner sich aus dem 4stelliger Zahlen erkennen läßt; so geben wir für die hier möglichen Fälle die Lösung von nur einer Aufgabe.

Es soll z. B. 7564 in 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 gleiche Theile getheilt werden. Aus diesen verschiedenen Beispielen wollen wir herausnehmen:

$$60 : 7564 =$$

Wir theilen hier zuerst die Tausender, dann die Hunderter, Zehner und zuletzt die Einer, indem wir immer 60 dieser Einheiten höherer Ordnung herausnehmen, so oft dies geschehen kann und auf jeden Theil eine dieser Einheiten legen. (Das Gesagte muß den Kindern in dem Rechenunterrichte auf der untersten Stufe vollkommen klar geworden sein; dort wird ja aus dem Begriffe des Enthaltenseins schon der des Theilens gewonnen.) 60 können wir von 7 Tausender nicht so herausnehmen, daß auf jeden Theil ein Tausender kommt. Wir müßten ja sonst wenigstens 60 Tausender haben. Es sind deßhalb die 7 Tausender zu 70 Hunderter zu verwandeln und die in der Zahl 7564 vorkommenden 5 Hunderter dazu zu zählen. Wir theilen nun die 75 Hunderter aus. So oft wir 60 Hunderter austheilen können, so oft erhält jeder Theil einen Hunderter. Von 75 Hunderten können wir 60 Hunderter 1mal hinwegnehmen. Wir legen deßhalb auf jeden Theil 1 Hunderter. 60 Hunderter von 75 Hunderter bleiben noch 15 Hunderter; denn dem 60 : 75 entspricht nach der bereits kennen gelernten Regel das 6 : 7. 6 : 7 ist gleich 1. (Die kleine Differenz lassen wir im Augenblicke unbeachtet; wir kommen jedoch später darauf zurück.) Wissen wir aber das Kleine 6 : 7 = 1, so wissen wir auch das Große 60 : 75 = ? 60 : 75 ist auch gleich 1, und 75 — 60 = 15; also ganz, wie wir dies zuerst gefunden haben. (Es ist durchaus rathsam, die Schüler jedesmal nach dem Abzählen den Rest mit dem Divisor vergleichen zu lassen; da ersterer, wie schon bemerkt, stets kleiner sein muß, als der letztere. Warum?) Es wird sich also die Rechnung so darstellen

$$\begin{array}{l} 60 : 7564 = 1 \\ \quad\;\; \underline{60\,|} \\ \quad\;\; 15 \end{array}$$

Man fordert nun die Schüler auf, den Quotienten auszusprechen. Schwächere Kinder werden denselben für 1 (Eins) lesen; mittelmäßig befähigte haben jedoch nicht vergessen, daß wir die Hunderter gemessen und ausgetheilt haben, daß sonach auf jeden Theil 1 Hunderter kam und lesen deßhalb den Quotienten richtig: 100.

Wir fahren weiter: Die übrig gebliebenen 15 Hunderter werden in Zehner verwandelt; 15 Hunderter sind 150 Zehner und die 6 Zehner (aus der Zahl 7564) dazu gezählt, sind zusammen 156 Zehner.

Die Zehner werden nun auf dieselbe Weise getheilt, wie dies bei den Hundertern geschah. — 60 ist in 156 Zehnern wie vielmal enthalten? Oder: Wie oft können wir von 156 Zehner 60 Zehner hinwegnehmen oder hinwegmessen und auf jeden Theil 1 Zehner legen?

Denken wir uns wieder nach der aufgefundenen Regel den Divisor und den Dividenden 10mal so klein, so erhalten wir denselben Quotienten; also 60 : 156 = 6 : 15. (Die kleine Differenz lassen wir noch unbeachtet.)

Wissen wir das Kleine 6 : 15, so wissen wir auch wieder das Große, 60 : 156. 6 gemessen in 15 ist?

Sch. —

L. 60 gemessen in die 156 ist demnach auch wie viel?
Sch. —
L. Warum?
Sch. Weil man von 156 Zehnern 60 Zehner 2mal herausmessen oder herausnehmen kann.
L. Es kommen somit auf jeden der 60 gleichen Theile wie viel Zehner?
Sch. —
L. 2mal 60 Zehner sind aber wie viel Zehner?
Sch. —
L. 120 Zehner von 156 Zehner abgezählt, lassen noch wie viel zum Reste?
(Hier ist wieder zu bemerken: der Rest ist kleiner, als der Divisor.)
Die Aufgabe in ihrer weiteren Auflösung stellt sich demnach so dar:

60 : 7564 = 12
60
———
156
120
———
36

Die Schüler werden wiederholt aufgefordert, den Quotienten auszusprechen. Einige werden wieder 12, Andere aber 20 lesen. Wo es fehlt, ist nachzuhelfen.

Die Lösung der Aufgabe wird dann auf folgende Weise weiter geführt: Die 36 Zehner sind nun in 360 Einer zu verwandeln und die in der Zahl 7564 sich befindlichen 4 Einer sind dazu zu zählen = 364 Einer.

Wie oft können wir von 364 Einern 60 Einer hinwegnehmen? oder wie oft steckt 60 in 364 —?
Sch. —
L. Wir denken uns wieder den Divisor und den Dividenden 10mal so klein und lassen den Rest 4 resp. die 4 Einer fallen, und die Frage stellt sich dann so dar:

60 : 364 = ? = 6 : 36 = ?

Wer aber 6 : 36 weiß, versteht auch nach unserer Regel 60 : 364. — 6 : 36 geht wie vielmal?
Sch. —
L. Und 60 : 364 ist wie viel?
Von 364 Einer lassen sich demnach 60 Einer 6mal herausnehmen und sonach 6mal 1 Einer oder 6 Einer auf jeden der 60 gleiche Theile legen.
6 × 60 Einer = 360 Einer sind von den 364 Einern abzuzählen, woraus sich noch ein Rest von 4 Einern ergibt.
Die Auflösung dieses Beispiels ergänzt sich also, wie folgt:

60 : 7564 = 126
60
———
156
120
———
364
360
———
4

d. **Der Divisor besteht aus Zehnern und Einern und der Dividend aus einer mehrstelligen Zahl.**

Die Zahl 7564 ist in 91, 81, 71, 61, 51 u. s. w. gleiche Theile zu theilen. Wir wollen wieder ein Beispiel herausgreifen:

91 : 7564 = 83
728
———
284
273
———
11

Und gehen gleich zur Ausführung.

7 Tausender lassen sich wohl in 91 gleiche Theile austheilen, aber nicht so, daß auf jeden Theil 1 Tausender kommt, dazu wären 91 Tausender nothwendig. Wir verwandeln deßhalb die 7 Tausender in 70 Hunderter und zählen die 5 Hunderter dazu.

Aber auch 75 Hunderter lassen sich nicht in 91 gleiche Theile so austheilen, daß auf jeden Theil 1 Hunderter kommt; denn wir müßten ja sonst 91 Hunderter statt 75 Hunderter auszutheilen haben. Es sind deßwegen die 75 Hunderter in 750 Zehner zu zerlegen und die 6 Zehner dazu zu zählen; dies gibt 756 Zehner. Die 4 Einer im Dividenden geben uns eben noch Nichts an; wir theilen nur die 756 Zehner. So oft wir nun von 756 Zehnern 91 Zehner herausnehmen können, so oft werden wir auf jeden der 91 gleichen Theile 1 Zehner legen können. Wollen wir aber wissen, wie oft 91 in 756 enthalten sind oder wie oft 91 in 756 steckt, so dürfen wir uns nur nach der bekannten Regel, Divisor und Dividend gleichviel mal, hier 10mal so klein denken, (weil der Divisor 2stellig ist) und wir erhalten denselben Quotienten. 91 : 756 = 9 : 75. (Den Rest 1 im Divisor und den im Dividenden 6 lassen wir immer noch unbeachtet, weil die Beispiele Anfangs so zu wählen resp. so gewählt sind, daß dies noch nicht gegen die Regel verstößt. Man nimmt nämlich für diesen Fall, der die Sache sehr erleichtert, immer 2stellige Divisoren mit einer sehr geringen Zahl von Einern, wie hier z. B. 91.) 9 : 75 = 8, 91 ist also in 756 8mal enthalten, und es kommen deßhalb 8×1 Zehner = 8 Zehner auf jeden Theil. 8mal 91 Zehner = 728 Zehner; diese von 756 Zehnern ab, bleiben 28 Zehner. Diese 28 Zehner sind in 280 Einer zu verwandeln, und die vier Einer sind dazu zu nehmen.

Die Rechnung stellt sich demnach so dar:

$$\begin{array}{l} 91 : 7564 = 8 \\ \underline{728} \\ 284 \end{array}$$

Die 284 Einer sind ebenso in 91 gleiche Theile zu theilen. Indem wir wieder den Divisor und Dividenden 10mal so klein machen, erfahren wir, wie oft dies geschehen kann. Nämlich 91 : 284 = 9 : 28 (der kleine Rest im Divisor und im Dividenden fällt weg.)

91 steckt in 285 3mal oder von 284 Einern kann man 91 Einer 3mal herausnehmen und folglich 3×1 Einer = 3 Einer auf jeden Theil legen; denn 3×9 = 273. Diese von 284 ab, bleibt Rest 11, welcher kleiner ist, als der Divisor. Die Lösung schriftlich vollendet, wird demnach, wie Anfangs gezeigt wurde,

$$\begin{array}{l} 91 : 7564 = 83 \\ \underline{728} \\ 284 \\ \underline{273} \\ 11 \end{array}$$

Auf diese Weise werden aus den erstgenannten Beispielen noch einige gelöst; alsdann mögen sich die Schüler selbst versuchen.

Darauf wird eine beliebige Zahl getheilt mit 92, 82, 72, 62, 52, 42, 32 und 22; sodann mit 93, 83, 73, 63, 53, 43 u. s. w.; ferner mit 94, 84, 74, 64 u. s. f., daß die Einer stets um eine Einheit größer werden.

Vorher aber werden, um den Unterschied recht augenfällig zu machen und zu zeigen, daß allerdings der Rest im Divisor und Dividenden, den wir bis daher als zu klein fallen ließen, nunmehr bei zunehmenden Einern des Divisors in Anwendung unserer Regel seine Beachtung finden muß, etwa folgende oder ähnliche Beispiele mit einander verglichen.

91 : 7564 und 99 : 7564, oder
81 : 7564 und 89 : 7564, oder
71 : 7564 und 79 : 7564, oder
61 : 7564 und 69 : 7564 u. s. w.

Auflösung.

$$91 : 7564 = 83 \qquad 99 : 7564 = 76$$

```
  728          693
  ---          ---
 ·284         ·634
  273          594
  ---          ---
  ·11          ·40
```

Die Auflösung links oben ist uns bekannt; was ist aber bei der Lösung der Aufgabe rechts oben von unserer Regel zu halten? Es entsteht die Frage: Wie oft können wir 99 von 756 hinwegnehmen? In dem Beispiele links oben sagen wir 91 : 756 = 9 : 75 (ohne daß wir den Rest des Divisors (1) und den Rest des Dividenden (6) berücksichtigen. Können wir aber eben so die Differenz (9) im Beispiel rechts oben unbeachtet lassen? Können wir setzen 99 : 756 = 9 : 75? Ist Eines dem Andern für die Anwendung unserer Regel gleich oder nicht gleich und warum? Sprich dich darüber aus!

Sch. —

Also weil hier der Rest im 10mal so klein gedachten Divisor 99 zu groß ist und sein Produkt in den Quotienten nicht abzuzählen ist. Wir vergleichen:

$$91 : 756 = 8 \text{ und } 99 : 756 = 8$$

```
  728          792
  ---          ---
  ·28           ?
```

Rechts sagen wir, indem wir mit dem Quotienten den Divisor vervielfachen: 8×9 Einer sind 72 Einer; 2 Einer werden hingeschrieben und 7 Zehner werden fort- d. i. zu den Zehnern gezählt. Links hingegen heißt es: 8×1 Einer sind 8 Einer, und folglich sind keine Zehner fort oder zu den Zehnern zu zählen.

Beim weiteren Vervielfachen links erhält man demnach nur 8×9 Zehner = 72 Zehner, während man rechts 8×9 Zehner und 7 Zehner = 79 Zehner erhält, die von 75 Zehnern nicht abzuzählen sind. Was folgt daraus, und was ist noch von unserer Regel zu halten?

Antwort: Enthält in einem zweistelligen Divisor die zweite Stelle von links nach rechts, also die Einerstelle ein Null, so findet unsere Regel immer Anwendung.

Enthält jedoch die Einerstelle im 2stelligen Divisor weniger oder ebenso viel oder gar mehr Einheiten, als die Zehnerstelle, so findet unsere Regel wiederum ihre Anwendung, jedoch mit der Ausnahme, daß man im I. Falle selten, im II. Falle öfters, im III. Falle fast immer den Quotienten um 1 (oder auch manchmal um 2 oder 3 2c. 2c.) Einheiten weniger nimmt. Stehen also z. B. in der Stelle der höchsten Ordnung, in der ersten Stelle links im Divisor nur ein 1 oder ein 2, in der nebenfolgenden rechts 7, 8 oder gar 9, wie z. B. in 17, 18, 19, 29 2c., so sind wir nicht immer gleich im Stande, sagen zu können, wie oft der Divisor in seinen Dividenden enthalten ist und der beste Rechner muß dann probiren. Man muß also gerade auch solche Aufgaben recht viel üben und so lange, bis es recht gut geht.

Aufgaben, wie 19 : 7264, 18 : 7564, 17 : 7564 und gemessen mit 16, 15, 14, 13, 12, 11 sind deßhalb auch ungleich schwerer, als die obigen, trotzdem daß wir den Divisor dort viel größer genommen haben.

Eine beliebige Zahl messen mit 19, 17 und abwärts bis auf 12 und 11 lassen wir deßhalb für die Uebung mit zweistelligem Divisor auch als die letzte Stufe beim Theilen mit 2stelligen Zahlen folgen.

3. Der Theiler oder Divisor ist drei- oder mehrstellig.

Ist der Divisor drei oder mehrstellig, so wird dieser und der Dividend 100 mal oder 1000mal 2c. 2c. so klein gedacht und gerade so verfahren, wie dies beim zweistelligen Divisor gezeigt wurde.

Ein Beispiel noch soll dies zeigen, und wir wählen dazu eine Aufgabe mit 4stelligem Divisor, weil die Behandlungsweise eines solchen die des 3stelligen in sich begreift.

Die Aufgabe heiße:

$$9137 : 58982 = ?$$

Hier in diesem Beispiele soll die Zahl 58982 in 9137 gleiche Theile getheilt werden.

Wenn möglich, theilen wir zuerst die Zehntausender, dann die Tausender, Hunderter, Zehner und zuletzt die Einer, indem wir 9137 Einheiten von jeder Ordnung aus der gegebenen Zahl so oft hinwegnehmen, als dies geschehen kann und legen dann jedesmal eine dieser Einheiten auf jeden Theil.

Die Erklärung kann etwa auf folgende Weise geschehen:

Die Zehntausender sind in 9137 Theile nicht so auszutheilen, daß auf jeden Theil 1 Zehntausender kommt; es sind zu wenig Zehntausender. Wir verwandeln deßhalb die 5 Zehntausender in 50 Tausender und zählen die 8 Tausender dazu. Allein auch diese 58 Tausender sind nicht so auszutheilen, daß u. s. w. — ebenso die 589 Hunderter und die 5898 Zehner; denn 9137 lassen sich hiervon noch nicht einmal nur einmal hinwegnehmen.

Es sind demnach diese 5898 Zehner zu Einern zu machen und die 2 in der ersten Zahl noch dazu zu zählen.

Nun folgt die Frage: Wie oft sind 9137 in 58982 enthalten?

Die zweithöchste Stelle im Divisor enthält 1 Einheit, die höchste dagegen 9. Unsere Regel findet also Anwendung. Wir denken uns den Divisor und den Dividenden 1000mal so klein und sagen: Wir finden den Quotienten von 9137 : 58982 durch 9 : 58 = 6.

Die Division stellt sich demnach so dar:

$$\begin{array}{r} 9137 : 58982 = 6 \\ \underline{54822} \\ 4160 \end{array}$$

oder:

$$7081 : 639043 =$$

Die Zahl 639042 soll in 7081 gleiche Theile getheilt werden. Das geschieht wieder dadurch, daß wir den Divisor 7081 so oft aus dem Dividenden 639043 herausnehmen, als dies geschehen kann und jedesmal Eins auf einen Theil legen. 7081 läßt sich nicht aus 6 Hunderttausend, nicht aus 68 Zehntausend, nicht aus 639 Tausend, nicht aus 6390 Hundert so herausnehmen, daß eine Einheit dieser Ordnungen auf einen Theil zu legen wären. Wir verwandeln deshalb die 6370 Hundert in Zehner, zählen die 4 Zehner dazu und nehmen an, daß diese Zehner ebenso viel Einer seien und fragen uns nun: Wie oft können wir 7081 aus diesen angenommenen Einern hinweg- oder herausnehmen? Dies finden wir, indem wir den Divisor und den Dividend uns tausendmal so klein denken; also 7 aus 63 herausnehmen, so oft es geschehen kann. Es kann 9mal geschehen. Weiß man aber 7 : 63, so weiß man auch 7081 : 639043, denn

$$\begin{array}{r|r|l} 7081 & 639043 & 9 \\ & 63729 & \\ \hline & \text{::}175 & \end{array}$$

Nun sind aber 63904 nicht, wie wir angenommen haben, Einer, sondern Zehner, also zehnmal so viel Einer, somit ist derselbe Divisor in dem zehnmal so großen Dividenden nicht nur e i n m a l 9mal, wie oben, sondern 10mal 9mal oder 90mal enthalten. Die 175 Zehner, welche Rest geblieben sind, verwandelt man zu Einern, zählt die in dem Dividenden vorkommenden 3 Einer dazu, und verfährt, wie bekannt;

$$\begin{array}{r|r|l} 7081 & 639043 & 90 \\ & 63729 & \\ \hline & 1753 & \end{array}$$

u. s. w.

4. Muster, wie die vier Grundrechnungsarten in ungleich und mehrfach benannten ganzen Zahlen zu behandeln sind. §. 377.

Aus diesem Gebiete:

Muster, wie die Multiplications-Regel-de-tri **beim Kopfrechnen** zu üben ist.

(Zugleich als Anleitung für das übrige Kopfrechnen.)

(Siehe den Lehrgang Seite 590, sechste Stufe.)

In unserer heutigen Kopfrechenstunde wollen wir eine Art von Aufgaben lösen lernen, die im Leben euerer Eltern gar häufig vorkommen. (Die nöthige Vorbereitung durch den vorhergegangenen Unterricht wird vorausgesetzt.) Wenn ihr da recht acht gebt und tüchtig mitrechnet, dann könnt ihr eueren Eltern diese Aufgaben ausrechnen, euch denselben dadurch recht nützlich machen und zeigen, daß ihr nicht umsonst in die Schule geht. Ich gebe euch gleich so eine Aufgabe und will einmal sehen, wer mir dieselbe löst, ohne daß ich mithelfe. Ihr könnt dabei verfahren, wie ihr wollt. Jeder muß mir aber sagen können, wie er es gemacht hat. Die Aufgabe soll heißen:

1 Elle Band kostet 3 Kreuzer; wie theuer kommen 4 Ellen?

Fritz, sage mir die Aufgabe noch einmal! — So, jetzt rechnet! Wer fertig ist, hebt den Finger in die Höhe. — Wenn fast Alle (die Unfähigeren geben hier, obschon sie sehr berücksichtigt werden müssen, keinen Ausschlag) zeigen, daß sie mit der Ausrechnung zu Ende sind, beginnt der Lehrer: Karl, wie viel bekamst du heraus? — Wie viel hast du, Franz? — Du? — Du? — u. s. w. Wir wollen gleich sehen, wer es recht hat (denn nicht Alle werden immer gleiche Resultate haben). Anton, wie hast du es bei deiner Ausrechnung gemacht?

Erste Lösung.

Sch. Wenn 1 Elle Band 3 Kreuzer kostet, so kosten 2 Ellen 2mal 3 Kreuzer 3 Ellen 3mal 3 Kreuzer und 4 Ellen 4mal 3 Kreuzer. 4mal 3 Kreuzer sind 12 Kreuzer; also kosten 4 Ellen Band 12 Kreuzer. —

L. Das war recht gerechnet. Habt ihr es alle so gemacht, wie der Anton? — Wie hast du es gemacht, Wilhelm?

Zweite Lösung.

Sch. In dieser Aufgabe wissen wir, was 1 Elle kostet, und wir wollen wissen, wie theuer 4 Ellen kommen. 4 Ellen sind aber 4mal so viel Ellen, als 1 Elle, folglich kosten 4 Ellen auch 4mal so viel Geld, als 1 Elle. 1 Elle kostet 3 Kreuzer. Es kosten demnach 4 Ellen 4mal 3 Kreuzer; 4mal 3 Kreuzer = 12 Kreuzer; also kosten 4 Ellen 12 Kreuzer. —

L. Da seht ihr wieder: Es muß nicht Einer seine Aufgabe lösen, wie der Andere, und doch kommt man zum rechten Resultate. — Wer hat es noch anders gemacht? — Recht so! Jeder darf es anders machen. Jakob soll uns jetzt zeigen, wie er bei seiner Ausrechnung verfahren ist.

Dritte (kürzere) Lösung.

Sch. Wenn 1 Elle 3 Kreuzer kostet, so kosten 4 Ellen 4mal so viel, d. i. 4mal 3 Kreuzer. 4mal 3 Kreuzer sind 12 Kreuzer; also kosten 4 Ellen Band 12 Kreuzer. — Adolph ruft: Ich will es noch anders machen!

L. Laß es uns gleich hören!

Vierte Lösung.

Sch. Wenn eine Elle 3 Kreuzer kostet, so kosten 4 Ellen 4mal 3 Kreuzer. 3 Kreuzer sind = 1 Groschen; folglich kosten 4 Ellen auch 4mal 1 Groschen; 4mal 1 Groschen sind aber 12 Kreuzer; also kosten 4 Ellen 12 Kreuzer. —

L. (Selbst, wenn ein Schüler auf einem solchen Umwege sein Ziel erreicht, stoße man ihn nicht zurück. Nur wird es gut sein, dabei stets auf das beste Verfahren und auf den kürzesten Weg aufmerksam zu machen.) — Ihr seht also, man kann eine solche Aufgabe auf verschiedenerlei Weise ausrechnen. Ich gebe euch jetzt eine andere Aufgabe. Da will ich wieder sehen, wer sie am schnellsten und richtigsten löst. Jeder darf es dabei machen, wie er will; aber er muß mir nachher Alles sagen, wie er es gemacht hat. Also aufgepaßt! —

(In ähnlicher Weise hat der Lehrer überall anzuregen, aufzumuntern, den Wetteifer zu beleben, durch das deutliche Sprechen und klare Rechtfertigen der Lösungsweisen von Seiten der Schüler die anderen Schüler in das Verständniß derselben einzuführen, wo es nöthig ist, vermittelnd einzuschreiten, damit der Unterricht, selbst lebendig, die Schüler belebt und ihnen eine wahre innere Lust an demselben abgewinnt. Nie darf ein Kind um seiner Meinung willen abstoßend behandelt werden. — Auf diese Weise behandelt, wird jede Kopfrechenstunde zu einer Stunde der Freude für Schüler und Lehrer. Die Behandlungsweise selbst ist nicht schwer. Wir deuten deßhalb für nur noch 2 Aufgaben einige Lösungsweisen an; im anregenden Unterrichte werden dieselben durch die Kinder leicht und oft bedeutend vermehrt.)

Eine Elle Kattun kostet 18 Kreuzer; was kosten 14 Ellen?

Erste Lösung.

Wenn 1 Elle Kattun 18 Kreuzer kostet, so kosten 14 Ellen 14mal 18 Kreuzer. 10×18 Kr. $= 180$ Kr. Wir haben jetzt 18 Kr. noch 4mal zu nehmen. $4 \times 10 = 40$ und $4 \times 8 = 32$; $40 + 32 = 72$ Kr.; 180 Kr. + 72 Kr. sind $180 + 70 \times 250 + 2 = 252$ Kr. 252 Kr. = 4 fl. 12 kr.; also kosten, wenn 1 Elle Kattun 18 Kr. kostet, 14 Ellen 4 fl. 12 Kr.

Zweite Lösung.

Wenn 1 Elle Kattun 18 Kr. kostet, so kosten 14 Ellen 14mal 18 Kr. oder 14mal 3 Sechser. 14mal 3 Sechser sind 10mal 3 Sechser oder 30 Sechser und 4mal 3 Sechser oder 12 Sechser. 30 Sechser und 12 Sechser sind 42 Sechser oder 4 fl. 12 Kr.; also kosten 14 Ellen Kattun 4 fl. 12 Kr.

Dritte Lösung.

Wenn 1 Elle Kattun 18 Kr. kostet, so kosten 14 Ellen 14mal so viel. 14mal 18 Kr. sind aber gleich 14mal $^1/_4$ fl. = $^{14}/_4$ fl. und 14mal 1 Groschen = 14 Groschen. $^{14}/_4$ fl. sind gleich 3 fl. 30 Kr. und 14 Groschen sind 14mal 3 Kr. = 42 Kr. — 3 fl. 30 Kr. und 42 Kr. sind gleich 4 fl. 12 Kr.; also kosten 2c. 2c.

Vierte Lösung.

Wenn 1 Elle 18 Kreuzer kostet, so kosten 14 Ellen 14mal 18 Kr. oder (da 18 Kr. = $^3/_{10}$ fl. sind) 14mal $^3/_{10}$ fl. — 14mal $^3/_{10}$ fl. = $^{42}/_{10}$ fl. = $4^2/_{10}$ fl. = 4 fl. 12 Kr.; also 2c. 2c.

Fünfte Lösung.

Wenn 1 Elle 18 Kr. kostet, so kosten 14 Ellen 14mal 18 Kr. — 14mal 18 Kr. = 14mal $^1/_3$ fl. weniger 14mal 2 Kr. — 14mal $^1/_3$ fl sind $^{14}/_3$ fl. sind $4^2/_3$ fl. = 4 fl. 40 Kr.; davon abgezählt 14mal 2 Kr. = 28 Kr. bleiben noch 4 fl. 12 Kr.; also kosten 2c. 2c.

---

1 Malter Kartoffeln kostet 2 fl. 45 Kr.; was kosten 20 Mltr.?

Erste Lösung.

20 Malter sind 20mal so viel, als 1 Malter 20mal so viel Waare, kostet auch 20mal so viel Geld. 20mal 2 fl. 45 Kr. sind aber 20mal 2 fl. = 40 fl. und 20mal 45 Kr = 45mal 20 Kr oder 45mal $^1/_3$ fl. = $^{45}/_3$ fl. (oder 45mal 1 Kopfstück) gleich — (da $^3/_3$ fl (oder 3 Kopfstück) = 1 fl.) — 15 fl.; 40 fl. und 15 fl. = 40 + 10 = 50 + 5 fl. = 55 fl.; also kosten 20 Malter Kartoffeln 55 fl.

Zweite Lösung.

Wenn 1 Mltr. Kartoffeln 2 fl. 45 Kr. kostet, so kosten 20 Mltr. 20mal 2 fl. 45 Kr.; 20mal 2 fl. 45 Kr sind = 20mal 2 fl. = 40 fl. und 20mal 45 Kr. = 900 Kr = 15 fl.; weil 600 Kr. = 10 fl. und 300 Kr. = 5 fl. sind. 40 fl. und 15 fl. = 55 fl.; also kosten 2c. 2c.

Dritte bis sechste Lösung.

Wenn 1 Mltr. Kartoffeln 2 fl. 45 Kr. kostet, so kosten 20 Mltr. 20mal 2 fl. 45 Kr.; —

1) Das sind 20mal 2 fl. = 40 fl. und 20mal $^3/_4$ fl. = $^{60}/_4$ fl. = 15 fl. 40+15 fl. = 55 fl.; also kosten 2c. 2c. oder

2) Das sind 20mal 2 fl. = 40 fl. und 20mal $^1/_2$ fl. = 10 fl. und 20mal $^1/_4$ fl. = 5 fl. 40+10+5 fl. = 55 fl.; also kosten 2c. 2c.

3) Das sind 20mal 1 Kronenthaler, und 20mal 1 Groschen; das sind 20 Kronenthaler und 20 Groschen. 10 Kronenthlr. = 27 fl.; 20 Kronenthlr. also 2×27 fl. = 54 fl.; jetzt haben wir noch 20 Groschen, das sind = 1 fl.; 54 fl. + 1 fl. = 55 fl.; also kosten 2c. 2c.

4) Das sind 20mal 1 fl. und 20mal 1 preuß. Thlr. 20mal 1 fl. sind 20 fl. und 20mal 1 pr. Thlr. = 20 pr. Thlr. Da 4 pr. Thlr. gleich 7 fl. und 4 in 20 fünfmal enthalten ist, so sind 20 pr. Thlr. = 5mal 7 fl. = 35 fl. 20 fl. und 35 fl. = 55 fl.; also kosten 2c. 2c.

u. s. w.

Mit diesen wenigen Aufgaben und den ihnen beigegebenen Lösungsweisen glauben wir schon zur Genüge gezeigt zu haben, wie wir es meinen; wir fügen dem nur noch wiederholend bei:

Es ist bildender, eine Aufgabe auf zehnerlei Weise, als zehn Aufgaben auf einerlei Weise zu lösen. Die Zahl der zur Lösung kommenden Aufgaben betreffend bemerken wir: „Je mehr, desto besser; denn Uebung macht den Meister."

5. Muster, wie die vier Grundrechnungsarten in Brüchen zu behandeln sind. §. 378.

Aus diesem Gebiete:

Muster, wie die Vorübungen zum Rechnen mit Brüchen, insbesondere wie die Betrachtungen der Halben, Drittel, Viertel und Fünftel nach Grube zu halten sind.

(Siehe den Lehrplan, Seite 590, erste Stufe, a. 2.)

Vorbemerkung.

1) Wie der Schüler zur Anschauung der ganzen Zahlen gelangt, indem er sie auf die Eins zurückführte, d. h. sie als Vielfache eines Einfachen erkannte, so werden ihm jetzt auch die Bruchzahlen anschaulich gemacht durch ihre stete Beziehung auf die Einheit, aus der sie entstanden.

2) Während aber bisher die Einheit als Theil der ganzen Zahlen erschien, wird sie nunmehr selbst als ein Ganzes, mithin als ein Vielfaches aufgefaßt, das in seine einfachen Bestandtheile aufgelöst wird, welche wir eben mit Beziehung auf ihr Ganzes „Brüche" nennen.

3) Weil der Schüler bereits vom ersten Kursus an die ganzen Zahlen als Brüche zu behandeln gelernt hat, indem er sie als Theile eines Vielfachen erkannte, so wird die nun folgende Behandlung des eigentlichen Bruches (der gebrochenen Einheit) um so weniger Schwierigkeit für ihn haben, als der Prozeß ganz derselbe ist, durch welchen er in das Rechnen mit ganzen Zahlen eingeführt wurde, nämlich: Anschauung des Mannigfaltigen in seiner organischen Einheit.

4) Da die Verschiedenheit der Brüche bedingt ist durch ihre Größe, die Größe

aber durch die **Anzahl der gleichen Theile**, in welche ich die Einheit zerlege, so lassen sich diese verschiedenartigen Theilungen als besondere Ordnungen, und zwar als **absteigend niedere Ordnungen** betrachten, wie bei den ganzen Zahlen durch das Verzehnfachen der Einheit die **aufsteigend höheren Ordnungen** des Einers, Zehners, Hunderters 2c. sich bildeten. Jene verschiedenen Bruch-Einheiten bezeichnet die Sprache durch die Nachsilbe „tel", als Zweitel [1]), Drittel, Viertel 2c.

5) Demnach ist uns der Eintheilungsgrund des für die Anschauung zu organisirenden Stoffes in diesem Kursus objektiv in der Verschiedenheit der Brüche selber gegeben, und wir behandeln auf der ersten Stufe die Halben, auf der zweiten die Drittel u. s. f., bis der Schüler durch diese organische Entwickelung seiner Anschauung zur **Beobachtung** des Bruches gelangt ist, wozu etwa 4 Stufen vollkommen ausreichen.

6) Da wir — wie in den früheren Kursen — mit der allseitigen Anschauung des Objektes beginnen, so üben wir auf jeder Stufe in der bekannten Weise mündliches und schriftliches, reines und angewandtes Rechnen, Addiren und Subtrahiren 2c. **zusammen**, und behandeln ganz dem bisherigen Gange analog den Bruch unter den Rubriken:

1) Anschauung der reinen Zahl.
   a. Messen,
   b. Vergleichen,
   c. Kombiniren.
2) Anwendung des reinen Zahlverhältnisses nach allen Spezies.

Erste Stufe.

Die Halben.

1

1) |————|————|

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

Wenn ich Eins (ein Ganzes) in zwei gleiche Theile zerlege, so erhalte ich 2 Halbe (Hälften). Ein Halbes ist einer von den 2 gleichen Theilen, in die ich das Ganze getheilt habe.

$2 : 1 = \frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$.

a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.
b. $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $2 \times \frac{1}{2} = 1$.
c. $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
d. $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1$, $\frac{1}{2} : 1 = 2$ ($\frac{1}{2}$ in 1 steckt 2mal).

Anwendung auf die Vielfachen.

a. Ist $2 : 1 = \frac{1}{2}$, so ist $2 : 2 = \frac{2}{2}$, $2 : 3 = \frac{3}{2}$, $2 : 10 = \frac{10}{2}$, $2 : 100 = \frac{100}{2}$ 2c.

aa. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$, $1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ (anderthalb), $2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$ (drittehalb), $3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$ (viertehalb) 2c., $1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$, $2\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$, $12\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 13$ 2c., $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 3$ (denn $1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 + 1 = 3$, oder $1 + 1 = 2$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$, $2 + 1 = 3$), $5\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 7$ 2c., $7\frac{1}{2} + 8 = 15\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2} = 16$, $8 + 8\frac{1}{2} = 16\frac{1}{2}$.

bb. $2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$, $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times 1\frac{1}{2}$, $10 \times \frac{1}{2} = \frac{10}{2} = 5$, $100 \times \frac{1}{2} = \frac{100}{2} = 50$; $7 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$, $73 \times \frac{1}{2} = \frac{73}{2} = 36\frac{1}{2}$ 2c.

$1 \times 1\frac{1}{2} = 1 \times \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, $2 \times 1\frac{1}{2} = 2 \times \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3$, $3 \times 1\frac{1}{2} = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ 2c. (oder: $3 \times 1 = 3$, $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, $3 + 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$) 2c.

---

1) Weil die Theilung eines Ganzen in 2 gleiche Theile die am meisten im Leben vorkommende ist, so hat die Sprache für diese Theile ein eigenes Wort gebildet, nämlich **Halbe** oder **Hälften**.

$6 \times 15\frac{1}{2} = 6 \times 15 + 6 \times \frac{1}{2}$ ꝛc. $9 \times 80\frac{1}{2}$ ꝛc.

Ist $\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$, so ist
$\frac{1}{2} \times 6 = \frac{6}{2} = 3$, $\frac{1}{2} \times 9 = 4\frac{1}{2}$ ꝛc.

cc. $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ (denn $2 = 1 + 1$; $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$), $3 - \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$ (denn $3 = 2 + 1$; $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$) ꝛc. $2 - 1\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (denn $2 - 1 = 1$, $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$) $6 - 4\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ (denn $6 - 4 = 2$, $2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$), $9 - 3\frac{1}{2}$ ꝛc. $2\frac{1}{2} - 1 = 1\frac{1}{2}$ ($= [2 - 1] + \frac{1}{2}$), $6\frac{1}{2} - 3 = 3\frac{1}{2}$ ($= [6 - 3] + \frac{1}{2}$) ꝛc. $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = 1$ ($3 - 2 = 1$, $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$; oder: $3\frac{1}{2} - 2 = 1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1$) $8\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2}$? ꝛc.

dd. $\frac{1}{2} : 1 = 2$ (denn $1 = \frac{2}{2}$, $\frac{1}{2} : \frac{2}{2} = 1 : 2 = 2$ [mal]).
$\frac{1}{2} : 4 = 8$; denn $4 = \frac{8}{2}$, $\frac{1}{2} : \frac{8}{2}$ ꝛc., oder $\frac{1}{2} : 1 = 2$, $\frac{1}{2} : 4 = 4 \times 2 = 8$) ꝛc.
$\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1 : 3 = 3.$ $\frac{1}{2}$ $9\frac{1}{2} = 19$ ꝛc.
$1\frac{1}{2} : 6 = \frac{3}{2} : \frac{12}{2} = 3 : 12 = 4.$
$3\frac{1}{2} : 10\frac{1}{2} = \frac{7}{2} : \frac{21}{2} = 7 : 21 = 3$ ꝛc.

2) a. Vergleiche $\frac{1}{2}$ mit 1!
$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$, $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.
$\frac{1}{2}$ = der Hälfte von 1, 1 = dem Zweifachen von $\frac{1}{2}$.

b. Welche Zahl nennt mir den Unterschied von $\frac{1}{2}$ und 1?
Wie viel muß ich von 16 wegnehmen, um $9\frac{1}{2}$ zu bekommen?
Von 2 Zahlen heißt die eine $9\frac{1}{2}$, der Unterschied von der größeren ist $6\frac{1}{2}$, wie heißt die größere Zahl?
Nenne andere Zahlenpaare, welche $6\frac{1}{2}$ zum Unterschiede haben!

c. Wie oft muß ich $\frac{1}{2}$ nehmen, um 1 zu bekommen?
Wie oft $4\frac{1}{2}$, um 9 zu erhalten?
Von welcher Zahl ist $4\frac{1}{2}$ die Hälfte?
Von welcher Zahl ist 9 das Zweifache?
Der Divisor ist $4\frac{1}{2}$, der Quotient 2, wie heißt der Dividend?
(Der Quotient 2 sagt mir, daß $4\frac{1}{2}$ in der Fragezahl 2mal enthalten sei, also muß diese das Zweifache von $4\frac{1}{2} = 9$ sein.)
Welche Zahl muß ich $\frac{1}{2}$mal nehmen, um $4\frac{1}{2}$ zu bekommen?

3) a. Was heißt $\frac{1}{2}$ Thaler ꝛc.?
$\frac{1}{2}$ Thaler heißt einer von den 2 gleichen Theilen, in welche ich den ganzen Thaler zerlegt habe.

b. Wie viel sind 17 Sgr. in halben Thalern?
(Da $\frac{1}{2}$ Thlr. $= \frac{30}{2}$ Sgr. = 15 Sgr., und 17 Sgr. = 15 + 2 Sgr., so sind 17 Sgr. = $\frac{1}{2}$ Thlr. + 2 Sgr.)

c. Um wie viel ist das Achtfache von 17 Sgr. kleiner, als das Neunfache von 19 Sgr.?
(Das Achtfache von 17 Sgr. = 8×17 Sgr. = $8 \times \frac{1}{2}$ Thlr. + 8×2 Sgr. = 4 Thlr. 16 Sgr. Das Neunfache von 19 Sgr. = $9 \times \frac{1}{2}$ Thlr. + 9×4 Sgr. = $4\frac{1}{2}$ Thlr. + 36 Sgr. = $5\frac{1}{2}$ Thlr. + 6 Sgr. = 5 Thlr. 21 Sgr. 5 Thlr. 21 Sgr. — 4 Thlr. 16 Sgr. = 1 Thlr. 5 Sgr. Also ist ꝛc.)

d. In einer Wirthschaft wurden zu einem Gastmahle gekauft $17\frac{1}{2}$ Pfd., ferner $13\frac{1}{2}$ Pfd. + $8\frac{1}{2}$ Pfd. Fleisch. Wie viel Portionen konnten daraus gemacht werden, wenn auf 1 Portion 16 Loth gerechnet wurden?

e. Wenn man für 1 Pfd. $\frac{1}{2}$ Thlr. bezahlt, so bekommt man für $7\frac{1}{2}$ Sgr. wie viel?
(Da $7\frac{1}{2}$ Sgr. = $\frac{1}{2} \times 15$ Sgr. oder $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ Thlr., so bekommt man dafür auch nur die Hälfte von dem, was man für $\frac{1}{2}$ Thlr. bekommt, nämlich die Hälfte eines Pfundes = $\frac{1}{2}$ Pfd.)

f. Was kosten $10\frac{1}{2}$ Elle Tuch, wenn man 5 Ellen mit 6 Thalern bezahlt?
(Kosten 5 Ellen 6 Thaler, so kostet 1 Elle den 5ten Theil von 6 Thalern = 1 Thaler 6 Sgr.; $\frac{1}{2}$ Elle kostet $\frac{1}{2} \times 1$ Thaler 6 Sgr. = 18 Sgr., also $10\frac{1}{2}$ Elle = $\frac{21}{2}$ Ellen 21×18 Sgr. = $21 \times \frac{1}{2}$ Thlr. + 21×3 Sgr. = $10\frac{1}{2}$ Thlr. + 63 Sgr. = $10\frac{1}{2}$ Thlr. + 2 Thlr. 3 Sgr. = 12 Thlr. 18 Sgr.)

Zweite Stufe.

Die Drittel.

1) 

Wenn ich 1 in 3 gleiche Theile theile, so bekomme ich $\frac{1}{3}$.
$\frac{1}{3}$ ist einer von den 3 gleichen Theilen, in welche ich 1 getheilt habe.
$\frac{2}{3}$ sind 2 von den 3 gleichen Theilen, in die ich 1 getheilt habe.

$3 : 1 = \frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$.

a. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$.
b. $1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$, $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$.
c. $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.
d. $\frac{1}{3} : 1 = 3$, $\frac{1}{3} : \frac{2}{3} = 2$, $\frac{1}{3} : \frac{1}{3} = 1$.
a. $3 : 1 = \frac{1}{3}$, $3 : 2 = \frac{2}{3}$, $3 : 10 = \frac{10}{3}$ ꝛc.

aa. $2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$, $8 + 4\frac{1}{3} = 12\frac{1}{3}$, $5\frac{1}{3} + 4\frac{1}{3} = 9\frac{2}{3}$, $17\frac{2}{3} + 17\frac{1}{3} = 35$, $17\frac{2}{3} + 17\frac{2}{3} = 35\frac{1}{3}$ ꝛc.

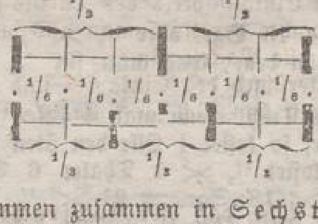
bb. $1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$, $9 \times \frac{1}{3} = \frac{9}{3} = 3$, $14 \times \frac{1}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$ ꝛc.
$1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$, $9 \times \frac{2}{3} = \frac{18}{3} = 6$, $14 \times \frac{2}{3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$, $10 \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ ꝛc.
$3 \times 1\frac{1}{3} = 4$ (oder $3 \times 1 + 3 \times \frac{1}{3}$, oder $3 \times 1\frac{1}{3} = 3 \times \frac{4}{3} = \frac{12}{3} = 4$), $9 \times 1\frac{1}{3} = 12$ ꝛc.
$3 \times 1\frac{2}{3} = 5$, $5 \times 1\frac{2}{3} = 8\frac{1}{3}$ ꝛc.
Ist $\frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$, so ist $\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$, $\frac{1}{3} \times 6 = \frac{6}{3} = 2$, $\frac{1}{3} \times 7 = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.
$\frac{2}{3} \times 1$ (der dritte Theil von 1 zweimal genommen) $= \frac{2}{3}$, $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3} \times 9 = \frac{18}{3} = 6$ ꝛc.

cc. $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, $2 - \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$ ꝛc.
$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, $2 - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$ ꝛc.
$2 - 1\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ꝛc.
$7\frac{2}{3} - 4\frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$ ꝛc.
$7\frac{1}{3} - 4\frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$, ($7 - 4\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$, oder $7\frac{1}{3} - 4 - \frac{2}{3}$.)

dd. $\frac{1}{3} : 1 = 3$, $\frac{1}{3} : 2 = 2 \times 3 = 6$, $\frac{1}{3} : 3 = 3 \times 3 = 9$ ꝛc.
$\frac{1}{3} : 14 = 42$ ($\frac{1}{3} : 1 = 3$, $\frac{1}{3} : 14 = 14 \times 3$).
$\frac{2}{3} : 1 = \frac{3}{2}$ ($\frac{1}{3}$ in $1 = 3$mal, $\frac{2}{3}$ in 1 die Hälfte von $3 = \frac{3}{2}$mal)
$\frac{2}{3} : 6 = 9$ ($\frac{1}{3} : 6 = 18$, $\frac{2}{3} : 6 = \frac{18}{2} = 9$) ꝛc. Oder:
$\frac{2}{3} : 1 = \frac{2}{3} : \frac{3}{3} = 2 : 3 = \frac{3}{2}$ ꝛc.
$2\frac{1}{3} : 4\frac{2}{3} = 2$ ($\frac{7}{3} : \frac{14}{3} = 7 : 14 = 2$).
$6\frac{2}{3} : 20 = \frac{20}{3} : \frac{60}{3} = 20 : 60 = 3$ ꝛc.

2) a. Vergleiche $\frac{1}{3}$ mit 1!
$\frac{1}{3} = 1 - \frac{2}{3}$, $1 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$.
$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 1$, $1 = 3 \times \frac{1}{3}$.
Vergleiche $\frac{2}{3}$ mit 1!
$\frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3}$, $1 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$.
$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 1$, $1 = 1 \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$.

b. Vergleiche $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{2}$!



Drittel und Halbe kommen zusammen in **Sechsteln.**
$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$.
$\frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$, $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$.

$\frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$ (2mal der 3te Theil von $\frac{1}{2}$), denn $\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{6}$ stecken in $\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{6}$ (= 3 : 2) nur $\frac{2}{3}$mal.

$\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3}$ (3mal die Hälfte von $\frac{1}{3}$), denn $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2}{6} : \frac{3}{6} = 2 : 3 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

Vergleiche $\frac{1}{2}$ mit $\frac{2}{3}$!

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$; $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$.

$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$, denn $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} = 4 : 3 = \frac{3}{4}$ *).

$\frac{2}{3} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2}$, denn $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 3 : 4 = \frac{4}{3}$.

c. Welche Zahl muß ich $\frac{2}{3}$mal nehmen, um 9 zu bekommen?

(Muß ich eine Zahl $\frac{2}{3}$ mal nehmen, um 9 zu bekommen, so ist 9 2mal der dritte Theil dieser Zahl; also 1mal der dritte Theil der unbekannten Zahl ist die Hälfte von 9 = $4\frac{1}{2}$, drei Drittel oder die ganze unbekannte Zahl, daher $3 \times 4\frac{1}{2} = 13\frac{1}{2}$.)

Wie verhält sich die Anzahl der gleichen Theile von 9 und 13?

(13 hat 3 solcher Theile ($4\frac{1}{2}$), wie deren 9 nur 2 hat.)

Nenne 2 andere Zahlen, die sich auch so verhalten!

(6 und 9.)

Vergleiche beide!

$6 = \frac{2}{3} \times 9$, $9 = \frac{3}{2} \times 6$.

$= 2 \times 3$, $= 3 \times 3$.

Wie könntest du unter dieser Bedingung aus 6 uns die 9 suchen lassen?

(Von zwei Zahlen heißt die eine 6, die andere ist $= \frac{3}{2} \times 6$. Welches ist sie? Besser: Welche Zahl ist gleich dem Dreifachen der Hälfte von 6? Oder: Von welcher Zahl ist 6 $\frac{2}{3}$?)

d. Wie oft muß ich den Unterschied von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ setzen, um 1 zu bekommen?

Die Differenz von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ ist gleich dem Sechstel welcher Zahl?

Welcher Theil von 1 ist der Unterschied von $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$?

Welcher Theil ist der Unterschied von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ von ihrer Summe?

3) Was heißt $\frac{2}{3}$ Wispel? — Malter rc.

Vergleiche $\frac{2}{3}$ Wisp. mit $\frac{1}{2}$ Wisp.!

Wie kannst du 17 Scheffel in Drittel-Wispel ausdrücken?

(17 Scheff. = 16 Scheff. + 1 Sch. = $\frac{2}{3}$ W. + 1 Sch.)

Das Neunfache von 17 Scheffeln sind wie viel Wispel?

(9×17 Scheffel = $9 \times \frac{2}{3}$ Wispel + 9×1 Schff. rc.)

Wie viel Pfund hat $\frac{1}{3}$ Ctr. weniger, als $\frac{1}{2}$ Ctr., und $\frac{1}{2}$ Ctr. weniger, als $\frac{2}{3}$ Ctr.?

Wie verhalten sich $\frac{2}{3}$ Scheffel zu 4 Scheffel?

(4 Scheffel = $\frac{12}{3}$ Scheffel = $6 \times \frac{2}{3}$ Scheffel, also $\frac{2}{3}$ Sch. = $\frac{1}{6} \times$ 4 Scheffel.)

Was kosten $\frac{2}{3}$ Scheffel, wenn man für $\frac{1}{6}$ Wispel 4 Thlr. 6 Sgr. bezahlt?

($\frac{1}{6}$ W. = 4 Schff. = $\frac{12}{3}$ Schff. = $6 \times \frac{2}{3}$ Schff. Also $\frac{2}{3}$ Schff. = $\frac{1}{6} \times$ 4 Schff., also kosten auch $\frac{2}{3}$ Schff. $\frac{1}{6} \times$ 4 Thaler 6 Sgr. $\frac{1}{6} \times$ 1 Thlr. = 5 Sgr., $\frac{1}{6} \times$ 4 Thlr. = $4 \times$ 5 Sgr. = 20 Sgr., $\frac{1}{6} \times$ 6 Sgr. = 1 Sgr., 20 Sgr. + 1 Sgr. = 21 Sgr. Also kosten $\frac{2}{3}$ Schff. 21 Sgr., wenn $\frac{1}{6}$ Wisp. 4 Thlr. 6 Sgr. gilt.)

Ein Kaufmann erhält 1 Ctr. Tabak und verpackt denselben in Packeten zu $\frac{2}{3}$ Pfd. Den Preis eines solchen Packets bestimmt er zu 20 Sgr. Wie viel gewinnt er daran, wenn der Einkaufspreis des Tabaks 91 Thlr. 20 Sgr. betrug?

a. Wie viel Packete machte der Kaufmann aus dem Ctr.?

b. Was nahm er für alle Packete ein?

c. Welches ist der Unterschied des Einkaufs- und Verkaufspreises?

Der Schüler muß so weit sein, sich die Aufgabe in diese 3 Fragen selbstständig zu zerlegen.

---

*) Der Lehrer vergesse nicht, daß hier Kopfrechnen Statt findet. — Die räumliche Anschauung dieser Verhältnisse hebt alle scheinbare Schwierigkeit.

Vierte Stufe.

D i e F ü n f t e l.

1)

5 : 1 = $^1/_5$. Oder $^1/_5 \times 1 = {}^1/_5$.

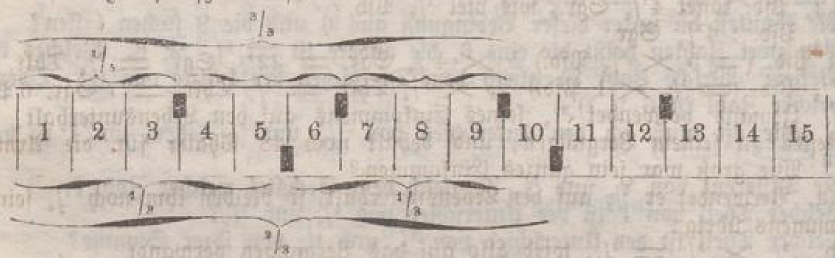
Wie auf den vorigen Stufen!

2) a. Vergleiche $^1/_5$ mit $^1/_4$!

Vergleiche $^1/_5$ mit $^3/_4$, $^2/_5$ mit $^1/_4$! $^3/_5$ mit $^3/_4$! *)

Wie auf den vorigen Stufen!

b. Vergleiche $^1/_5$ mit $^1/_3$!



Vergleiche $^3/_5$ mit $^2/_3$!

$^3/_5 = {}^9/_{15}$, $^2/_3 = {}^{10}/_{15}$; $^3/_5 = {}^2/_3 - {}^1/_{15}$.
 2c. 2c.

Wie auf den vorigen Stufen!

c. Worin kommen Halbe, Drittel, Viertel und Fünftel zusammen?

(Da Halbe, Drittel und Viertel in Zwölfteln zusammenkommen, so sehe ich zu, worin Fünftel und Zwölftel zusammenkommen. Ich theile das Fünftel in 12, und das Zwölftel in 5 Theile, so wird das Ganze in 60 gleiche Theile zerlegt. Ist 1 = $^{60}/_{60}$, so ist $^1/_2 = {}^{30}/_{60}$, $^1/_3 = {}^{20}/_{60}$ 2c.)

d. Ist $^1/_5 : {}^1/_4 = {}^4/_5$, so ist auch

$6 \times {}^1/_5 : 6 \times {}^1/_4 = 1^1/_5 : 1^2/_4 = {}^4/_5$,

$10 \times {}^1/_5 : 10 \times {}^1/_4 = 2 : 2^2/_4 = {}^4/_5$ 2c.

Ist $^3/_3$ in $^2/_5$ $^3/_5$mal enthalten, so ist auch

$3 \times {}^2/_3 : 3 \times {}^3/_5 = 2 : 1^1/_5 = {}^3/_5$ 2c.

d. h. die eine Zahl hat 3 solcher Theile, wie die andere 5 hat.

e. Zwei Zahlen, wovon die eine $6^1/_5$, geben die Summe $18^2/_3$, wie heißt die andere Zahl?

($18^2/_3 - 6^1/_5$. $18 - 6 = 12$, $^2/_3 - {}^1/_5 = {}^{10}/_{15} - {}^3/_{15} = {}^7/_{15}$. $18^2/_3 - 6^1/_5 = 12^7/_{15}$. Oder: $18^2/_3 - 6 = 12^2/_3$, $12^2/_3 - {}^1/_5 = 12^{10}/_{15} - {}^3/_{15} = 12^7/_{15}$. Oder: $18^2/_3 - 6^1/_5 = 18 - 6^1/_5 + {}^2/_3$. $18 - 6^1/_5 = 11^4/_5$ 2c.

f. Wie oft muß ich $3^3/_5$ nehmen, um 18 zu bekommen?

($3^3/_5 = {}^{18}/_5$, $18 = {}^{90}/_5$; $^{18}/_5 : {}^{90}/_5 = 18 : 90 = 5$. Oder: Wie $^1/_5 : 1 = 5$, so $^{18}/_5 : 18 = 5$. Oder: $^1/_5 : 1 = 5$, $^1/_5 : 18 = 90$, $^{18}/_5 : 18 = {}^{90}/_{18} = 5$.)

---

*) Man lasse oft einen Schüler an die Wandtafel treten und durch Zeichnung diese Zahlverhältnisse darstellen. Die Schüler bekommen bald große Fertigkeit in diesem „Zahlenzeichnen", und es macht ihnen viel Vergnügen.

3) a. Wie erhalte ich $\frac{4}{5}$ Ctr?

(Dadurch, daß ich den 5. Theil eines Centners 4mal nehme oder 4 Centner $\frac{1}{5}$mal nehme.)

b. Drücke den Unterschied von $\frac{1}{2}$ Ctr., $\frac{1}{3}$ Ctr., $\frac{1}{4}$ Ctr. und $\frac{1}{5}$ Ctr. in Pfunden aus!

c. Wie viel Sgr. muß ich zu $\frac{3}{4}$ Thlr. thun, um $\frac{4}{5}$ Thlr. zu bekommen?

d. Wie berechnest du das Achtfache von 19 Sgr. in Fünftel-Thalern?

e. $\frac{1}{3}$ Pfd. kostet $\frac{1}{4}$ Thlr., wie viel $\frac{1}{5}$ Pfd.?

(Kostet $\frac{1}{3}$ Pfd. $\frac{1}{4}$ Thlr., so kostet 1 Pfd. $= 3 \times \frac{1}{3}$ Pfd. $3 \times \frac{1}{4}$ Thlr. $= \frac{3}{4}$ Thlr., $\frac{1}{5}$ Pfd. aber oder $\frac{1}{5} \times 1$ Pfd. kostet $\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}$ Thlr. $= \frac{3}{20}$ Thlr.)

Wie viel sind $\frac{3}{20}$ Thlr. in Sgr?

(Da 1 Thlr. $= 30$ Sgr., so ist $\frac{1}{20}$ Thlr. $= \frac{1}{20} \times 1$ Thlr. $= \frac{1}{20} \times 30$ Sgr. $= \frac{30}{20}$ Sgr. $= 1\frac{10}{20}$ Sgr. $= 1\frac{1}{2}$ Sgr., also $\frac{3}{20}$ Thaler $= 3 \times 1\frac{1}{2}$ Sgr. $= 4\frac{1}{2}$ Sgr. $= 4$ Sgr. 6 Pf.)

Für 7 Sgr. 6 Pf. bekommt man $\frac{1}{5}$ Pfd., wie viel für 10 Sgr.?

(7 Sgr. 6 Pf. $= \frac{1}{4}$ Thlr., 10 Sgr. $= \frac{1}{3}$ Thlr. Bekommt man für $\frac{1}{4}$ Thlr. $\frac{1}{5}$ Pfd., so bekommt man für 1 Thlr. $= 4 \times \frac{1}{4}$ Thlr. $4 \times \frac{1}{5}$ Pfd. $= \frac{4}{5}$ Pfd. Also für $\frac{1}{3}$ Thlr. $= \frac{1}{3} \times 1$ Thlr. $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5}$ Pfd. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$ Pfd $= \frac{1}{15}$ Pfd., $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5}$ Pfd. $= \frac{4}{15}$ Pfd.)

($\frac{1}{5}$ Pfd. kostet $4\frac{1}{2}$ Sgr., wie viel $\frac{1}{3}$ Pfd.?

$\frac{1}{5}$ Pfd. : $4\frac{1}{2}$ Sgr.

1 Pfd. ($= 5 \times \frac{1}{5}$ Pfd.) $5 \times 4\frac{1}{2}$ Sgr. $= 22\frac{1}{2}$ Sgr. $= \frac{3}{4}$ Thlr.

$\frac{1}{3}$ Pfd. ($= \frac{1}{3} \times 1$ Pfd.) $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$ Thlr. $= \frac{1}{4}$ Thlr. $= 7$ Sgr. 6 Pf.)

f. Jemand verwendet $\frac{2}{3}$ seines Einkommens auf den Lebensunterhalt, $\frac{1}{5}$ des Restes zu seinem Vergnügen, und behält noch 48 Thaler für die Armen übrig. Wie groß war sein ganzes Einkommen?

(a. Verwendet er $\frac{2}{3}$ auf den Lebensunterhalt, so bleiben ihm noch $\frac{1}{3}$ seines Einkommens übrig:

b. $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ wird also auf das Vergnügen verwandt.

c. Da vom Lebensunterhalt noch $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ des Einkommens übrig blieben, so bleibt nach Abzug des $\frac{1}{15}$ noch $\frac{4}{15}$ vom Ganzen übrig.

d. Diese $\frac{4}{15}$ sind gleich den 48 Thalern.

e. Also $\frac{1}{15} = \frac{48}{4}$ Thlr. $= 12$ Thlr.

f. Also das ganze Einkommen oder $\frac{15}{15} = 15 \times 12$ Thlr. $= 180$ Thlr.)

α. Wie viel Thaler werden auf den Lebensunterhalt und wie viel auf das Vergnügen verwandt? Wie verhalten sich beide Summen? Wie das Geld für das Vergnügen zum Gelde für die Armen? Welcher Theil vom Ganzen sind die 48 Thlr.? ($\frac{4}{15}$)

β. Jemand hatte ein Einkommen von 180 Thlr. Davon brauchte er $\frac{2}{3}$ zu seinem Lebensunterhalte, und $\frac{1}{15}$ zu seinem Vergnügen. Das Uebrige bestimmte er für die Armen Wie viel war das?

γ. Jemand hatte ein jährliches Einkommen von 180 Thalern, wovon er $\frac{2}{3}$ zu seinem Lebensunterhalte brauchte, und 48 Thalern den Armen gab. Wie viel vom Ganzen konnte er auf sein Vergnügen verwenden?