Universitätsbibliothek Paderborn

Leonh. Eulers, ... Theorie der Planeten und Cometen

Euler, Leonhard

Wien, 1781

Von der Bewegung der Planeten, und Cometen um die Sonne.

urn:nbn:de:hbz:466:1-48565

Von der Bewegung der Planeten, und Cometen um die Sonne.

§. 1.

Wenn wir die Gesetze genauer betrachten, nach welchen die Planeten sowohl, als Cometen sich um die Sonne bewegen, so zeigt sich, daß die Laufbahnen dieser letzteren nicht allein durch Ellypsen, sondern durch alle Gattungen der Kegelschnitte können vorgestellet werden. Dann Planeten und Cometen unterscheiden sich allein durch die Gestalt ihrer Laufbahn, durch welche, wenn sie eine nicht sehr vom Kreise abweichende Ellypse ist, der Körper, der selbe beschreibt den Namen eines **Planeten** erhält, wäre sie aber eine sehr eccentrische Ellypse, oder eine Parabel, oder Hyperbel, so wird der Körper ein **Comet** genennet. Beede Gattungen der Himmelskörper befolgen in ihrem Laufe die nämlichen Gesetze der Bewegung. Die Zeiten, in welchen sie bestimmte Theile ihrer Bahnen abmeßen, sind durchgehends im geraden Verhältniße der um die Sonne beschriebenen Flächen, und im umgekehrten cubischen der Parametern, und die Sonne wird für unbeweglich in einem Brennpunkte angenommen. Aus diesem Gesetze kann nicht allein die Bewegung der **Planeten** und **Cometen** in **Parabeln**, **Ellypsen** oder **Hyperbeln** bestimmet, sondern auch die Laufbahn selbst durch einige Beobachtungen gefunden werden.

§. 2. Aus eben dieser Quelle hat man auch die astronomischen Tafeln für die Bewegung der Planeten hergeleitet, durch deren Hülfe die **wahre Anomalie**, aus der mittle-

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

ren oder umgekehrt gefunden wird, welche Methode aber nur für **ellyptische**, vom **Cirkel** nicht sehr abweichende Bahnen zu gebrauchen ist. Wenn wir also diese Theorie allgemein festsetzen, und auf die Bewegung der Cometen in Hyperbeln anwenden wollen, so müßen wir, von der gewöhnlichen Art das wechselseitige Verhältniß der **wahren** und **mittleren** Anomalie zu bestimmen, abweichen, und einen anderen Weg einschlagen. Dann die gewöhnliche Methode hat diesen Fehler, daß die **Anomalien** von der **Sonnenferne** gerechnet werden: welches nur bey Ellypsen möglich, bey Parabeln aber, und Hyperbeln unmöglich ist, weil sie keine **Aphelien** haben. Diesem Uebel nun könnte abgeholfen werden, wenn die **Anomalien** von der **Sonnennähe** (perihelio) gezählet würden, welches bey allen Gattungen krummlinigter Bahnen wohl angienge. Ferners, dürfte man auch die auf gewöhnliche Art bestimmten **mittleren Anomalien** nicht gebrauchen, weil hiezu die periodische Umlaufszeit erfodert wird, welche bey **Parabeln**, und **Ellypsen** nicht Platz findet. Anstatt also der **mittleren Anomalie**, werde ich jene Zeit gebrauchen, zu welcher der Körper im Perihelio sich befindet, und die **wahre Anomalie** wird mir dessen **heliocentrische Entfernung** von der **Sonnennähe**. Nach diesen Voraussetzungen will ich folgende Aufgaben auflösen, durch welche die Natur der himmlischen Bewegungen sowohl theoretisch erkennet, als auch richtig in der Praktik angewendet werden kann.

Aufgabe I.

§. 3. Aus der gegebenen Fläche, die ein Comet, oder Planet in bestimmter Zeit, um die Sonne beschrieben hat, den Parameter seiner Laufbahn finden?

Auflösung.

Da hier Größen von verschiedener Art, nämlich **Zeiten** und **Flächen** vorkommen, so müßen beyde nach einem gewißen und beständigen Maaß ausgedrückt werden. Setzen wir also die mittlere Distanz der Sonne von der Erde 100000 so sind alle übrigen Größen, in diesen Theilen anzunehmen, und der gesuchte Parameter ist ebenfalls in dieser Einheit auszudrücken; ich setze ferners, daß die um die Sonne beschriebene Fläche in solchen quadrat Theilen gegeben wird, deren 100000 die halbe Achse der Erdbahn ausmachen. Es sey also, die auf solche Art bestimmte Fläche des Himmelskörpers $= A$, und b sey der halbe Parameter, oder die in dem Brennpunkt senkrechte Ordinate; die Zeit wollen wir künftig immer durch natürliche Täge, und Decimalien der mittleren Zeit angeben, und hier sey die Zeit in welcher die Fläche T um die Sonne beschrieben wird $= T$, auf diese Art wären also die Grössen A, b und T dieser Aufgabe, in absoluten Zahlen ausgedrückt. Da nun nach den Gesetzen der um die Sonne laufenden Himmelskörper, die Zeit T mit der durch $\sqrt{b}$ getheilten Fläche A proportional ist, so wird $\frac{A}{T\sqrt{b}} =$ einer beständigen Zahl, die ich m nenne; so daß $T = \frac{A}{m\sqrt{b}}$, oder $\sqrt{b} = \frac{A}{mT}$ und $b = \frac{A^2}{m^2 T^2}$, wäre nun die Zahl m bekannt, so wäre das Problem aufgelöset, weil alsdenn der halbe Parameter b in solchen

Grö-

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Größen gefunden würde, deren 100000 der mittleren Distanz der Sonne von der Erde gleich sind. Diese Zahl m zu finden, betrachten wir einen bereits bekannten Fall. Da schon bewußt ist, daß die Erde in Zeit eines Sternen-Jahres, oder in 365 Tägen, 6^h. $8'$. $30''$ um die Sonne lauft, wenn wir setzen $T = 365, 256$; $A =$ der Fläche der ganzen Erdbahn, und $b =$ dem halben Parameter dieser Bahn, so wird der Bruch $\frac{A}{T\sqrt{b}}$ den wahren Werth von m geben. Es sey also die halbe Zwerchachse der Erdbahn $= c = 100000$, so wird ihre conjugirte seyn: $= \sqrt{bc}$; ist nun $1 : \pi$ das Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie des Cirkels, so daß $\pi = 3,14159265$, so wird die Cirkelfläche deren Radius c gleich seyn πc^2, die sich also zur Fläche der Erdbahn verhält, wie c zu $\sqrt{bc}$; daher die Area der Erdbahn $A = \pi c\sqrt{bc}$, und folglich $m = \frac{A}{T\sqrt{b}} = \frac{\pi c\sqrt{c}}{T}$, welches anzeigt, daß m durch bekannte Zahlen, als $\pi = 3, 14149265$; $c = 100000$; und $T = 365, 256$ gegeben wird. Durch Logarithmen ist:

$$
\begin{array}{rcl}
l\pi & = & 0, 4971498727 \\
lc\sqrt{c} & = & 7, 5000000000 \\
\hline
 & & 7, 9971498727 \\
-\,LT & = & -\,2, 5625973588 \\
\hline
Lm & = & 5, 4345525139
\end{array}
$$

also $m = 271989, 735$, hieraus also ist der Parameter von was immer für einer, um die Sonne beschriebenen Laufbahn $= 2b = \frac{2A^2}{m^2T^2}$.

1. Folgerung.

§. 4. Aus der bekannten Fläche, die der Comet in gegebener Zeit um die Sonne beschreibt, kann der Parameter von dessen Laufbahn also gefunden werden: daß dessen Verhältniß zur mittleren Distanz der Sonne von der Erde angegeben wird.

2. Folgerung.

§. 5 Sollte aber der Parameter, den wir $2b$ nennen, schon bekannt seyn, so ließe sich hieraus die Zeit finden, in welcher eine bestimmte Fläche der ganzen Bahn um die Sonne durchloffen wird; dann es heiße diese Fläche A, so ist die Zeit $T = \frac{A}{m\sqrt{b}}$ Täge: wenn nur, (was immer zu beobachten ist) die Längen in solchen Theilen ausgedrückt werden, deren 100000 die halbe Erdbahn ausmachen, und wenn $m = 271989, 735$.

 3. Folg-

3. Folgerung.

§. 6. Umgekehrt also, kann aus dem Parameter $2b$ die Fläche gesucht werden, welche der Planet, oder Comet in der Zeit T um die Sonne beschreibt: dann in der Zeit T (wenn sie in Tägen gegeben ist,) wird die Fläche seyn: $A = mT\sqrt{b}$.

2. Aufgabe. Fig. 1.

§. 7. Aus der Entfernung des Scheitels vom Brennpunkte AS, und dem Parameter, dessen Hälfte BS, in dem Kegelschnitte ABM das Verhältniß finden, welches zwischen der Distanz jeden Punktes M vom Brennpunkte S und der wahren Anomalie, oder dem Winkel ASM ist.

Auflösung.

Es seye gegeben die Entfernung AS des Scheitels vom Brennpunkte, oder in Planeten, und Cometen Bahnen, die perihelische Distanz von der Sonne S, nämlich $AS = a$ und der halbe Parameter, das ist die Ordinante $BS = b$. Es giebt also die verlängerte Linie AS die Axe des Kegelschnittes an, auf welche aus M das Loth MP falle. Aus der Natur der Kegelschnitte ist die Distanz $MS = a + \frac{(b-a)}{a} . AP$. Da aber $AP = a + PS$; so ist, wenn $MS = y$ und ASM oder die wahre Anomalie $= v$, und der Sinus totus $= 1$; $\cos. v = \frac{-PS}{MS} = \frac{-PS}{y}$, also $PS = -y \cos. v$ und $AP = a - y \cos. v$; setzt man diesen Werth in obigen Ausdruck, so ist: $MS = y = a + \frac{(b-a)}{a} . (a - y \cos. v) = b - \frac{(b-a)\, y \cos. v}{a}$; hieraus also kömmt: $\cos. v = \frac{a\,(b-y)}{y\,(b-a)}$ und $y = \frac{ab}{a + (b-a)\cos. v}$. Folglich ist aus der wahren Anomalie v die Distanz y des Planeten oder Cometen von der Sonne, und umgekehrt jene aus dieser zu finden.

1. Folgerung.

§. 8. Wenn die wahre Anomalie ASM verschwindet, oder $v = o$ so ist $\cos. v = 1$. und die Distanz von der Sonne $y = a$. daß heißt: wenn der Punkt M in A fällt, so wird $MS\ (y) = AS\ (a)$ Eben so, wenn $ASM = v = 90°$, ist $\cos. v. = o$ und $y = b$, welches klar ist, weil M in B fällt.

2. Folgerung.

§. 9. Setzen wir $v = 180°$, so bedeutet y die Entfernung im Aphelio von der Sonne; es wird aber diese Distanz seyn: $\frac{ab}{2a - b}$, weil $\cos. v = -1$. Setzet man zu dieser die perihelische Entfernung $= a$ von der Sonne, so kömmt die Zwerchachse der Bahn $= \frac{2a^2}{2a - b}$; woraus der Abstand des Brennpunktes vom Mittelpunkt $= \frac{a(b-a)}{2a-b}$; und die Eccentrizität $= \frac{b-a}{a}$.

3. Folgerung.

§. 10. Wenn also $b = a$; so wird aus dem Kegelschnitte ein Cirkel, dessen Mittelpunkt in S und dessen Radius AS $= a$. Wenn aber $b > a$, so ist die Linie eine Ellypse, bis daß $b = 2a$, in welchem Fall eine Parabel entstehet, weil die Zwerchachse $\frac{2a^2}{2a - b}$ unendlich wird. Sollte aber $b > 2a$, so wird die Zwerchachse verneinend, und die krumme Linie eine Hyperbel.

4. Folgerung.

§. 11. Wäre $b > a$, so entstünde immer eine Ellypse, dessen entfernter Scheittelpunkt in A ist, und also die Sonnenferne vorstellte; der entgegengesetzte Punkt also der Laufbahn wäre die Sonnennähe, dessen Distanz vom Brennpunkte S seyn wird $= \frac{ab}{2a-b}$ welche kleiner ist als a wenn $b < a$.

3. Aufgabe. Fig. 2.

§. 12. Aus zwo gegebenen Entfernungen von der Sonne FS; GS, dem eingeschlossenen Winkel FSG, und dem bekannten Parameter die ganze Laufbahn bestimmen.

Auflösung.

Der halbe Parameter sey $= b$. Ferners FS $= f$, GS $= g$, und FSG $= \varphi$, welche drey Größen gegeben sind; aus den zu suchenden heiße die Entfernung AS, a, die Anomalie ASF $= v$, so ist ASG $= v + \varphi$; es giebt also vorhergehende Aufgabe zwo Gleichungen; nämlich:

$$SF = f = \frac{ab}{a + (b-a)\,\text{cos.}\,v} \text{ und } SG = g = \frac{ab}{a + (b-a)\,\text{cos.}\,(v+\varphi)},$$

hieraus entstehet für a ein gedoppelter Werth als:

$$a = \frac{bf\,\text{cos.}\,v}{b - f + f\,\text{cos.}\,v} = \frac{bg\,\text{cos.}\,(v+\varphi)}{b - g + g\,\text{cos.}\,(v+\varphi)},$$ wenn beede einander gleich gesetzet werden, erhalten wir:

$$(b-g)\,f\,\text{cos.}\,v = (b-f)\,g\,\text{cos.}\,(v+\varphi) = (b-f)\,g\,(\text{cos.}\,v\,\text{cos.}\,\varphi - \text{sin.}\,v\,\text{sin.}\,\varphi)$$ also:

$\frac{(b-g)f}{(b-f)g} = \text{cos}.\ \phi - \text{tang}.\ v\ \text{sin}.\ \phi$, aus welcher Gleichung die Anomalie v durch blos bekannte Größen gefunden wird als: $\text{tang}.\ v = \text{cos}.\ \phi - \frac{(b-g)f}{(b-f)g\ \text{sin}.\ \phi}$, oder $\text{tang}.\ v = \frac{(b-f)g\ \text{cos}.\ \phi - (b-g)f}{(b-f)g\ \text{sin}.\ \phi}$. Aus dem Winkel $ASF = v$ folgt die perihelische Entfernung $AS = a = \frac{bf\ \text{cos}.\ v}{b - f + f\ \text{cos}.\ v}$; und aus $AS = a$, nebst dem halben Parameter b, kann die Bahn AFG durch vorhergehende Aufgabe bestimmet werden.

1. Folgerung.

§. 13. Wenn also die Fläche ASG und die Zeit gegeben sind, in welcher ein Comet, oder Planet den Raum FG durchlauft, so wird durch das erste Problem der Parameter gefunden, und folglich hieraus die ganze Bahn AFG bestimmet.

2. Folgerung.

§. 14. Erstlich wird aus dem halbem Parameter b nebst den Entfernungen $FS = f$, $GS = g$, und dem Winkel $FSG = \phi$ die Lage der Achse AS aus dem Winkel $ASF = v$ gefunden, dann $\text{tang}.\ v = \text{cot}.\ \phi - \frac{(b-g)f}{(b-f)g\ \text{sin}.\ \phi}$, und aus dem Winkel v ist $AS = a = \frac{bf\ \text{cos}.\ v}{b - f + f\ \text{cos}.\ v}$.

3. Folgerung.

§. 15. Aus der Natur der Kegelschnitte erhellet, daß wenn in A das Perihelium der Laufbahn ist, jene aus den Linien FS; GS dem Perihelio am nächsten sey, welche die kürzeste ist, weil also oft ungewiß scheinet, welche aus den Linien FS, GS mit f sollte bezeichnet werden, so wollen wir immer der kürzeren diese Benennung beylegen.

4. Folgerung.

§. 16. Sollte die Tangente der Anomalie v verneinet gefunden werden, so würde dieses anzeigen, daß entweder der Winkel ASF größer als 90°, (obgleich kleiner, als zwey rechte Winkel,) oder daß er negativ seye, und also das Perihelium zwischen der Orte F und G falle. Weil also die Lage des Perihelium A zweifelhaft ist, und zwischen zween gerade entgegen gesetzten Punkte fällt, so wird jene die wahre seyn, welche der kürzeren Distanz F näher kömmt, die andere aber wird den Punkt der Sonnenferne angeben.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

4. Aufgabe. Fig. 3.

§. 17. Aus der gegebenen Laufbahne AM eines Himmelskörpers,, die Zeit finden, in welcher jede beliebige wahre Anomalie ASM beschrieben wird.

Auflösung.

Es sey die Entfernung AS im Perihelio $= a$ der halbe Parameter $= b$, die wahre Anomalie ASM $= v$, und die Entfernung SM $= y$ so ist $y = \frac{ab}{a + b(b - a) \text{ cos. } v}$ oder cos. $v = \frac{a\ (b - y)}{y\ (b - a)}$. Ferners sey die Fläche ASM $=$ A, so ist nach der ersten Aufgabe, die Zeit, in welcher der Bogen AM beschrieben wird $= \frac{A}{m\sqrt{b}}$ Täge, diese Zeit zu bestimmen müssen wir also die Fläche ASM kennen. Man nehme das Element Mm, und ziehe Sm, so wird der Winkel MS$m = dv$; die Fläche des Dreyeckes MS$m = \frac{1}{2}\ y^2 dv$, also $A = \frac{1}{2}\int y^2 dv$, setzet man statt y dessen Werth, so ist $A = \frac{1}{2}\int\frac{a^2 b^2 dv}{(a + (b - a) \text{ cos. } v)^2}$.

Um diese Formel integriren zu können, seye tang. $\frac{1}{2}$ ASM $=$ tang. $\frac{1}{2}v = t$; so ist $dv = \frac{2dt}{1 + tt}$, und cos. $v = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$; dieses substituirt, giebt: $A = \int\frac{a^2 b^2\, dt\, (1 + t^2)}{[b + (2a - b)\ t^2]^2}$.

Es sey $A = \frac{\alpha t}{b + (2a - b)\ t^2} + \beta\int\frac{dt}{b + (2a - b)\ t^2}$, nach angestellter Vergleichung ist $\alpha + \beta = a^2 b$; und $\beta - \alpha = \frac{a^2 b^2}{2a - b}$, also: $\alpha = \frac{-a^2 b\,(b - a)}{2a - b}$ und $\beta = \frac{a^3 b}{2a - b}$; woraus die Area $A = \frac{a^3 b}{(2a - b)}\int\frac{dt}{b + (2a - b) t^2} - \frac{a^2 b\,(b - a)\,t}{(2a - b)(b + (2a - b) t^2}$. Für das Integrale dieser Gleichung, giebt es vier Fälle: der erste ist:

I. Wenn $b = a$. wo die krumme Linie ein Cirkel wird, welcher Fall sehr leicht, aus der ersten Formel aufgelöst wird: welche giebt: $A = \frac{1}{2}\int a^2 dv = \frac{1}{2}a^2 v$; oder, wenn man den Ausdruck durch t verlangte, weil $v = 2A$ tang. t; so wäre die Fläche $A = a^2$ Bog. tang. t.

II. Wenn $b > a$ doch so, daß $b < 2a$, so entstünde eine Ellypse, und da wird, wie wir schon sahen: $A = \frac{a^3 b}{2a - b}\int\frac{dt}{b + (2a - b) t^2} - \frac{a^2 b\,(b - a)\,t}{(2a - b)(b + (2a - b) t^2}$. Es ist aber $\int\frac{dt}{b + (2a - b)\ t^2} = \frac{1}{\sqrt{(b\ (2a - b))}}$. Bogen tang. $t\frac{\sqrt{(2a - b)}}{(b)} = \frac{1}{\sqrt{(b(2a - b))}}$

B. sin.

$\mathfrak{B}.\ \sin.\ t\ \frac{\sqrt{(2a-b))}}{\sqrt{(b+(2a-b)t^2)}} = \frac{1.}{\sqrt{(b(2a-b))}}\ \mathfrak{B}.\ \mathrm{Cos.}\ \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(b+(2a-b)t^2)}}$; hieraus wird: $\int \frac{dt}{b+(2a-b)t^2} = \frac{1}{2\sqrt{b(2a-b)}}\ \mathfrak{B}.\ \mathrm{Sin.}\ \frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}$ es entstehen also folgende Ausdrücke für die Fläche A nämlich:

$$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{(2a-b)\sqrt{(2a-b)}}\ \mathfrak{B}.\ \mathrm{tang.}\ t\ \frac{\sqrt{(2a-b)}}{(b)} - \frac{a^2b\ (b-a)t}{(2a-b)\ (b+(2a-b)t^2)}$$

oder: $A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(2a-b)\sqrt{(2a-b)}}\ \mathfrak{B}\ \sin.\ \frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2} - \frac{a^2\ (b-a)\sqrt{b}}{2\ (2a-b\sqrt{(2a-b)}}.$
$\frac{2t\sqrt{b.(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}$. oder auch:

$$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(2a-b)\sqrt{2a-b}}\left(\mathfrak{B}.\ \sin.\frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2} - \frac{(b-a)}{a}.\frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}\right).$$

III. Wenn $b = 2a$, so entstehet eine Parabel und aus obiger Gleichung ist:

$A = \int a^2dt\ (1+t^2) = a^2\ (t+\frac{1}{3}t^3)$, in welchem einzigen Falle, die Area eines algebraischen Ausdruckes fähig ist.

IV. Wenn endlich $b > 2a$, so ist die Laufbahn eine Hyperbel, und man findet:
$A = \frac{a^2b\ (b-a)t}{(b-2a)\ (b-(2b-2a)t^2)} - \frac{a^3b}{b-2a} \int \frac{dt}{b-(b-2a)t^2}$. Das Integrale hängt von Logarithmen ab, und es ist: $\int \frac{dt}{b-(b-2a)t^2} = \frac{1.}{2\sqrt{b(b-2a)}}$
$\mathrm{Log.}\left(\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}}\right)$; hieraus also findet man die Area

$$A = \frac{a^2b(b-a)t}{(b-2a)(b-(b-2a)t^2)} - \frac{a^3\sqrt{b}}{2(b-2a)\sqrt{(b-2a)}}\mathrm{Log.}\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}},$$ oder:

$$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(b-2a)\sqrt{b-2a}}\ \frac{(b-a)}{a}.\frac{2t\sqrt{b(b-2a)}}{b-(b-2a)t^2} - \mathrm{Log.}\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}}.$$

Wenn also, in einem dieser vier Fälle die Fläche ASM $=$ A gefunden wird, so ist die Zeit in welcher sie beschrieben worden $= \frac{A}{m\sqrt{b}}$, welcher Ausdruck die Täge giebt, wenn $m = 271989/735$, und sowohl A, als b die von mir anverlangte Abmeßung haben.

1. Folgerung.

§. 18. Wenn also die Bahn ein Cirkel ist, so wird die Zeit, in welcher der Winkel ASM $= v$ beschrieben wird $= \frac{av\sqrt{a}}{2m}$, weil $b = a$: welches aus der gleichförmigen Bewegung von sich selbst folget. Weil übrigens der Cirkel kein Perihelium hat, so kann man sich hier, der **wahren Anomalie** nur uneigentlich bedienen.

2. Folgerung.

§. 19. Ist die Bahn eine Ellypse, so suche man, um die Fläche A bequemer auszudrücken, den Winkel ω so, daß, tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$; tang. $\frac{1}{2}v = t\frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$.
Aus diesen Winkel ω ergiebt sich die Fläche A $= \frac{a^3\sqrt{b}}{2(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\text{ sin. }\omega\right)$
und die Zeit von AM $= \frac{a^3}{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\text{ sin. }\omega\right)$

3. Folgerung.

§. 20. Sollte aber die Laufbahn eine Hyperbel seyn, so suche man gleichfalls den Winkel ω dessen tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$ oder $t = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(b-2a)}}$ tang. $\frac{1}{2}\omega$. Hieraus wird die Fläche ASM $=$ A $= \frac{a^3\sqrt{b}}{2(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{(b-a)}{a}\text{ tang. }\omega - \text{Log. tang. }(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$
und folglich die Zeit von AM $= \frac{a^3}{2m(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{(b-a)}{a}\text{ tang. }\omega - \text{L tang. }(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$

4. Folgerung.

§. 21. Es ist klar, daß der durch Integriren gefundene Logarithme von tang. $(45 + \frac{1}{2}\omega)$ zu den hyperbolischen gehöre, wenn der Sinus totus $= 1$. In Abgang solcher Logarithmen Tafeln, nehme man den Logarithmus von tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ aus den gemeinen Tafeln, ziehe von dessen Charakteristick 10 ab, vielfältige den Rest mit 2, 302585092994, und das Produkt wird der hyperbolische Logarithme seyn von tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$; wo noch zu merken, daß 0, 3622156886 der Logarithme der Zahl, 2, 30258509 sey.

1. Zusatz.

§. 22. Eben dieser logarithmische Ausdruck L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ findet sich in der **Hydrographie**, wenn man nämlich in einer Seecharte nach der Angabe des **Merkator**, jene **zunehmende Breite** verlangt, welche der Breite ω auf der Oberfläche der Erde entspricht, wo man sodann aus den Seetafeln, die jede Grade der **zunehmenden Breiten** enthalten,

den

den Werth von L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ nehmen kann. Uebrigens läßt sich auch ohne ihnen die Berechnung leicht führen. Dann es sey L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega) = X$; man suche also in den gemeinen Logarithmen Tafeln L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$, und ziehe hievon ab den Logarithmus der Tangente von 45°, oder 10, 00000, der Rest heißt R, so ist $X = 2,302585092994 \cdot R$, oder in Logarithmen: $LX = L\,R + 0,3622156886$, woraus der Werth von $X = $ L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ durch die gemeinen Tafeln leicht gefunden wird. Es sey zum Beyspiel, der Winkel $\omega = 37^\circ.\ 22'.\ 40''$, so ist $\frac{1}{2}\omega = 18^\circ.\ 41'.\ 20''$, und $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega) = 63^\circ.\ 41'.\ 20''$. aus den Tafeln ist:

$$
\begin{array}{lcl}
\text{L tang. } (45^\circ + \frac{1}{2}\omega) & = & +\ 10,\ 3058582068 \\
-\ \text{L tang. } 45^\circ & = & -\ 10,\ ------0 \\
\hline
R & = & +\ 0,\ 3058582068 \\
L.\ R & = & 9,\ 4855201380 \\
 & + & 0,\ 3622156886 \\
\hline
L\,X & = & 9,\ 8477358266 \\
X & = & 0,\ 7042645474.
\end{array}
$$

2. Zusatz.

§. 23. Was die in der Ellypse anzugebende Zeit betrift, ist zu merken, daß der Bogen, oder Winkel ω, nicht wie gewöhnlich in Graden und Minuten, sondern in Theilen des Radius = 1 müße ausgedrückt werden. So, wann $\omega = 180$, so wäre statt ω die Länge des halben Umkreises 3, 1415926535 zu setzen. Auf diese Art läßt sich jeder Winkel in Decimaltheilen des Radius = 1 angeben; dann man verwandle den Bogen ω in Secunden, und es sey $\omega = n''$, so ist klar, weil $180^\circ = 648000''$, daß man setzen müße: $648000'' : 3,\ 1415926535 = n''$: zu den Werth von ω also:

$$\omega = \frac{3,\ 1415926535}{648000''} \cdot n, \quad \text{weil nun: } \begin{array}{rl} L.\ 648000 = & 5,\ 8115750059 \\ -\ L\ 3,\ 14159\ \&c. = & -\ 0,\ 4971498727 \\ \hline & 5,\ 3144251332 \end{array}$$

von dem Logarithmus n werde abgezogen 5, 3144251332, so wird der Rest den Logarithmus von ω in Decimaltheilen des Radius angeben. Man kann auch zu den Logarithmus von n die Zahl 4, 6855748668 addiren, vermindere die Charakteristik der Summe um 10, so ist der Rest gleichfalls der Logarithmus des Winkels ω.

5. Aufgabe Fig. 2.

§. 24. Aus zween Entfernungen FS. GS von der Sonne, dem Winkel FSG und der Zeit in welcher der Bogen FG beschrieben wird; den Parameter der Bahn finden, und hieraus die ganze Bahn bestimmen, in der Voraussetzung daß FSG sehr klein seye.

Auf-

7

Auflösung.

Es sey FS $=$ F; GS $=$ G, und FSG $= \varphi$; wegen dessen kleinem Werthe, der Bogen FG nicht viel von einer geraden Linie abweichen wird, woraus sich also die Area FSG als ein geradliniges Dreyeck betrachten läßt, und folglich seyn wird $= \frac{1}{2}$ FG sin. φ; weil sie aber doch wegen der Krümmung des Bogens FG etwas größer seyn möchte, so nehme man den Ausdruck $\frac{1}{2} fg \sin. \varphi$, welcher im Falle einer cirkulären Bahn die wahre Fläche angiebt. Um aber diese Area genauer zu bestimmen, seye FS $= y$ GS $= z$ und ASF $= v$; ferners die Fläche ASF $=$ F und die Fläche ASG $=$ G so ist wegen ASG $= v + \varphi$, die Area F $= \frac{1}{2} \int y^2 dv$ und G $= \frac{1}{2} \int z^2 dv$. Die perihelische Sonnenferne AS sey a, und der halbe Parameter $= b$, so ist: $y = \frac{ab}{a + (b-a)\cos. v}$ und $z = \frac{ab}{a + (b-a)\cos. (v+\varphi)}$; hieraus $dy = \frac{ab(b-a)\,dv \sin. v}{(a+(b-a)\cos. v)^2} = \frac{(b-a)y^2\,dv \sin. v}{ab}$, folglich $\frac{dy}{dv} = \frac{(b-a)y^2 \sin. v}{ab}$

Da nun aus y entstehet z, wenn statt v geschrieben wird $(v+\varphi)$, so ist $z = y + \frac{\varphi dy}{dv} + \frac{\varphi^2 d^2y}{2dv^2} + \frac{\varphi^3 d^3y}{6dv^3} +$ &c. wo dv beständig ist. Eben so entstehet aus der Fläche F die Fläche G, wenn statt v geschrieben wird $(v+\varphi)$ so ist G $=$ F $+ \frac{\varphi d\mathrm{F}}{dv} + \frac{\varphi^2 d^2\mathrm{F}}{2dv^2} + \frac{\varphi^3 d^3\mathrm{F}}{6dv^3} +$ &c. also die gesuchte Fläche FSG $=$ G $-$ F $= \frac{\varphi d\mathrm{F}}{dv} + \frac{\varphi^2 d^2\mathrm{F}}{2dv^2} + \frac{\varphi^3 d^3\mathrm{F}}{6dv^3} +$ &c. und weil F $= \frac{1}{2}\int y^2 dv$, so ist: $\frac{d\mathrm{F}}{dv} = \frac{1}{2}y^2$; hieraus also: $\frac{d^2\mathrm{F}}{dv^2} = \frac{ydy}{dv}$; $\frac{d^3\mathrm{F}}{dv^3} = \frac{yd^2y + dy^2}{dv^2}$; $\frac{d^4\mathrm{F}}{dv^4} = \frac{yd^3y + 3dyd^2y}{dv^3}$; $\frac{d^5\mathrm{F}}{dv^5} = \frac{yd^4y + 4dyd^3y + 3d^2y^2}{dv^4}$ &c. Aus diesem folgt: G$-$F $= \frac{1}{2}y^2\varphi + \frac{\varphi^2 ydy}{2dv} + \frac{\varphi^3(yd^2y + dy^2)}{6dv^2} + \frac{\varphi^4(yd^3y + 3dyd^2y)}{24dv^3}$; es ist aber $\frac{1}{2}yz\varphi = \frac{1}{2}y^2\varphi + \frac{\varphi^2 ydy}{2dv} + \frac{\varphi^3 yd^2y}{4dv^2} + \frac{\varphi^4 yd^3y}{12dv^3} +$ &c. zieht man hievon den Werth von $\frac{1}{2}yz\varphi$ ab, so bleibt: G$-$F$= \frac{1}{2}\varphi yz + \frac{\varphi^3(2dy^2 - yd^2y)}{12dv^2} + \frac{\varphi^4(3dyd^2y - yd^3y)}{24dv^3} + \frac{\varphi^5(6d^2y^2 + 8dyd^3y - 3yd^4y)}{24vdv^4}$ $+$ &c. weil nun $\frac{dy}{dv} = \frac{(b-a)y^2 \cos. v}{ab}$; so ist $\frac{d^2y}{dv^2} = \frac{(b-a)y^2 \cos. v}{ab} + \frac{2(b-a)ydy \sin. v}{ab\;dv} = \frac{(b-a)y^2 \cos. v}{ab} + \frac{2(b-a)^2 y^3 \sin. v}{a^2b^2}$; und $\frac{d^3y}{dv^3} = -\frac{(b-a)y^2 \sin. v}{ab} + 6\frac{(b-a)^2 y^3 \sin. v \cos. v}{a^2b^2} + \frac{b(b-a)^3 y^4 \sin.^3 v}{a^3b^3}$; endlich $\frac{d^4y}{dv^4} = -\frac{(b-a)y^2 \cos. v}{ab} - \frac{8(b-a)^2 y^3 \sin.^2 v}{a^2b^2} +$

 6(b

$\frac{6(b-a)^2y^3\cos. v}{a^2\,b^2} + \frac{3b(b-a)^3y^4\sin.^2 v\cos. v}{a^3\,b^3} + \frac{24(b-a)^4y^4\sin.^4 v}{a^4\,b^4} +$ &c. Aus diesen Ausdrücken folgt, daß: $\frac{2dy^2-yd^2y}{dv^2} = -\frac{(b-a)y^3\cos. v}{a\,b}$; $\frac{3\,dyd^2y - yd^3y}{dv^3} = \frac{(b-a)y^3\sin. v}{ab} - \frac{3(b-a)^2y^4\sin. v\cos. v}{a^2b^2}$; $\frac{6d^2y^2+8dyd^3y-3yd^4y}{dv^4} = \frac{3(b-a)y^3\cos. v}{ab} + \frac{4(b-a)^2y^4(4\sin.^2 v - 3\cos.^2 v)}{a^2\,b^2} - \frac{36(b-a)^3y^5\sin.^2 v\cos. v}{a^3b^3}$. Es wird also die Fläche $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3(b-a)y^3\cos. v}{12ab} + \frac{\varphi^4(b-a)y^5\sin. v}{24a^2b^2} - \frac{\varphi^4(b-a)^2y^4\sin.\cos. v}{8a^2b^2} + \frac{\varphi^5(b-a)y^3\cos. v}{80ab} + \frac{\varphi^5(b-a)^2y^4\sin.^2 v}{15a^2b^2} - \frac{\varphi^5(b-a)^2y^4\cos.^2 v}{20a^2b^2} - \frac{3\varphi^5(b-a)^3y^5\sin.^2 v\cos. v}{20a^3b^3} +$ &c. hieraus ist $z = y + \frac{\varphi(b-a)y^2\sin. v}{ab} + \frac{\varphi^2(b-a)y^2\cos. v}{2ab} + \frac{\varphi^2(b-a)^2y^3\sin.^2 v}{a^2b^2}$. Da nun $\cos. v = \frac{a(b-y)}{y(b-a)}$ und $\cos.(v+\varphi) = \cos. v\cos.\varphi - \sin. v\sin.\varphi = \frac{a(b-z)}{z(b-a)}$; so ist $\sin. v = \frac{a(b-y)}{y(b-a)}\cot.\varphi - \frac{a(b-z)}{z(b-a)}\text{cosec.}\,2\varphi$. Man setze nun den Werth von $\cos. v$, so ist $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3y^2(b-y)}{12b} + \frac{\varphi^4(b-a)y^5\sin. v}{24ab} - \frac{\varphi^4(b-a)y^3(b-y)\sin. v}{8ab^2}$, und eben so den Werth von $\sin. v$, so ist $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3y^2(b-y)}{12b} + \frac{\varphi^4}{24b^2}y^3(3y-2b).\left(\frac{b-y}{y}\cot.\varphi - \frac{(b-z)}{z}\text{cosec.}\,\varphi\right)$. Weil aber keine Ursache ist, warum nicht eben so gut z als y in diesem Ausdruck enthalten seyn sollen, so werden wir selben so einrichten, daß $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{1}{12}\varphi^3yz + \frac{\varphi^3yz\sqrt{yz}}{12b}$, mit Auslassung der übrigen Glieder. Es ist aber $\sin.\varphi = \varphi - \frac{1}{6}\varphi^3 +$ &c. also die Fläche $FSG = \frac{1}{2}yz\sin.\varphi + \frac{\varphi^3yz\sqrt{yz}}{12b}$. Nun sey die Zeit, in welcher der Bogen FG beschrieben wird $= T$; so ist $T = \frac{yz\sin.\varphi}{2m\sqrt{b}} + \frac{\varphi^3yz\sqrt{yz}}{12mb\sqrt{b}}$, wo $m = 271989,735$. Weil nun $\sin.\varphi$ nicht sehr unterschieden ist von φ, so setzen wir: $T = \frac{yz\sin.\varphi}{2m\sqrt{b}} + \frac{yz\sqrt{yz}}{12mb\sqrt{b}}\sin.^3\varphi$, und um b zu finden, mache man diese Gleichung: $\frac{\sqrt{yz}}{\sqrt{b}}$

sin.

$\text{sin.}\,\varphi = \frac{2mT}{\sqrt{yz}} + Q$, und es wird $T = T + \frac{Q\sqrt{yz}}{2m} + \frac{2m^2T^3}{3yz\sqrt{yz}}$; und hieraus: $Q = -\frac{4m^3T^2}{3y^2z^2}$. Es ist also: $\frac{\sqrt{yz}}{\sqrt{b}}\,\text{sin.}\,\varphi = \frac{2mT}{\sqrt{yz}} - \frac{4m^3T^3}{3y^2z^2}$, und $\frac{\text{sin.}\,\varphi}{\sqrt{b}} = \frac{2mT}{yz} - \frac{4m^3T^3}{3y^2z^2\sqrt{yz}}$. Folglich: $\frac{\sqrt{b}}{\text{sin.}\,\varphi} = \frac{yz}{2mT} + \frac{mT}{3\sqrt{yz}}$, und der halbe Parameter $b = \text{sin.}^2\,\varphi\left(\frac{y^2z^2}{4m^2T^2} + \frac{1}{3}\sqrt{yz}\right)$. Aus welchen die ganze Laufbahn durch die dritte Aufgabe bestimmet wird.

1. Folgerung.

§. 25. Wenn also zwo Distanzen von der Sonne FS $= f$ und GS $= g$ mit dem Winkel FSG $= \varphi$ und der Zeit T von FG gegeben sind, so ist der halbe Parameter der Laufbahn $b = \left(\frac{f^2g^2}{4m^2T^2} + \frac{1}{3}\sqrt{fg}\right)\text{sin.}^2\,\varphi$; öfters aber wird die Berechnung leichter, wenn man sucht $\sqrt{b} = \left(\frac{fg}{2mT} + \frac{mT}{3\sqrt{fg}}\right)\text{sin.}\,\varphi$.

2. Folgerung.

§. 26. Aus der Zeit T läßt sich also die Fläche FSG näher bestimmen, und um wie viel sie das geradlinigte Dreyeck FSG übertrift; dann das Segment FG, zwischen den Bogen FG, und dessen Chorde, dessen Ausdruck $= \frac{fg\sqrt{fg}}{12b}\,\text{sin.}^3\varphi = \frac{m^2T^2\,\text{sin.}\,\varphi}{3\sqrt{fg}}$, giebt den Werth dieses Ueberschusses an.

3. Folgerung.

§. 27. Aus dem halben Parameter b, giebt sich die Lage des Periheliumen A; dann wenn der Winkel ASF $= \nu$, so ist $\text{tang.}\,\nu = \text{cot.}\,\varphi - \frac{(b-g)f}{(b-f)\,\text{sin.}\,\varphi}$; hieraus also ist AS $= a = \frac{bf\,\text{cos.}\,\nu}{b - f + f\,\text{cos.}\,\nu}$.

4. Folgerung.

§. 28. Ist nun also die wahre Anomalie ASF, nebst den Linien a und b bekannt, so läßt sich die Zeit angeben, in welcher AF beschrieben wird; und wiederum aus der Zeit, wo der Himmelskörper in F gewesen ist, kann der Augenblick bestimmet werden, wo der Planet im Perihelio gewesen ist.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Zusatz.

§. 29. Diesen Augenblick zu bestimmen, muß die Methode des 4ten Problems angewendet werden, wobey es drey Fälle giebt. Im ersten wo die krumme Linie AFG eine Ellypse ist, oder wo $2a > b$, muß der Winkel ω so bestimmet werden, daß $\text{tang.}\,\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}v$, und die Zeit von AF wird seyn $= \frac{a^3}{2m\,(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\,\text{sin.}\,\omega\right)$.
Im zweyten Fall, wo AFG eine Hyperbel, oder $b > 2a$; suche man den Winkel ω so daß $\text{tang.}\,\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}v$, woraus die Zeit von AF seyn wird $\frac{a^3}{2m\,(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{b-a}{a}\,\text{tang.}\,\omega - \text{L tang.}\,(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)\right)$. Im dritten Fall ist die Linie eine Parabel, und $b = 2a$, wenn nun $t = \text{tang.}\,\frac{1}{2}v$, so ist die Zeit von AF $= \frac{a\sqrt{a}}{m\sqrt{2}}\left(t + \frac{1}{3}t^3\right)$.
So leicht aber die Berechnung in diesem Fall ist, so verworren wird sie, wenn die krumme Linie der Parabel nur nahe kommt; dann da werden sowohl $2a - b)$ als $(b - 2a)$ sehr kleine Größen, weil auch der Winkel ω sehr klein ist, und im Ausdrucke für die Zeit wird der Nenner so klein, daß der geringste Fehler in den Winkel ω, den grösten in Bestimmung der Zeit nach sich ziehet. Daher scheint es in solchen Fällen besser, die Zeit durch schickliche Annäherung auszudrücken, als in Berechnung der wahren Zeit vergebene Mühe zu verwenden.

6. Aufgabe Fig. 3.

§. 30. Wenn die Bahn des Cometen, von der Parabel nicht sonderlich abweichet, sie mag nun eine Ellypse seyn, oder eine Hyperbel, die Zeit in welcher eine beliebige wahre Anomalie ASM beschrieben wird, zu finden.

Auflösung.

Es sey wie bisher die Distanz AS $= a$. und der halbe Parameter $= b$, weil nun $2a$ und b nicht sehe unterschieden sind, setzen wir $2a - b = \delta$, so ist δ eine sehr kleine bejahte Größe im Falle einer Ellypse, bey einer Hyperbel aber verneinend. Die gegebene wahre Anomalie ASM sey $= v$, und man setze $\text{tang.}\,\frac{1}{2}v = t$, so ist, wie wir schon (§. 17.) gesehen haben, die Fläche ASM $= \int \frac{a^2 b^2 dt\,(1+t^2)}{(b+\delta t^2)^2}$; es sey nun dieses gleich $\frac{a^2 b^2 z}{b + \delta t^2}$, und weil $b + \delta = 2a$ so ist $z = \frac{t}{b} + \frac{2at^3}{3b^2} - \frac{2a\delta t^5}{15b^3} + \frac{2a\delta^2 t^7}{35\,b^4} - \frac{2a\delta^3 t^9}{63\,b^5}$ &c. also die Fläche ASM $= \frac{a^2 b}{b+\delta t^2}\left(t + \frac{2at^3}{3b} - \frac{2a\delta t^5}{15b^2} + \frac{2a\delta^2 t^7}{35\,b^3} - \frac{2a\delta^3 t^9}{63\,b^4}\,\&.\right)$.

Oder, weil $\frac{b}{b+\delta t^2} = 1 - \frac{\delta t^2}{b} + \frac{\delta^2 t^4}{b^2} - \frac{\delta^3 t^6}{b^3} + \&c.$ so ist die Fläche ASM =

$$a^2 \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{4a\delta t^5}{5b^2} + \frac{6a\delta^2 t^7}{7b^3} - \frac{8a\delta^3 t^9}{9b^4} \right.$$
$$\left. + \frac{\delta^2 t^5}{b^2} - \frac{\delta^3 t^7}{b^3} + \frac{\delta^4 t^9}{b^4} \;\&c. \right)$$

Weil nun die Zeit ausgedrückt wird, durch $\frac{\text{Area ASM}}{m\sqrt{b}}$ Täge, so ist die Zeit, in welcher die wahre Anomalie ASM $= \nu$ beschrieben worden, in Tägen: $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}} \Big(t + \frac{1}{3}t^3$

$$- \frac{4a\delta t^5}{5b^2} + \frac{6a\delta^2 t^7}{7b^3} - \frac{8a\delta^3 t^9}{9b^4}$$
$$+ \frac{\delta^2 t^5}{b^2} - \frac{\delta^3 t^7}{b^3} + \frac{\delta^4 t^9}{b^4} \;\&c. \Big)$$

Dieser Ausdruck, ob er gleich ins Unendliche fortgehet, convergiret doch sehr geschwind, wenn $\delta = 2a - b$ sehr klein angenommen wird, wie wir es gethan haben.

1. Folgerung.

§. 31. Weil $2a = b + \delta$, so setze man diesen Werth von $2a$ in der unendlichen Reihe, woraus die Zeit gefunden wird, in welcher die wahre Anomalie ASM $= \nu$ beschrieben wird, wenn also tang. $\frac{1}{2}\nu = t$, so ist diese Zeit =

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} \right.$$
$$\left. + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4} \;\&c. \right)$$

2. Folgerung.

§. 32. Weil in der Hyperbel δ verneint ist; so werden alle Glieder bejaht herauskommen, dann, wenn in diesem Falle $b - 2a = \delta$, so ist die Zeit von dem Bogen AM =

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 + \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} + \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} \right.$$
$$\left. + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} + \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4} \right)$$

3. Folgerung.

§. 33. Je kleiner der Winkel ASM ist, desto mehr nähern sich diese Reihen, sollte er aber so groß seyn, daß dessen Hälfte 45° viel übertreffe, und folglich seine Tangente um viel grösser sey, als die Einheit, so würde dieses convergiren um vieles vermindert werden. In solchen Fällen ist es besser, sich der directen Methode zu bedienen; wenn immer der Winkel

kel ω so genommen wird, daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{2a - b}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}\nu$ oder tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b - 2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}\nu$ noch eine merkliche Größe hat.

7. Aufgabe. Fig. 3.

§. 34. Wenn die Laufbahn von der Parabel nicht sehr abweichet, aus der verflossenen Zeit vor oder nach der Ankunft an das Perihelium, den wahren Ort des Cometen in seiner Bahn, das heißt: die wahre Anomalie ASM, und die Distanz von der Sonne finden.

Auflösung.

Da die Natur der Laufbahn gegeben ist, so setzen wir die Entfernung im Perihelio von der Sonne $AS = a$ den halben Parameter $= b$, und weil die Bahn der Parabel nahe kömmt, so ist $2a - b = \delta$ wo δ eine sehr kleine Größe ist; ferners sey die Zeit, vor oder nach der Ankunft an das Perihelium in Tagen ausgedrückt $= T$; die wahre Anomalie aber, die man suchet, sey $ASM = \nu$ und $t =$ tang. $\frac{1}{2}\nu$. aus vorhergehender Aufgabe haben wir diese Gleichung:

$$T = \frac{a^2}{m\sqrt{b}}\left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^2 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4}\right)$$

&c. aus welcher der Werth von t zu suchen ist. Setzen wir $\frac{mT\sqrt{b}}{a^2} = n$, so daß $n = t + \frac{1}{3}t^3$

$$- \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4};$$

und es sey Anfangs die Laufbahn parabolisch, wo $\delta = o$, so ist $n = t + \frac{1}{3}t^3$, und $t^3 + 3t - 3n = o$, die Wurzel dieser cubischen Gleichung, nach Cardans Regeln ist:

$$t = \sqrt[3]{\left(\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\left(\tfrac{9}{4}n^2 + 1\right)}\right)} - \sqrt[3]{\left(-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\left(\tfrac{9}{4}n^2 + 1\right)}\right)}$$

oder auch:

$$t = \sqrt[3]{\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{4}{9}n^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt[3]{\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}}$$

oder auch

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}} - \sqrt[3]{-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}$$

: Aus diesen Formeln also,

oder

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

oder aus den hiezu berechneten Tafeln kann der Werth von t gefunden werden, aus welchen die wahre Anomalie ASM $= v$ durch die Gleichung, tang. $\frac{1}{2}v = t$ erhalten wird. Ferners ist die Entfernung von der Sonne SM $= y = \frac{ab}{a + (b - a) \text{ cos. } v}$. Da aber in der Parabel $b = 2a$, so ist $y = \frac{2a}{1 + \text{cos. } v} = \frac{a}{\text{cos.}^2 \frac{1}{2}v}$. Und auf diese Art wird der Ort des Cometen für eine bestimmte Zeit in der Parabel gefunden.

Sollte aber die Laufbahn eine sehr eccentrische Ellypse, oder eine von der Parabel nicht sehr abweichende Hyperbel seyn, und wäre $\delta = 2a - b$ eine sehr kleine Größe, so setze man $\frac{m\text{T}\sqrt{b}}{a^2} = n$, und dann müßte folgende Gleichung aufgelöset werden.

$$n = t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3}$$
$$+ \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4}.$$

Man nehme erstlich nur die Gleichung $n = t + \frac{1}{3}t^3$, suche wie vorhin den Werth von t, und es seye $t = \theta$, so daß $n = \theta + \frac{1}{3}\theta^3$; so wird, weil δ sehr klein ist, θ dem Werthe von t am nächsten kommen. Der wahre Werth von t seye aber: $t = \theta + A\theta^3 + B\theta^5 + C\theta^7 +$ &c. so ist
$$t^3 = \theta^3 + 3A\theta^5 + 3B\theta^7$$
$$+ 3A^2\theta^7 \text{ \&c. und}$$
$t^5 = \theta^5 + 6A\theta^7$ &c. endlich $t^7 = \theta^7$ setzen wir diese Werth ein die Gleichung, so ist:

$$\begin{aligned} n = \theta + \tfrac{1}{3}\theta^3 = \theta &+ A\theta^3 + B\theta^5 + C\theta^7 \\ &+ \tfrac{1}{3}\theta^3 + A\theta^5 + B\theta^7 + \text{\&c.} \\ &- \frac{2\delta\theta^5}{5b} + A^2\theta^7 \\ &+ \frac{3\delta^2\theta^5}{5b^2} - \frac{2\delta A\theta^7}{b} \\ &+ \frac{3\delta^2 A\theta^7}{b^2} \text{ \&c.} \\ &+ \frac{3\delta^3\theta^7}{7b^2} \\ &- \frac{4\delta^3\theta^7}{7b^3}; \end{aligned}$$

werden nun wie gewöhnlich die einzelnen Glieder dem Nichts gleich gemacht, so erhalten wir: $A = o$; $B = \frac{2\delta}{5b} - \frac{3\delta^2}{5b^2}$;

$$C = -B - \frac{3\delta^2}{7b^2} + \frac{4\delta^3}{7b^3} = -\frac{2\delta}{5b} + \frac{6\delta^2}{35b^2} + \frac{4\delta^3}{7b^3} = \frac{2\delta}{b}\left(\frac{\delta}{b} + 1\right) \cdot \left(\frac{2\delta}{7b} - \frac{1}{5}\right).$$

Aus dem nahen Werthe θ von t ist nun dessen wahrer: $t = \theta + \left(\frac{2\delta}{5b} - \frac{3\delta^2}{5b^2}\right) \vartheta^5 - \left(\frac{2\delta}{5b} - \frac{6\delta^2}{35b^2} - \frac{4\delta^3}{7b^3}\right)\vartheta^7$: Endlich weil $t =$ tang. $\frac{1}{2}v$, so kennet man auch die wahre Anomalie ASM $= v$, und hieraus die Distanz von der Sonne SM $= y =$

$$\frac{ab}{a+(b-a)\ \text{cos}.\ v} = \frac{b}{1 + \frac{b-a}{a}\ \text{cos}.\ v}.$$

1. Folgerung.

§. 35. Für eine sehr lange Ellypse, wo δ eine bejahte Größe ist, wird der wahre Werth von t größer seyn, als der Werth θ, welcher in der Hypothese einer Parabel ist gefunden worden.

2. Folgerung.

§. 36. In der Hyperbel ist δ negativ, folglich der wahre Werth von t kleiner als θ; in beyden Fällen aber wird wegen der hohen Potenzen von θ der Ausdruck von t ungemein convergiren, wenn nur $\theta < 1$, welches immer geschieht, wenn die wahre Anomalie v kleiner ist als ein rechter Winkel.

Zusatz.

§. 37. Sollte nun aber die wahre Anomalie v viel größer seyn, als ein rechter Winkel, so daß δ oder t eine größere Zahl würde, als die Einheit ist, und der gefundene Ausdruck von t folglich mehr sich entfernen, als nähern müßte, dann dürfte man sich dieser Methode nicht bedienen, ausser δ wäre zufälliger Weise so äusserst klein, daß durch selbe alle Glieder ebenfalls unbeträchtlich gemacht würden. In diesen Fällen müßte der wahre Ausdruck des Verhältnisses zwischen der Zeit, und der wahren Anomalie zu Hülfe genommen, und aus selben eine Methode gesucht werden, um für jede gegebene Zeit die wahre Anomalie zu finden. Die Art dieses ins Werk zu setzen, will ich in folgenden Aufgaben weiter ausführen, damit in jedem vorkommendem Falle die Theorie könne angewendet, und durch selbe die wahre Bewegung der Cometen, sowohl als der Planeten genau bestimmet werden.

8. Aufgabe.

§. 38. Wenn die Laufbahn eine bekannte Ellypse ist, für jede gegebene Zeit vor, oder nach der Ankunft an das Perihelium, die wahre Anomalie ASM, und die Entfernung von der Sonne SM finden.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Auflösung.

Es sey die periheliſche Distanz von der Sonne $AS = a$, der halbe Parameter $= b$; so ist $2a > b$, weil wir von einer Ellypse handeln, die Zeit aber vor, oder nach der Ankunft an das Perihelium, sey in Tägen ausgedrückt $= T$. Nun setze man die gesuchte Anomalie $ASM = v$, und nehme einen anderen Winkel ω mit dieser Eigenschaft, daß $\text{tang.}\ \frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{2a-b}}{\sqrt{b}}\ \text{tang.}\ \frac{1}{2}v$, so ist nach vorhergehenden §. 19. die Zeit $T = \frac{a^3}{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega\right)$ aus welcher Gleichung der Winkel ω zu finden wäre. Man setze also $\omega - \frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega = \frac{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$, und verwandle diesen bekannten Ausdruck, $\frac{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$ in einen Cirkelbogen, dessen Radius $= 1$ auf folgende Art: man nehme den Logarithmus des Ausdruckes, $\frac{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$; addire zu diesen den Logarithmus 5, 3144251332, und die Summe giebt den Logarithmus des gesuchten Bogens in Secunden ausgedrückt. Oder auch, weil $Lm = 5{,}4345525139$, so addire man zu $L\ \frac{(2a-b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$, den Logarithmus 11, 0500076428, und die Zahl des herauskommenden Logarithmus giebt den Bogen ebenfalls in Secunden an. Dieser Winkel nun heisse u, welcher eben jener ist, den die Astronomen, die mittlere Anomalie zu nennen pflegen, und der wie nun gezeigt worden, entweder aus der gegebenen Zeit T kann gefunden, oder aus den astronomischen Tafeln genommen werden, wenn die Rede von einem Planeten ist. Im ersten Falle, wenn er in Secunden ausgedrückt wird, ist $Lu = 11{,}0500076428 + \frac{3}{2}L(2a-b) + LT - 3La$; in Ermanglung astronomischer Tafeln, ist also die mittlere Anomalie u leicht anzugeben. Man habe nun diese Anomalie u gefunden, so ist, $u = \omega - \frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega$, welche Gleichung durch einige Versuche am bequemsten aufgelöset wird, dann weil $\omega > u$, so nehme man einen Winkel für ω nach Belieben an, und berechne den Winkel $\frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega$, auf folgende Art; von $L.\frac{(b-a)}{a} + L\ \text{sin.}\ \omega$ aus den Tafeln genommen, ziehe man ab 4,6855748668, und der übrig bleibende Logarithmus giebt die Anzahl von Secunden, welche dem $\frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega$ gleich sind. Ist dieses geschehen, so wird hieraus entweder ein grösser, oder kleinerer Winkel als u ist, gefunden werden; im ersten Falle, war der angenommene Win-

Winkel ω zu groß, im zweyten zu klein, und auf diese Art wird, nach verbesserten Hypothesen der wahre Winkel ω ziemlich nahe gefunden werden. Es seye nun dieser ziemlich nahe gefundene Winkel $\omega = \varrho$ der wahre aber sey $\omega = \varrho + z$ so ist: $\sin. (\varrho + z) = \sin. \varrho + z \cos. \varrho$, folglich: $u =$

$$\varrho + z - \frac{b-a}{a} \sin. \varrho - (b-u) z \cos. \varrho,$$ hieraus aber wird $z =$

$$\frac{u - \varrho + \frac{b-a}{a} \sin. \varrho}{1 - \frac{b-a}{a} \cos. \varrho},$$ wo jedoch der Theil des Zählers $\frac{b-a}{a} \sin. \varrho$ auf oben gezeigte Art in einen Winkel zu verwandeln ist; der Nenner wird eine blosse Zahl seyn, und weil der Sinus totus $= 1$, muß die Caracteristik von L $\cos. \varrho$ um 10 vermindert werden. Auf diese Art findet man den Winkel z, welcher zu dem Winkel ϱ hinzugezählt, den wahren gesuchten Winkel ω angiebt. Sollte aber der angenommene Winkel ϱ zu viel vom wahren abweichen, so wird durch diese Methode der Werth des Winkels ω viel näher gefunden, welcher statt ϱ gesetzet, den ziemlich nahen Werth von ω angeben wird. Ist nun einmal der Winkel ω bekannt, so ergiebt sich leicht die wahre Anomalie ASM $= v$ durch die Formel $\tang. \frac{1}{2}v = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{2a-b}} \tang. \frac{1}{2}\omega$; und die Entfernung von der Sonne SM ist hieraus $= \frac{ab}{a+(b-a)\cos. v}$.

1. Folgerung.

§. 39. Der in dieser Berechnung vorkommende Coeficient $\frac{b-a}{a}$ wird die Eccentricität der Laufbahn genennet; §. 9. dessen Logarithmus ganz besonders zu bemerken ist, weil durch selben der ganze Calcul sehr erleichtert wird.

2. Folgerung.

§. 40. Aus der gegebenen Eccentricität $\frac{b-a}{a}$, läßt sich durch angeführte Methode für jede mittlere Anomalie, die entsprechende wahre bald finden, und auf solche Art werden die Equations Tafeln der Cometen oder Planeten, in ellyptischen Laufbahnen leicht berechnet.

9. Aufgabe Fig. 3.

§. 41. Wenn der Comet eine Hyperbel um die Sonne beschreibt, und die Zeit, wenn er durch das Perihelium A gegangen, bekannt ist, für jede andere gegebene Zeit dessen

Ort in der Laufbahne finden, oder die wahre Anomalie ASM, und die Entfernung von der Sonne SM berechnen.

Auflösung.

Es sey abermals die Distanz im Perihelio AS $= a$, und der halbe Parameter $= b$ so ist $b > 2a$. Die gegebene Zeit sey von jener, wo der Comet im Perihelio gewesen ist, um T Tage unterschieden. Die zu findende wahre Anomalie ASM heiße v; man nehme nun einen andern Winkel ω an, so daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{b-2a}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$

so ist nach vorigen (§. 20); $T = \frac{a^3}{2m(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{b-a}{a}\text{ tang. }\omega - \text{L tang.}(45° + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$

Setzen wir $\frac{2m(b-2a)^{\frac{3}{2}}T}{a^3} = u$, so ist u eine bekannte Größe, die mit jener analog ist, welche wir zuvor die mittlere Anomalie genennet haben: dieses u müßen wir in unserem Falle in Zahlen ausdrücken, nicht aber wie oben geschehen, in einen Winkel verkehren. Nach diesen Voraussetzungen ist also $u = \frac{b-a}{a}$ tang. ω — L tang. $(45° + \frac{1}{2}\omega)$, wo wir durch Versuche einen ziemlich nahen Werth für ω bestimmen müßen; dieser so bestimmte Werth sey der Winkel ϱ, und $\omega = \varrho + z$, so ist wegen des sehr kleinen Winkels z; tang. $\omega = \frac{\text{tang.}(\varrho + z)}{1 - z\text{ tang. }\varrho}$, oder tang. ω = tang. $\varrho + z(1 + \text{tang.}^2\varrho)$ = tang. ϱ $+ \frac{z}{\text{cos.}^2\varrho}$. Damit nun auch der Werth von L tang. $(45° + \frac{1}{2}\omega)$ gefunden werde, setzen wir L tang. $(45° + \frac{1}{2}\varrho =)$ R, so ist: L tang. $(45° + \frac{1}{2}\omega)$ jenem Werthe von R gleich, welcher herauskömmt, wenn anstatt ϱ geschrieben wird $\varrho + z$, nämlich dem Werthe $R + \frac{z dR}{d\varrho}$ Es ist aber $dR = \frac{\frac{1}{2}d\varrho}{(\text{cos.}^2(45° + \frac{1}{2}\varrho)\text{. tang.}(45° + \frac{1}{2}\varrho)} = \frac{d\varrho}{\text{cos. }\varrho}$; folglich L tang. $(45° + \frac{1}{2}\omega)$ = L tang. $(45° + \frac{1}{2}\varrho) + \frac{z}{\text{cos. }\varrho}$. Wenn dieses substituiret wird, so ist: $u = \frac{b-a}{a}\text{ tang. }\varrho + \frac{(b-a)z}{a\text{ cos.}^2\varrho} - \text{L tang.}(45° + \tfrac{1}{2}\varrho) - \frac{z}{\text{cos. }\varrho}$; woraus gefunden wird:

$$Z = \frac{u + \text{L tang.}(45° + \frac{1}{2}\varrho) - \frac{b-a}{a}\text{tang. }\varrho}{\frac{1}{\text{cos.}^2\varrho}\left(\frac{b-a}{a} - \text{cos. }\varrho\right)}$$ oder auch:

$$z = \frac{u + \text{L tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) - \frac{b-a}{a}\,\text{tang.}\,\varrho}{\frac{b-a}{a}\,\text{cos.}\,\varrho} \,.\, \text{cos.}^2\varrho.$$ So wird nun der Werth von z gefunden, wobey aber doch die oben (§. 22) für $\text{L tang.}\,(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho)$ gegebene Regel zu beobachten ist, und hat man z so muß dieses in einem Winkel auf schon gezeigte Art verwandelt werden. Nach diesen Berechnungen bekömmt man den wahren Werth des Winkels $\omega = \varrho + z$, welcher aber wieder anstatt ϱ könnte gesetzt werden, wenn man an seiner Richtigkeit zweifelte, oder die Genauigkeit noch weiters treiben wollte. Aus dem Winkel ω ergiebt sich leicht, $\text{tang.}\,\frac{1}{2}\,v = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-2a}}\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}\omega$, und folglich die wahre Anomalie $ASM = v$, aus welcher endlich die gesuchte Distanz $SM = y = \frac{ab}{a + (b-a)\,\text{cos.}\,v}$ gefunden wird.

Zusatz.

§. 42. Um diese, in der Astronomie nicht sehr gewöhnliche Berechnungsart mehr zu erläutern, setzen wir der Comet bewege sich in einer gleichseitigen Hyperbel, und seine Entfernung im Perihelio, sey der mittleren Distanz der Sonne von der Erde gleich, also $a = 100000$, woraus $b = a\,(1 + \sqrt{2}) = 241421,356$, man solle nur seinen wahren Ort, hundert Tage nach seiner Ankunft an das Perihelium finden, so ist $T = 100$. Man suche erstlich den Werth von u. so daß, $\text{L}\,u = \text{L}\,2m + \text{L}\,T + \frac{1}{2}\,\text{L}\,41421,356 - 3\,\text{L}\,100000$, und mache folgende Berechnung:

L 2 m	=	5, 7 3 5 5 8 2 5
L T	=	2, 0 0 0 0 0 0 0
L 41421, 356	=	4, 6 1 7 2 2 4 3
die Hälfte davon	—	2, 3 0 8 6 1 2 2
		1 4, 6 6 1 4 1 9 0
3 L 100000	=	1 5, 0 0 0 0 0 0 0
L u	=	9, 6 6 1 4 1 9 0
also ist u	=	0, 4 5 8 5 8 4

Ferners ist $\frac{b-a}{a} = 1,41421356 = \sqrt{2}$, folglich, $\text{L}\,\frac{b-a}{a} = 0,1505150$, man setze erstlich: $\text{tang.}\,\omega = \frac{a}{b-a}\,u$; mit Weglassung des anderen Gliedes, so ist:

L u

$$L\,u = 9{,}6614190$$

$$-\ L\,\frac{b-a}{a} = -\ 0{,}1505150$$

$$L\ \text{tang.}\ \omega = 9{,}5109040,$$ folglich

$$\omega = 17^\circ.\ 58'.$$

und der Winkel $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega) = 53^\circ.\ 59'$

dessen Tangente $= 1{,}3755403$ Hieraus erhellet, daß der Winkel $\omega = 17^\circ\ .\ 58'$ um viel zu klein ist angenommen worden, eben so auch wenn man setzen wollte $\omega = 30^\circ$, woraus u würde $= 0{,}26719$. Man mache also $\omega = 40^\circ$, so kömmt $u = 0{,}4237$, da aber $u = 0{,}458584$, und beyde Werthe nicht sehr von einander abweichen, so mache man zwischen diesen beyden Sätzen 30° und 40° einen Versuch, welcher anzeigen wird, daß ω beynahe 42° haben muß; man nehme also diesen Werth anstatt des ϱ, so daß $\varrho = 42^\circ$, und $\frac{1}{2}\varrho = 21^\circ$, und $45^\circ + \frac{1}{2}\varrho = 66$; die Berechnung ist alsdann folgende:

tang. $66^\circ - 10$	$=$	0,3514169
der Logarithmus	$=$	9,5458226
nach §. 22 beyde addiret...........		0,3622157
also ist................		9,9080383
L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho$	$=$	0,809167
Log. tang. ϱ	$=$	9,9544374
$+\ L\,\frac{b-a}{a}$	$= +$	0,1505150
$L\,\frac{b-a}{a}$ tang. ϱ	$=$	1,1049524 also
$\frac{b-a}{a}$ tang. ϱ	$=$	1,273364

Man

Man addire also zu u	=	0, 4 5 8 5 8 4
L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho)$	=	0, 8 0 9 1 6 7
		1, 2 6 7 7 5 1
— $L \frac{b-a}{a}$ tang. ϱ	=	— 1, 2 7 3 3 6 4
so ist der Zähler	=	— 0, 0 0 5 6 1 3
$\frac{b-a}{a}$	=	1, 4 1 4 2 1 3 5
— cos. ϱ	=	— 7 4 3 1 4 4 8
der Nenner	=	0, 6 7 1 0 6 8 7
L cos. ϱ	=	9, 8 7 1 0 7 3 5
L cos.^{2} ϱ	=	9, 7 4 2 1 4 7 0
+ Logarith.		7, 7 4 9 1 9 5 0
		7, 4 9 1 3 4 2 0
— Log. von 10.		9, 8 2 6 7 6 7 0
$L - z$	=	7, 6 6 4 5 7 5 0
— Logarith.		4, 6 8 5 5 7 4 9
		2, 9 7 9 0 0 0 1 also ist $-z$

$= 952, 79'' = 15'. 53''$, und $\omega = \varrho + z = 41^\circ\ 44'.\ 7''$.

Da nun der Winkel $\omega = 41^\circ.\ 44'.\ 7''$ gefunden worden, so ist tang. $\frac{1}{2} v = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-2a}} =$ tang. $\frac{1}{2}\omega$ weil aber $b = a\,(1 + \sqrt{2})$ so ist $\frac{b}{b-2a} = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = (1+\sqrt{2})^2$ folglich $\sqrt{\frac{b}{b-2a}} = 1 + \sqrt{2} = 2,\ 41421356$, und weil $\frac{1}{2}\omega = 20^\circ.\ 52'.\ 3\frac{1}{2}''$, so ist die Berechnung folgende:

zu $L \frac{\sqrt{b}}{b-a}$	=	0, 3 8 2 7 7 5 6
addiret L tang. $\frac{1}{2}\omega$	=	9, 5 8 1 1 7 0 9
L tang. $\frac{1}{2} v$	=	9, 9 6 3 9 4 6 5
also ist $\frac{1}{2} v$	=	$42^\circ.\ 37'.\ 28''$
folglich v	=	$85^\circ.\ 14'.\ 56''$

Es hat also dieser Comet in Zeit von 100 Tägen, nach seinem Perihelio den Winkel ASM = $v = 85^\circ.\ 14'.\ 56''$. beschrieben und dessen Entfernung von der Sonne wird hieraus ge-

fun-

funden SM $= y = \frac{ab}{a + (b - a) \cos. v} = \frac{b}{1 + \frac{b-a}{a} \cos. v}$, es werde also

zu dem L $\cos. v$	=	8, 9 1 8 1 7 4 7
addiret L $\frac{b-a}{a}$	=	0, 1 5 0 5 1 5 0
		9, 0 6 8 6 8 9 7 folglich ist:
$\frac{b-a}{a} \cos. v$	=	0, 1 1 7 1 3 6 und
der Nenner	=	1, 1 1 7 1 3 6 Nun werde von dem
L b	=	5, 3 8 2 7 7 5 6 abgezogen
der Logarith. des Nenners,	=	0, 0 4 8 1 0 6 1
so ist L y	=	5, 3 3 4 6 6 9 5 und
SM $= y$	=	2 1 6 1 0 7. Da nun die Distanz von

der Sonne im Perihelio = 100000 gesetzt worden, so wird nach 100 Tägen die Entfernung von der Sonne seyn = 216107. Dieses Beyspiel scheinet nun hinlänglich, die Art der Berechnung zu erläutern.

10. Aufgabe Fig. 4.

§. 43. Aus zween, nicht weit von einander entfernten Orten eines Planeten, oder Cometen, nebst der Zeit in welcher der Bogen TH ist beschrieben worden, den wahren Ort C für jede gegebene mittlere Zeit angeben.

Auflösung.

Damit diese Aufgabe bequemer aufgelöset werde, wollen wir es auf die Bewegung der Erde anwenden, und setzen, sie beschreibe in der mittleren Entfernung von der Sonne, mit der mittleren Bewegung einen Cirkel. Es sey also die Sonne in S, die Erde in F und h, die Zeit von $f\ h$ sey = T; da die mittlere Distanz von der Sonne $fs = hs = c = 100000$, wie bisher angenommen worden, so findet sich der Winkel fsh, wenn man den Logarithmus 5, 3144251332 zu L $\frac{2m\, T}{c\sqrt{c}}$ addiret, davon die Summe den Winkel fsh in Secunden giebt; oder man kann auch zu Logarith. T den Logarithmus 2, 5500076427 addiren, weil m und c bekannt sind, die Summe giebt ebenfalls den Winkel fsh in Secunden. Man söndere nun die Zeit T in zween Theile α und β ab, daß $T = \alpha + \beta$; so ist klar, daß nach Verlauf der Zeit α die Erde in g seyn wird, und daß wenn man gs ziehet, die Winkel fsg : $gsh = \alpha : \beta$, folglich $fsg = \frac{\alpha}{T} \cdot fsh$, und $gsh = \frac{\beta}{T}\ fsh$. Es werde die Chorda fh gezogen die den Radius sg in o schneidet, und man suche den Pfeil og auf folgende Art.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Weil $sfo = 90^\circ - \frac{1}{2} fsh$ und $sof = 90^\circ + \frac{1}{2} fsh - \frac{\alpha}{T} fsh = 90 + \frac{(\beta - \alpha)}{2T} fsh$, so ist: $so : sf = \text{cos.}\, \frac{1}{2} fsh : \text{cos.}\, \frac{\beta - \alpha}{2T} fsh$, folglich: $so = c. \frac{\text{cos.}\, \frac{1}{2} fsh}{\text{cos.}\, \frac{\beta - \alpha.\, fsh}{2T}}$;

$$\text{und der Pfeil } go = c \frac{\left(\text{cos.}\, \frac{\beta - \alpha}{2T}. fsh - \text{cos.}\, \frac{1}{2} fsh\right)}{\text{cos.}\, \frac{\beta - \alpha}{2T}\, fsh} = \frac{2c\, \text{sin.}\, \frac{\beta}{2T} : fsh\, .\, \text{sin.}\, \frac{\alpha}{2T} fsh}{\text{cos.}\, \frac{\beta - \alpha}{2T}\, fsh}.$$

Es ist aber $\frac{1}{2T} fsh$ ein beständiger Winkel, $= 29', 3498'' = 1774, 098''$, dessen Logarithmus ist: 3, 2489776471; setzen wir ihm nun gleich T; und drücken die Zeiten α. β in Tägen aus, so ist der Pfeil $go = \frac{2c\, \text{sin},\, \beta\tau.\, \text{sin.}\, \alpha\tau}{\text{cos.}\, (\beta - \alpha)\, \tau}$. Dieses vorausgesetzt, sey der Planet, oder Comet in F beobachtet worden, nach der Zeit aber $\tau = \alpha + \beta$ in H, und man verlangte zu wissen, wo er nach der Zeit α stehen würde, nachdem er in F gewesen ist? So nehmen wir an, der gesuchte Ort sey G und da die Zeiten in jeder Laufbahn, sich wie die, um die Sonne S beschriebenen Flächen verhalten, so ist die Fläche FSG zur Fläche GSH, wie α zu β. Man ziehe die Chorda HF, welche SG in O schneidet, und bestimme auf nachfolgende Art den Pfeil GO. Weil die Krümmung der Bahn FGH von der Senckkraft herkömmt, so nehmen wir an, diese Kraft sey $= \varrho$, und in den Raum FGH beständig, welches wegen Nähe der Orte g. H, von der Wahrheit nicht sehr abweichet; um aber noch genauer zu seyn, setzen wir P sey jene Senckkraft die in dem mittleren Orte g wircket, und ihre Richtung, sey mit SG gleichlauffend. Gleichfalls sey jene Senckkraft, welche die Erde in der Cirkelbahn hält $= p$ sie wird also beständig seyn, und soll wie wir annehmen auf die Erde während sie den Raum fgh beschreibt, in der Richtung gs unverändert wircken. In F und f ziehe man die Tangenten FMN, fmn; und aus H und h die Linien HN; hn mit SG; sg parallel, so stellen HN, und hn die Wirkungen der Senckkräfte vor, und weil sie in der nämlichen Zeit $\alpha + \beta$ wirken, so sind sie auch denen Kräften selbst proportional, folglich wird, HN : hn = P : p. Aus der Natur der gleichförmigen Bewegung, mit welcher die Tangenten FN; fn beschrieben würden, wenn keine Senckkraft vorhanden wäre, sind die Räume FM: MN $= \alpha : \beta$ und $fm : mn = \alpha : \beta$, folglich wegen den ähnlichen Dreyecken FOM und FHN, ist auch: FO : HO $= \alpha : \beta$. Da also sowohl die Chorda FH, als auch das Verhältniß von α zu β gegeben wird; so schneide man, um den mittleren Ort g zu finden die Chorda FH in O dergestalt, daß, FO : OH $= \alpha : \beta$, so wird die aus S durch O gezogene Linie, durch den gesuchten Ort G gehen. Es übrigt also nur noch die Bestimmung des Pfeiles GO, welches aus der Wirkung der Kräfte am füglichsten auf folgende Art geschehen kann. Es ist klar, daß HN : GM $= FN^2 : FM^2 = (\alpha + \beta)^2 : \alpha^2$; und gleichfalls, $hn : gm = fn^2 : fm^2 = (\alpha + \beta)^2$:

$(\alpha+\beta)^2 : \alpha^2$, daher auch, HN : GM $= hn : gm$; oder HN : hn = GM : gn; es ist aber auch, HN : hn = OM : om, woraus folgt HN : hn = OG : og = P : p, folglich ist, OG $= \frac{P}{p}\, og$. Weil ferners, $og = \frac{2c\, \text{sin.}\, \alpha\tau .\, \text{sin.}\, \beta\tau}{\text{cos.}\, (\beta-\alpha)\, \tau}$; so ist der gesuchte Pfeil OG $= \frac{2Pc\, \text{sin.}\, \alpha\tau .\, \text{sin.}\, \beta\tau}{p\, \text{cos.}\, (\beta-\alpha)\, \tau}$: theilet man nun die Chorda FH in den Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$ in O ziehet SO, und macht GO $= \frac{2Pc\, \text{sin.}\, \alpha\tau .\, \text{sin.}\, \beta\tau}{p\, \text{cos.}\, (\beta-\alpha)\, \tau}$, so ist in g der gesuchte Ort des Planeten, wenn F und H nicht weit von einander entfernet sind. Da endlich die Senckkräfte, im umgekehrten quadratischen Verhältniß der Entfernungen von der Sonne sind, so ist, P : $p = c^2$: SG², oder weil man die mittlere Kraft, zwischen den äußersten Kräften nehmen muß, so wird die Berechnung genauer, wenn man setzt: P : $p = 4c^2$: (SF + SH)²; wird nun auch dieses Verhältniß der Senckkräfte, in den Kalkul gebracht, so ist der Pfeil OG $= \frac{8c^3\, \text{sin.}\, \alpha\tau .\, \text{sin.}\, \beta\tau}{(SF+SH)^2 .\, \text{cos.}\, (\beta-\alpha)\, \tau}$.

1. Folgerung.

§. 44. Wenn das Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$, und also auch der Abschnitt FO : OH von der Chorde, der Gleichheit nahe kömmt, so kann man ohne Fehler anstatt $\frac{FS+SH}{2}$ schreiben SG; daß folglich OG $= \frac{2c^3\, \text{sin.}\, \alpha\tau .\, \text{sin.}\, \beta\tau}{SG^2 .\, \text{cos.}\, (\beta-\alpha)\, \tau}$; wären aber α und β einander gänzlich gleich, so wäre OG $= \frac{2c^3\, \text{sin.}^2\, \alpha\tau}{SG^2} = \frac{c^3\, \text{sin.}\, v .\, 2\alpha\tau}{SG^2}$.

2. Folgerung.

§. 45. Wenn also im Gegentheil der Ort g gegeben ist, so können in den Linien SF und SH, welche die heliocentrischen Orte vorstellen, zween Punkte F und H bestimmet werden, in denen der Körper in der Zeit von α Tägen bevor er in G war, und in der Zeit von β Tägen nachdem er in g gewesen ist, zu stehen kömmt. Dann man nehme von g angefangen den Pfeil GO $= \frac{2c^3\, \text{sin.}\, \alpha\tau .\, \text{sin.}\, \beta\tau}{SG^2 .\, \text{cos.}\, (\beta-\alpha)\, \tau}$; und ziehe durch O die Linie FOH, daß FO : HO $= \alpha : \beta$; so werden F und H die gesuchten Orte seyn.

3. Folgerung.

§. 46. Je geringer die Zwischenräume der Zeiten α und β sind, und je näher sie der Gleichheit kommen, je mehr nahet sich diese Bestimmung der Wahrheit; obgleich übrigens der Fehler nie merklich seyn wird, es sey dann der Winkel FSH wäre etwas größer, und

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

betrüge über 10° oder 15° Grade, in welchem Falle, die Breite hinlangen würde, um andere nützliche Methoden, für Cometen und Planeten Bahnen herzuleiten.

11. Aufgabe.

§. 47. Wenn drey nicht sehr von einander entfernte geocentrische Orte, eines Himmelskörpers bekannt sind, nebst dessen wahren Entfernung von der Erde, zu Zeit der mitleren Beobachtung; man soll hieraus die wahre Laufbahn um die Sonne bestimmen?

Auflösung Fig. 5.

In der ersten Beobachtung sey die Erde in f die Sonne in S die Länge der Sonne $=$ F. In der zweyten die Erde in g, der Sonnenlänge $= g$; in der dritten die Erde in h die Länge der Sonne $= h$. Die Zeit, von der ersten, zur zweyten Beobachtung heiße α, und von der zweyten zur dritten heiße β. So ist der Winkel $fSg = g - f$; und $gSh = h - g$, und die Theorie der Sonne, giebt die Entfernungen Sf; Sg; Sh. Das Papier stelle die Fläche der Ecliptik vor, und in der ersten Beobachtung sey die Länge des Planeten, oder Cometen, $=$ F, welches die Linie $f\zeta$ vorstelle; in der zweyten sey sie $=$ G, welches die Linie $g\eta$, und in der dritten sey diese Länge $=$ H, welches die Linie $h\vartheta$ andeute. Endlich sey in der ersten Beobachtung die Breite des Cometen $= \zeta$ in der zweyten $= \eta$ in der dritten $= d$. Aus den beobachteten Längen, sind die Winkel:

$$Sf\zeta = F - f;\ Sr\eta = G - f.;\ fmg = G - F.$$
$$Sg\eta = G - g;\ Sp\zeta = F - g;\ gnh = H - G.$$
$$Sh\vartheta = H - h;\ Ss\vartheta = H - g;$$
$$Sp\eta = G - h;$$

man ziehe nun fx mit gm, und $g\eta$ mit hn parallel, so ist im Dreyecke Sfx aus den bekannten Winkeln, und der Seite Sf;

$$fx = \frac{\text{sin.}\ (G-f)}{\text{sin.}\ (G-g)}\ Sf\ ;\ fx = \frac{\text{sin.}\ (g-f)}{\text{sin.}\ (G-g)}\ Sf;\ \text{und}\ gx = \frac{\text{sin.}\ (G-f)}{\text{sin.}\ (G-g)}.(Sf-Sg).$$

Ferners aus den Winkeln und der Seite Sx, ist in dem Dreyecke fpx:

$$fp = \frac{\text{sin.}\ (G-g)}{\text{sin.}\ (F-g)}\ fx = \frac{\text{sin.}\ (g-f)}{\text{sin.}\ (F-g)}\ Sf\ ;\ px = \frac{\text{sin.}\ (G-F)}{\text{sin.}\ (F-g)}\ fx.$$ Folglich ist:

$$px : fp = \text{sin.}\ (G-F)\ \text{sin.}\ (G-g) = gx : fm;$$ woraus

$$fm = \frac{\text{sin.}\ (G-f)}{\text{sin.}\ (G-F)}\ Sf - \frac{\text{sin.}\ (G-g)}{\text{sin.}\ (G-F)}\ Sg.$$ Weiters ist; $pm = \frac{\text{sin.}\ (g-f)}{\text{sin.}\ (F-g)}\ Sf + fm$; also: $\text{sin.}\ (G-g) : pm = \text{sin.}\ (F-g) : gm$, woraus; $gm = \frac{\text{sin.}\ (F-g)}{\text{sin.}\ (G-g)}\ fm. + \frac{\text{sin.}\ (g-f)}{\text{sin.}\ (G-g)}\ Sf$; oder, $gm = \frac{\text{sin.}\ (G-f)\ \text{sin.}\ (F-g) + \text{sin.}\ (g-f)\ \text{sin.}\ (G-F)}{\text{sin.}\ (G-g)\ \text{sin.}\ (G-F)}\ Sf -$

sin.

$\frac{\sin.(F-g)}{\sin.(G-F)}\,sg$. Es ist aber, $\sin.(G-f)\sin.(F-g)+\sin.(g-f)\sin.(G-F)$ $=\sin.(F-f)\sin.(G-g$, also auch:

$gm=\frac{\sin.(F-f)}{\sin.(G-F)}\,sf-\frac{\sin.(F-g)}{\sin.(G-F)}\,sg$. Durch eben diesen Weg findet man auch die noch übrigen Werthe der Linien gn und hn; und es ist:

$$fm=\frac{\sin.(G-f)}{\sin.(G-F)}\,sf-\frac{\sin.(G-g)}{\sin.(G-F)}\,sg.$$
$$gm=\frac{\sin.(F-f)}{\sin.(G-F)}\,sf-\frac{\sin.(F-g)}{\sin.(G-F)}\,sg.$$
$$gn=\frac{\sin.(H-g)}{\sin.(H-G)}\,sg-\frac{\sin.(H-h)}{\sin.(H-G)}\,sh.$$
$$hn=\frac{\sin.(G-g)}{\sin.(H-G)}\,sg-\frac{\sin.(g-h)}{\sin.(H-G)}\,sh.$$

Da nun die Punkte m und n gefunden worden, deren wir in der Folge bedürfen, so setzen wir G sey der wahre Ort des Cometen in der zwoten Beobachtung, laße ein Loth $G\gamma$ auf die Ecliptick fallen, und nenne die Entfernung von der Erde r, so wird wegen der beobachteten Breite $=\gamma$ die Entfernung $g\gamma=r\cos.\gamma$; und $G\gamma=r\sin.\gamma$, woraus der auf die Ecliptick gebrachte Ort γ des Cometen, sämmtlich den Linien $m\gamma=g\gamma-gm$; und $m\gamma=g\gamma-gn$ bekannt sind. Aus γ werde die Linie $s\gamma$ an die Sonne gezogen, und fällt aus s auf $g\gamma$ das Loth SM, so ist, $SM=sg\sin.(G-g)$, und $gM=sg\cos.(G-g)$; woraus dann, $M\gamma=g\gamma-gM$; tang. $\gamma SM=\frac{\gamma M}{SM}=\cot.S\gamma M$; und $s\gamma=\frac{SM}{\sin.s\gamma M}$.

Ferners werde die heliocentrische Breite gesucht; dann tang. $Gs\gamma=\frac{G\gamma}{s\gamma}$, und die Entfernung von der Sonne $GS=\frac{G\gamma}{\sin.Gs\gamma}=\frac{s\gamma}{\cos.Gs\gamma}$. Es seyen nun F und H die Orte des Cometen in der ersten, und dritten Beobachtung, so müßen die auf die Ecliptick fallenden Lothe, an die Linien $f\zeta$ und $h\theta$ treffen, ziehet man die Chorda FH, welche von dem Radius SG in O geschnitten wird, so ist: $FO:HO=\alpha:\beta$, und der Pfeil $GO=\frac{2c^2\sin.\alpha\tau\,.\,\sin.\beta\tau}{sG^2\cos.(\beta-\alpha)\tau}$ (§. 44.). Gleichfalls gehe von O das Loth Oo auf die Fläche der Ecliptick, welches die Linie $s\gamma$ schneiden wird; und $\gamma o:GO=s\gamma:SG$, folglich; $\gamma o=GO\cos.Gs\gamma$. Da nun $\zeta o\theta$ die auf der Ecliptick entworfene Chorda der Laufbahn ist, und da, $\theta o:\zeta o=HO:FO=\beta:\alpha$, so muß durch den Punkt O. die Linie $\zeta o\theta$ zwischen den Schenkeln $m\zeta$ und $n\theta$ also gezogen werden, daß $\zeta o:\theta o=\alpha:\beta$. Um dieses zu bewirken, nehme man in der verlängerten $s\gamma$, die Linie oi dergestalten, daß, $\gamma o:oi=\alpha:\beta$, und durch i werden θi parallel mit $m\zeta$ gezogen, der Punkt θ, wo sich θi und $n\theta$ schneiden, gicht giebt die gesuchte Lage der Chorda $\zeta o \theta$. Die Berechnung muß nun folgendermaßen angestellet werden, um die Punkte ζ und θ zu bestimmen. Man setze den bekannten Winkel $s\eta M = \mu$ so ist im Dreyecke $m\eta l$;

$$\sin. (G - F + \mu) : m\eta = \sin. (G - F) : \eta l = \sin. \mu : ml, \text{ folglich ist,}$$

$$\eta l = \frac{\sin. (G - F)}{\sin. (G - F + \mu)}\, m\eta; \text{ und } ml = \frac{\sin. \mu}{\sin. (G - F + \mu)}\, m\eta; \text{ woraus, } lo$$

$= \eta l - \eta o$; und $oi = \frac{\beta}{\alpha}\, lo$, und $li = \frac{(\alpha + \beta)}{\alpha}\, lo = \lambda\theta$, wenn $\lambda\vartheta$ parallel mit li gezogen wird. Betrachten wir nun das Dreyeck $\theta k \lambda$, so ist; $\sin. (H - F) : \lambda\theta = \sin. (G - F + \mu) : k\theta = \sin. (\mu - H + G) : k\lambda$, woraus, $k\theta = \frac{\sin. (\mu + G - F)}{\sin. (H - F)}\, \lambda\theta$; und $k\lambda = \frac{\sin. (\mu - H + G)}{\sin. (H - F)}\, \lambda\theta$; auf diese Art erkennet man die Punkte θ und λ. Ferners ist $km = \frac{\sin. (H - G)}{\sin. (H - F)}\, mn$, und $nk = \frac{\sin. (G - F)}{\sin. (H - F)}$ mn; folglich $l\lambda = ml + km - k\lambda$. Endlich ist, $\beta : \alpha = l\lambda : l\zeta$, also $l\zeta = \frac{\alpha}{\beta}$ $l\lambda$, welches den Punkt ζ giebt. Da nun im Dreyecke $\zeta k \vartheta$ die Seiten $k\zeta$; $k\theta$ samt dem Winkel $\zeta k \theta = H - F$ bekannt sind, so findet sich die Seite $\zeta\theta$ und der Winkel $k\zeta\theta$ woraus der Winkel $so\zeta = 180° - k\zeta\theta - \mu - G + F$, also ist auch die Seite $\zeta\theta$, und ihre Lage gegeben. Weiters ist aus den beobachteten Breiten $F\zeta = f\zeta$. tang. ζ und $H\theta = h\vartheta$ tang. ϑ, welches die Lage der Chorda FH zeigt. Man verlängere die Chorda HF, bis sie in der Fläche der Ecliptick mit $\vartheta\zeta$ in N zusammenstosse, so wird SN der Ort seyn, wo die Cometen Bahn, und Ecliptick sich schneiden, oder die Knotenlinie; und zwar in N der aufsteigende Knoten, wenn die Breiten nördlich sind, und die Orte des Cometen, die in der Figur gezeichnete Lage heben. Diesen Punkt zu finden, setze man:

$$H\vartheta - F\zeta : \zeta\vartheta = H\vartheta : \vartheta N, \text{ woraus}$$

$$\vartheta N = \frac{\zeta\vartheta}{H\vartheta - F\zeta}\, H\vartheta; \text{ und } \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta} \text{ giebt die Tangente des Winkels } HN\vartheta.$$

In den Dreyeck SoN werden sodann aus den Seiten so, No und dem Winkel $SoN = So\zeta$ die Winkel Nso, SNo samt der Seite SN gefunden. Wenn also der Winkel $Ns\eta + \eta sg$ von der Länge der Erde $= 6' + g$ in der mittleren Beobachtung abgezogen wird, so bleibt die heliocentrische Länge des Knotens N. Endlich falle aus o nach SN das Loth oP, und zieht man die Linie OP, so zeigt der Winkel OPo die Neigung der Cometen Bahn auf die Ecliptick; es ist aber $oP = No \sin. SNo$; und $Oo = No.$ tang. $HN\vartheta$, folglich

$$\text{tang. } OPo = \frac{\text{tang. } HN\vartheta}{\sin. SNo} = \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta. \sin. SNo}.$$

Ferners ist $\cos. SNH = \frac{NP}{NO} = \frac{NP. No}{No. NO} = \cos. SNo. \cos. HN\vartheta$. Letztlich findet man $NF = \frac{F\zeta}{\sin. HN\vartheta}$; und

HN=

$HN = \frac{H\vartheta}{\sin. HN\vartheta}$, auf diese Art, werden in der Fläche der Cometen Bahn SNFH, die Seiten SN; NF, und NH, sammt den Winkel SNH gegeben, woraus die Winkel NSF, NSH, mit den Seiten SF, und SH leicht zu finden sind; man kennet also zwo Entfernungen FS, HS des Cometen von der Sonne, sammt dem Winkel FSH, und der Zeit $\alpha + \beta$, in welcher der Comet von F nach H gekommen ist; woraus dann nach der vierten Aufgabe, die ganze Laufbahn bestimmet wird.

1. Folgerung.

§. 48. Damit diese gemachte Berechnung genau zutreffe, müßen die Beobachtungen nahe auf einander folgen, und das Verhältniß $\alpha : \beta$ von der Gleichheit nicht sehr entfernet seyn. Nebst diesen sollen auch die Beobachtungen mit großer Sorgfalt angestellt werden, und die Entfernung des Cometen von der Erde, zur Zeit der mittleren Beobachtung von der wahren, so wenig als möglich ist, abweichen.

2. Folgerung.

§. 49. Wenn die Länge des Cometen $g\gamma$ bey der mittleren Beobachtung, in die Länge der Sonne gf fällt, dann wird der Winkel $f\gamma g$ entweder dem Nichts gleich, oder er wird 180°., und in diesem Falle würde die Berechnung nicht wenig verkürzet werden.

1. Zusatz.

§. 50. Die Berechnung kann entweder, durch genaue Zeichnung der Figur auf großem Papiere geschehen, oder welches ich vorziehe, durch trigonometrische Calculn, damit also das letztere mit möglichster Kürze geschehen möge, wollen wir die ganze Behandlung hieherseßen, auf daß man sich dessen mit mehr Bequemlichkeit, bey den Cometen Bahnen gebrauchen könne. Vor allen bemerke man, was aus den Beobachtungen gegeben ist, nämlich:

die Zeit von der ersten zur zweytrn Beobachtung = α Täge,
von der zweyten zur dritten ——— = β Täge; ferners

Beobachtung	Länge der ☉	Entfern. der ☉ von ♁	Länge des Comet.	Breite des Comet.
I.	f	Sf	F	ζ
II.	g	Sg	G	η
III.	h	Sh	H	θ

Hier-

Hieraus bestimme man die Winkeln $fmg = \zeta m\eta = G - F.$

$$gnh = \eta n\theta = H - G.$$
$$fkh = \zeta k\theta = H - F.$$

Gleichfalls: $ſf\zeta = F - f$; $ſr\eta = G - f$; $ſs\theta = H - g$

$ſg\eta = G - g$; $ſp\zeta = F - g$; $ſq\eta = G - h.$

$ſh\theta = H - h$;

Dieses giebt nun: $fm = \frac{\text{sin. } ſr\eta}{\text{sin. } fmg} ſf - \frac{\text{sin. } ſg\eta}{\text{sin. } fmg} ſg.$

$$gm = \frac{\text{sin. } ſf\zeta}{\text{sin. } fmg} ſf - \frac{\text{sin. } ſp\zeta}{\text{sin. } fmg} ſg.$$
$$gn = \frac{\text{sin. } ſs\theta}{\text{sin. } gnh} ſg - \frac{\text{sin. } ſh\theta}{\text{sin. } gnh} ſh.$$
$$hn = \frac{\text{sin. } ſg\eta}{\text{sin. } gnh} ſg - \frac{\text{sin. } ſq\eta}{\text{sin. } gnh} ſh.$$

woraus dann, $mn = gm - gn$; $mk = \frac{\text{sin. } gnh}{\text{sin. } fkh} mn$; und $nk = \frac{\text{sin. } fmg}{\text{sin. } fkh} mn.$ Es sey nun in der zwoten Beobachtung, die Distanz des Cometen von der Erde $= r$, so ist; $G\eta = r \text{ sin. } \eta$; $g\eta = r \text{ cos. } \eta$; $m\eta = g\eta - gm$; $n\eta = g\eta - gn$. Ferneres ist auch $\text{tang. } \frac{1}{2}(g\eta ſ - gſ\eta) = \frac{gſ - g\eta}{gſ + g\eta} \text{ cot. } \frac{1}{2} ſg\eta$, woraus dann:

$g\eta ſ = \frac{1}{2}(g\eta ſ - gſ\eta) + 90 - \frac{1}{2} ſg\eta$; und $gſ\eta = 90 - \frac{1}{2} ſg\eta - \frac{1}{2}(g\eta ſ - gſ\eta)$ und

$$ſ\eta = \frac{\text{sin. } ſg\eta}{\text{sin. } g\eta ſ} ſg.$$

Weiters ist: $\text{tang. } Gſ\eta = \frac{G\eta}{ſ\eta}$; und $ſG = \frac{G\eta}{\text{sin. } Gſ\eta}$. Man setze den Winkel 1774, $\frac{98''}{1000} = \tau$, daß $L\tau = 3{,}2489776$, und suche die Winkel $\alpha\tau$; $\beta\tau$, wenn $c = 100000$; so ist: $GO = \frac{2c^3 \text{ sin. } \alpha\tau \,.\, \text{sin. } \beta\tau}{ſG^2 \,.\, \text{cos. } (\beta - \alpha)\tau}$; und $\eta o = GO \text{ cos. } Gſ\eta$; $ſo = ſ\eta - o\eta$; Ferners ist der Winkel $\zeta lo = g\eta ſ + \zeta m\eta$; und $l\eta = \frac{\text{sin. } \zeta m\eta}{\text{sin. } \zeta lo} . m\eta$; und $ml = \frac{\text{sin. } g\eta ſ}{\text{sin. } \zeta lo} m\eta$; woraus dann $lo = l\eta - \eta o$, und aus diesen: $\lambda\theta = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} lo$; $k\theta = \frac{\text{sin. } \zeta lo}{\text{sin. } \zeta k\theta} \lambda\vartheta$; und (weil $k\vartheta\lambda = \zeta lo - \zeta k\vartheta$) so ist $k\lambda = \frac{\text{sin. } k\vartheta\lambda}{\text{sin. } \zeta k\vartheta} \lambda\vartheta$; woraus $l\lambda = ml + km - k\lambda$;

$l\zeta$

$l\zeta = \frac{\alpha}{\beta} l\lambda$; $k\zeta = km + ml + l\zeta$; und tang. $\frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta) = \frac{k\zeta - k\vartheta}{k\zeta + k\vartheta}$ cot. $\frac{1}{2}\zeta k\vartheta$; wie auch $k\vartheta\zeta = 90 - \frac{1}{2}\zeta k\vartheta + \frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta)$; $k\zeta\vartheta = 90 - \frac{1}{2}\zeta k\vartheta - \frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta)$; endlich, $\vartheta\zeta = \frac{\text{sin. } \zeta k\vartheta}{\text{sin. } k\zeta\vartheta} . k\vartheta$; und $\int o\zeta = 190^\circ . k\zeta\vartheta - \zeta lo$. Aus diesen ist ferners, $f\zeta = fm + ml + l\zeta$: $h\vartheta = hn + k\vartheta$; und $F\zeta = f\zeta$ tang. ζ; $H\vartheta = h\vartheta$ tang. ϑ; tang. $HN\vartheta = \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta}$; $\vartheta N = \frac{H\vartheta}{\text{tang. } HN\vartheta}$, und $\vartheta o = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\zeta\vartheta$, wie auch $No = N\theta - \theta o$. Es ist auch tang. $\frac{1}{2}(SNo - oSN) = \frac{oS - oN}{oS + oN}$ cot. $\frac{1}{2} So\zeta$ und $SNo = 90 - \frac{1}{2}So\zeta + \frac{1}{2}(SNo - oSN)$; $oSN = 90 - \frac{1}{2}So\zeta - \frac{1}{2}(SNo - oSN)$, und $SN = \frac{\text{sin. } So\zeta}{\text{sin. } oSN} No$, woraus die heliocentrische Länge des Knoten wird; $N = 6^s + g - g\int\eta - o\int N$; und die Tangente der Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= \frac{\text{tang. } HN\theta}{\text{sin. } \int No}$. Ferners ist: cos. $SNH =$ cos. $\int No$. cos. $HN\vartheta$, und $FN = \frac{F\zeta}{\text{sin. } HN\theta}$; $HN = \frac{H\theta}{\text{sin. } HN\theta}$. Endlich wird, tang. $\frac{1}{2}(NFS - NSF) = \frac{SN - NF}{SN + NF}$ cot. $\frac{1}{2} SNH$; $NFS = 90 - \frac{1}{2}SNH + \frac{1}{2}(NFS - NSF)$; $NSF = 90 - \frac{1}{2}SNH - \frac{1}{2}(NFS - NSF)$ und $SF = \frac{\text{sin. } SNH}{\text{sin. } NFS} SN$; wie auch tang. $\frac{1}{2}(NHS - NSH) = \frac{SN - NH}{SN + NH}$ cot. $\frac{1}{2}SNH$; woraus dann, $NHS = 90 - \frac{1}{2}SNH + \frac{1}{2}(NHS - NSH)$, und $NSH = 90 - \frac{1}{2}SNH - \frac{1}{2}(NHS - NSH)$; und $SH = \frac{\text{sin. } SNH}{\text{sin. } NHS} SN$; und $FSH = NSH - NSF$.

2. Zusatz.

§. 51. Sind zwey Entfernungen FS; HS, sammt dem Winkel FSH und der Zeit von den Beobachtungen $= \alpha + \beta$ bekannt; so wird die Laufbahn durch folgende Berechnung bestimmet. Es sey die Entfernung $FS = y$ die Zeit $\alpha + \beta = \tau$; die Entfernung $HS = z$, der Winkel $FSH = \varphi$, weil nun $m = 271989{,}735$, und $lm = 5{,}4345525139$, so ist der Parameter $b = \left(\frac{y^2 z^2}{4m^2 \tau^2} + \frac{1}{3} \sqrt{yz}\right)$ sin. $^2\varphi$.

Wenn nun die Distanz von der Sonne im Perihelio $= a$, und die wahre Anomalie des Ortes F $= v$ so ist $\text{tang. } v = \text{cot. } \phi - \frac{(b-z)y}{(b-y)z \text{ sin. } \phi}$ und $a = \frac{by \text{ cos. } v}{b - y + y \text{ cos. } v}$.

Man nehme $\text{tang. } \frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}} \text{ tang. } \frac{1}{2}v$, im Falle, daß $2a > b$, und die Bahn ellyptisch wäre: so ist die Zeit, in welcher der Comet vom Perihelio an den Ort F gelanget, in Tägen ausgedrückt $= \frac{a^3}{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}} \left(\omega - \frac{b-a}{a} \text{ sin. } \omega \right)$; sollte aber $b < 2a$, und die Bahn eine Hyperbel seyn, so nehme man, $\text{tang. } \frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}} \text{ tang. } \frac{1}{2}v$, und die Zeit, in welcher der Comet vom Perihelio nach F kömmt, ist in Tägen ausgedrückt $= \frac{a^3}{2m(b-a)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{b-a}{a} \text{ tang. } \omega - \text{L tang. } (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega) \right)$. Wäre aber die Laufbahn parabolisch, oder wiche sie nicht sehr davon ab, so setze man $\text{tang. } \frac{1}{2}v = t$; und $\delta = 2a - b$; $n = \frac{\delta}{b} = \frac{2a-b}{6}$, so ist die Zeit vom Perihelio bis auf F

$$\text{in Tägen} = \frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(\begin{array}{l} t + \frac{1}{3}t^3 - \frac{2}{5}nt^5 + \frac{3}{7}n^2t^7 - \frac{4}{9}n^3t^9 \\ \quad + \frac{3}{5}n^2t^5 - \frac{4}{7}n^3t^7 + \frac{5}{9}n^4t^9 \text{ \&c.} \end{array} \right)$$

Aus der bekannten Zeit also, wenn der Comet in F gestanden hat, kann zugleich der Augenblick abgeleitet werden, wenn er durch das Perihelium gegangen ist; und wenn von der wahren Anomalie v des Ortes F der Winkel FSN abgezogen wird, bleibt die Distanz des Knoten N vom Perihelio. Uebrigens scheinet diese Aufgabe wenig Nutzen zu haben, da es nie möglich ist, die Parallaxe des Cometen so genau zu bestimmen, als es hiezu nothwendig wäre, doch aber wird der Vortheil unserer Auflösung in folgender Aufgabe sich klärer zeigen.

12. Aufgabe.

§. 52. Aus einigen Beobachtungen die wahre Bahn eines Cometen bestimmen.

Auflösung.

Durch Hülfe der Beobachtungen, aus welchen entweder dessen Entfernung von den Fixsternen, oder die Mitagshöhen bekannt sind, berechne man dessen geocentrische Länge, und

Brei-

Breite, und bemerke bey jeder Beobachtung den Augenblick, wenn sie ist gemacht worden nach der mittleren Zeit. Aus diesen so eingerichteten Orten wähle man drey, nicht sehr von einander entfernte, so daß die Differenz der Zeiten beynahe in gleichem Verhältniße stehen, nehme in der mittleren Beobachtung die Entfernung des Cometen von der Erde für bekannt an, und bestimme hieraus nach der dritten Aufgabe die Bahn desselben, welche wahr oder falsch seyn wird, je nachdem die angenommene Distanz mit der Wahrheit übereinkömmt. Man suche also eine vierte Beobachtung, welche von den drey vorhergehenden, sehr weit entfernet ist, und berechne, mit der gefundenen Bahn, den geocentrischen Ort des Cometen für die vierte Beobachtung, trift selber mit der Beobachtung überein, so sind die Elementen richtig bestimmt, und so im Gegentheil. Zu diesem Ende nehme man zwey oder drey Distanzen für die mittlere Beobachtung an, berechne aus jeder die Laufbahn, und bemerke wohl, wie nahe jede derselben, der vierten Beobachtung komme, sollte nun gleich keine aus diesen Bahnen, mit der wahren eintreffen, so läßt sich doch hieraus abnehmen, welche der wahren am nächsten sey, und so könnte die wirkliche Laufbahn auch durch blosses Interpoliren gefunden werden, wenn die Unterschiede nicht sehr beträchtlich wären; wären sie aber sehr groß, so läßt sich doch leicht auf eine anders anzunehmende mittlere Distanz schliessen, und auf diese Art, nach widerholten vorigen Berechnungen endlich die Elementen der wahren Laufbahn mit möglicher Genauigkeit bestimmen.

1. Folgerung.

§. 53. Weil die erste Hypothese nur gemacht wird, um die wahre Laufbahn überhaupt zu erkennen, so darf die Berechnung nicht mit besonderer Schärfe geführet werden, sondern es ist eine geometrische Verzeichnung hiezu allerdings hinlänglich.

2. Folgerung.

§. 54. Auf gleiche Art, ließen sich auch die Bahnen der Planeten untersuchen, und durch vier Beobachtungen bestimmen, da aber durch Beobachtungen ihre periodischen Zeiten und Knoten Linien leicht gefunden werden, so führet dieses auf bequemere Methoden, als vorhergehende ist, deren man sich füglicher bedienen kann.

Zusatz.

§. 55. Der Nutzen unserer Methode wird sich übrigens am besten durch ein Beyspiel erklären laßen, welches auch die Art zeigen wird, wie die Berechnung bequem zu führen

 ist.

ist. Zu diesem Ende wähle ich den Cometen, welcher im Jahre 1680, und 1681 erschienen ist, und dessen Beobachtungen sowohl, als übrige Elementen mit größter Sorgfalt und Genauigkeit bestimmet sind. Da wir nun von ihm durch vier Monate richtige Beobachtungen haben, und seine Bahn selbst durch die Sorgfalt der berühmten Männer **Newton** und **Halley** ist berechnet worden, so sollte es überflüßig scheinen, wenn ich eben diese Arbeit vornehme; — ich werde es aber doch nicht unterlassen, weil dadurch meine Methode nicht nur sehr erleichtert, sondern auch durch Uebereinstimmung mit jenen kräftiger bewiesen wird. Die Beobachtungen führet **Newton** in den **mathematischen Anfangsgründen der natürlichen Weltweisheit** an, woraus ich selbe entlehnen werde.

Beobachtungen des Cometen von 1680 und 81, auf die mittlere Zeit, alten Styls, und den Meridian von Londen gebracht.

Jahr 1680.	T. h. ′	s Länge	Breite	
Monat Novemb.	16. 17. 10.	6. 8. 0.	0. 44.	südlich
	17. 17. 10.	6. 12. 52.	1. 0.	
	18. 21. 44.	6. 18. 40.	1. 18.	
	19. 17. 10.	6. 22. 48.	1. 30.	
	20. 17.	6. 27. 52.	1. 45.	
	21. 17.	7. 2. 56.	1. 58.	
	23. 17. 15.	7. 12. 58.	2. 20.	
	24. 17. 30.	7. 17. 53.	2. 29.	
Decembr.	12. 4. 46. 0.	9. 6. 31. 21.	8. 26. 0.	nördlich.
	21. 6. 36. 59.	10. 5. 7. 38.	21. 45. 30.	
	24. 6. 17. 52.	10. 18. 49. 10.	25. 23. 24.	
	26. 5. 20. 44.	10. 28. 24. 6.	27. 0. 57.	
	29. 8. 3. 2.	11. 13. 11. 45.	28. 10. 5.	
	30. 8. 10. 26.	11. 17. 39. 5.	28. 11. 12.	
1681 Jänner.	5. 6. 1. 38.	0. 8. 49. 10.	26. 15. 26.	
	9. 7. 0. 53.	0. 18. 43. 18.	24. 12. 42.	
	10. 6. 6. 10.	0. 20. 40. 57.	23. 44. 0.	
	13. 7. 8. 55.	0. 25. 59. 34.	22. 17. 36.	
	25. 7. 58. 42.	1. 9. 35. 48.	17. 56. 54.	
	30. 8. 21. 53.	1. 13. 19. 36.	16. 40. 57.	
Febr.	2. 6. 34. 51.	1. 15. 13. 48.	16. 2. 2.	
	5. 7: 4. 41.	1. 16. 59. 52.	15. 27. 23.	
	25. 8. 41.	1. 26. 18. 17.	12. 46. 54.	
	27. 8. 26.	1. 27. 4. 24.	12. 36. 12.	
März.	1. 11. 10.	1. 27. 53. 6.	12. 24. 52.	
	2. 8. 10.	1. 28. 12. 27.	12. 20. 0.	
	5. 11. 39.	1. 29. 20. 51.	12. 3. 30.	
	9. 8. 38.	2. 0. 43. 3.	11. 45. 53.	

Berechnung der Laufbahn.

Man wähle sich folgende drey im Jäner 1681 gemachte Beobachtungen.

Zeit. d h ′ ″	Länge der ⊙ s ° ′ ″	Entfer. ⊙ v. ♁	Länge des Comet. s	Breite des Comet.
5. 6. 1. 38.	9. 26. 22. 18.	98363,5.	0. 8. 49. 10.	26. 15. 26. N.
9. 7. 0. 53.	10. 0. 29. 2.	98407,0.	0. 18. 43. 18.	24. 12. 42.
13. 7. 8. 55.	10. 4. 33. 20.	98458,8.	0. 25. 59. 34.	22. 17. 36.

Hieraus ist:

$\alpha = 4^d.\ 0^h.\ 59'.\ 15''. = 4{,}0411$; | $L\alpha = 0{,}6064996$
$\beta = 4^d.\ 0^h.\ 8'.\ 2''. = 4{,}0055$; | $L\beta = 0{,}6026567$

$\alpha + \beta = 8{,}0466$; $L(\alpha + \beta) = 0{,}9056124$, ferners:

$f = 9^s.\ 26^\circ.\ 22'.\ 18''.$	$F = 0^s.\ 8^\circ.\ 49'.\ 10''.$	$\zeta = 26^\circ.\ 15'.\ 26''.$
$g = 10.\ 0.\ 29.\ 2.$	$G = 0.\ 18.\ 43.\ 18.$	$\eta = 24.\ 12.\ 42.$
$h = 10.\ 4.\ 33.\ 20.$	$H = 0.\ 25.\ 59.\ 34.$	$\theta = 22.\ 17.\ 36.$

$fmg = \zeta m\eta = G - F = 9^\circ.\ 54'.\ 8''.$
$gnh = \eta n\theta = H - G = 7.\ 16.\ 16.$
$fkh = \zeta k\theta = H - F = 17.\ 10.\ 24.$

$Sf\zeta = F - f = 72.\ 16.\ 52.$
$Sg\eta = G - g = 78.\ 14.\ 16.$
$Sh\theta = H - h = 81.\ 26.\ 14.$
$Sr\eta = G - f = 82.\ 21.\ 0.$
$Sp\zeta = F - g = 68.\ 20.\ 8.$
$Ss\theta = H - g = 85.\ 30.\ 32.$
$Sq\eta = G - h = 74.\ 9.\ 58.$

$Sf = 98363{,}5$	$L.\ Sf = 49928340.$
$Sg = 98407{,}0$	$L.\ Sg = 49930260.$
$Sh = 98458{,}8$	$L.\ Sh = 49932545.$

$+\ \mathrm{L.}\ sf = +\ 4,\ 9928340$
$-\ \mathrm{L.\ sin.}\ fmg = -\ 9,\ 2354458$

$5,\ 7573882$
$\mathrm{L.\ sin.}\ sr\eta = 9,\ 9961174$
$\mathrm{L.\ sin.}\ ss\zeta = 9,\ 9792946$

$$\mathrm{L}\ \frac{\mathrm{sin.}\ sr\eta}{\mathrm{sin.}\ fmg}\ sf = 5,\ 7535056$$
$$\mathrm{L}\ \frac{\mathrm{sin.}\ ss\zeta}{\mathrm{sin.}\ fmg}\ sf = 5,\ 7366828$$

$\mathrm{L.}\ sg = 4,\ 9930260$
$\mathrm{L.\ sin.}\ fmg = 9,\ 2354458$

$5,\ 7575802$
$\mathrm{L.\ sin.}\ sg\eta = 9,\ 9907836$
$\mathrm{L.\ sin.}\ sp\zeta = 9,\ 9681848$

$$\mathrm{L}\ \frac{\mathrm{sin.}\ sg\eta}{\mathrm{sin.}\ fmg}\ sg = 5,\ 7483638$$
$$\mathrm{L}\ \frac{\mathrm{sin.}\ sp\zeta}{\mathrm{sin.}\ fmg}\ sg = 5,\ 7257650$$

$$\frac{\mathrm{sin.}\ sr\eta}{\mathrm{sin.}\ fmg}\ sf = +\ 566898,\ 9$$
$$\frac{\mathrm{sin.}\ fg\eta}{\mathrm{sin.}\ fmg}\cdot sg = -\ 560226,\ 8$$

$fm = 6672,\ 1$

$$\frac{\mathrm{sin.}\ ss\zeta}{\mathrm{sin.}\ fmg}\ sf = +\ 545359,\ 4$$
$$\frac{\mathrm{sin.}\ sp\zeta}{\mathrm{sin.}\ fmg}\ sg = -\ 531820,\ 4$$

$gm = 13539,\ 0$
$gn = 5875,\ 0$

$mn = 7664,\ 0$

$+\ \mathrm{L}\ sg = +\ 4,\ 9930260$
$-\ \mathrm{L\ sin.}\ gnh = -\ 9,\ 1023116$

$5,\ 8907144$
$\mathrm{L\ sin.}\ ss\theta = 9,\ 9986644$
$\mathrm{L\ sin.}\ sg\eta = 9,\ 9907836$

$$\mathrm{L}\ \frac{\mathrm{sin.}\ ss\theta}{\mathrm{sin.}\ gnh}\ sg = 5,\ 8893788$$
$$\mathrm{L}\ \frac{\mathrm{sin.}\ sg\eta}{\mathrm{sin.}\ gnh}\ sg = 5,\ 8814980$$

$\mathrm{L}\ sh = 4,\ 9932545$
$\mathrm{L\ sin.}\ gnh = 9,\ 1023116$

$5,\ 8909429$
$\mathrm{L\ sin.}\ sh\theta = 9,\ 9951318$
$\mathrm{L\ sin.}\ sq\eta = 9,\ 9832008$

$$\mathrm{L}\ \frac{\mathrm{sin.}\ sh\theta}{\mathrm{sin.}\ gnh}\ sh = 5,\ 8860747$$
$$\mathrm{L}\ \frac{\mathrm{sin.}\ sq\eta}{\mathrm{sin.}\ gnh}\ sh = 5,\ 8741437$$

$$\frac{\mathrm{sin.}\ ss\theta}{\mathrm{sin.}\ gnh}\ sg = +\ 775137,\ 7$$
$$\frac{\mathrm{sin.}\ sh\theta}{\mathrm{sin.}\ gnh}\ sh = -\ 769262,\ 7$$

$gn = 55875,\ 0$

$$\frac{\mathrm{sin.}\ sg\eta}{\mathrm{sin.}\ gnh}\ sg = +\ 761198,\ 5$$
$$\frac{\mathrm{sin.}\ sq\eta}{\mathrm{sin.}\ gnh}\ sh = -\ 748417,\ 0$$

$hn = 12781,\ 5$

$\mathrm{L}\ mn = 3,\ 8844555$
$\mathrm{L\ sin.}\ fkh = 9,\ 4702096$

$4,\ 4142459$

mk

mk	=	3285, 168	L sin. gnh	=	9, 1023116
nk	=	4436, 666	L sin. fmg	=	9, 2354458
			L mK	=	3, 5165575
			L nK	=	3, 6496917

Damit wir die Mühe erspahren, den Werth von $gG = r$ zu suchen, wollen wir selben aus der Theorie des Newton entlehnen, welcher für die Entfernung von der Sonne 110970 angiebt, woraus also $Gg = 72747$. Nehmen wir also statt r diese zween Werthe 72700, und 72800, so giebt dieß folgende Rechnung.

Es sey r	=	72700	72800
L r	=	4, 8615344	4, 8621314
addirt { L sin. y	=	9, 6128990	9, 6128990
addirt { L cos. y	=	9, 9600122	9, 9600122
L Gy	=	4, 4744334	4, 4750304
L gy	=	4, 8215466	4, 8221436
gy	=	66305, 05	66396, 26
$fgy = 78°. 14'. 16''$ gm	=	13539, 0	13539, 0
$\frac{1}{2} fgy = 39 . 7 . 8$ gn	=	5857, 0	5857, 0
Complem. $= 50°. 52 . 32''$ my	=	52766, 05	52857, 26
ny	=	60430, 05	60521, 26
fg	=	98407, 0	98407, 0
gy	=	66305, 05	66396, 26
$fg + gy$	=	164712, 05	164803, 26
$fg - gy$	=	32101, 95	32010, 74
L $(fg - gy)$	=	4, 5065314	4, 5052957
L $(fg + gy)$	=	5, 2167254	5, 2169658
		9, 2898060	9, 288 299
L tang. $(90 - \frac{1}{2} fgy)$	=	0, 0897890	10, 0897890
L tang. $\frac{1}{2} (gyf - gfy)$	=	9, 3795950	9, 3781189

$\frac{1}{2} ($ gyf

$\frac{1}{2}(g\eta s - gs\eta)$	=	13. 28. 38	13. 25. 59″
$(go - \frac{1}{2} sg\eta)$	=	50. 52. 52	50. 52. 52
$g\eta s$	=	64. 21. 30	64. 18. 51
$gs\eta$	=	37. 24. 14	37. 26. 53
zu L sg	=	4, 9930260	4, 9930260
addiret L sin. $sg\eta$	=	9, 9907836	9, 9907836
		14, 8938096	14, 9838096
abgezogen L sin. $g\eta s$	=	9, 9549744	9, 9548136
$ls\eta$	=	5, 0288352	5, 0289960
L $g\eta$	=	4, 4744334	4, 4750304
L tang. $Gs\eta$	=	9, 4455982	9, 4460344
$Gs\eta$	=	15°. 35. 20	15. 36. 14
von L$G\eta$	=	4, 4744334	4, 4750304
abgezogen L sin. $Gs\eta$	=	9, 4293210	9, 4297284
LSG	=	5, 0451124	5, 0453020
$l\tau$	=	3, 2489276	
$l\alpha$	=	0, 6064996	
$l\,\beta$	=	0, 6026567	
L$\alpha\tau$	=	3, 8554772	
L$\beta\tau$	=	3, 8516343	
$\alpha\tau$	=	7169″, 3 =	1°. 59′. 29″
$\beta\tau$	=	7106, 1 =	1. 58. 26
$(\alpha-\beta)\,\tau$	=	63, 2 =	1. 3
L sin. $\alpha\tau$	=	8, 5409422	
L sin. $\beta\tau$	=	8, 5371103	
L $2c^3$	=	15, 3010300	
		32, 3790825	
abgezogen L cos. $(\alpha-\beta)\tau$	=	10, 0000000	
		12, 3790825	12, 3790825
abgezogen 2 L SG	=	10, 0902248	10, 0906040

LGO

L GO =	2, 2888577	2, 2884785
addiret L cos. G ſy =	9, 9837231	9, 9836924
L yo =	2, 2725808	2, 2721709
yo =	187, 32	187, 14
von ſy =	106864, 9	106904, 5
So =	106677, 6	106717, 4
der Winkel gyſ =	64. 24. 30″	64. 18. 51″
ζmy =	9. 54. 8	9. 54. 8
ζlo =	74. 15. 38	74. 12. 59
L my =	4, 7223546	4, 7231046
abgezogen L ſin. ζlo =	9, 9834031	9, 9833086
	4, 7389515	4, 7397960
addiret. { L ſin. ζmy =	9, 2354458	9, 2354458
{ L ſin. gyſ =	9, 9549744	9, 9548136
L ly =	3, 9743973	3, 9752418
L ml =	4, 6929259	4, 6946096
Folglich, ly =	9427, 52	9445, 87
abgezogen yo =	187, 32	187, 14
lo =	9240, 20	9285, 73
L lo =	3, 9656814	3, 9665515
addiret, L $\frac{(\alpha+\beta)}{\alpha}$ =	0, 2991128	0, 2991128
ſo iſt: L λθ =	4, 2647942	4, 2656643
der Winkel ζlo =	74. 15. 38	74. 12. 59
abgezogen ζKθ =	17. 10. 24	17. 10. 24
Kθλ =	57. 5. 14	57. 2. 35
Lλθ =	4, 2647942	4, 2656643
abgezogen L ſin. ζKθ =	9, 4702096	9, 4702096
	4, 7945846	4, 7954547
addiret { L ſin. ζlo =	9, 9834031	9, 9833086
{ L ſin. Kθλ =	9, 9240200	9, 9238032

L Kθ =

$L\,K\theta =$	4, 7779877	4, 7787633
$L\,K\lambda =$	4, 7186046	4, 7192579
$ml =$	49422, 63	49500, 50
$km =$	3285, 17	3285, 17
$kl =$	52707, 80	52785, 67
abgezogen $k\lambda =$	52312, 40	52391, 15
$l\lambda =$	395, 40	394, 52
$L\,l\lambda =$	2, 5970367	2, 5960690
addiret $L\,\frac{\alpha}{\beta} =$	0, 0038429	0, 0038429
$L\,l\zeta =$	2, 6008796	2, 5999119
$\frac{1}{2}\,\zeta k\theta =$	8°. 35′. 12″	8°. 35′. 12″
$90 - \frac{1}{2}\,\zeta k\theta =$	81°. 24′. 48″	81 . 24 . 48
$k\zeta =$	3285, 17	3285, 17
$ml =$	49422, 63	49500, 50
$l\zeta =$	398, 91	398, 02
$k\zeta =$	53106, 71	53183, 69
$k\theta =$	59977, 42	60084, 63
$k\theta + k\zeta =$	113084, 13	113268, 32
$k\theta - k\zeta =$	6870, 71	6900, 94
$L\,(k\theta - k\zeta) =$	3, 8370016	3, 8389082
$L\,(k\theta + k\zeta) =$	5, 0534016	5, 0541084
	8, 7836000	8, 7847998
L. tang. $(90 - \frac{1}{2}\,\zeta k\theta) =$	10, 8210294	10, 8210294
	9, 6046294	9, 6058292
$\frac{1}{2}\,(k\zeta\theta - k\theta\zeta) =$	21°. 55′. 7″	21°. 58′. 24″
$\frac{1}{2}\,(k\zeta\theta + k\theta\zeta) =$	81°: 24′. 48″	81 . 24 . 48
$k\zeta\theta =$	103°. 19′. 55″	103°. 23′. 12″
$k\theta\zeta =$	59°. 29′. 41″	59 . 26′. 24
$k\zeta\theta + \zeta lo =$	177 . 35 . 33″	177 . 36′. 11
ſ$o\zeta =$	2°. 24 . 27 .	2 . 23 . 49

Von

Von L sin. ζkθ =	9, 4702096	9, 4702096
abgezogen L sin. kζθ =	9, 9881354	9, 9880368
	9, 4820742	9, 4821728
addiret L kθ =	4, 7779877	4, 7787633
L θζ =	4, 2600619	4, 2609361
fm =	6672, 1	6672, 1
ml =	49422, 6	49500, 5
lζ =	398, 9	398, 0
so ist: fζ =	56493, 6	56570, 6
hn =	12781, 5	12781, 5
nk =	4463, 6	4463, 6
kϑ =	59977, 4	60084, 6
so wird: hϑ =	77222, 6	77329, 8
zu L fζ =	4, 7519993	4, 7525908
addiret den L tang. ζ =	9, 6931129	9, 6931129
L Fζ =	4, 4451122	4, 4457037
L hϑ =	4, 8877445	4, 8883470
addiret L tang. ϑ =	9, 6127775	9, 6127775
L Hϑ =	4, 5005220	4, 5011245
Also Hϑ =	31666, 8	31704
F ζ =	27868, 4	27906, 4
Hϑ — Fζ =	3792, 4	3798, 4
L (Hϑ — Fζ) =	3, 5789141	3, 5796007
abgezogen L. ζϑ =	4, 2600619	4, 2609361
L tang. HNϑ =	9, 3188522	9, 3186646
L. Hϑ =	4, 5005220	4, 5011245
L. Nϑ =	5, 1816698	5, 1824599
der Winkel HNϑ =	11°. 46′. 15″.	11°. 45′. 57″
Nϑ =	151939, 2	152215, 9

$L\,\zeta\theta =$	4, 2600619	4, 2609361
abgezogen $L\,\frac{\alpha+\beta}{\beta} =$	0, 3029557	0, 3029557
$L.\,\theta o =$	3, 9571062	3, 9579804
$\theta o =$	9059, 5	9077, 8
$No =$	142879, 7	143138, 1
$\frac{1}{2} So\zeta =$	1°. 12′. 13″, 5	1°. 11′. 54″, 5
$90 - \frac{1}{2} So\zeta =$	88. 47. 46″, 5	88. 48. 5, 5
$So =$	106677, 6	106717, 4
$No =$	142879, 7	143138, 4
$No + So =$	249557, 3	249855, 5
$No - So =$	36202, 1	36420, 7
von $L\,(No - So) =$	4, 5587338	4, 5613482
abgezogen $L\,(No = So) =$	5, 3971703	5, 3976889
	9, 1615635	9, 1636583
addirt L tang. $(90 - \frac{1}{2} So\zeta) =$	11, 6775226	51, 6794316
L tang. $\frac{1}{2}(oSN - SNo) =$	10, 8390861	10, 8430899
$\frac{1}{2}(oSN - SNo) =$	81°. 45′. 29″, 5	81°. 49′. 58″
$\frac{1}{2}(oSN + SNo) =$	88°. 47. 46, 5	88. 48. 5″, 5
$oSN =$	170°. 33. 16″,	170°. 38. 3″ ½
$SNo =$	7. 2. 17″.	6. 58. 7″, 5
von L sin. $So\zeta =$	8, 6233157	8, 6214086
abgezogen L sin. $oSN =$	9, 2151360	9, 2114815
	9, 4081297	9, 4099271
addirt $L.\,No =$	5, 1549705	5, 1557552
$L\;SN =$	4, 5631502	4, 5656823
der Winkel $gS\eta =$	37°. 24′. 14″	37°. 26′. 53″
addirt $oSN =$	5ˢ. 20°. 33. 16	5ˢ. 20. 38. 3
abgezogen,	6ˢ. 27°. 57. 30	6ˢ. 28. 4′. 56″
von $(6^s + g) =$	16. 0. 29. 2″.	16. 0. 29. 2.

Länge des steigenden Knoten =	9ˢ. 2°. 31′. 32″	9ˢ. 2°. 24′. 6″
L tang. HN☊ =	9, 3188523	0, 3186645
abgezogen L sin. SNo =	9, 0882372	9, 0839610
L tang. der Inclination =	10, 2306151	10, 2347035
Neigung der Bahn gegen die Ecliptik =	59°. 32′. 38″	59°. 46′. 45″
L. cos. SNo =	9, 9967152	9, 9967798
addirt L. cos. HN☊ =	9, 9907700	9, 9907779
L. cos. SNH =	9, 9874852	9, 9876577
Also ist SNH =	13°. 41′. 19″	13°. 38′. 59
von { L. Fʒ =	4, 4451122	4, 4457037
{ L. H☊ =	4, 5005220	4, 5011245
abgezogen L sin. HN☊ =	9, 3096223	9, 3094424
L. FN =	5, 1354899	5, 1362613
L. HN =	5, 1908997	5, 1916821
$\frac{1}{2}$ SNH =	6°. 50′. 36$\frac{1}{2}$″	6°. 49′. 29″$\frac{1}{2}$
90° — $\frac{1}{2}$ SNH =	83. 9. 20$\frac{1}{2}$	83°. 10′. 30″$\frac{1}{2}$
SN =	36572, 12	36785, 97
NF =	136612, 3	136855, 2
NF + SN =	173184, 4	173641, 2
NF — SN =	100040, 2	100069, 2
von L. (NF — NS) =	5, 0001745	5, 0003004
abgezogen L. (NF + SN) =	5, 2385087	5, 2396528
	9, 7616658	9, 7606476
addirt L tang. (90 — $\frac{1}{2}$ SNH) =	10, 9207206	10, 9219679
L tang. $\frac{1}{2}$ (NSF — NFS) =	10, 6823864	10, 6826155
$\frac{1}{2}$ (NSF — NFS) =	78°. 15′. 42″, 5.	78°. 16′. 4″, 5
$\frac{1}{2}$ (NSF + NFS) =	83. 9. 12″, 5.	83. 10, 30, 5
NSF =	161°. 25′. 3″.	161°. 26′. 35″
NFS =	4. 53. 38″.	4. 54. 261$\frac{1}{6}$
von L sin. SNH =	9, 3740724	9, 3728853
abgezogen L sin. NFS =	8, 9310033	8, 9321860

	0, 4430690	0, 4406993
addirt L SN =	4, 5631502	4, 5656823
L. SF =	5, 0062193	5, 0063816
NH =	155202, 8	155482, 7
SN =	36572, 12	36785, 97
NH + SN =	191774, 9	192268, 7
NH — SN =	118630, 7	118696, 7
von L (NH — SN) =	5, 0741971	5, 0744387
abgezogen L (NH + SN) =	5, 2827918	5, 2839086
	9, 7914053	9, 7905301
addirt L tang. (90 — $\frac{1}{2}$SNH) =	10, 9207206	10, 9219679
L tang. $\frac{1}{2}$(NSH — NHS) =	10, 7121259	10, 7124980
$\frac{1}{2}$(NSH — NHS) =	79°. 1′. 9″ $\frac{1}{6}$	79°. 1′. 42″, $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$(NSH + NHS) =	83 . 9 . 20″ $\frac{1}{2}$	83 . 10 . 30″, $\frac{1}{2}$
NSH =	162°. 10 . 29″ $\frac{2}{3}$	162 . 12 . 13
NHS =	4 . 8 . 11 $\frac{1}{3}$	4 . 8 . 48
von L sin. SNH =	9, 3740724	9, 3728853
abgezogen L sin. NHS =	8, 8581311	8, 8591973
	0, 5159413	0, 5136880
addirt L. SN =	4, 5631502	4, 5656823
L. SH =	5, 0790915	5, 0793703
NSH =	162°. 10′. 29″ $\frac{2}{3}$	162°. 12′. 13″
NSF =	161 . 25 . 3.	161 . 26 . 35
FSH =	0°. 45′. 26″ $\frac{2}{3}$	0°. 45′. 38″
FS = y =	101442, 3	101480, 3
HS = z =	119175, 2	120052, 2
L. T =	0, 9056124	0, 9056124
φ =	0°. 45′. 26″ $\frac{2}{3}$	0. 45′. 38.
L sin. φ =	8, 1211936	8, 1229950
L cos. φ =	9, 9999635	9, 9999638

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

L. cot. ϕ =	11, 8787699	11, 8769688
L. y =	5, 0062193	5, 0063816
L. z =	5, 0790915	5, 0793703
L. yz =	10, 0853108	10, 0857519
L. y^2z^2 =	20, 1706216	20, 1715038
L. 4 =	0, 6020600	
L. m^2 =	10, 8691050	
L. T^2 =	1, 8112248	
L. $4m^2T^2$ =	13, 2823898	13, 2823898
L. $\frac{y^2z^2}{4m^2T^2}$ =	6, 8882318	6, 8891140
addirt 2 L sin. ϕ =	16, 2423872	16, 2459900
	3, 1306190	3, 1351040
Der erstere Theil . . . . =	1350, 887	1364, 910
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 0426554	5, 0428759
abgezogen L. 3 =	0, 4771213	0, 4771213
	4, 5655341	4, 5657546
addirt 2 L ϕ =	16, 2423872	16, 2459900
	0, 8079213	0, 8117446
der folgende Theil =	6,426	6,482
Also ist b =	1357,313	1371,392
y =	101442,003	101480,003
z =	119975, 2	120052, 2
$(y - b)$ =	100085, 0	100108, 9
$(z - b)$ =	118617, 9	118680, 8
von L $(z - b)$ =	5, 0741502	5, 0743804
abgezogen L $(y - b)$ =	5, 0004690	5, 0004728
	0, 0737812	0, 0739076
addirt L $\frac{y}{z}$ =	9, 9271278	9, 9270113

	10, 0009090	10, 0009189
Abgezogen L. fin. ϕ =	8, 1211936	8, 1229950
der Logarith. des folgenden Theils abgezogen ..	1, 8797154	1, 8779239
abgezogen dieses..........	75, 80807	75, 49600
von cot. ϕ =	75, 64322	75, 33014
— tang. v =	0, 16485	0, 16586
Folglich ist — v =	9°. 21′. 40″	9°. 25′. 4″
die wahre Anomalie von F, oder v =	170 . 38 . 20 .	170 . 34 . 56 .
abgezogen FSN =	161 . 25 . 3	161 . 26 . 35
Distanz des ☊ vom Perihelio =	9°. 13′. 17″.	9° 8′. 21″
zu L. y =	5, 0062193 .	5, 0063816
addiret (L — cos. v) =	9, 9941775 .	9, 9941065
L (— y cos. v) =	5, 0003968	5, 0004881
addiret L. b =	3, 1326800	3, 1371615
L des Zählers =	8, 1330768	8, 1376496
— y cos. v =	100091, 41	100112, 45
addiret (y — b) =	100085, 0	100108, 9
der Nenner =	200176, 4	200221, 3
L des Nenners =	5, 3014129	5, 3015103
L a =	2, 8316639	2, 8361393
Entfernung von der ☉ im Perihelio, a =	678, 628	685, 708
folglich $2a$ =	1357, 356	1371, 416
und b =	1357, 313	1371, 392
$\delta = 2a - b$ =	0, 043	0, 024

In beeden Fällen ist also die Bahn des Cometen eine sehr eccentrische, und der Parabel nahe kommende Ellypse;

von L δ =	(—2), 6334685	(—2), 3802112
abgezogen L b =	3, 1326800	3, 1371615
Die Characteristick um 10 vermindert L n =	5, 5007885	5, 2430498

$\frac{3}{2} v =$	85°. 19'. 10".	85°. 17'. 28"
L. $t =$	1, 0868576	1, 0842248
$n =$	0, 0000316	0, 0000175
L. $t^3 =$	3, 2605728	3, 2526744
L. $t^5 =$	5, 4342880	5, 4211240
L. $t^7 =$	7, 6080032	7, 5895736
L. $nt^5 =$	0, 9350765	0, 6641737
L. $n^2 t^7 =$	(−2), 6095802	(−2), 0756730
$t =$	12, 21399	12, 14017
$\frac{1}{3} t^3 =$	607, 36750	596, 42150
$t + \frac{1}{3} t^3 =$	619, 58149	608, 5616
abgezogen	3, 4445	1, 8460
addiret	0, 0174	0, 0051
$t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{3}{5} n t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 - \&c. =$	616, 1544	606, 7207
dessen Logarithmus =	2, 7896895	2, 7829888
2 L $a =$	5, 6633278	5, 6722786
abgezogen L. $\sqrt{b} =$	1, 5663400	1, 5685808
	4, 0969878	4, 1036978
abgezogen L $m =$	5, 4345525	5, 4345525
	8, 6624353	8, 6691473
addiret	2, 7896895	2, 7829888
	1, 4521248	1, 4521361
Täge vom Perihelio bis F =	28, 3221	28, 3228
oder =	T. h. 28. 7. 43'. 50"	T. h. 28. 7. 44'. 50"
Die Zeit in F ist aber 1680. Decembr. =	T. h. 36. 6. 1'. 38.	39. 9. 1'. 38
Also gieng der Comet durchs Perihel. 1680. Dec.	T. h. 7. 22. 17'. 48"	T. h. 7. 22. 16'. 48"
Entfern. im Perihelio von ⊙ =	678, 678	685, 708
halbe Parameter =	1357, 313	1371, 392
Distanz des ☊ Knoten vom Perihelio =	9°. 13'. 17"	9°. 8'. 21"
Länge des ☊ Knoten =	9ˢ. 2°. 31'. 32"	9ˢ. 2°. 24'. 6"
Neigung der Bahn auf die Ecliptic =	59°. 32. 38.	59. 46. 45

Man vergleiche nun diese zwo herausgebrachten Bestimmungen, mit einer vierten Beobachtung; zum Beyspiel mit der die im Jahre 1680 den 12ten Decembr. gemacht worden welche ist:

J. 1680. Decembr; 12 T. 4 h. 46'. 0''.
Länge des Cometen; = 9ˢ. 6°. 31'. 21''
Breite desselben = 8°. 26'. 0''
Länge der Sonne = 9ˢ. 1°. 51. 23''.
Entfernung der ⊙ von der ♁ = 98275 dessen Logarith. = 4, 9924431

die vorgegebene Zeit, J. 1680 Decembr.	12 T. 4 h. 46'. 0''	12 T. 4 h. 46'. 0''.
abgezogen die Zeit des Perihelium	7. 22. 17. 48	7. 22. 16. 48
die Zeit T =	4. 6. 28. 12	4. 6. 29. 12
In Tägen ist: T =	4, 26958	4, 27027
L T =	0, 6303852	0, 6304553
addiret L m =	5, 4345525	5, 4345525
	6, 0649377	6, 0650078
abgezogen L $\frac{a^3}{\sqrt{b}}$ =	4, 0969878	4, 1036978
Nach der 7 Aufgabe ist L n =	1, 9679499	1, 9613100
und n =	92, 88592	91, 47660
$\frac{1}{2} n$ =	46, 44296	45, 73830
also $\frac{3}{2} n$ =	139, 32888	137, 21490
L $\frac{3}{2} n$ =	2, 1440412	2, 1374012
2 L $\frac{3}{2} n$ =	4, 2880824	4, 2748024
$\frac{9}{4} n^2$ =	19413, 55	18827, 93
+ 1 =	19414, 55	18828, 93
L. $(\frac{9}{4} n^2 + 1)$ =	4, 2881271	4, 2748255
L. $\sqrt{(\frac{9}{4} n^2 + 1)}$ =	2, 1440636	2, 1374128
$\sqrt{(\frac{9}{4} n^2 + 1)}$ =	139, 3361	137, 2185
addiret $\frac{3}{2} n$ =	139, 3289	137, 2149

	278, 6650	27[illegible], 4331
$L\left(\frac{1}{2}n+\sqrt{\left(\frac{1}{4}n^2+t\right)}\right) =$	2, 4450823	2, 4384369
Logarith. des größern Theils =	0, 8150274	0, 8128123
Logarith. des kleinern Theils =	9, 1849725	9, 1871870
der größere Theil =	6, 531718	6, 498489
der kleinere Theil =	0, 153099	0, 153882
So ist: $\theta =$	6, 378619	6, 344607
$L.\ \theta =$	0, 8047267	0, 8024047
$L\ \frac{2\delta}{b} =$	(−5), 8018185	(−5), 5440797
$L\ \frac{2\delta\theta}{b} =$	(−4), 6065452)	(−4), 3464844
$2\ L\ \theta =$	1, 6094534	1, 6048094
$L.\ \frac{2\delta\theta^3}{b} =$	(−2), 2159986	(−2), 9512938
	0, 4771213	0, 4771213
$L.\ \frac{2\delta}{3b}\ \theta^3 =$	(−3), 7388773	(−3), 4741725
B. tang. $\theta =$	81°. 5'. 24''.	81°. 2'. 35''
oder auch =	291924''.	291755''
dessen Logarithme =	5, 4652698	5, 4650183
werde addirt	4, 6855749	4, 6855749
	0, 1508447	0, 1505932
$L.\ \frac{2\delta}{b} =$	(−5), 8018185	(−5), 5440799
$L.\ \frac{2\delta}{b}$ B. tang. $\theta =$	(−5), 9526632	(−5), 6946729
$\theta =$	6, 378619	6, 344607
Abgezogen $\frac{2\delta}{b}.\ \theta =$	0, 000404	0, 000222

ab:

	6, 378215	6, 344385
addirt $\frac{2\delta}{3b}\,b^3 =$	0, 005481	0, 002980
$\frac{2\delta}{b}$ B. tang. $\theta =$	0, 000089	0, 000049
$t =$ tang. $\frac{1}{2}\,v =$	6, 383785	6, 347414
L. tang $\frac{1}{2}\,v =$ $\frac{1}{2}\,v =$ und $v =$	10, 8050782 81°. 5'. 50". 162. 11. 40.	10, 8025969 81°. 2'. 49". 162. 5. 38.
$b =$ $a =$	1357, 313 678, 678	1371, 392 685, 708
$b - a =$	678, 635	685, 684
L. $(b - a) =$ L. $a =$	2, 8316362 2, 8316639	2, 8361240 2, 8361393
L. $\frac{(b-a)}{a} =$	9, 9999723	9, 9999847
L. — cos. $v =$ L. $(b - a) =$	9, 9786825 9, 9999723	9, 9784370 9, 9999847
	9, 9786548	9, 9784217
$-\frac{b-a}{a}$ cos. $v =$	0, 9525392	0, 9515284
Der Nenner $=$	0, 0479607	0, 0484715
Logarith. des Zählers $=$ L. $b =$ Logarith. des Nenners $=$	3, 1326800 8, 6808855	3, 1371615 8, 6854865
L. $y =$	4, 4517945	4, 4516750
von $v =$ abgez. die Distanz des ☊ vom Perihelio, $=$	162°. 11'. 40". 9. 13. 17.	162°. 5'. 38" 9. 8. 21
Entfernung des Cometen von Knoten $=$	152°. 58'. 23".	152. 57. 17

Es sey also in dem bey B rechtwinklichten Kugeldreyecke CNP (Fig. 6.), der aufsteigende Knoten N, die Ecliptik NP, und die Bahn des Cometen NC, so ist:

NC =	152°. 58'. 23"	152°. 57'. 17"
der Winkel CNP =	59. 32. 38.	59. 46. 45
(ſin. CP = ſin. NC. ſin. N). L ſin. NC =	9, 6574473	9, 6577197
(tang. NP = coſ. N. tang. NC). L. ſin. N =	9, 9355161	9, 9365599
L. ſin. CP. =	9, 5929634	9, 5942796
heliocentriſche Breite CP =	23°. 3'. 39".	23°. 8'. 6"
L. coſ. N. =	9, 7049036	9, 7018564
L. — tang. NC =	9, 7076705	9, 7080138
L. — tang. NP =	9, 4125741	9, 4098702
folglich NP =	165°. 30'. 10".	165°. 35'. 20",
oder NP =	5ˢ. 15°. 30'. 10.	5ˢ. 15°. 35'. 20",
addirt die Länge des Knotens =	9ˢ. 2°. 31'. 32".	9ˢ. 2°. 24'. 6"
heliocentriſche Länge =	2ˢ. 18°. 1'. 42"	2ˢ. 17°. 59'. 26"
Länge der Erde =	3ˢ. 1°. 51'. 23".	3. 1. 51. 23
alſo der Winkel cST =	13°. 49'. 41"	13°. 51'. 57"
CSc =	23°. 3'. 39"	23°. 8'. 6"
L. y = L. CS =	4, 4517945	4, 4516750
addiret { L. ſin. CSc =	9, 5929634	9, 5942796
L. coſ. CSc =	9, 9638300	9, 9635903
L. Cc =	4, 0447579	4, 0459546
L. Sc =	4, 4156245	4, 4152653
addirt { L. ſin. cST =	9, 3784143	9, 3795762
L. coſ. cST =	9, 9872269	9, 9871565
L. cP =	3, 7940388	3, 7948415
L. SP =	4, 4028514	4, 4024218
SP =	25284, 32	25259, 32
von ST =	98275, 00	98275, 00
ſo iſt TP =	72990, 68	73015, 68
von L. cP =	3, 7940388	3, 7948415
abgezogen L. TP =	4, 8632675	4, 8634162

L. tang. STc =	8, 9307713	8, 9314253
STc =	4°. 52'. 24"	4°. 52'. 51"
addirt die Länge der Sonne =	9ˢ. 1°. 51. 23"	9ˢ. 1°. 51'. 23"
Die geocentrische Länge des Cometen =	9ˢ. 6°. 43'. 47"	9ˢ. 6°. 44'. 14"
von L. TP =	4, 8632675	4, 8634162
abgezogen L. cos. STc =	9, 9984272	9, 9984223
L. cT =	4, 8648403	4, 8649939
von L. Cc =	4, 0447579	4, 0459546
L. tang. CTc =	9, 1799176	9, 1809607
geocentrische Breite =	8°. 36'. 18"	8°. 37'. 32"

Es nähert sich also die erste Hypothese, in welcher wir angenommen $r = 72700$ mehr der Wahrheit, als die zweyte, woraus zu schließen, daß r viel kleiner seyn müße, als wir gesetzet haben. Und zwar zeigen die Breiten an, daß r um 835, die Längen aber, daß r um 2763 müsse vermindert werden, der mittlere Werth aus beyden wird also seyn $r = 72700 - 1800 = 70900$. Durch diese Hypothese wird die Bahn des Cometen der Ellypse näher gebracht, und kennt man einmal die Elementen davon, so ist leicht die periodische Zeit des Cometen zu bestimmen. Da diese Untersuchung von Wichtigkeit scheinet, so wollen wir sie weiters vornehmen, und abermals dem r zween Werthe geben, zwischen welchen der wahre enthalten ist. Es sey nun:

r =	70000	72000
so ist, L. r =	4, 8450980	4, 8573325
addirt { L. sin. η =	9, 6128990	9, 6128990
addirt { L. cos. η =	9, 9600122	9, 9600122
L. Gη =	4, 4579970	4, 4702315
L. gη =	4, 8051102	4, 8173447

gy =	63842, 5	65666, 6
gm =	13539, 0	13539, 0
gn =	5875, 0	5875, 0
my =	50303, 5	52127, 6
ny =	57967, 5	59791, 6
ſg =	98407, 0	98407, 0
gy =	63842, 5	65666, 6
ſg + gy =	162249, 5	164073, 6
ſg — gy =	34564, 5	32740, 4
L. (ſg — gy) =	4, 5386302	4, 5150840
L. (ſg + gy) =	5, 2101833	5, 2150387
	9, 3284469	9, 3000453
L. tang. (90 — ½ſgy =	10, 0897890	10, 0897890
L. tang. ½ (gyſ — gſy) =	9, 4182359	9, 3898343
½ (gyſ — gſy) =	14°. 40′. 46″	13°. 47′. 12″
½ (gyſ + gſy) =	50°. 52′. 52″	50°. 52. 52″.
gyſ =	65°. 33. 38″	64°. 40′. 4′
gſy =	36. 12. 6.	37. 5. 40
von L. ſg ſin. ſgy =	14, 9838096	14, 9838096
abgezogen L. ſin. gyſ =	9, 9592327	9, 9560926
L. ſy =	5, 0245769	5, 0277170
L. Gy =	4, 4579970	4, 4702315
L. tang. Gſy =	9, 4334201	9, 4425145
Gſy =	15°. 10′. 41″	15°. 29′. 2″
von L. Gy =	4, 4579970	4, 4702315
abgezogen L. ſin. Gſy =	9, 4180021	9, 4264582
L. ſG =	5, 0399949	5, 0437733
	12, 3790825	12, 3790825
abgezogen 2 L. ſG =	10, 0799898	10, 0875466
L. GO =	2, 2990927	2, 2915359
addirt L. coſ. Gſy =	9, 9845798	9, 9839443

L.

L. ηo =	2, 2836725	2, 2754802
Folglich ηo =	192, 164	188, 573
$\int \eta$ =	105822, 22	106590, 12
S o =	105630, 06	106401, 55
die Winkel $g \eta \int$ =	65°. 33′. 38″	64°. 40′. 4″
$\zeta m \eta$ =	9 . 54 . 8	9 . 54 . 8
ζlo =	75°. 27′. 46″.	74°. 34′. 12″.
von $lm\eta$ =	4, 7015982	4, 7170677
abgezogen L. sin. ζlo =	9, 9858686	9, 9840573
	4, 7157296	4, 7330104
addiret L. sin. $\zeta m\eta$ =	9, 2354458	9, 2354458
addiret L. sin. $g \eta \int$ =	9, 9592327	9, 9560926
L. $l\eta$ =	3, 9511754	3, 9684562
L. ml =	4, 6749623	4, 6891030
Also: $l\eta$ =	8936, 67	9299, 43
abgezogen ηo =	192, 16	188, 57
lo =	8744, 51	9110, 86
L. lo =	3, 9417355	3, 9595593
addirt L. $\frac{\alpha+\beta}{\alpha}$ =	0, 2991128	0, 2991128
L. $\lambda\, \theta$ =	4, 2408483	4, 2586721
vom Winkel $\zeta\, lo$ =	75°. 27′. 46″	74°. 34′. 12″
abgezogen $\zeta k \theta$ =	17 . 10 . 24 .	17 . 10 . 24
$k \theta \lambda$ =	58 . 17 . 22	57°. 23 . 48
von $l \lambda\, \theta$ =	4, 2408483	4, 2586721
abgezogen L. sin. $\zeta k \theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
	4, 7706387	4, 7884625
addirt L. sin. $\zeta\, lo$ =	9, 9858686	9, 9840573
addirt L. sin. $k \theta \lambda$ =	9, 9297837	9, 9255293

L. $k\theta$ =	4, 7565073	4, 7725198
L. $k\lambda$ =	4, 7004224	4, 7139918
ml =	47311, 02	48876, 81
addirt km =	3285, 17	3285, 17
kl =	50596, 19	52161, 98
$k\lambda$ =	50167, 50	51759, 70
$l\lambda$ =	428, 69	402, 28
L. $l\lambda$ =	2, 6321433	2, 6045284
addirt L. $\frac{\alpha}{\beta}$ =	0, 0038429	0, 0038429
L. $l\zeta$ =	2, 6359862	2, 6083713
kl =	50596, 19	52161, 98
$l\zeta$ =	432, 50	405, 85
$k\zeta$ =	51028, 69	52567, 83
$k\theta$ =	57082, 07	59227, 02
$k\theta + k\zeta$ =	108110, 76	111794, 85
$k\theta - k\zeta$ =	6053, 38	6659, 19
L. $(k\theta - k\zeta)$ =	3, 7819979	3, 8234215
L. $(k\theta + k\zeta)$ =	5, 0338690	5, 0484219
	8, 7481289	8, 7749996
L. tang. $(90 - \frac{1}{2}\zeta k\theta)$ =	10, 8210294	10, 8210294
	9, 5691583	9, 5960290
$\frac{1}{2}(k\zeta\theta - k\theta\zeta)$ =	20°. 20′. 44″	21°. 31′. 42″,
$\frac{1}{2}(k\zeta\theta + k\theta\zeta)$ =	81 . 24 . 48 .	81 . 24 . 48
$k'\zeta\theta$ =	101°. 45 . 32 .	102°. 56′. 30
$k\zeta\theta$ =	61°. 4 . 4 .	59 . 53 . 6
ζlo =	75 . 27 . 46 .	74 . 34 . 12
$k\zeta\theta + \zeta lo$ =	177°. 13 . 18 .	177 . 30 . 42 .
$So\zeta$ =	2°. 46′. 42″,	2°. 29′. 18″
von L. sin. $\zeta k\theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
abgezogen L. sin. $k\zeta\theta$ =	9, 9907889	9, 9888258

ad-

	9, 9794207	9, 4813838
addirt L. $k\theta$ =	4, 7565073	4, 7725198
L. $\vartheta\zeta$ =	4, 2359280	4, 2539036
fm =	6672, 1	6672, 1
ml =	47311, 0	48876, 8
$l\zeta$ =	432, 5	405, 8
So ist: $f\zeta$ =	54415, 6	55954, 8
hk =	17245, 1	17245, 1
$k\theta$ =	57082, 1	59227, 0
und $h\theta$ =	74327, 2	76472, 1
L. $f\zeta$ =	4, 7357234	4, 7478373
L. tang. ζ =	9, 6931129	9, 6931129
L. $F\zeta$ =	4, 4288363	4, 4409502
L. $h\theta$ =	4, 8711478	4, 8835030
L. tang. θ =	9, 6127775	9, 6127775
L. $H\theta$ =	4, 4839253	4, 4962805
So ist: $H\theta$ =	30473, 7	31353, 1
$F\zeta$ =	26843, 3	27602, 6
$(H\theta - F\zeta)$ =	3630, 4	3750, 5
L. $(H\theta - F\zeta)$ =	3, 5599545	3, 5740892
L. $\zeta\theta$ =	4, 2359280	4, 2539036
L. tang. $HN\theta$ =	9, 3240265	9, 3201856
L. $H\theta$ =	4, 4839253	4, 4962805
L. $N\vartheta$ =	5, 1598988	5, 1760949
der Winkel $HN\theta$ =	11°. 54′. 28″	11°. 48′, 21″.
$N\theta$ =	144510, 3	150001, 3
von L. $\zeta\vartheta$ =	4, 2359280	4, 2539036
abgezogen L. $\frac{\alpha+\beta}{\beta}$ =	0, 3029557	0, 3029557
L. ϑo =	3, 9329723	3, 9509479
θo =	8569, 83	8931, 98

No =	135940, 5	141069, 3
$\frac{1}{2}$ So ζ =	1°. 23'. 21".	1°. 14'. 39"
90 — $\frac{1}{2}$ So ζ =	88°. 36. 39.	88 . 45 . 21
So =	105630, 06	106401, 55
No =	135940, 5	141069, 3
So + No =	241570, 5	247470, 8
No — ſo =	30310, 5	34667, 8
L (No — ſo) =	4, 4815930	4, 5399263
L (No + ſo) =	5, 3830439	5, 3935239
	9, 0985491	9, 1464024
L. tang. (90 — $\frac{1}{2}$ ſo ζ) =	11, 6152831	11, 6631758
L. tang. $\frac{1}{2}$ (oSN — SNo) =	10, 7138322	10, 8095782
$\frac{1}{2}$ (oſN — SNo) =	79°. 3'. 40".	81°. 11'. 15".
$\frac{1}{2}$ (oſN — SNo) =	88 . 36 . 39 .	88 . 45 . 21
oſN =	167°. 40. 19.	169 . 56 . 36
SNo =	9 . 32 . 59 .	10 . 34 . 6
von L ſin. ſo ζ =	8, 6854914	8, 6376495
abgezogen L ſin. oſN =	9, 3294159	9, 2420989
	9, 3560755	9, 3955506
L. No =	5, 1333489	5, 1494324
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
der Winkel gſn =	36°. 12'. 6"	37°. 5'. 40"
oder	1^s. 6°. 12'. 6".	1^s. 7°. 5 . 40"
oſN =	5^s. 17 . 40 . 19"	5^s. 19°. 56 . 36.
	6^s. 23°. 52'. 25"	6 . 27 . 2 . 16"
6^s + g =	16. 0 . 29 . 2"	16. 0 . 29 . 2"
Länge des aufſteigenden Knoten	9^s. 6 . 36'. 37".	9^s. 3°. 26'. 46"
L. tang. HN♈ =	9, 3240265	9, 3201856
abgezogen L. ſin. SNo =	9, 2178555	9, 1196138
	10, 1041710	10, 2005718

Nei-

Neigung der Bahn gegen die Ecliptic =	51°. 48′. 24″.	51°. 47′. 2″
L. cos. SN☉ = addirt L. cos. HN☋ =	9, 9939394 9, 9905525	9, 9962000 9, 9907146
L. cos. SNH = SNH =	9, 9844919 15°. 13′. 15″.	9, 9869146 13°. 59′. 40″.
von { L. F☊ = von { L. H☋ = abgezogen L. sin. HN☋ =	4, 4288363 4, 4839253 9, 3145790	4, 4409502 4, 4962805 9, 3109002
L. FN = L. HN =	5, 1142573 5, 1693463	5, 1300500 5, 1853803
½ SNH = 90 — ½ SNH =	7°. 36′. 37″½ 82. 23. 22″½	6°. 59′. 50″. 83. 0. 10″
SN = NF =	30862, 02 130094, 03	35073, 82 134911, 87
SN + NF = NF — SN =	160956, 05 99232, 01	169985, 7 99838, 05
L (NF — SN) = L (NF + SN) =	4, 9966517 5, 2067073	4, 9992961 5, 2304124
 L. tang. (90 — ½ SNH) =	9, 7899444 10, 8741495	9, 7688837 10, 9110303
L tang. ½ (NSF — NFS) =	10, 6640939	10, 6799140
½ (NSF — NFS) = ½ (NSF + NFS) =	77°. 36′. 18″, 82. 23. 22″½	78°. 11′. 48″ 83. 0. 10″.
NSF = NFS =	160. 9′. 41″. 4. 37. 4″.	161. 11. 58″ 4. 48. 22″.
L. sin. SNH = abgezogen L. sin. NFS =	9, 4191955 8, 9058404	9, 3835062 8, 9231624
 L. SN =	0, 5133553 4, 4894244	0, 4603438 4, 5449830
L. SF =	5, 0027797	5, 0053268

 NH =

NH =	147688, 39	153242, 89
SN =	30862, 02	35073, 82
(NH + SN) =	1785050, 41	188316, 71
(NH — SN) =	1168026, 37	118169, 07
L. (NH — SN) =	5, 0675410	5, 0725038
L. (NH + SN) =	5, 2517608	5, 2748889
	9, 8157802	9, 2976149
L. tang. $(90 - \frac{1}{2}$ SNH$)$ =	10, 4741495	10, 9110303
	10, 6899297	10, 7086452
$\frac{1}{2}$ (NSH — NHS) =	$78^\circ.\ 27'.\ 30''\frac{2}{3}$	$78^\circ.\ 55'.\ 49''\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$ (NSH + NHS) =	$82.\ 23.\ 22\frac{1}{2}$	$83.\ 0.\ 10$
NSH =	$160^\circ.\ 50.\ 53''\frac{1}{6}$	$161^\circ.\ 56'.\ 9''\frac{1}{4}$
NSF =	160. 9. 41.	161. 11. 58
FSH =	$0.\ 41'.\ 12''\frac{1}{6}$	$0.\ 44'.\ 11''\frac{1}{4}$
NHS =	$3^\circ.\ 55'.\ 52''.$	$4.\ 4.\ 11''$
von L. sin. SNH =	9, 4191955	9, 3835062
abgezogen L. sin. NHS =	8, 8360518	8, 8510771
	0, 5831437	0, 5324291
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
L. SH =	5, 0725681	5, 0774121
FS = y =	100642, 1	101234, 1
HS = z =	118186, 6	119512, 2
φ =	$0^\circ.\ 41'.\ 12''\frac{1}{6}$	$0^\circ.\ 44'.\ 11''\frac{1}{4}$
L. sin. φ =	8, 0786123	8, 1090132
L. cos. φ =	9, 9999688	9, 9999641
L. cot. φ =	11, 9213565	11, 8909509
L. y =	5, 0027797	5, 0053268
L. z =	5, 0725681	5, 0774121
L. yz =	10, 0753478	10, 0827389

L.

L. $y^2 z^2$ =	20, 1506956	20, 1654778
abgezogen	13, 2823898	13, 2823898
	6, 8683058	6, 8830880
addirt 2 L. sin. φ =	16, 1572246	16, 2180264
	3, 0255304	3, 1011144
erster Theil =	1060, 548	1262, 160
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 0376739	5, 0413694
	0, 4771213	0, 4771213
	4, 5605526	4, 5642481
2 L. sin. φ =	16, 1572246	16, 2180264
	0, 7177772	0, 7822745
folgender Theil =	5, 221	6, 057
also b =	1065, 769	1268, 217
y =	100642, 1	101234, 1
z =	118168, 6	119512, 2
$y - b$ =	99576, 4	99965, 9
$z - b$ =	117120, 9	118244, 0
von L. $(z - b)$ =	5, 0686344	5, 0727790
abgezogen L. $(y - b)$ =	4, 9981564	4, 9998519
	0, 0704780	0, 0729271
addirt L. $\frac{y}{z}$ =	9, 9302116	9, 9279147
	10, 0006896	10, 0008418
abgezogen L. sin. φ =	8, 0786123	8, 1090132
	1, 9220773	1, 8918286
abzuziehen =	83, 57518	77, 95224
von cot. φ =	83, 43658	77, 79487
— tang. v =	0, 13860	0, 15737
wahre Anomalie von F = v =	172°. 6′. 32″.	171°. 3′. 24″,
abgezogen FSN =	160°. 9. 41″.	161°. 11′. 58″

Distanz

Distanz des Knoten vom Perihelio =	11°. 56′. 51″.	9°. 51′. 26″.
L. y =	5, 0027797	5, 0053268
addirt L — cos. v =	9, 9958679	9, 9946878
L — y cos. v =	4, 9986476	5, 0000146
addirt L. b =	3, 0276634	3, 1031935
Logarith. des Zählers =	8, 0263110	8, 1032081
— y cos. v =	99689, 10	100003, 36
y — b =	99576, 4	99965, 9
der Nenner =	199262, 5	199969, 2
L. des Nenners =	5, 2994320	5, 3009631
L. a =	2, 7268790	2, 8022450
Distanz von ☉ im Perihelio = a =	533, 1864	634, 1274
also $2a$ =	1066, 3728	1268, 4548
b =	1065, 769	1268, 217
$\delta = 2a - b$ =	0, 603	0, 237
L. δ =	9, 7803173	9, 3747483
L. b =	3, 0276634	3, 1031935
abezogen 10 von der Charakter. L. n =	6, 7526539	6, 2715548
$\frac{1}{2}v$ =	86°. 3′. 16″	85°. 31′. 42″
L. t =	1, 1613272	1, 1067702
L. t^3 =	3, 4839816	3, 3203106
L. t^5 =	5, 8066360	5, 5338510
L. t^7 =	8, 1292904	7, 7473914
L. n^2 =	13, 5053078	12, 5431096
L. nt^5 =	2, 5592899	1, 8054058
L. n^2t^5 =	9, 3119438	8, 0769606
L. n^2t^7 =	1, 6345982	0, 2905010
L. n^3t^7 =	8, 3872521	6, 5620558
L. n^3t^9 =	9, 5485793	7, 6688260

t =

$t =$	14, 4986	12, 7870
$\frac{1}{3} t^3 =$	1015, 9220	696, 9303
$\frac{2}{5} n^2 t^5 =$	0, 1231	0, 0071
$\frac{2}{7} n^2 t^7 =$	18, 4766	0, 8366
	1049, 0203	710, 5610
abgezogen $\frac{2}{5} n^3 t^5 =$	144, 9940	25, 5544
	904, 0263	685, 0066
abgezogen $\frac{4}{7} n^3 t^7 =$	0, 0139	0, 0002
$\frac{4}{9} n^3 t^9 =$	0, 1572	0, 0020
$t + \frac{1}{3} t^3 +$ &c. $=$	903, 8552	685, 0044
2 L. $a =$	5, 4537580	5, 6044900
L. $\sqrt{b} =$	1, 5138317	1, 5515967
	3, 9399263	4, 0528933
L. $m =$	5, 4345525	5, 4345525
	8, 5053738	8, 6183408
addirt L. $(t + \frac{1}{3} t^3 +$ &c.$) =$	3, 9560989	2, 8356934
	1, 4614727	1, 4540342
Tåge von Perihelio bis an F $=$	28, 9383	28, 4468
oder $=$	$28^{\mathrm{T}}.\ 22^{\mathrm{h}}.\ 31'.\ 9''.$	$28^{\mathrm{T}}.\ 10^{\mathrm{h}}.\ 43'.\ 23''.$
der Comet war in F 1680 Monath Dec. $=$	$36^{\mathrm{T}}.\ 6^{\mathrm{h}}.\ 1',\ 38''$	36. 6. 1. 38
Gieng durchs Perihelium, 1680 M. Dec. $=$	$7^{\mathrm{T}}.\ 7^{\mathrm{h}}.\ 30'.\ 29''$	$7.\ 19.\ 18'.\ 15''$
perihelische Distanz $= a =$	533, 1864	634, 2274
halbe Parameter $= b =$	1065, 769	1268, 217
Distanz des ☊ Knoten von Perihelio $=$	$11^\circ.\ 56'.\ 51''$	$9^\circ.\ 51'.\ 26''$
heliocentrische Långe des ☊ Knoten $=$	$9^{s}.\ 6^\circ.\ 36.\ 37.$	$9^{s}.\ 3^\circ.\ 26'.\ 46$
Neigung auf die Ecliptik $=$	$51^\circ.\ 48.\ 24''.$	$57^\circ.\ 47.\ 2''$

Auf die nåmliche Art werde der geocentrische Ort des Cometen berechnet,

für 1680, Monath Decembr.	$12^{\mathrm{T}}.\ 4^{\mathrm{h}}.\ 46'.\ 0''.$	$12^{\mathrm{T}}.\ 4^{\mathrm{h}}.\ 46'.\ 0''$
abgezogen die Zeit des Perihelium	7. 7, 30. 29.	7. 18. 19. 15

$T =$	$4^{T}.\ 21^{h}.\ 15'.\ 30''$	$4^{T}.\ 9^{h}.\ 27''.\ 45''$
in Zehntheilchen $T =$	$4^{T}.\ 8857$	$4^{T}.\ 3943$
(Aufgabe 8) $L.\ (2a - b) =$	9, 7803173	9, 3747482
die Hälfte $=$	9, 8901586	9, 6873742
$\frac{3}{2}\ L.\ (2a - b) =$	9, 6704759	9, 0621225
$L.\ T =$	0, 6889268	0, 6428897
addirt $=$	11, 0500076	11, 0500076
	11, 4094103	10, 7550198
abgezogen $3\ L a =$	8, 1806370	8, 4067350
$L u =$	3, 2287733	2, 3482848
Folglich $u =$	$1693''$, 4	$223''$, 0
mittlere Anomalie $= u =$	$0°.\ 28'.\ 13''$.	$0°.\ 3'.\ 43''$
$b - a =$	532, 583	633, 990
$L.\ (b - a) =$	2, 7263872	2, 8020824
$L.\ a =$	2, 7268790	2, 8022450
$L.\ \frac{b - a}{a} =$	9, 9995082	9, 9998374
Es seye $\varrho =$	$21°.\ 30'.\ 0''$	$10°.\ 30'.\ 0''$
$L.\ \sin.\ \varrho =$	9, 5640754	9, 2606330
addirt	5, 3139333	5, 3142625
$L.\ \frac{(b - a)}{a}\ \sin.\ \varrho =$	4, 8780087	4, 5748955
$\frac{b - a}{a}\ \sin.\ \varrho =$	$75510''$, 7	$37574''$, 7
addiret u	1693, 4	223, 0
	77204, 1.	37797, 7
$u + \frac{b - a}{a}\ \sin.\ \varrho =$	$21°.\ 26'.\ 44''$,	$10°.\ 29'.\ 57''$.
abgezogen $\varrho =$	21 . 30. 0.	10 . 30. $0''$

der

der Zähler = —	— 3'. 16".	— 0'. 3".
L. cos. ε =	9, 9686779	9, 9926661
L. $\frac{(b-a)}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
	9, 9681861	9, 9925035
$1 - \frac{(b-a)}{a}$ =	0, 070634	0, 017112
so ist z =	— 46'. 15".	— 2'. 55".
und ω =	20°. 43'. 5".	10°. 27'. 5".
$\frac{1}{2}\omega$ =	10. 21. 32" ½	5. 13. 32 ½
L. tang. $\frac{1}{2}\omega$ =	9, 2619149	8, 9612284
abgezogen L. $\frac{\sqrt{2a-b}}{b}$ =	8, 3763269	8, 1357774
L. tang. $\frac{1}{2}v$ =	10, 8856380	10, 8254510
Also $\frac{1}{2}v$ =	82°. 35'. 9" ½	81°. 29'. 56" ½
wahre Anomalie v =	165. 10. 19"	162. 59. 53.
L. — cos. v =	9, 9852909	9, 9805920
L. $\frac{b-a}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
	9, 9847991	9, 9804294
$-\frac{b-a}{a}$ cos. v =	0, 965604	0, 955937
Nenner =	0, 034395	0, 044062
L. b =	3, 0276634	3, 1031935
Logarithmus des Nenners =	8, 5364953	8, 6440642
L. y =	4, 4911681	4, 4591293
von v =	165°. 10'. 10".	162°. 59'. 53".
Distanz des ☊ von Perihelium =	11. 56. 51	9. 51. 26".
NC = Distanz des Comet von ☊ (Fig.6) =	153. 13. 28".	153. 8. 27".
CNP =	51. 48. 24"	57. 47. 2".

L. sin. NC =	9, 6536916	9, 6549454
L. sin. N =	9, 8953998	5, 9273925
L. sin. CP =	9, 5490914	9, 5823379
L. cos. N =	9, 7911844	9, 7268202
L. — tang. NC =	9, 7029480	9, 7045221
L. — tang. NP =	9, 4941324	9, 4313423
heliocentrische Breite CP =	20°. 44′. 12″.	22°. 28′. 21″.
NP =	162. 40′. 22″.	164. 53. 28″
oder NP =	5ˢ. 12. 40. 22″.	5ˢ. 14. 53. 28″
addiret die Länge des ☊ =	9. 6. 36. 37″.	9. 3. 26. 46″
heliocentrische Länge =	2ˢ. 19. 16. 59″	2ˢ. 18. 20. 14″.
Länge der Erde =	3. 1. 51′. 23″	3. 1. 51. 23
der Winkel cST =	12. 34. 24.	13. 31. 6
CSc =	20. 44. 12.	22. 28. 21
Ly = L. CS =	4, 4911681	4, 4591293
L. sin. CSc =	9, 5490914	9, 5823379
L. cos. CSc =	9, 9709127	9, 9657017
L. Cc =	4, 0402595	4, 0414672
L. Sc =	4, 4620808	4, 4248310
addiret { L. sin. cST =	9, 3378364	9, 3687698
L. cos. cST =	9, 9894579	9, 9877967
L. cP =	3, 7999172	4, 7936208
L. SP =	4, 4515387	4, 4126277
SP =	28283, 9	25859, 9
von ST =	98275, 0	98275, 0
TP =	69991, 0	72415, 0
voy L. cP =	3, 7999172	3, 7936208
abgezogen L. TP =	4, 8450422	4, 8598285
L. tang. STc =	8, 9548750	8, 9337923
STc =	5°. 9′. 1″.	4°. 54. 27″.
Länge der Sonne =	9ˢ. 1°. 51. 23″.	9ˢ. 1°. 51′. 23″

geo-

geocentrische Länge des Cometen =	9ˢ. 7°. 0′. 24″.	9ˢ. 6°. 45′. 50″
von L. TP =	4, 8450422	4, 8598285
abgezogen L. cos. STc =	9, 9982431	9, 9984053
LcT =	4, 8467991	4, 8614232
L. Cc =	4, 0402595	4, 0414672
L. tang. CTc =	9, 1934604	9, 1800440
geocentrische Breite =	8°. 52′. 24″.	8°. 36′. 27″.

Es erhellet also aus den beobachteten Längen und Breiten, daß der wahre Werth von r größer seye als 72000: durch vorhergehende Hypothese haben wir aber den Werth von r kleiner erhalten als 72700; und alle vier berechneten Längen, so wohl als Breiten sind größer ausgefallen, als die Beobachtungen gaben; folglich ist klar, daß wenn wir den Werth θ von r zwischen 72000 und 72700 annehmen, dieses nothwendig die **Längen** und **Breiten** vermindern, und also der Wahrheit näher bringen müsse. Es geben aber alle zwischen 72000, und 72700 enthaltenen Werthe von r beynahe gleiche Längen, und Breiten, so wird der kleinste davon, dem mittleren Werthe 72350 entsprechen; welchen wir für den wahren Werth von r annehmen wollen, da es sonst schwer fallen würde ihn näher zu bestimmen. Vergleichen wir nun diese zwo Hypothesen mitsamm

Hypothese . . . . r . =	72000	72700
Durchgang durch das Perihelium 1680. Dec.	7ᵀ. 19ʰ. 18′. 15″	7ᵀ. 22ʰ. 17′. 48″.
Entfernung von ⊙ im Perihelio =	634, 227	678, 678
halbe Parameter =	1268, 217	1357, 313
Distanz des Knoten vom Perihelio =	9°. 51′. 26″.	9°. 13′. 17″.
heliocentrische Länge des ☊ Knoten =	9ˢ. 3°. 26′. 46″.	9ˢ. 2°. 31′. 32″.
Neigung der Bahn gegen die Ecliptik =	57°. 47′. 2″.	59°. 32′. 38″,

Nimmt man also aus diesen verschiedenen Bestimmungen das Mittel, so erhält man folgende beynahe wahren Elementen des Cometen:

Die Zeit des Perihelium, 1680 Decemb.	7ᵀ. 20ʰ. 48′. 0″
Entfernung von ⊙ im Perihelio =	656, 4525
halbe Parameter =	1312, 7650
Entfernung des aufsteig. Knoten vom Perih. =	9°. 32′. 21″
heliocentrische Länge des ☊ Knoten =	9ˢ. 2°. 59′. 9″
Neigung gegen die Ecliptik =	58°. 39′. 50″

Diese Elementen sind von jenen nicht sehr unterschieden, welche Newton und Halley gefunden haben, jener durch die geometrische Zeichnung, dieser aber durch Berechnung, jedoch

 so,

so, daß er eben jenen Ort der Knoten, jene Neigung der Bahn, und dieselbe Zeit des Perihelium beybehielte, welche Nevton angegeben hat, und beede betrachten die Laufbahn des Cometen als eine wahre Parabel. Da aber die blosse Zeichnung sehr unsicher ist, und Halley die meisten hiedurch gefundenen Elemente beybehielt, so darf der Unterschied zwischen meinen, und jenen Bestimmungen niemand befremden, und vielmehr ist merkwürdig, daß die Differenz nicht beträchtlicher ausgefallen ist. Die Elemente des Nevton sind:

Die Zeit des Perihelium 1680. December.	$8^{T}.\ 0^{h}.\ 4'$.
Entfernung von ☉ im Perihelio =	607, 5
halbe Parameter =	1215, 0
Entfernung des ☊ vom Perihelio =	$9^{\circ}.\ 20'.\ 0''$.
Länge des ☊ Knoten =	$9^{s}.\ 1^{\circ}.\ 53'.\ 0''$.
Neigung gegen die Ecliptik =	$61^{\circ}.\ 20'.\ 20''$.

Die Bahn dieses Cometen könnte auf weitere unten beschriebene Art verbessert, und mit Hülfe vieler und genauer Beobachtungen zu jenen Grad der Vollkommenheit gebracht werden, daß sich aus selben die grosse Achse der Bahn, und folglich auch die periodische Zeit angeben ließe. Diese Arbeit überlasse ich aber andern Liebhabern, und begnüge mich mit den herausgebrachten Elementen, aus welchen ich die periodische Zeit berechnen will:

Die Distanz im Perihelio von der Sonne $= a =$	656, 4525
$2a =$	1312, 9050
abgezogen $b =$	1312, 7650
so ist $2a - b =$	0, 1400
Es ist aber L. $a =$	2, 8172032
folglich L. $a^3 =$	5, 6344064
abgezogen L $(2a - b) =$	9, 1461280
Logarithmus der halben Zwerchachse $=$	6, 4882784
dessen Hälfte addirt, $=$	3, 2441392
	9, 7324176
abgezogen L. $c\sqrt{c} =$	7, 5000000
	2, 2324176
die periodische Zeit ist $=$	170, 77 Jahre.

Dieser Comet soll also nach hundert siebenzig Jahren wieder an sein Perihelium kommen, und obgleich der geringste Unterschied in dem Werthe von $(2a - b)$, diese Zeit beträchtlich verändern könnte, so wird sie doch nicht sehr von der Wahrheit abweichen. Man könnte zwar einwenden, daß vor 170 Jahren dieser Comet nicht ist beobachtet worden, weder in Halleys Tafel sich einer findet, dessen Elemente mit diesen zusamm treffen, aber diese Einwendung erweiset gegen die Richtigkeit der Berechnung nicht das geringste; dann erstens hängt die scheinbare Lage des Cometen sehr viel von dem Orte der Erde in der Ecliptik ab, wenn sich diese

nun

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

nun an eben denen Zeichen befindet, welchen der Comet nahe ist, so wird er in vollem Glanz gesehen werden, und die scheinbare Länge seines Schweifes, wird nicht nach dessen wahrer Größe, sondern in der Beziehung auf die Lage der Erde geschäzet. Beydes traf bey dem Cometen des Jahres 1680 ein, welcher nicht allein dem Orte der Erde sehr nahe kam, sondern auch solch eine Richtung Cc (Fig. 8) seines Schweifes längst der Erde T hatte, daß dessen scheinbare Größe, oder der Winkel CTc außerordentlich groß gewesen ist; ob er gleich wegen den sehr kleinen Abstand im Perihelio, einen größeren Schweif als die übrigen mag gehabt haben. Hieraus erhellet, wenn dieser Comet künftig wieder zurückkehren, oder schon öfter an seinem Perihelio gewesen seyn sollte, daß er jedesmal nach der veränderten Lage der Erde, anders müsse gesehen werden, so daß man ihn für eben denselben kaum würde erkennen können. Ferners ist besonders merkwürdig, daß dieser sehr große Himmelskörper, öfters zur Sonne zurückkehren kann, ohne doch von uns Erde Bewohnern entdeckt zu werden, dann er hat mit dem Cometen von 1742 dieses gemein, daß er beynahe früher verschwunden ist, als seine Entfernung von der Erde, die Entfernung von der Sonne übertroffen hat. Da nun die Erde zu jener Zeit, wo der Comet zurückgekehrt ist, so konnte gestanden haben, daß er immer weiter von ihr entfernet war, als sie von der Sonne, so war es unmöglich ihn zu beobachten; daher es nicht zu verwundern ist, wenn dieser Comet niemals noch ist gesehen worden, so viel sich wenigstens aus den Beobachtungen schließen läßt. Hiedurch wird jenes bestärkt, was ich vorhin gemuthmasset habe, daß nämlich kein Comet kann beobachtet werden, welcher nicht der Erde näher ist, als die Sonne, und so könnten wohl viele Cometen, öfter um die Sonne ihre ordentliche Laufbahn beschreiben, ohne von uns bemerkt zu werden. Vielleicht ist also die Anzahl, der zu unseren Sonnensystem gehörenden Cometen größer, als wir vermuthen; ob aber auch jene Cometen manchmal sichtbar sind, welche zu dem System irgend eines Fixsternes gehören, will ich eben nicht behaupten, besonders da ihre Entfernung in diesem Falle mehr als tausendmal größer seyn müßte, als jene ist, in welcher sich die Cometen unsers Sonnensystems uns sichtbar darstellen.

Da übrigens die Cometen keine ungemein große Körper sind, und ihr Lauf sehr schnell ist, wenn sie am nächsten bey der Erde vorbeygehen, so kann ihre Wirkung auf diese nicht von großen Folgen seyn: ausgenommen sie stünden in ihren Knoten, und schnitten daselbst die Bahn der Erde, wo dann aus der wechselseitigen Anziehung sowohl, als auch dem Stoß gegen die Erde, die traurigsten Folgen zu befürchten wären. Daß sie aber in grösseren Entfernungen die Bewegung der Erde kaum zu verwirren im Stande sind, kömmt daher, weil die Kraft der Sonne, welche die Erde in ihrer Bahn erhält, ohne Vergleich größer ist, als jede Kraft, die immer ein Comet haben könnte, und folglich diese, von jener ganz übertroffen, und vernichtet wird. Dieses alles ist jedoch nur von denen Kräften des Cometen zu verstehen, deren Richtungen in der Fläche der Ecliptik liegen; wenn aber die Richtung senkrecht auf selbe wäre, so würde sich die Sache ganz anders verhalten; dann da könnte die Kraft der Sonne sie nicht aufheben, sie würden also ungehindert wirken, und durch ihr Bestreben die Erde Süd- oder Nordwärts zu verrücken, würden sie selbe in eine andere Lage bringen. Dieses Verrücken könnte die Achse der Erde zwar nicht verändern, aber die Schiefe der Ecliptik, und die Lage der äquinoctial Punkte, würde diese Wirkung um so

mehr

mehr empfinden, je näher der Comet der Erde stünde, und je größer zu selber Zeit die Breite desselben wäre. Aus diesen Gründen bin ich versucht, die wandelbare Schiefe der Ecliptik, und die jetzt bemerkte Veränderung in der Länge, und Breite der Fixsterne, ganz allein der Wirkung der Cometen zuzuschreiben, welcher Gedanke sich aber leicht beweisen, oder auch widerlegen ließe, wenn man auf die Schiefe der Ecliptik nach der Erscheinung eines Cometen Acht haben wollte. Und zwar, wären die Astronomen zu ersuchen auf den Cometen des Jahres 1742 wohl zu merken, ob in der Schiefe der Ecliptik eine merkliche Veränderung zu dieser Zeit sich zugetragen hat, oder nicht. Ueberhaupt aber besteht die Wirkung jener Cometen, die in ihrem Perigäo der Erde sehr nahe kommen, und zugleich eine sehr merkliche Breite haben in folgenden:

Wenn die Breite des Cometen nördlich ist, und

Die Sonne im Widder	so werden die äquinoctial Punkte nicht verändert, die Schiefe der Ecliptik aber wird vermehret.
Die Sonne im Krebse	so werden die äquinoctial Punkte fortgerückt, die Schiefe der Ecliptik bleibt unverändert.
Die Sonne in der Waage	so werden die äquinoktial Punkte nicht verändert, die Schiefe der Ecliptik aber wird vermindert.
Die Sonne im Steinbock	so gehen die äquinoctialpunkte zurück, die Schiefe der Ecliptik aber bleibt unverändert.

Wenn die Breite südlich ist, werden diese Wirkungen umgekehrt seyn.

Diese Veränderung der äquinoktialpunkte, muß von dem bekannten **Vorrücken der Nachtgleichen** wohl unterschieden werden, welches nicht von der veränderten Schiefe der Ecliptik, sondern von der veränderten Achse der Erde selbst herkömmt, die doch von Cometen nicht verrücket wird. Auch diese Art würde folglich, die von den Astronomen angenommene Regel: **daß die Nachtgleichen jährlich um 50″ zurücke gehen**, auch nicht geringe Ausnahme leiden. Daraus endlich, daß in den ältesten Zeiten die Schiefe der Ecliptik so sehr ist vermindert worden, ist zu schliessen, daß mehrere Cometen entweder mit einer nördlichen Breite, da die Sonne in nördlichen Zeichen war, oder mit einer südlichen Breite, da die Sonne in südlichen Zeichen gewesen ist, sich der Erde mögen genahet, und daß ihre Kräften die Oberhand müßen behauptet haben.

Berech-

Berechnung
der Bahn des Cometen von 1744.

Die Beobachtungen, durch welche ich diese Bahn zu bestimmen gedenke, sind mir von Paris überschicket worden, und da sie mit vieler Sorgfalt gemacht scheinen, hielte ich sie auf meine Methode sehr anwendbar. Die erste Beobachtung wurde zu Lausanne in der Schweitz, schon den 13. Decembr. 1743. gemacht, und verdienet also eine vorzügliche Bemerkung, weil sie die erste aus allen ist, die mir bekannt sind. Auf den Pariser Mittagskreise gebracht, lauten sie also:

	scheinbare Zeit. T h ' "	Länge des Cometen.	Breite des Cometen nördlich
1743	Decemb. 13. 8. 1. 45.	♈. 28°. 26'. 13".	15°. 11'. 0".
1744	Jänner 3. 5. 27. 40.	14. 11. 10.	17. 32. 50.
	Jänner 7. 5. 1. 43.	12. 3. 10.	17. 51. 30.
	Jänner 18. 7. 2. 0.	♈. 6. 57. 15.	18. 37. 5.

Da ich zu meiner Berechnung drey Beobachtungen brauche, bey welchen die Unterscheide der Zeiten nicht sehr ungleich sind, so wähle ich die erste, zweyte, und vierte mit Auslassung der dritten, die der zweiten allzu nahe ist; dann da der Comet in dieser Zeit seine Länge nur wenig verändert hat, so ist es besser etwas entfernte Beobachtungen zu nehmen. Man bringe sie auf die **mittlere Zeit**, und berechne für selbe den Ort der Sonne, und ihre Distanz von der Erde, so ist:

Beobachtung.	Berlin, mittlere Zeit T h	Länge des Cometen	Breite desselben
I.	1743 Decemb. 13. 8. 40'.	0s. 28°. 26'. 13"	15°. 11'. 0.
II.	1744 Jänner. 3. 6. 17'.	0. 14. 11. 10	17. 32. 50.
III.	Jänner. 18. 7. 57.	0. 6. 57. 15	18. 37. 5
	Ort der Sonne	Logar. der Distanz.	
I.	8s. 21°. 30'. 14"	4, 992903	
II.	9. 12. 48. 18".	4, 992721	
III.	9. 28. 9. 37	4, 993032	

Die Zeit zwischen der ersten und zweyten Beobachtung ist, 20. 21. 37' (T h ').

zwischen der zweyten und dritten = 15. 1. 40. (T h ')

Man drücke Stunden und Minuten in Decimalen der Täge aus, um die Werthe von α und β zu erhalten, so ist:

$\alpha = 20,9008$	$L.\ \alpha = 1,320136$
$\beta = 15,0694$	$L.\ \beta = 1,178096$

Es werde sodann eine Figur, nach den Beobachtungen gezeichnet, in welcher (Fig. 9) die Tafel, der Ecliptik Fläche vorstelle; die Sonne sey in S die Erde in f; g; h zu Zeit der drey Beobachtungen; ferners die Länge des Cometen in der ersten Beobachtung $f\zeta$; in der zweyten $g\eta$, in der dritten $h\theta$; man ziehe nun diese Linien, davon die erste und dritte sich in k; die erste und zweyte in m; die zweyte und dritte in q schneiden, so ist:

$L.\ Sf = 4,992903$	$Sf\zeta = 126°.\ 55'.\ 59''$
$L.\ Sg = 4,992721$	$Sg\eta = 91.\ 22'.\ 52''$
$L.\ Sh = 4,993032$	$Sh\theta = 68.\ 47'.\ 38''$
$fSg = 21°.\ 18'.\ 4''.$	$fk\theta = 21°.\ 28'.\ 58''$
$gSh = 15.\ 21.\ 19.$	$fmg = 14.\ 15.\ 3$
$fSh = 36.\ 39.\ 23.$	$gqh = 7.\ 13.\ 55$

Wäre nun die wahre Entfernung des Cometen von der Erde zu Zeit der mitleren Beobachtung bekannt, so ließe sich die Bahn des Cometen bestimmen; in Ermanglung dessen also, sind verschiedene Distanzen anzunehmen, und aus jeder ist die entsprechende Bahn abzuleiten, damit erhelle, welche der Parabel am nächsten komme, weil doch diese krumme Linie mit der wahren Cometen Bahn am besten eintrift. Sollte man aber daran zweifeln, so müßte eine vierte von den drey erstern sehr entfernte Beobachtung zu Hilfe genommen, und aus den verschiedentlich gefundenen Elementen der Ort zur Zeit der vierten Observation berechnet werden, damit sich zeige, welche Hypothese damit am besten übereinkomme. Zu diesem Ende wählte ich die auf unserer academischen Warte gemachte Beobachtung vom 18 Hornung, wo der Comet mit dem Sterne α in dem Flügel des Pegassus ist verglichen worden, und woraus ich erhielt:

	T. h. '	Länge	Breite.	
M. Z. 1744. Hornung	18. 6. 43.	11ˢ. 19°. 57. 0''	19°. 10'. 56''	N.
Die länge der Sonne war		10ˢ. 29°. 30'. 40''		

Enfernung von der Erde Log. = 4, 995309.

Nach

Nach verschiedenen Hypothesen über die Enfernung des Cometen von der Erde zu Zeit der mittleren Beobachtung fand ich jene am genauesten, welche zugleich die Parabel am nächsten vorstellte. Anfangs war ich der Meynung, daß dieser Comet wegen seines hellen Lichtes von uns nicht weit entfernet sey, setzte also die gesuchte Entfernung auf 20000, und 30000, wenn die mittlere der Erden = 100000, welches aber eine ellyptische, dem Cirkel sehr nahe kommende Laufbahn gab, also zu sehr von der Wahrheit abwiche, die Distanz mußte folglich größer genommen werden, ich fand auch, daß die Laufbahn sich nicht bevor in eine Hyperbel veränderte, als bis ich die Entfernung = 110000 gesetzt hatte; und daß die Distanz, welche der vierten Beobachtung Genüge leistete, zwischen 101000 und 106000 fiele; also die Entfernung des Cometen von der Erde wieder alles Vermuthen größer wurde als ich anfangs glaubte. Es war folglich dieser Comet beynahe so weit von uns als die Sonne entfernet, und da dessen scheinbarer Durchmesser beyläufig auf eine Minute geschätzt wurde, so verhält sich sein wahrer Durchmesser zu dem der Erde fast wie drey zu eines.

Es sey nun der wahre Ort des Cometen zu Zeit der zweyten Beobachtung in G, von welchem ein Loth Gy auf die Eclivtik falle, und da die Entfernung Gg bekannt angenommen wird, weil der Winkel $Ggy = 17°. 32'. 50''$; so ist: $Gy = Gg. \text{ſin. } Ggy$ und $gy = Gg \text{ coſ. } Ggy$; die zwey oben gemachte Hypothesen geben nun folgende Berechnung:

		A.	B.
	Gg =	101000	106000
	L. Gg =	5, 004321	5, 025206
addirt	L. ſin. Ggy =	9, 479275	9, 479275
	L. coſ. Ggy =	9, 979306	9, 979306
	L. Gy =	4, 483596	4, 504581
	L. Gy =	4, 983627	5, 004612

Man ziehe nun aus der Sonne die Linie Sy, und weil im Dreyecke Sgy, die Seiten Sg; gy mit dem eingeschlossenen Winkel $Sgy = 91°. 22'. 52''$, bekannt ist, so wird die Summe der übrigen Winkel seyn, $88°. 37'. 8''$. und die Hälfte, $= 44°. 18'. 34''$. woraus jeder der zween übrigen Winkel leicht zu finden, woraus dann $Sy = \dfrac{Sg \text{ ſin. } Sgy}{\text{ſin. } Syg}$.

	A.	B.
von L. ſg =	4, 992721	4, 992721
abgezogen L. gy =	4, 983627	5, 004612
L. tang. =	10, 009094	10, 011891
des Winkels	45°. 36'. ½"	45°. 47'. 3", 6
abgezogen	45°. 0 0.	45°. 0. 0
Reſt der Winkel	0. 36'. ½"	0. 47'. 3", 6
L. tang. =	8, 019943	8, 136401
L. tang. ½ Summe =	1, 989530	9, 989530
L. tang. ½ Differenz =	8, 009473	8, 125931
½ Differenz =	0°. 35'. 8"	0. 45'. 56"
½ Summe =	44. 18. 34"	44. 18. 34"
ſyg =	44°. 53. 42".	43°. 32'. 38"
gſy =	43. 43. 26".	45. 4. 30
Ferners iſt L. ſg =	4, 992721	4, 992721
L. ſgy =	9, 999874	9, 999874
	4, 992595	4, 992595
abgezogen L. ſin. ſyg =	9, 848687,	9, 838162
L. ſy =	5, 143908	5, 154433
ſy =	139287	142763

Da nun im rechtwinklichten Dreyecke Gyſ, die Seiten ſy; Gy gegeben ſind, ſo iſt: $\text{tang-}\ G\text{ſ}y = \frac{Gy}{\text{ſ}y}$ und $G\text{ſ} = \frac{\text{ſ}y}{\text{coſ.}\ G\text{ſ}y}$.

von L. Gy =	4, 483596	4, 504581
abgezogen L. ſy =	5, 143908	5, 154433
L. tang. Gſy =	9, 339688	9, 350148
H Beobachtung heliocentriſche Breite Gſy =	12°. 19'. 55"	12°. 37'. 23".
abgezogen L. coſ. Gſy =	9, 989868	9, 989374
von L. ſy =	5, 143908	5, 154433
Diſtanz des Cometen von ☉; L. SG =	5, 154047	5, 165059

Es seyen nun F und H die wahren Orte des Cometen, in der ersten, und dritten Beobachtung, und die gezogene Chorde FH schneide SG in O. Ich zeigte nun in vorhergehenden (§. 44.) daß GO $= \frac{2c^3 \text{ sin. } \alpha\tau \text{. sin. } \beta\tau}{SG^2 \text{. cos. } (\alpha - \beta)\tau}$; wo τ die mittlere halbtägige Bewegung der Erde, 29′. 34″, 098 anzeiget, so daß $\tau = 1774, 098$, und L. $\tau = 3, 248977$; folglich weil die Werthe der Buchstaben α, β gegeben sind, werden die Winkel $\alpha\tau$; $\beta\tau$ auf folgende Art gefunden:

L. τ =	3, 248977		
addirt L. α =	1, 320163		
addirt L. β =	1, 178096		
L. $\alpha\tau$ =	4, 569149		
L. $\beta\tau$ =	4, 427073		
Daher $\alpha\tau$ =	37080″	=	10°. 18′. 0″.
$\beta\tau$ =	26734″	=	7°. 25′. 34″.
$(\alpha - \beta)\tau$ =	10346″	=	2°. 52′. 26″.

Da nun c die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde = 100000 gleich ist, so wird der Werth des Pfeiles GO auf folgende Art bestimmet:

	A.	B.
addirt L. sin. $\alpha\tau$ =	9, 252373	
addirt L. sin. $\beta\tau$ =	9, 111422	
	8, 363795	
abgezogen L. cos. $(\alpha - \beta)\tau$ =	9, 999453	
	8, 364342	
addirt L. $2c^3$ =	15, 301030	
	13, 665372	13, 665372
abgezogen 2L. SG =	10, 308094	10, 330118
L. GO =	3, 357278	3, 335254
addirt L. cos. GSη =	9, 989861	9, 989374
L. ηo =	3, 347139	3, 324628
daher ηo =	2224, 0	2112, 0
abgezogen von Sη =	139287, 0	142703, 0
bleibt So =	137063, 0	140591, 0

 Wenn

Wenn man nämlich aus dem Punkt O auf die Ecliptik das Loth Oo fällt. Ferners schneide die Linie Sγ die übrigen Längen des Cometen in μ und ν, welche Punkte zu finden, in dem Dreyecke ſſμ gegeben sind:

	A.	B.
L. ſf =	4, 992903	4, 992903
ſſμ =	126°. 55'. 59''	126°. 55'. 59''
dessen Nebenwinkel =	53. 4'. 1''	53. 4'. 1''
von gſγ =	43. 43'. 26''	45. 4'. 30''
abgezogen ſſg =	21. 18'. 4''	21. 18'. 4''
abgezogen ſſμ =	22. 25'. 22''	23. 46'. 26''
von ſſk =	53. 4'. 1''	53. 4. 1
bleibt ſμf =	30. 38. 39	29. 17. 35

Wegen allen bekannten Winkeln ist also $f\mu = \frac{\text{ſf. ſin. ſſ}\mu}{\text{ſin. ſ}\mu f}$.

von L. ſf =	4, 992903	4, 992903
abgezogen L. ſin. ſμf =	9, 707318	9, 689554
	5, 285585	5, 303349
addirt { L. ſin. ſſμ =	9, 581424	9, 605443
addirt { L. ſin. ſſμ =	9, 902730	9, 902730
L. fμ =	4, 867009	4, 908792
L. ſμ =	5, 188385	5, 206079
also fμ =	72622	81057
ſμ =	154282	160723
abgezogen ſo =	137063	140501
bleibt oμ =	17219	20132

Auf gleiche Weise findet man im Dreyecke ſhν:

L. ſh =	4, 993032	4, 993032
ſhν =	68°. 47'. 38''	68°. 47'. 38''
der Nebenwinkel =	111. 12. 22''	111. 12. 22''
gſγ =	43. 43. 26''	45. 4. 30''
addirt gſh =	15. 21. 19''	15. 21. 19''
hſν =	59. 4'. 45''	60. 25'. 49''
abgezogen vom äusseren =	111. 12. 22''	111. 12. 22''
bleibt ſνh =	52°. 7'. 37''	50°. 46'. 33''

Wegen

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Wegen allen gegebenen Winkeln, und der Seite fh, ist $hv = \frac{fh.\ \sin.\ hfv}{\sin.\ fvh}$ und $fv = \frac{fh.\ \sin.\ fhv}{\sin.\ fvh}$. Also:

	A.	B.
von L. fh =	4, 993032	4, 993032
abgezogen L. sin. fvh =	9, 897282	9, 889121
	5, 095750	5, 103911
addirt { L. sin. hfv =	9, 933425	9, 939397
addirt { L. sin. fhv =	9, 969548	9, 969548
L. hv =	5, 029175	5, 043308
L. fv =	5, 065298	5, 073459
also hv =	106949,	110486
fv =	116225,	118429
abgezogen von fo =	137063,	140591
bleibt ov =	20838	22162

Es muß nun durch den Punkt o die Linie $\zeta o\theta$ gezogen werden, deren Theile ζo und θo im Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$ sind. Man ziehe also ov bis nach i so daß $oi : vo = \alpha : \beta$ oder $oi = \frac{\alpha}{\beta}.\ ov$, alsdann ziehe man $i\zeta$ parallel mit hv, so ist $\zeta o\theta$ die gesuchte gerade Linie.

zu L. ov =	4, 318856	4, 345609
addirt L $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. oi =	4, 460929	4, 487676
Also. oi =	28902	30738
abgezogen $o\mu$ =	17219	20132
bleibt μi =	11683	10606

Im

Im Dreyecke $\mu\zeta i$ sind alle Winkel mit der Seite μi gegeben:

	A.	B.
L. μi =	4, 067565	4, 025551
$\zeta\mu i$ =	30°. 38′. 39″.	29°. 17. 35″
$\mu\zeta i$ =	21. 28. 58.	21. 28. 58
180° — $\mu i\zeta$ =	52. 7. 37.	50. 46. 23

Es ist also $\zeta\mu = \frac{\mu i \text{ sin. } \mu i\zeta}{\text{sin. } \mu\zeta i}$, und $\zeta i = \frac{\mu i. \text{ sin. } \zeta\mu i}{\text{sin. } \mu\zeta i}$

von L. μi =	4, 067565	4, 025551
abgezogen L. sin. $\mu\zeta i$ =	9, 563743	9, 563743
	4, 503822	4, 461808
addirt { L. sin. $\mu i\zeta$ =	9, 897282	9, 889121
addirt { L. sin. $\zeta\mu i$ =	9, 707318	9, 689554
L. $\zeta\mu$ =	4, 401104	4, 350929
L. ζi =	4, 211140	4, 151362
also $\zeta\mu$ =	25183,	22435
addirt $f\mu$ =	73622,	81057
so ist $f\zeta$ =	98805,	103492

Im Dreyecke $oi\zeta$ sind zwey Seiten, mit dem eingeschlossenen Winkel $oi\zeta$ gegeben.

von L. oi =	4, 460923	4, 487676
abgezogen L. ζi =	4, 211140	4, 151362
L. tang. =	10, 249783	10, 336314
der Winkel =	60°. 38′. 13″.	65°. 15′. 38″
abgezogen.	45. 0.	45. 0
	15. 38. 13″.	20. 15. 38″
Summe der Winkel =	52. 7. 37.	50. 46. 33″
halbe Summe =	26. 3. 48″, 5	25. 23. 16, 5
L. tang. der halben Summe =	9, 689401	9, 676306
L. tang. des Winkels =	9, 447002	9, 566955

	A.	B.
L. tang. des halben Unterscheids	9, 136403	9, 243261
halber Unterscheid =	7°. 47′. 43″.	9°. 55′. 52″,
halbe Summe =	26. 6. 48″.	25. 23. 16
$o\zeta i$ =	33. 51. 61	35. 19. 8
ζoi =	18. 16. 5.	15. 27. 24

Es ist ferners $o\zeta = \frac{oi \text{ sin. } oi\zeta}{\text{sin. } o\zeta i}$, folglich auch:

zu L. oi =	4, 460923	4, 487676
addirt L. sin. $oi\zeta$ =	9, 897282	9, 889121
	4, 358205	4, 376797
abgezogen L. sin. $o\zeta i$ =	9, 145968	9, 762022
L. $o\zeta$ =	4, 612237	4, 614775

verlängert man also die Chorda $\theta\zeta$ in n verlängert, so ist, weil $h\theta n = o\zeta i$; der Winkel $h\theta n$ = 33°. 51′. 31″ | 35°. 19′, 8″

Weiters, wegen ähnlichen Dreyecken $yo\theta$ und $io\zeta$, ist; $\theta y = \frac{\beta}{\alpha}. \zeta i$ und $\theta o = \frac{\beta}{\alpha}. o\zeta$, daher:

von L. ζi =	4, 211140	4, 151362
abgezogen L. $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. θv =	4, 069073	4, 009295
θv =	11724,	10216, 0
abgezogen von hv =	106949	110486
so ist, $h\theta$ =	95225	100270
von L. $o\zeta$ =	4, 612237	4, 614775
abgezogen L. $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. θo =	4, 740170	4, 472708
es ist aber $o\zeta$ =	40948	41188
und $o\theta$ =	29524	29696
daher $\zeta\theta$ =	70472	70884

Aus den Punkten ʒ und θ ziehe man die Linien ſʒ; und ſθ, zu deren Bestimmung werde nun das Dreyeck ſfʒ, in welchem, wegen der gegebenen Seiten ſf; fʒ und dem eingeschlossenen Winkel ſfʒ, das übrige folgendermassen gefunden wird:

	A.	B.
abgezogen L. ſf =	4, 992903	4, 992903
von L. fʒ =	4, 994779	5, 014906
L. der tang. =	10, 001876	10, 022003
der Winkel =	45°. 7'. 25'', 5	46°. 27'. 2'', 8
	45 . 0	45 . 0
	0. 7. 25'', 5	1°. 27'. 2'', 8
Summe der Winkel =	53 . 4 . 1.	53 . 4 . 1
halbe Summe =	26 . 32 . 0'', 5	26. 32'. 0'', 5
L. tang. der halben Summe =	9, 698371	9, 698371
L. tang. des Winkels =	7, 334519	8, 403571
L. tang. der halben Differenz =	7, 032890	8, 101942
halbe Differenz =	0°. 3'. 42''.	0 . 43'. 28''
halbe Summe =	26 . 32 . 0.	26 . 32 . 0
ſſʒ =	26 . 35 . 42''.	27 . 15 . 28''.
ſʒf =	26 . 28'. 18''.	25 . 48'. 32''.

Es ist also $ſʒ = \frac{ſf \ \sin.\ ſfʒ}{\sin.\ ſʒf}$, dahero dann

L. ſf =	4, 992903	4, 992903
addirt L. ſfʒ =	9, 902730	9, 902730
	4, 895633	4, 895633
abgezogen L. sin. ſʒf =	9, 649096	9, 638859
L. ſʒ =	5, 246537	5, 256774

Auf gleiche Art findet man im Dreyeck ſhθ aus den Seiten ſh; hθ und dem eingeschlossenen Winkel ſ

von

	A.	B.
von L. ſh =	4, 993032	4, 993032
abgezogen L. hθ =	4, 978751	5, 001171
L. der tang. =	10, 014281	10, 008139
der Winkel =	45°. 56′. 30″, 7	45°. 32′. 12″, 6
abgezogen	45°. 0	45°. 0
	0. 56′. 30″, 7	0, 32′. 12″, 6
Summe der Winkel =	111. 12. 22.	111. 12. 22
halbe Summe =	55. 36. 11.	55. 36. 11
L. tang. der Summe =	10, 164540	10, 164540
L. tang. des Winkels =	8, 131313	7, 971748
L. tang. der halben Differenz =	8, 295853	8, 136268
halbe Differenz =	1°. 7′. 56″,	0°. 47′. 3″
halbe Summe =	55. 36. 11″.	55. 36. 11″
hſθ =	54. 28. 15″	56. 23. 14″
ſθh =	56. 44. 7″.	54. 49′. 8″.

Da ferners $ſθ = \frac{ſh.\ \text{ſin.}\ ſhθ}{\text{ſin.}\ ſθh}$, ſo iſt;

L. ſh =	4, 993032	4, 993032
addirt L. ſin. ſhθ =	9, 969548	9, 969548
	4, 962580	4, 962580
abgezogen L. ſin. ſθh =	9, 922281	9, 912399
L. ſθ =	5, 040299	5, 050181

Aus dieſem wird die heliocentriſche Länge des Cometen für die Zeit der drey Beobachtungen, folgendermaßen beſtimmet:

Da ſſ♁ =	26°. 35′. 42″.	27°. 15′. 28″
Länge der ♁ zur erſten Beobachtung =	2ˢ. 21. 30. 14.	2ˢ. 21°. 30′. 14″
heliocentriſche Länge des Cometen zur I. =	1ˢ. 24°. 54′. 32″.	1ˢ. 24°. 14. 46″
abgezogen gſy =	1ˢ. 13°. 43′. 26″.	1ˢ. 15°. 4′. 30″
von der Länge der Erde zur II =	3ˢ. 12. 48′. 18″.	3ˢ. 12°. 48′. 18″

	A.	B.
II. heliocentrische Länge des Cometen	1ˢ. 29°. 4′. 52″.	1ˢ. 27°. 43 . 48″
ferners ist $h ſ \vartheta$ =	1 . 24 . 28 . 15	1 . 26 . 23 . 14
Länge der Erde zur III. Beobachtung	3 . 28 . 9 . 37.	3 . 28 . 9 . 37
III. heliocentrische Länge des Cometen =	2 . 3 . 41 . 22.	2 . 1 . 46 . 23.
$\zeta ſ \vartheta$ =	8 . 46 . 50	7 . 31 . 37

Da nun die Länge des Cometen von der ersten zur zweyten Beobachtung anwächst, so ist klar, daß der Lauf desselben direct gewesen ist, ob er gleich von der Erde aus für rückgehend gehalten worden.

Ferners wird die Lage der Linie $\zeta\theta$ gegen die Linien $ſ\zeta$; $ſ\theta$ gefunden, wenn man $\zeta\theta$ nach n verlängert:

Da nun $h \vartheta n$ =	33°. 51′. 31″.	35°. 19′. 8″
abgezogen von $ſ \vartheta h$ =	56 . 44 . 7 .	54 . 49 . 8
so ist $ſ \vartheta n$ =	22 . 52 . 36″.	19 . 30′. 0″
abgezogen von $\vartheta ſ \zeta$ =	8 . 46 . 50″.	7 . 31 . 37
so ist $ſ \zeta n$ =	14 . 5 . 46″.	11 . 58 . 23″.

Aus den geocentrischen Breiten findet man die Lothe $F\zeta$; $H\theta$, nebst den wahren Entfernungen fF; Hh; von der Erde. Dann es ist $F\zeta = f\zeta$ tang. der Breite, in der ersten Beobachtung; $Ff = \frac{fS}{\text{cos. der Breite in der I. Beobachtung}}$; und $H\theta = h\theta$. tang. der Breite in der dritten Beobachtung; woraus $Hh = \frac{h\theta}{\text{cos. der Breite in der dritten Beobacht.}}$.

L. $f\zeta$ =	3, 994779	5, 014906
L. tang. der Breite I	9, 433580	9, 433580
abgezogen L. Cosinus der Breite II	9, 984569	9, 984569
so ist L. $F\zeta$ =	4, 428359	4, 448486
und L. Ff =	5, 010210	5, 030337
folglich $F\zeta$ =	26813	28085
I Distanz des Cometen von der Erde Ff =	102379	107235

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

	A.	B.
L. hϑ =	4, 978751	5, 001171
addirt L. tang. der Breite III =	9, 527485	9, 527485
abgezogen L. cos. der Breite III =	9, 976656	9, 976656
so ist L. Hϑ =	4, 506236	4, 529656
und L. Hh =	5, 002095	5, 024515
Hϑ =	32080	33780
Hh =	100484	105807
Gg =	101000	106000

Sind nun die Lothe Hϑ und Fζ bekannt, so werde die Linie HF verlängert, bis sie mit ϑζ in N zusammtrift, so ist SN die Knoten Linie des Cometen; es ist aber; $\frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta}$ = tang. HNϑ; und ϑN $\frac{H\vartheta}{\text{tang. } HN\vartheta}$: folglich:

von Hϑ =	32080	33780
abgezogen Fζ =	26813	28085
so ist Hϑ — Fζ =	5267	5695
L. (Hϑ — Fζ) =	3, 721563	3, 755494
abgezogen L. ζϑ =	4, 848017	4, 850548
L. tang. HNϑ =	8, 873546	8, 904946
abgezogen von L. Hϑ =	4, 506236	4, 528656
L. ϑN =	5, 632690	5, 623710

Man betrachte nun das Dreyeck SϑN, von welchem die Seiten Sϑ; ϑN, samt den eingeschlossenen Winkel bekannt sind, so wird der Winkel ϑSN gefunden, dann

von L. ϑN =	5, 632690	5, 623710
abgezogen L. Sϑ =	5, 040299	5, 050181
L. der tang. =	10, 592391	10, 573529
der Winkel =	75°. 39′. 39″.	75°. 3′. 7″
abgezogen	45°.	45

	A.	B.
	30°. 39′. 39″	30°. 3′. 7″
Summe der Winkel Sℨn =	22. 52. 36.	19. 30. 0
halbe Summe =	11. 26. 18.	9. 45. 0
L. tang. der halben Summe =	9, 306063	9, 235102
L. tang. des Winkels =	9, 772930	9, 762348
L. tang. der halben Differenz =	9, 078993	8, 997450
halbe Differenz =	6°. 50′. 23″	5°. 40′. 38″
halbe Summe =	11. 26. 18.	9. 45. 0
ℨSN =	18°. 16′. 41″	15°. 25′. 38″
III heliocentrische Länge des Punkts ℨ =	2ˢ. 3°. 41. 22.	2ˢ. 1°. 46′. 23″
Länge des Knoten ☊ =	1ˢ. 15°. 24′. 41″.	1ˢ. 16°. 20′. 45″

Man lasse nun aus ℨ auf die Knoten Linie SN das Loth ℨP fallen, und ziehe **PH**, so ist der Winkel HPℨ die Neigung der Bahn gegen die Ecliptik; ferners ℨP = Sℨ sin. ℨSN und tang. HPℨ $= \frac{\text{H}ℨ}{ℨ\text{P}}$.

L. Sℨ =	5, 040299	5, 050181
addirt L. sin. ℨSN =	9, 496415	9, 424905
L. ℨP =	4, 536714	4, 475086
L. Hℨ =	4, 506236	4, 528656
L. tang. HPℨ =	9, 969522	10, 053570
HPℨ =	42°. 59′. 28″	48°. 31′. 29″.
Neigung der Bahn =	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″

Bestimmen wir nun jetzt auch die heliocentrischen Breiten des Cometen, welche sind: tang. FSʓ $= \frac{\text{F}ʓ}{\text{S}ʓ}$ und tang. HSℨ $= \frac{\text{H}ℨ}{\text{S}ℨ}$. Die Entfernung aber des Cometen von der Sonne sind: SF $= \frac{\text{S}ʓ}{\text{cos. FS}ʓ}$; und SH $= \frac{\text{S}ℨ}{\text{cos. HS}ℨ}$.

von

	A.	B.
von L. F☊ =	4, 428359	4, 448485
abgezogen L. S☊ =	5, 246537	5, 256774
L. tang. FS☊ =	9, 181822	9, 191712
I. heliocentrische Breite FS☊ =	8°. 38′. 32″.	8°. 50′. 18″.
von L. S☊ =	5, 246537	5, 256774
abgezogen L. cos. FS☊ =	9, 995040	9, 994813
I. Distanz von der Sonne L. SF =	5, 251497	5, 261961
von L. H☋ =	4, 506236	4, 528656
abgezogen L. S☋ =	5, 040299	5, 050181
L. tang. HS☋ =	9, 465937	9, 478475
III. heliocentrische Breite HS☋ =	16°. 17′. 51″.	16°. 44′. 54″.
von L. S☋ =	5, 040299	5, 050181
abgezogen L. cos. HS☋ =	9, 982188	9, 981175
III. Distanz von der Sonne L. SH =	5, 058111	5, 069006

Nun müssen auch die heliocentrische Weiten des Cometen von dem aufsteigenden Knoten, oder die Linie SN bestimmet werden; denn es ist; cos. FSN = cos. FS☊. cos. ☊SN; und cos. HSN = cos. HS☋, cos. ☋SN

von ☋SN =	18°. 16′. 41″.	15°. 25′. 38″
abgezogen ☋S☊ =	8. 46′. 50″.	7. 31′. 37″
so bleibt ☊SM =	9. 29. 57″	7. 54. 1″
L. cos. FS☊ =	9, 995040	9, 994813
L. cos. ☊SN =	9, 994006	9, 995858

	A.	B.
L. cof. FSN =	9, 989046	9, 990671
FSN =	12°. 48′. 52″.	11°. 49′. 59″
L. cof. HSϑ =	9, 982188	9, 981175
L. cof. θSN =	9, 977516	9, 984063
L. cof. HSN =	9, 959704	9, 965238
HSN =	24. 18. 6.	22. 37. 11
FSN =	12. 48. 52.	11. 49. 59
FSH =	11. 29. 14.	10. 47. 12.

Da wir also zween Punkte des Cometen F und H in der wahren Bahn kennen, deren Entfernungen von der Sonne S nebst dem Winkel FSH gleichfalls bekannt sind, so läßt sich hieraus die Natur der Laufbahn bestimmen; und weil SH > SF, so folgt, daß der Comet zur Zeit dieser Beobachtungen dem Perihelio sich genahet habe. Zu diesem Ende sey nun (Fig. 10.) AHF die wahre, um die in S stehende Sonne, beschriebene Laufbahn, deren Scheitel in A ist; die Distanz AS im Perihelio $= a$, der halbe Parameter BS $= b$, die wahre Anomalie ASH $= v$, man nehme die Entfernung, SH $= y$; SF $= z$ für bekannt an, samt den Winkel FSH $= \phi$, und setze die Zeit, in welcher der Bogen FH durchloffen wird $= \tau$, so ist $b = \frac{y^2 z^2}{4m^2 \tau^2} \sin.^2 \phi + \frac{\sqrt{yz}}{3} \sin.^2 \phi$, allwo $m = 271989{,}735$; und L$m = 5{,}4345525$; woraus L. $2m = 5{,}7355825$. Ferners sey, tang. $v = \cot. \phi - \frac{(z - b)\, y}{(y - b)\, z \sin. \phi}$, und $a = \frac{by \cos. v}{b - y + y \cos. v}$. Man setze: $\frac{2a - b}{b} = n$; tang. $\frac{1}{2} v = t$; so ist die Zeit, in welcher der Comet von H zum Perihelium gelanget, im Falle einer Parabel:

$$\frac{aa}{m\sqrt{b}} \left(\begin{array}{l} t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{3}{5} n t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 - \frac{4}{9} n^3 t^9 + \&c. \\ \qquad + \frac{3}{5} n^2 t^5 - \frac{4}{7} n^3 t^7 + \frac{5}{9} n^4 t^9 - \&c. \end{array} \right)$$ in Tägen, und Decimalen.

Weil nun die Zeit der dritten Beobachtung, wo der Comet in H war, bekannt ist, so kennet man auch hieraus den Augenblick des Perihelium:

	A.	B.
Also ist L. y =	5, 058111	5, 069006
L. z =	5, 251497	5, 261961
L. yz =	10, 306908	10, 330967
$T = \alpha + \beta$ =	35, 9702	
L. T =	1, 555941	
φ =	11°. 29′. 14″	10°. 47′. 12″
L. sin. φ =	9, 299178	9, 272196
L. T^2 =	3, 111882	
L. 4 m^2 =	11, 471165	
L. 4 $m^2 T^2$ =	14, 583047	
L. $y^2 z^2$ =	20, 619216	20, 661934
addirt 2 L. sin. φ =	8, 598356	8, 544392
	19, 217572	19, 206326
abgezogen L. 4 $m^2 T^2$ =	14, 583047	14, 583047
L. des ersten Theils =	4, 634525	4, 623279
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 154804	5, 165484
addirt 2 L. sin. φ =	8, 598356	8, 544392
	3, 753160	3, 709876
abgezogen L. 3 =	0, 477121,	0, 477121
L. des letzten Theils =	3, 276039	3, 232755
erster Theil =	43105,	42003
letzter Theil =	1888	1709
b =	44993	43712
y =	114317	117221
z =	178442	182794

	A.	B.
$y - b =$	69324	73509
$z - b =$	133449	139082
von L. $(z - b) =$	5, 125316	5, 143270
abgezogen L. $(y - b) =$	4, 840884	4, 866341
	0, 284432	0, 276929
addirt L. $\frac{y}{z} =$	9, 806617	9, 807045
	0, 091046	0, 083974
abgezogen L. sin. $\varphi =$	9, 299178	9, 272196
	0, 791868	0, 811778
	6, 19253	6, 48303
cot. $\varphi =$	4, 92077	5, 24883
— tang. $v =$	1, 27176	1, 23420
$180° - v =$	51°. 49′. 18″.	50°. 59′. 3″
$v =$	128. 10′. 42″.	129. 0. 57
ASH $=$	4ˢ. 8°. 10′. 42″.	4ˢ. 9°. 0′. 57″.
addirt HSN $=$	24. 18. 6.	22. 37. 11
Distanz des Perihel. vom Knoten, ☊ $=$	5ˢ. 2°. 28′. 48″	5ˢ. 1°. 38′. 8″
Distanz des ♑ von Perihelium $=$	27. 31. 12.	28. 21. 52
L. — cos. $v =$	9, 791067	9, 799021
+ L. $y =$	5, 058111	5, 069006
L. — y cos. $v =$	4, 849178	4, 868027
addirt L. $b =$	4, 653145	4, 640601
L. — des Zählers $=$	9, 502323	9, 508628
— y cos. $v =$	70661	73795
$y - b =$	69324	73509

	A.	B.
$-b+y-y\ \text{cos.}\ v =$	139985	144304
L. — des Nenners =	5. 146081	5, 168214
L. — des Zählers =	9, 502323	9, 508628
L. $a =$	4, 356242	4, 340414
$a =$	22711	21898
$2a =$	45422	43796
$b =$	44993	43712
$2a-b =$	492	84
L. $(2a-b) =$	2, 632458	1, 924280
abgezogen L. $b =$	4, 653145	4, 640601
L. $n =$	7, 979313	7, 283679
L. $a^2 =$	8, 712484	8, 680828
L. $\sqrt{b} =$	2, 326572	2, 320300
	6, 385912	6, 360528
abgezogen L. $m =$	5, 434553	5, 434553
L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}} =$	0, 951359	0, 925975
Weil $v =$	128°. 10′. 42″.	129°. 0′. 57″
so ist, $\frac{1}{2}v =$	64 . 5′. 21″.	64 . 30′. 28″
L. $t. =$	0, 313536	0, 321655
L. $t^2 =$	0, 627072	0, 643310
L. $t^3 =$	0, 940608	0, 964965
L. $t^5 =$	1, 567680	1, 608275
L. $t^7 =$	2, 194752	2, 251585
L. $t^9 =$	2, 821824	2, 894895
L. $n\,t^5 =$	9, 546993	8, 891954
L. $n^2\,t^5 =$	7, 526306	6, 175633

	A.	B.
L. $n^2\, t^7$ =	8, 153378	6, 818943
L. $n^3\, t^7$ =	6, 132691	4, 102622
L. $n^3\, t^9$ =	6, 759763	4, 745932
Also ist, t =	2, 05843	2, 09727
$+ \frac{1}{3}\, t^3$ =	2, 90728	3, 07499
	4, 96871	5, 17226
abgezogen $\frac{2}{5}\, nt^5 + \frac{3}{7}\, n^2\, t^7 + \frac{4}{9}\, n^3 t^9$ =	0, 14126	0, 03119
	4, 82445	5, 14107
addirt $\frac{3}{5}\, n^2\, t^5 + \frac{3}{7}\, n^2\, t^7$ =	811	9
$t + \frac{1}{3}\, t^3$ =	4, 83256	5, 14116
L. $(t + \frac{1}{3}\, t^3)$ =	0, 684177	0, 711062
addirt L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
L. der Zeit =	1, 635536	1, 637037
die Zeit =	43, 205	43, 355
oder =	$43^{\mathfrak{T}}.\ 4^{h}.\ 55'.$	$43^{\mathfrak{T}}.\ 8^{h}.\ 31'.$
die dritte Beobachtung im Jänner	$18^{\mathfrak{T}}.\ 7^{h}.\ 57'$	$18^{\mathfrak{T}}.\ 7^{h}.\ 57'$
der Comet im Perihelio im März	$1^{\mathfrak{T}}.\ 12^{h}.\ 52''$	$1^{\mathfrak{T}}.\ 16^{h}.\ 28'.$

Die Laufbahn also des Cometen, wird durch folgende sechs Elementen bestimmet:

Für Gg =	101000	106000
a =	22711	21898
L. a =	4, 356242	4, 340414
b =	44993	43712
und L. b =	4, 653145	4, 640601

1744.

	A.	B.
1744. Mittl. Zeit des Perihel. März	$1^{T}.\ 12^{h}.\ 52'$.	$1^{T}.\ 16^{h}.\ 28'$.
Distanz des Perihel von Knoten ☊ =	152°. 28′. 48″	151°. 38′. 8″
also die wahre Anomalie =	27 . 31 . 12.	28 . 21 . 52
heliocentr. Länge des aufsteigend. Knoten	1^{s}. 15°. 24′. 41″.	1^{s}. 16°. 20′. 45″
heliocentr. Länge des abnehmend. Knoten	7 . 15°. 24′. 41″.	7 . 16°. 20′. 45″
Neigung gegen die Ecliptic =	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″

Wir werden bald sehen, daß die wahre Bahn des Cometen, zwischen diesen zwar nicht sehr unterschiedenen Bestimmungen enthalten ist.

Man berechne also, nach beyden Elementen den Ort des Cometen für den 18ten Hornung, welche Zeit dem Augenblick des Perihelium vorgehet; und nenne den Unterscheid zwischen der Beobachtung, und der Zeit des Perihelium = T, in Tägen und Decimalen ausgedrückt, so ist:

die Zeit des Perihel. März.	$1^{T}.\ 12^{h}.\ 52'$.	$1^{T}.\ 16.\ 28'$.
abgezogen Hornung	18. 6^{h}. 43′.	18. 6^{h}. 43′.
	$12^{T}.\ 6^{h}\ \ 9'$.	$12^{T}.\ 9^{h}.\ 45'$.
also ist: T =	$12^{T}.\ 25^{h}.\ 62'$.	$12^{h}.\ 40^{h}.\ 62'$
L. T =	1, 088355	1, 093639

Es sey die wahre Anomalie, für diese Zeit $= v$, und tang. $\frac{1}{2}\, v = t$; so ist; $T =$

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}}\left(t + \frac{1}{3}\, t^3 - \frac{2}{5}\, n\, t^5 \right.$$

$\left. + \frac{3}{5} n^2 t^5 \text{ \&c.}\right)$ Da nun die krumme Linie, von der Parabel nicht sehr abweichet, so suche man aus der Tafel, für die parabelische Bewegung, den Werth von θ, so daß $\theta + \frac{1}{3}\,\theta^3 = \frac{m\sqrt{b}}{a^2}\, T =$ der parabolischen Area; aus diesem Werthe ist sodann; $\theta + \frac{1}{3}\,\theta^3 = (t + \frac{1}{3}\, t^3 - \frac{2}{5}\, n\; t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 -$
$+ \frac{3}{5} n^2\, t^5 - \frac{4}{7} n^3\, t^7 +)$ &c. oder, weil t von θ nicht viel unterschieden ist, setzen wir $t = \theta + q$, so ist; $o = (q + \theta^2 q - \frac{2}{5}\, n\,\theta^5 + \frac{3}{7} n^2 \theta^7 -$
$+ \frac{3}{5}\, n^2 \theta^5 - \frac{4}{7} n^3 \theta^7 +$ &c.), und folglich:
$q = \frac{(\frac{2}{5} - \frac{3}{5} n^2)\,\theta^5 - (\frac{3}{7} n^2 - \frac{4}{7}\, n^3)\,\theta^7 + (\frac{4}{9}\, n^3 - \frac{5}{9}\, n^4)\,\theta^9 -}{1 + \theta^2}$ &c, Die Berechnung hievon, ist nun folgende:

	A.	B.
von LT =	1, 098355	1, 093639
abgezogen L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
L. $(\theta + \frac{1}{3}\theta^3)$ =	0, 136996	0, 167664
Also 2 B tang. θ =	91°. 3'. 20".	93°. 41'. 55".
und B tang. θ =	45. 31'. 40".	46. 50. 57
L. θ =	0, 008001	0, 028052
L. θ^2 =	0, 016002	0, 056104
L. θ^5 =	0, 040005	0, 140260
L. n =	7, 979313	7, 283679
L. $n\theta^5$ =	8, 019318	7, 423939
L. $n^2\theta^5$ =	5, 998631	4, 708618
L. $n^2\theta^7$ =	6, 014633	4, 763722
L. $n^3\theta^7$ =	3, 977946	
$+ \frac{2}{3} n\theta^5$ =	0, 004182	0, 001062
$- \frac{3}{5} n^2\theta^5$ =	59	3
	0, 004123	0, 001059
$- \frac{3}{7} n^2\theta^7$ =	44	3
der Zähler =	0, 004079	0, 001056
θ^2 =	1, 037535	1, 137900
der Nenner 1 + θ^2 =	2, 037535	2, 137900
L. des Zählers =	7, 610554	7, 023664
L. des Nenners =	0, 309104	0, 329987
L. q =	7, 301450	6, 693677
q =	0, 002002	0, 000494
θ =	1, 018595	1, 066725
t =	1, 020597	1, 067219
Also $\frac{1}{2}v$ =	45. 35'. 2".	46. 51'. 45".
wahre Anomalie v =	91. 10'. 4".	93. 43'. 30".
Distanz des Perihel. vom aufsteig. Knoten =	152. 28'. 48".	151. 38'. 8".
Distanz des Cometen von Knoten =	61°. 18'. 44".	57°. 54'. 38".

Die Entfernung des Cometen von der Sonne, ist ferners $= \dfrac{b}{1 + \dfrac{b - a}{a} \text{ cos. } v}$

	A.	B.
also ist $b =$	44993	43712
abgezogen $a =$	22711	21898
$b - a =$	22282	21814
L. $(b - a) =$	4, 347954	4, 338735
abgezogen L. $a =$	4, 356242	4, 340414
so ist L. $\dfrac{(b - a)}{a} =$	9, 991712	9, 998321
addirt L. — cos. $v =$	8, 309196	8, 812697
L. $\dfrac{a - b}{a}$ cos. $v =$	8, 300908	8, 811018
$- \dfrac{b + a}{a}$ cos. $v =$	0, 019994	0, 064717
Nenner	0, 980005	0, 935282
L. $b =$	4, 653145	4, 640601
L. des Nenners $=$	9, 991228	9, 270942
L. der Distanz des Cometen von der ⊙ $=$	4, 661917	4, 669659

Wir müßen nun das Kugeldreyeck ☊ C*c* (Fig. 11.) auflösen, in welchem, C☊ die Entfernung des Cometen von aufsteigenden Knoten ist, und der Winkel ☊ die Neigung gegen die Ecliptik vorstellet. Es ist aber sin. C*c* = sin. ☊C. sin. ☊ und tang. ☊*c* = tang. ☊C. cos. ☊.

☊C =	61°. 18′. 44″.	57°. 54′. 38″.
☊ =	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″.
L. sin. ☊C =	9, 943122	9, 927995
L. sin. ☊ =	9, 833710	9, 874621
L. tang. ☊C =	9, 776832	9, 802616
L. cos. ☊ =	10, 261847	10, 202702
L. tang. ☊*c* =	9, 864190	9, 821052
L. sin. C*c* =	10, 126037	10, 023754

Also

	A.	B.
Also die heliocentrische Breite = Cc =	$36^\circ. 44'. 20''.$	$39^\circ. 24'. 10''.$
und ☊c =	$1^s. 23^\circ. 12'. 0''.$	$1^s. 16^\circ. 34'. 0''.$
addirt die Länge des ☊ =	$1. 15. 24'. 41''.$	$1. 16. 20'. 45''.$
heliocentrische Länge { des Cometen =	$3^s. 8^\circ. 36'. 41''.$	$3. 2^\circ. 54'. 45''.$
heliocentrische Länge { der Erde =	$4. 29^\circ. 30'. 40''.$	$1. 29^\circ. 30'. 40''.$
F. 12. Der Winkel TSc =	$1^s. 20^\circ. 53'. 59''.$	$1. 26^\circ. 35'. 55''.$
Summe der Winkel =	$129^\circ. 6'. 1''.$	$123^\circ. 24'. 5''.$
halbe Summe =	$64^\circ. 33'. 0''.$	$61^\circ. 42'. 2''.$
L. SC =	4, 661917	4, 669659
L. sin. CSc =	9, 776824	9, 802615
L. cos. CSc =	9, 903833	9, 888012
L. Cc =	4, 438741	4, 472274
L. Sc =	4, 565750	4, 557671
von L. ST =	4, 995309	4, 995309
L. tang. =	10, 429559	10, 437638
der Winkel =	$69^\circ. 35'. 57''.$	$69^\circ. 56'. 42''.$
abgezogen	45.	45
	$24. 35'. 57''.$	$24^\circ. 56'. 42''.$
L. tang. =	9, 660692	9, 667583
L. tang. $\frac{1}{2}$ Summe =	10, 322480	10, 268869
L. tang. $\frac{1}{2}$ Differenz =	9, 983172	9, 936452
halbe Differenz =	$43^\circ. 53'. 25''.$	$40^\circ. 49'. 25''.$
halbe Summe =	$64. 33'. 0.$	$61. 42. 2$
der Winkel STc =	$20^\circ. 39'. 35''.$	$20. 52'. 37''.$
addirt die Länge der Sonne =	$10^s. 29^\circ. 30'. 40''.$	$10^s. 29^\circ. 30'. 40''.$
geocentrische Länge des Cometen =	$11^s. 20^\circ. 10'. 15''.$	$11^s. 23^\circ. 20'. 17''.$

Da nun die beobachtete Länge $11^s. 19^\circ. 57'. 0''$ gewesen ist, so scheinet die wahre Bahn ausser diesen zwey gemachten Hypothesen zu fallen, so, daß man setzen sollte: $Gg = 96000$. Die Breite zu finden, ist $Tz = \frac{Sc \text{ sin. } TSc}{\text{sin. } STc}$, also:

L. Sc

L. Sc =	4, 565750	4, 556771
abgezogen L. sin. STc =	9, 547550	9, 551890
	5, 018200	5, 005781
addirt L. sin. TSc =	9, 889887	9, 921600
L. Tc =	4, 908087	4, 927381
von L. Cc =	4, 438741	4, 472274
L. tang. der Breite =	9, 530654	9, 544893
geocentrische Breite =	18°. 44′. 50″.	19°. 19′. 30″.

Die Beobachtung der Breite giebt 19°. 10′. 56″, und so sollte die wahre Bahn, in obige Bestimmungen fallen. Es scheinet aber, daß die Breite mehr Glauben verdienet, als die Länge; würden jedoch beyde als gleich genau angenommen, und die Fehler ebenmäßig vertheilet, so müßte man die Hypothese A für die wahre halten. Uebrigens haben die Fehler der Beobachtungen, einen sehr großen Einfluß auf die Bestimmung der Laufbahn, sie mögen so klein, als immer möglich ist angenommen werden, und dieses ist die einzige Ursache, warum die Cometen Bahn keine genauere Angebung zuläßt.

Unterdessen kann man doch sicher behaupten, daß der Comet in einer sehr eccentrischen Ellypse sich bewege, woraus die Entfernung im Aphelio $= \frac{ab}{2a-b}$, und die halbe Zwerchachse $= \frac{a^2}{2a-b} = e$.

	A.	B.
Also, von 2 La =	8, 714284	4, 680828
abgezogen L. $(2a-b)$ =	2, 632458	1, 924280
L. e =	6, 080026	6, 756548
L. $\sqrt{e}$ =	3, 040013	3, 378274
L. $e\sqrt{e}$ =	9, 120039	10, 134822
abgezogen L. $c\sqrt{c}$ =	7, 500000	7, 500000
	1, 620039	2, 634822
	J.	J.
die periodische Zeit wäre also	41, 69	431, 34

Dieser Comet ist der Sonne in seinem Perihelio näher gekommen, als Merkur in dem seinigen; dann in diesem Falle ist die Entfernung des letzteren von der Sonne = 30740; die Distanz des Cometen aber war 22000, folglich jene zu dieser beynahe wie 7 zu 5.

Bestimmen wir nun auch die Zeit, wenn der Comet durch den absteigenden Knoten gegangen ist; die entsprechende wahre Anomalie sey:

	A.	B.
$v =$	27°. 31′. 12″.	28°. 21′. 52″,

Da aber $\frac{1}{2}$ v sehr klein, kann man den Werth von $t + \frac{1}{3} t^3$, beynahe parabolisch rechnen, und da ist:

	A.	B.
$L. (t + \frac{1}{3} t^3 + \&c.) =$	9, 397478	9, 411748
addirt $L. \frac{a^2}{m \sqrt{b}} =$	0, 951359	0, 925975
	0, 348837	0, 337723
Periodische Zeit in Tägen =	2, 2327	2, 1764
oder auch, =	2ᵈ. 5ʰ. 45′.	2ᵈ. 4ʰ. 13′.
addirt die Zeit des Perihel. März	1ᵈ. 12ʰ. 52′.	1ᵈ. 16ʰ. 28′.
der Com. gieng durch den abnehm. Kn. im März	3ᵈ. 18ʰ. 37′.	3ᵈ. 20ʰ. 41′.

Es ist also der Comet, den 4ten März gegen Aufgang der Sonne, durch die Ecliptik auf der Mittag Seite gegangen, und seine Bewegung war so schnell, daß er binnen zween Tagen beynahe 30 Grade in seiner Bahn zurücke geleget hat. Die Zeit, wenn er durch den aufsteigenden Knoten gegangen ist, kann übrigens nicht so genau bestimmet werden, weil der geringste Fehler, wegen seiner allzu großen wahren Anomalie 151°. einen beträchtlich großen, in der Laufbahn hervorbringen würde; unterdessen läßt sich aus der Hypothese B abnehmen, daß der Comet am 7ten August 1743 durch selben Knoten gegangen sey.

Ob nun gleich die Laufbahn, durch diese Methode ziemlich genau ist bestimmt worden, so kann dieses doch, durch eben die gebrauchten Beobachtungen noch viel genauer geschehen, wenn man so verfährt, wie ich in den Miscel. Berol. VII. Band die Anleitung gegeben habe, wo ich zeigte, wie eine schon beynahe bekannte Cometen Bahn durch die Beobachtungen zu verbessern seye. Setzen wir also eine, mit der wahren ziemlich eintreffende parabolische Laufbahn, welche diese vier Bedingnisse hat:

	angenommene Laufbahn	wahre Laufbahn
Entfern. von ☉ in Perihel.	22000	$22000 - \alpha$
$b : a$	2 : 1	$2 - \frac{\beta}{10000} : 1$
Zeit des Perihelium	1ᵀ. 6ʰ. 0′	1ᵀ. 6ʰ. γ′
Distanz des Perihelium von ☊	151°.	151°. δ
heliocentrische Länge des ☊ —	1ˢ. 16°.	1ˢ. 16° — ε
Neigung der Bahn	45°	45° + ζ.

Um die Werthe der Linien α; β; γ; δ; ε; ζ; zu bestimmen, mache ich sechs Hypothesen, deren jede in einem einzigen Stück von der angenommenen Cometen Bahn abweichet; diese Hypothesen sind:

Hypothese I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
22000	22000	22000	22000	22000	22000
2 : 1	2 : 1	2 : 1.	2 : 1	2 : 1	$2 - \frac{50}{10000} : 1$
T h	T h	T h	T h	T h	T h
1. 6.	1. 6.	1. 6.	1. 18	1. 6.	1. 6.
151°.	151°.	152°	151°.	151°.	151°
1^s. 16°.	1^s. 15°	1^s. 16°.	1^s. 16°.	1^s. 16°	1^s. 16°
50°	45°.	45°	45°.	45°.	45°.

Nach diesem erwähle ich vier mit aller Achtsamkeit angestellte Beobachtungen, und berechne für die entsprechenden Zeiten, die zugehörigen Längen und Breiten des Cometen aus der angenommenen Laufbahn sowohl, als aus den Hypothesen; und aus den Unterscheid einer jeden Hypothese von der angenommenen Bahn, läßt sich der Ort des Cometen bestimmen, welchen die wahre Laufbahn geben würde; und dieser mit der Beobachtung verglichen, giebt eine Gleichung. Da aber nur sechs Gleichungen erfodert werden, so übergehen wir aus den vier Beobachtungen zwey **Breiten** des Cometen, weil sie ohnehin durch die übrigen bestimmet sind: und auf diese Art vollendete ich eine Berechnung, die ich wegen allzu großer Weitläuftigkeit nicht hieher setzen will, und welche mir endlich folgende sechs Gleichungen gab:

I. Aus der beobachteten Länge von 13 Dec. $8^h. 40'$.

$$483\,\zeta + 9383\,\varepsilon - 6366\,\delta - 46\,\gamma + 335\,\alpha + 4220\,\beta - 41000 = 0,$$

II. Aus der beobachteten Länge von 3ten Jänner $6^h. 17'$.

$$1550\,\zeta + 6116\,\varepsilon - 3716\,\delta - 130\,\gamma + 179\,\alpha + 3620\,\beta - 124000 = 0$$

III. Aus der beobachteten Breite von 3ten Jänner $6^h. 17'$

$$1260\,\zeta + 1566\,\varepsilon + 6866\,\delta - 88\,\gamma - 495\,\alpha - 1380\,\beta - 421000 = 0$$

IV. Aus der beobachteten Länge vom 18 Jänner $7^h. 57'$.

$$1517\,\zeta + 3883\,\varepsilon - 1233\,\delta - 188\,\gamma + 63\,\alpha + 2640\,\beta - 156000 = 0$$

V. Aus der beobachteten Breite, von 18 Jänner $7^h. 57'$.

$$1257\,\zeta - 1566\,\varepsilon + 5583\,\delta - 86\,\gamma - 459\,\alpha - 1100\,\beta - 378000 = 0$$

VI. Aus der beobachteten Länge, vom 18 Hornung $6^h. 43'$.

$$1140\,\zeta - 1817\,\varepsilon + 1733\,\delta - 544\,\gamma - 250\,\alpha + 560\,\beta - 131000 = 0$$

Aus diesen Gleichungen entstehen folgende sechs Werthe von ζ, nämlich:

$$0 = \zeta + 19{,}426\,\varepsilon - 13{,}180\,\delta - 0{,}0952\,\gamma + 0{,}6936\,\alpha + 8{,}737\,\beta - 84{,}886.$$
$$0 = \zeta + 3{,}946\,\varepsilon - 2{,}397\,\delta - 0{,}0838\,\gamma + 0{,}1154\,\alpha + 2{,}335\,\beta - 80{,}000.$$
$$0 = \zeta - 1{,}243\,\varepsilon - 5{,}449\,\delta - 0{,}0705\,\gamma - 0{,}3930\,\alpha - 1{,}100\,\beta - 334{,}127.$$
$$0 = \zeta + 2{,}259\,\varepsilon - 9{,}813\,\delta - 0{,}1239\,\gamma + 0{,}0415\,\alpha + 1{,}740\,\beta - 102{,}834.$$
$$0 = \zeta - 1{,}246\,\varepsilon + 4{,}442\,\delta - 0{,}0684\,\gamma - 0{,}3651\,\alpha - 0{,}875\,\beta - 300{,}716.$$
$$0 = \zeta - 1{,}594\,\varepsilon + 1{,}520\,\delta - 0{,}4772\,\gamma - 0{,}2193\,\alpha + 0{,}291\,\beta - 114{,}912.$$

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Man ziehe jede einzelne Gleichung von der ersten ab, so ist:

$$0 = 15,480\,\varepsilon - 10,783\,\delta - 0,0114\,\gamma + 0,5782\,\alpha + 6,402\,\beta - 4,886$$
$$0 = 20,699\,\varepsilon - 18,629\,\delta - 0,0247\,\gamma + 1,0866\,\alpha + 9,837\,\beta + 249,241$$
$$0 = 16,867\,\varepsilon - 12,367\,\delta + 0,0287\,\gamma + 0,6521\,\alpha + 6,997\,\beta + 17,948$$
$$0 = 20,672\,\varepsilon - 17,622\,\delta - 0,0268\,\gamma + 1,0587\,\alpha + 9,612\,\beta + 215,830$$
$$0 = 21,020\,\varepsilon - 14,700\,\delta + 0,3820\,\gamma + 0,9189\,\alpha + 8,246\,\beta + 30,026.$$

Hieraus folgen fünf Werthe für ε:

$$0 = \varepsilon - 0,6966\,\delta - 0,0007\,\gamma + 0,0373\,\alpha + 0,4135\,\beta - 0,3156$$
$$0 = \varepsilon - 0,9013\,\delta - 0,0012\,\gamma + 0,0526\,\alpha + 0,4776\,\beta + 12,0587$$
$$0 = \varepsilon - 0,7332\,\delta + 0,0017\,\gamma + 0,0387\,\alpha + 0,4148\,\beta + 1,0641$$
$$0 = \varepsilon - 0,8525\,\delta - 0,0013\,\gamma + 0,0512\,\alpha + 0,4650\,\beta + 10,4410$$
$$0 = \varepsilon - 0,6993\,\delta + 0,0182\,\gamma + 0,0437\,\alpha + 0,3923\,\beta + 1,4284.$$

Man ziehe jede Gleichung von der letzten ab, so ist:

$$0 = 0,0189\,\gamma - 0,0027\,\delta + 0,0064\,\alpha - 0,0212\,\beta + 1,7440$$
$$0 = 0,0194\,\gamma + 0,2020\,\delta - 0,0089\,\alpha - 0,0853\,\beta - 10,6303$$
$$0 = 0,0165\,\gamma + 0,0339\,\delta + 0,0050\,\alpha - 0,0225\,\beta + 0,3643$$
$$0 = 0,0195\,\gamma + 0,1532\,\delta - 0,0075\,\alpha - 0,0727\,\beta - 9,0126.$$

Man findet also auch vier Werthe von γ:

$$0 = \gamma - 0,1428\,\delta + 0,3386\,\alpha - 1,1217\,\beta + 92,275$$
$$0 = \gamma + 10,4124\,\delta - 0,4587\,\alpha - 4,4890\,\beta - 547,950$$
$$0 = \gamma + 0,2054\,\delta - 0,3030\,\alpha - 1,3636\,\beta + 22,078$$
$$0 = \gamma + 7,8564\,\delta - 0,3846\,\alpha - 3,7282\,\beta - 162,485.$$

Man ziehe die erste und dritte von der zweyten, und die erste von der vierten, so ist:

$$0 = 10,5552\,\delta - 0,7973\,\alpha - 3,3673\,\beta - 640,225$$
$$0 = 10,2070\,\delta - 0,7617\,\alpha - 3,1254\,\beta - 570,028$$
$$0 = 7,9992\,\delta - 0,7232\,\alpha - 2,6065\,\beta - 554,460.$$

Woraus dann drey Werthe von δ gefunden werden:

$$\delta = 0,07554\,\alpha + 0,31902\,\beta + 60,655$$
$$\delta = 0,07462\,\alpha + 0,30620\,\beta + 55,846$$
$$\delta = 0,09041\,\alpha + 0,32585\,\beta + 69,315.$$

Der mittlere, werde von beyden äußersten abgezogen, so ist:

$$0 = 0,00092\,\alpha + 0,01282\,\beta + 4,809$$
$$0 = 0,01579\,\alpha + 0,01965\,\beta + 13,469.$$

Hieraus erhält man zween Werthe für β:

$$\beta = -0,07176\,\alpha - 375,118$$
$$\beta = -0,80356\,\alpha - 685,492.$$

Der

Der letzte vom ersten abgezogen, giebt:

$$0,73180\,\alpha + 310,374 = 0,$$ woraus dann:

$\alpha = -424,125$	$L. - \alpha = 2,627493$
$\beta = -344,680$	$L. - \beta = 2,537416$
$\delta = -81,345$	$L. - \delta = 1,910331$
$\gamma = -346,889$	$L. - \gamma = 2,540190$
$\varepsilon = +101,755$	$L. + \varepsilon = 2,007555$
$\zeta = +311,44$	$L. + \zeta = 2,493374$

Weil nun β negativ ist, so wird die Cometen Bahn eine Hyperbel, von folgenden sechs Elementen:

$a =$	22424
$b : a =$	$2 + \frac{344}{10000} : 1$
$b =$	45619
die Zeit des Perihel. =	$\overset{T}{1}.\ \overset{h}{0}.\ 14'.$ März. 1744.
Distanz des Perihel. vom ☊ =	$149^{\circ}.\ 39'.$
heliocentrische Länge des ☊ =	$1^{s}.\ 17^{\circ}.\ 41'.$
Neigung der Bahn =	$50^{\circ}.\ 11'.$

Es erhellet aber hieraus, daß diese Bestimmungen von der Güte der Observationen größtentheils abhängen, deren geringste Veränderung, die gefundene Hyperbel, leicht in eine Ellypse verwandeln könnte. Ferners wäre auch die Berechnung so sorgfältig anzustellen, daß man nicht einmal einzelne Secunden vernachlässigte; welche Arbeit, bey nicht gar zu sicheren Beobachtungen, wohl niemand so leicht über sich nehmen würde. Es genügt mir dahero, eine Methode gegeben zu haben, durch welche, bey sehr genauen Observationen, die wahre Laufbahn kann gefunden werden, die weitere Berechnung kann ich also füglich anderen überlaßen.

Da sich nun aus Mangel gehöriger Beobachtungen die Laufbahn sehr genau nicht bestimmen läßt, so will ich diese Abhandlung schliessen, und nur bevor noch einige Anmerkungen, von dem beobachteten und künftigen Lauf dieses Cometen beyfügen. Und zwar schiene er weder die Ecliptik, noch den Equator geschnitten zu haben, sondern seine Breite, war während den Beobachtungen immer nördlich; und seine periodische Zeit, wenn er doch welche hat, muß viele Jahrhunderte betragen. Er hielt sich nur sechs Monate in dem nördlichen Theil des Himmels auf, die ganze übrige Zeit seiner langen Periode, hat er in dem südlichen Theil verweilet. Vom 7 August, wo er durch den auffsteigenden Knoten gieng, bis zum 25ten Hornung, hat er sich von der Ecliptik entfernet, und ist mit sehr großer Geschwintigkeit, schon den 4 März durch dem absteigenden Knoten gegangen, welche ungemein große Anomalie, gewiß ausser der newtonianischen Theorie, mit keiner anderen kann verbunden werden. Gegen das Ende der Erscheinung, ist sein scheinbarer Weg, von einem großen Cirkel sehr stark abgewichen, woraus erhellet, daß die Fläche, in welcher dieser Comet sich beweget hat, nicht durch den Mittelpunkt der Erde gegangen ist. Im absteigenden

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Knoten, war er der Sonne näher, als Merkur, und stund diesem immer so nahe, daß wenn der Comet eine merkliche Anziehungskraft gehabt hätte, die Bewegung dieses Planeten, nicht wenig wäre verwirret worden: dann zu eben der Zeit war der Comet im 15° des Scorpions, und Merkur im 26°; und der Körper des Cometen, wenn wir seinen Durchmesser in gleicher Entfernung als die Sonne von der Erde auf eine Minute setzen, muß mehr als 30mal die Erde übertroffen haben. Es lohnet sich also der Mühe, zu untersuchen, ob die Bewegung des Merkur, mit den astronomischen Tafeln noch übereinstimmet.

Nach dem letzten Hornung, wo der Comet noch vor Aufgang der Sonne zu sehen war, verschwand er gänzlich, theils wegen Nähe der Sonne, theils wegen seiner verminderten nördlichen Breite, dann weil er nach dem vierten März in den südlichen Theil trat, so konnte er vor Sonnenaufgang über unsern Horizont sich nicht mehr erheben. In welchen Orten des Himmels er nachgehends sich aufhielt, kann aus dem angeführten leicht abgenommen werden. So zum Beyspiel mußte er den 15 April wieder nach Ordnung der Zeichen lauffen, und im 8° des Widders stehn, mit einer südlichen Breite von beynahe 30°; und da er von der Erde etwas weiter entfernt seyn wird, als diese von der Sonne ist, so muß er sich denen Südländern zeigen, welche ihn, nach den 4ten März, vor Sonnenaufgang, in großen Glanz sehen mußten. Wären also daselbst Astronomen, so könnten sie die Beobachtungen des Cometen noch lange fortsetzen, und vielleicht bis nach Ende July, wenn sie mit guten Fernröhren versehen wären. Dann seine Länge vom ersten July mußte seyn ♈. 27°. die südliche Breite 48°., den sechsten September ♈. 3°. die Breite 53°; und seine Entfernung von der Erde, wird sich zur Distanz von der Sonne verhalten, wie 2, 5 zu 1, dahero man ihn nur durch sehr gute Röhre wird sehen können. Solche, im südlichen Theile der Erde, angestellte Beobachtungen wären sehr nützlich, weil aus ihnen noch manches könnte ergänzet, und nachgeholet werden, welches uns an der Kenntniß seiner Bahn noch abgehet; und es wäre sehr zu wünschen, daß um selbe Zeit, ein erfahrner Beobachter, auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung sich befände, von dessen Geschicklichkeit, solche nützliche Beobachtungen zu erwarten wären.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN