Leonh. Eulers, ... Theorie der Planeten und Cometen

Euler, Leonhard

Wien, 1781

Epstein

Leonh. Eulers,

Director der Königl. Academie der Wissenschaften von Berlin, Mitglied der Kaiserl. Academie der Wissenschaften von Petersburg, der Königl. von Paris, London, und Göttingen 2c. 2c.

Theorie der Planeten und Cometen

von

Johann Freyherrn von Paccassi

übersetzt,

und mit einem Anhange und Tafeln vermehrt.

WJEN,
gedruckt bey Johann Thomas Edlen von Trattnern,
kaiserl. königl. Hofbuchdruckern und Buchhändlern.

1781.

Seiner Excellenz

dem

Hochgebohrnen des Heiligen Römischen Reichs

Grafen

Johann Philipp von Cobenzl,

Freyherrn auf Proseck, ꝛc. ꝛc.

K. K. Kämmerer, wirkl. geheimen Rath,

und

Niederländischen Staatsrath, Haus- Hof- und Staats- Vicekanzler

der auswärtigen Geschäfte,

wie auch

jener der Oestereichischen Niederlande und der Lombardie ꝛc. ꝛc.

gewidmet.

Euer Excellenz!

Hochdieselben erlaubten mir diese Schrift des berühmten Euler Dero Namen zu widmen; welche Gnade ich eben so sehr als ein schätzbares Zeichen von Dero Wohlwollen gegen mich ansehe; als es die Welt für einen untrüglichen Beweis halten wird, daß Euer Excellenz die Wissenschaften Hochdero Schutzes würdigen. — Welch einer glücklichen Zukunft haben sich die Wissenschaften, und Künste zu erfreuen, wenn ein Minister, wie Euer Excellenz vor dem Throne des Monarchen für sie das Wort führt! und wie glücklich sind wir, die wir in einem Staate leben, dessen größte Minister sich nicht schämen, Mäcenaten des Fleißes, und der Wissenschaften zu seyn!

Ich habe die Ehre mit tiefester Hochachtung mich zu nennen

Euer Excellenz!

gehorsamster Diener
Johann Freyherr von Paccassi.

Vorrede des Uibersetzers.

enschaft

Ich bin meinen Lesern Rech~~tschaffenheit~~ eines Unternehmens schuldig, welches, bey gegenwärtiger Lage der Wissenschaften, dem größten Theile überflüßig scheinen könnte. Mir ist sehr wohl bekannt, daß man insgemein das Ansehen einer Wissenschaft, einer Kunst, oder überhaupt einer Erfindung nur nach dem augenblicklichen Nutzen, und unmittelbaren Einfluß zu schätzen pflegt, durch welches seltsame Betragen, die Genien abgeschröcket werden, und viele Wissenschaften uns beynahe unbekannt scheinen, welche in anderen Reichen im größten Flore sind. —

Unter diese unglückliche Anzahl gehören die **Mathematik**, und **Sternkunde**, welche vielleicht auch deswegen für entbehrlich angesehen werden, weil wir auf ebenen Wegen ohne Sternkunde die Strasse finden können, und alles, was zum Leben nothwendig ist, erhalten, ohne mehr als einen schlechten Auszug aus Wolfs Mathematik zu verstehen. —

Dem sey nun wie ihm wolle, so glaubte ich doch einem, obschon sehr geringen Theil teutscher Leser einen Gefallen zu erweisen, wenn ich diese Schrift des größten Geometers unseres Jahrhundertes in unserer

Mut=

Muttersprache lieferte; um so viel mehr, als alle Nationen um die Wette eifern, seine Schriften in ihre Sprache zu übersetzen. (*)

In meinen Zusätzen suchte ich dasjenige nachzuholen, was man bey der Theorie des Herrn Eulers noch wünschen konnte, und welches er selbst unendlich besser würde gegeben haben, wenn seine Absicht gewesen wäre, eine vollkommene Theorie der Cometen zu liefern.

Die beygefügten Tafeln sind theils von anderen, theils von mir berechnet worden, und haben ihren vorzüglichen Nutzen, bey Anwendung der Theorie, welche sonst mühsame Rechnungen erfodern würde. —

Da meine Absicht nur gewesen ist nützlich zu seyn, so wird es mich sehr freuen, wenn ich sie nur einigermassen erreichet habe.

Geschrieben, Wien den 1. Hornung 1781.

(*) Wie dann erst kürzlich die neuen Theorien der Schiffkunst und Artillerie des Hr. Euler auf Befehl des Königs von Frankreich durch die Academie der Wissenschaften mit vielen Lobeserhebungen sind übersetzet worden.

Von der Bewegung der Planeten, und Cometen um die Sonne.

§. 1.

Wenn wir die Gesetze genauer betrachten, nach welchen die Planeten sowohl, als Cometen sich um die Sonne bewegen, so zeigt sich, daß die Laufbahnen dieser letzteren nicht allein durch Ellypsen, sondern durch alle Gattungen der Kegelschnitte können vorgestellet werden. Dann Planeten und Cometen unterscheiden sich allein durch die Gestalt ihrer Laufbahn, durch welche, wenn sie eine nicht sehr vom Kreise abweichende Ellypse ist, der Körper, der selbe beschreibt den Namen eines **Planeten** erhält, wäre sie aber eine sehr eccentrische Ellypse, oder eine Parabel, oder Hyperbel, so wird der Körper ein **Comet** genennet. Beede Gattungen der Himmelskörper befolgen in ihrem Laufe die nämlichen Gesetze der Bewegung. Die Zeiten, in welchen sie bestimmte Theile ihrer Bahnen abmeßen, sind durchgehends im geraden Verhältniße der um die Sonne beschriebenen Flächen, und im umgekehrten cubischen der Parameteern, und die Sonne wird für unbeweglich in einem Brennpunkte angenommen. Aus diesem Gesetze kann nicht allein die Bewegung der **Planeten** und **Cometen** in **Parabeln**, **Ellypsen** oder **Hyperbeln** bestimmet, sondern auch die Laufbahn selbst durch einige Beobachtungen gefunden werden.

§. 2. Aus eben dieser Quelle hat man auch die astronomischen Tafeln für die Bewegung der Planeten hergeleitet, durch deren Hülfe die **wahre Anomalie**, aus der mittleren oder umgekehrt gefunden wird, welche Methode aber nur für **elliptische**, vom **Cirkel** nicht sehr abweichende Bahnen zu gebrauchen ist. Wenn wir also diese Theorie allgemein festsetzen, und auf die Bewegung der Cometen in Hyperbeln anwenden wollen, so müßen wir, von der gewöhnlichen Art das wechselseitige Verhältniß der **wahren** und **mittleren** Anomalie zu bestimmen, abweichen, und einen anderen Weg einschlagen. Dann die gewöhnliche Methode hat diesen Fehler, daß die **Anomalien** von der **Sonnenferne** gerechnet werden: welches nur bey Ellypsen möglich, bey Parabeln aber, und Hyperbeln unmöglich ist, weil sie keine **Aphelien** haben. Diesem Uebel nun könnte abgeholfen werden, wenn die **Anomalien** von der **Sonnennähe** (perihelio) gezählet würden, welches bey allen Gattungen krummlinigter Bahnen wohl angienge. Ferners, dürfte man auch die auf gewöhnliche Art bestimmten **mittleren Anomalien** nicht gebrauchen, weil hiezu die periodische Umlaufszeit erfodert wird, welche bey **Parabeln**, und **Ellypsen** nicht Platz findet. Anstatt also der **mittleren Anomalie**, werde ich jene Zeit gebrauchen, zu welcher der Körper im Perihelio sich befindet, und die **wahre Anomalie** wird mir dessen **heliocentrische Entfernung** von der **Sonnennähe**. Nach diesen Voraussetzungen will ich folgende Aufgaben auflösen, durch welche die Natur der himmlischen Bewegungen sowohl theoretisch erkennet, als auch richtig in der Praktik angewendet werden kann.

Aufgabe I.

§. 3. Aus der gegebenen Fläche, die ein Comet, oder Planet in bestimmter Zeit, um die Sonne beschrieben hat, den Parameter seiner Laufbahn finden?

Auflösung.

Da hier Größen von verschiedener Art, nämlich **Zeiten** und **Flächen** vorkommen, so müßen beyde nach einem gewißen und beständigen Maaß ausgedrückt werden. Setzen wir also die mittlere Distanz der Sonne von der Erde 100000 so sind alle übrigen Größen, in diesen Theilen anzunehmen, und der gesuchte Parameter ist ebenfalls in dieser Einheit auszudrücken; ich setze ferners, daß die um die Sonne beschriebene Fläche in solchen quadrat Theilen gegeben wird, deren 100000 die halbe Achse der Erdbahn ausmachen. Es sey also, die auf solche Art bestimmte Fläche des Himmelskörpers $= \mathrm{A}$, und b sey der halbe Parameter, oder die in dem Brennpunkt senkrechte Ordinate; die Zeit wollen wir künftig immer durch natürliche Täge, und Decimalien der mittleren Zeit angeben, und hier sey die Zeit in welcher die Fläche T um die Sonne beschrieben wird $= \mathrm{T}$, auf diese Art wären also die Grössen A, b und T dieser Aufgabe, in absoluten Zahlen ausgedrückt. Da nun nach den Gesetzen der um die Sonne laufenden Himmelskörper, die Zeit T mit der durch $\sqrt{b}$ getheilten Fläche A proportional ist, so wird $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{T}\sqrt{b}} =$ einer beständigen Zahl, die ich m nenne; so daß $\mathrm{T} = \frac{\mathrm{A}}{m\sqrt{b}}$, oder $\sqrt{b} = \frac{\mathrm{A}}{m\mathrm{T}}$ und $b = \frac{\mathrm{A}^2}{m^2\mathrm{T}^2}$, wäre nun die Zahl m bekannt, so wäre das Problem aufgelöset, weil alsdenn der halbe Parameter b in solchen

Grö-

Größen gefunden würde, deren 100000 der mittleren Distanz der Sonne von der Erde gleich sind. Diese Zahl m zu finden, betrachten wir einen bereits bekannten Fall. Da schon bewußt ist, daß die Erde in Zeit eines Sternen-Jahres, oder in 365 Tägen, 6^h. $8'$. $30''$ um die Sonne lauft, wenn wir setzen $T = 365, 256$; $A =$ der Fläche der ganzen Erdbahn, und $b =$ dem halben Parameter dieser Bahn, so wird der Bruch $\frac{A}{T\sqrt{b}}$ den wahren Werth von m geben. Es sey also die halbe Zwerchachse der Erdbahn $= c = 100000$, so wird ihre conjugirte seyn: $= \sqrt{bc}$; ist nun $1 : \pi$ das Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie des Cirkels, so daß $\pi = 3,14159265$, so wird die Cirkelfläche deren Radius c gleich seyn πc^2, die sich also zur Fläche der Erdbahn verhält, wie c zu $\sqrt{bc}$; daher die Area der Erdbahn $A = \pi c\sqrt{bc}$, und folglich $m = \frac{A}{T\sqrt{b}} = \frac{\pi c\sqrt{c}}{T}$, welches anzeigt, daß m durch bekannte Zahlen, als $\pi = 3, 14149265$; $c = 100000$; und $T = 365, 256$ gegeben wird. Durch Logarithmen ist:

$$\begin{array}{rrl} l\pi & = & 0,\ 4971498727 \\ lc\sqrt{c} & = & 7,\ 5000000000 \\ \hline & & 7,\ 9971498727 \\ -\ LT & = & -\ 2,\ 5625973588 \\ \hline Lm & = & 5,\ 4345525139 \end{array}$$

also $m = 271989, 735$, hieraus also ist der Parameter von was immer für einer, um die Sonne beschriebenen Laufbahn $= 2b = \frac{2A^2}{m^2T^2}$.

1. Folgerung.

§. 4. Aus der bekannten Fläche, die der Comet in gegebener Zeit um die Sonne beschreibt, kann der Parameter von dessen Laufbahn also gefunden werden: daß dessen Verhältniß zur mittleren Distanz der Sonne von der Erde angegeben wird.

2. Folgerung.

§. 5 Sollte aber der Parameter, den wir $2b$ nennen, schon bekannt seyn, so ließe sich hieraus die Zeit finden, in welcher eine bestimmte Fläche der ganzen Bahn um die Sonne durchloffen wird; dann es heiße diese Fläche A, so ist die Zeit $T = \frac{A}{m\sqrt{b}}$ Täge: wenn nur, (was immer zu beobachten ist) die Längen in solchen Theilen ausgedrückt werden, deren 100000 die halbe Erdbahn ausmachen, und wenn $m = 271989, 735$.

3. Folgerung.

§. 6. Umgekehrt also, kann aus dem Parameter $2b$ die Fläche gesucht werden, welche der Planet, oder Comet in der Zeit T um die Sonne beschreibt: dann in der Zeit T (wenn sie in Tägen gegeben ist,) wird die Fläche seyn: $A = mT\sqrt{b}$.

2. Aufgabe. Fig. 1.

§. 7. Aus der Entfernung des Scheitels vom Brennpunkte AS, und dem Parameter, dessen Hälfte BS, in dem Kegelschnitte ABM das Verhältniß finden, welches zwischen der Distanz jeden Punktes M vom Brennpunkte S und der wahren Anomalie, oder dem Winkel ASM ist.

Auflösung.

Es seye gegeben die Entfernung AS des Scheitels vom Brennpunkte, oder in Planeten, und Cometen Bahnen, die perihelische Distanz von der Sonne S, nämlich $AS = a$ und der halbe Parameter, das ist die Ordinante $BS = b$. Es giebt also die verlängerte Linie AS die Axe des Kegelschnittes an, auf welche aus M das Loth MP falle. Aus der Natur der Kegelschnitte ist die Distanz $MS = a + \frac{(b - a)}{a}.AP$. Da aber $AP = a + PS$; so ist, wenn $MS = y$ und ASM oder die wahre Anomalie $= v$, und der Sinus totus $= 1$; $\text{cos.}\, v = \frac{-PS}{MS} = \frac{-PS}{y}$, also PS z $- y\ \text{cos.}\ v$ und $AP = a - y\ \text{cos.}\ v$; setzt man diesen Werth in obigen Ausdruck, so ist: $MS = y = a + \frac{(b - a)}{a}.(a - y\ \text{cos.}\ v) = b - \frac{(b - a)\ y\ \text{cos.}\ v}{a}$; hieraus also kömmt: $\text{cos.}\ v = \frac{a\ (b - y)}{y\ (b - a)}$ und $y = \frac{ab}{a + (b - a)\ \text{cos.}\ v}$. Folglich ist aus der wahren Anomalie v die Distanz y des Planeten oder Cometen von der Sonne, und umgekehrt jene aus dieser zu finden.

1. Folgerung.

§. 8. Wenn die wahre Anomalie ASM verschwindet, oder $v = 0$ so ist $\text{cos.}\ v = 1$. und die Distanz von der Sonne $y = a$. daß heißt: wenn der Punkt M in A fällt, so wird MS $(y) =$ AS (a) Eben so, wenn $ASM = v = 90°$, ist $\text{cos.}\ v = 0$ und $y = b$, welches klar ist, weil M in B fällt.

2. Folgerung.

§. 9. Setzen wir $v = 180°$, so bedeutet y die Entfernung im Aphelio von der Sonne; es wird aber diese Distanz seyn: $\frac{ab}{2a - b}$, weil $\text{cos.}\ v = -1$. Setzet man zu die-

dieser die perihelische Entfernung $= a$ von der Sonne, so kömmt die Zwerchachse der Bahn $= \frac{2a^2}{2a - b}$; woraus der Abstand des Brennpunktes vom Mittelpunkt $= \frac{a(b-a)}{2a-b}$; und die Eccentrizität $= \frac{b-a}{a}$.

3. Folgerung.

§. 10. Wenn also $b = a$; so wird aus dem Kegelschnitte ein Cirkel, dessen Mittelpunkt in S und dessen Radius $AS = a$. Wenn aber $b > a$, so ist die Linie eine Ellypse, bis daß $b = 2a$, in welchem Fall eine Parabel entstehet, weil die Zwerchachse $\frac{2a^2}{2a - b}$ unendlich wird. Sollte aber $b > 2a$, so wird die Zwerchachse verneinend, und die krumme Linie eine Hyperbel.

4. Folgerung.

§. 11. Wäre $b > a$, so entstünde immer eine Ellypse, dessen entfernter Scheittelpunkt in A ist, und also die Sonnenferne vorstellte; der entgegengesetzte Punkt also der Laufbahn wäre die Sonnennähe, dessen Distanz vom Brennpunkte S seyn wird $= \frac{ab}{2a-b}$ welche kleiner ist als a wenn $b < a$.

3. Aufgabe. Fig. 2.

§. 12. Aus zwo gegebenen Entfernungen von der Sonne FS; GS, dem eingeschlossenen Winkel FSG, und dem bekannten Parameter die ganze Laufbahn bestimmen.

Auflösung.

Der halbe Parameter sey $= b$. Ferners $FS = f$, $GS = g$, und $FSG = \varphi$, welche drey Größen gegeben sind; aus den zu suchenden heiße die Entfernung AS, a, die Anomalie $ASF = v$, so ist $ASG = v + \varphi$; es giebt also vorhergehende Aufgabe zwo Gleichungen; nämlich:

$$SF = f = \frac{ab}{a + (b-a)\operatorname{cos.} v} \text{ und } SG = g = \frac{ab}{a + (b-a)\operatorname{cos.}(v+\varphi)},$$

hieraus entstehet für a ein gedoppelter Werth als:

$$a = \frac{bf \operatorname{cos.} v}{b - f + f \operatorname{cos.} v} = \frac{bg \operatorname{cos.}(v+\varphi)}{b - g + g \operatorname{cos.}(v+\varphi)},$$

wenn beede einander gleich gesetzet werden, erhalten wir:

$$(b-g) f \operatorname{cos.} v = (b-f) g \operatorname{cos.}(v+\varphi) = (b-f) g (\operatorname{cos.} v \operatorname{cos.}\varphi - \operatorname{sin.} v \operatorname{sin.}\varphi) \text{ also:}$$

$\frac{(b-g)f}{(b-f)g} = \cos.\,\phi - \text{tang.}\,v\,\sin.\,\phi$, aus welcher Gleichung die Anomalie v durch blos bekannte Größen gefunden wird als: $\text{tang.}\,v = \cos.\,\phi - \frac{(b-g)f}{(b-f)g\,\sin.\,\phi}$, oder $\text{tang.}\,v = \frac{(b-f)g\,\cos.\,\phi - (b-g)f}{(b-f)g\,\sin.\,\phi}$. Aus dem Winkel $ASF = v$ folgt die perihelische Entfernung $AS = a = \frac{bf\,\cos.\,v}{b-f+f\,\cos.\,v}$; und aus $AS = a$, nebst dem halben Parameter b, kann die Bahn AFG durch vorhergehende Aufgabe bestimmet werden.

1. Folgerung.

§. 13. Wenn also die Fläche ASG und die Zeit gegeben sind, in welcher ein Comet, oder Planet den Raum FG durchlauft, so wird durch das erste Problem der Parameter gefunden, und folglich hieraus die ganze Bahn AFG bestimmet.

2. Folgerung.

§. 14. Erstlich wird aus dem halbem Parameter b nebst den Entfernungen $FS = f$, $GS = g$, und dem Winkel $FSG = \phi$ die Lage der Achse AS aus dem Winkel $ASF = v$ gefunden, dann $\text{tang.}\,v = \cot.\,\phi - \frac{(b-g)f}{(b-f)g\,\sin.\,\phi}$, und aus dem Winkel v ist $AS = a = \frac{bf\,\cos.\,v}{b-f+f\,\cos.\,v}$.

3. Folgerung.

§. 15. Aus der Natur der Kegelschnitte erhellet, daß wenn in A das Perihelium der Laufbahn ist, jene aus den Linien FS; GS dem Perihelio am nächsten sey, welche die kürzeste ist, weil also oft ungewiß scheinet, welche aus den Linien FS, GS mit f sollte bezeichnet werden, so wollen wir immer der kürzeren diese Benennung beylegen.

4. Folgerung.

§. 16. Sollte die Tangente der Anomalie v verneinet gefunden werden, so würde dieses anzeigen, daß entweder der Winkel ASF größer als 90°, (obgleich kleiner, als zwey rechte Winkel,) oder daß er negativ seye, und also das Perihelium zwischen der Orte F und G falle. Weil also die Lage des Perihelium A zweifelhaft ist, und zwischen zween gerade entgegen gesetzten Punkte fällt, so wird jene die wahre seyn, welche der kürzeren Distanz F näher kömmt, die andere aber wird den Punkt der Sonnenferne angeben.

4. Aufgabe. Fig. 3.

§. 17. Aus der gegebenen Laufbahne AM eines Himmelskörpers,, die Zeit finden, in welcher jede beliebige wahre Anomalie ASM beschrieben wird.

Auflösung.

Es sey die Entfernung AS im Perihelio $= a$ der halbe Parameter $= b$, die wahre Anomalie ASM $= v$, und die Entfernung SM $= y$ so ist $y = \frac{ab}{a + b(b - a) \text{ cos. } v}$ oder $\text{cos. } v = \frac{a\ (b - y)}{y\ (b - a)}$. Ferners sey die Fläche ASM $=$ A, so ist nach der ersten Aufgabe, die Zeit, in welcher der Bogen AM beschrieben wird $= \frac{A}{m\sqrt{b}}$ Täge, diese Zeit zu bestimmen müssen wir also die Fläche ASM kennen. Man nehme das Element Mm, und ziehe Sm, so wird der Winkel MS$m = dv$; die Fläche des Dreyeckes MS$m = \frac{1}{2} y^2 dv$, also $A = \frac{1}{2} \int y^2 dv$, setzet man statt y dessen Werth, so ist $A = \frac{1}{2} \int \frac{a^2 b^2 dv}{(a + (b - a) \text{ cos. } v)^2}$. Um diese Formel integriren zu können, seye tang. $\frac{1}{2}$ ASM $=$ tang. $\frac{1}{2} v = t$; so ist $dv = \frac{2dt}{1 + tt}$ und $\text{cos. } v = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$; dieses substituirt, giebt: $A = \int \frac{a^2 b^2 dt (1 + t^2)}{[b + (2a - b) t^2]^2}$. Es sey $A = \frac{\alpha t}{b + (2a - b) t^2} + \beta \int \frac{dt}{b + (2a - b) t^2}$, nach angestellter Vergleichung ist $\alpha + \beta = a^2 b$; und $\beta - \alpha = \frac{a^2 b^2}{2a - b}$, also: $\alpha = \frac{- a^2 b (b - a)}{2a - b}$ und $\beta = \frac{a^3 b}{2a - b}$, woraus die Area $A = \frac{a^3 b}{(2a - b)} \int \frac{dt}{b + (2a - b) t^2} - \frac{a^2 b (b - a) t}{(2a - b)(b + (2a - b) t^2}$. Für das Integrale dieser Gleichung, giebt es vier Fälle: der erste ist:

I. Wenn $b = a$. wo die krumme Linie ein Cirkel wird, welcher Fall sehr leicht, aus der ersten Formel aufgelöst wird: welche giebt: $A = \frac{1}{2} \int a^2 dv = \frac{1}{2} a^2 v$; oder, wenn man den Ausdruck durch t verlangte, weil $v = 2A$ tang. t; so wäre die Fläche $A = a^2$ Bog. tang. t.

II. Wenn $b > a$ doch so, daß $b < 2a$, so entstünde eine Ellypse, und da wird, wie wir schon sahen: $A = \frac{a^3 b}{2a - b} \int \frac{dt}{b + (2a - b) t^2} - \frac{a^2 b (b - a) t}{(2a - b)(b + (2a - b) t^2}$. Es ist aber $\int \frac{dt}{b + (2a - b) t^2} = \frac{1}{\sqrt{(b\ (2a - b))}}$. Bogen tang. $t \frac{\sqrt{(2a - b)}}{(b)} = \frac{1}{\sqrt{(b (2a - b))}}$

B. sin. $t\,\frac{\sqrt{(2a-b))}}{\sqrt{(b+(2a-b)t^2)}} = \frac{1.}{\sqrt{(b(2a-b))}}$ B. Cos. $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(b+(2a-b)t^2)}}$; hieraus wird: $\int\frac{dt}{b+(2a-b)t^2} = \frac{1}{2\sqrt{b(2a-b)}}$ B. Sin. $\frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}$ es entstehen also folgende Ausdrücke für die Fläche A nämlich:

$$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{(2a-b)\sqrt{(2a-b)}}\text{ B. tang. } t\,\frac{\sqrt{(2a-b)}}{(b)} - \frac{a^2b\,(b-a)t}{(2a-b)\,(b+(2a-b)t^5)}$$

oder: $A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(2a-b)\sqrt{(2a-b)}}$ B sin. $\frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2} - \frac{a^2(b-a)\sqrt{b}}{2(2a-b\sqrt{(2a-b)}}\cdot\frac{2t\sqrt{b.(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}$. oder auch:

$$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(2a-b)\sqrt{2a-b}}\left(\text{B. sin.}\,\frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2} - \frac{(b-a)}{a}\cdot\frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}\right).$$

III. Wenn $b=2a$, so entstehet eine Parabel und aus obiger Gleichung ist:
$A = \int a^2dt\,(1+t^2) = a^2\,(t+\frac{1}{3}t^3)$, in welchem einzigen Falle, die Area eines algebraischen Ausdruckes fähig ist.

IV. Wenn endlich $b > 2a$, so ist die Laufbahn eine Hyperbel, und man findet:
$A = \frac{a^2b\,(b-a)t}{(b-2a)\,(b-(2b-2a)t^2)} - \frac{a^3b}{b-2a}\int\frac{dt}{b-(b-2a)t^2}$. Das Integrale hängt von Logarithmen ab, und es ist: $\int\frac{dt}{b-(b-2a)t^2} = \frac{1.}{2\sqrt{b\,(b-2a)}}$ Log. $\left(\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}}\right)$; hieraus also findet man die Area

$$A = \frac{a^2b\,(b-a)t}{(b-2a)\,(b-(b-2a)t^2)} - \frac{a^3\sqrt{b}}{2(b-2a)\sqrt{(b-2a)}}\,\text{Log.}\,\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}},\ \text{oder:}$$

$$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(b-2a)\sqrt{b-2a}}\;\frac{(b-a)}{a}\cdot\frac{2t\sqrt{b(b-2a)}}{b-(b-2a)t^2} - \text{Log.}\,\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}}.$$

Wenn also, in einem dieser vier Fälle die Fläche ASM = A gefunden wird, so ist die Zeit in welcher sie beschrieben worden $= \frac{A}{m\sqrt{b}}$, welcher Ausdruck die Täge giebt, wenn $m = 271989/735$, und sowohl A, als b die von mir anverlangte Abmeßung haben.

I. Fol-

1. Folgerung.

§. 18. Wenn also die Bahn ein Cirkel ist, so wird die Zeit, in welcher der Winkel ASM $= v$ beschrieben wird $= \frac{av\sqrt{a}}{2m}$, weil $b = a$: welches aus der gleichförmigen Bewegung von sich selbst folget. Weil übrigens der Cirkel kein Perihelium hat, so kann man sich hier, der **wahren Anomalie** nur uneigentlich bedienen.

2. Folgerung.

§. 19. Ist die Bahn eine Ellypse, so suche man, um die Fläche A bequemer auszudrücken, den Winkel ω so, daß, $\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$; $\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}v = t\,\frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$.
Aus diesen Winkel ω ergiebt sich die Fläche $A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\,\text{sin.}\,\omega\right)$
und die Zeit von AM $= \frac{a^3}{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\,\text{sin.}\,\omega\right)$

3. Folgerung.

§. 20. Sollte aber die Laufbahn eine Hyperbel seyn, so suche man gleichfalls den Winkel ω dessen $\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}\ \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}v$ oder $t = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(b-2a)}}\ \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\omega$. Hieraus wird die Fläche $\text{ASM} = A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{(b-a)}{a}\,\text{tang.}\,\omega - \text{Log. tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$
und folglich die Zeit von $\text{AM} = \frac{a^3}{2m(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{(b-a)}{a}\,\text{tang.}\,\omega - \text{L tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$

4. Folgerung.

§. 21. Es ist klar, daß der durch Integriren gefundene Logarithme von tang. $(45 + \tfrac{1}{2}\omega)$ zu den hyperbolischen gehöre, wenn der Sinus totus $= 1$. In Abgang solcher Logarithmen Tafeln, nehme man den Logarithmus von tang. $(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$ aus den gemeinen Tafeln, ziehe von dessen Charakteristik 10 ab, vielfältige den Rest mit 2, 302585092994, und das Produkt wird der hyperbolische Logarithme seyn von tang. $(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$; wo noch zu merken, daß 0, 3622156886 der Logarithme der Zahl, 2, 30258509 sey.

1. Zusatz.

§. 22. Eben dieser logarithmische Ausdruck L tang. $(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$ findet sich in der **Hydrographie**, wenn man nämlich in einer Seecharte nach der Angabe des **Merkator**, jene **zunehmende Breite** verlangt, welche der Breite ω auf der Oberfläche der Erde entspricht, wo man sodann aus den Seetafeln, die jede Grade der **zunehmenden Breiten** enthalten,

den

den Werth von L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega)$ nehmen kann. Uebrigens läßt sich auch ohne ihnen die Berechnung leicht führen. Dann es sey L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega) = X$; man suche also in den gemeinen Logarithmen Tafeln L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega)$, und ziehe hievon ab den Logarithmus der Tangente von 45°, oder 10, 00000, der Rest heiße R, so ist $X = 2,302585092994 \,.\, R$, oder in Logarithmen: $L\,X = L\,R + 0,3622156886$, woraus der Werth von $X =$ L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega)$ durch die gemeinen Tafeln leicht gefunden wird. Es sey zum Beyspiel, der Winkel $\omega = 37^\circ.\,22'.\,40''$, so ist $\frac{1}{2}\,\omega = 18^\circ.\,41'.\,20''$, und $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega) = 63^\circ.\,41'.\,20''$. aus den Tafeln ist:

$$\begin{array}{lcr}
\text{L tang. } (45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega) & = & +\ 10,\ 3058582068 \\
-\ \text{L tang. } 45^\circ & = & -\ 10,\ \text{- - - - - - -}\ 0 \\
\hline
R & = & +\ 0,\ 3058582068 \\
L.\ R & = & 9,\ 4855201380 \\
 & + & 0,\ 3622156886 \\
\hline
L\,X & = & 9,\ 8477358266 \\
X & = & 0,\ 7042645474.
\end{array}$$

2. Zusatz.

§. 23. Was die in der Ellypse anzugebende Zeit betrift, ist zu merken, daß der Bogen, oder Winkel ω, nicht wie gewöhnlich in Graden und Minuten, sondern in Theilen des Radius $= 1$ müße ausgedrückt werden. So, wann $\omega = 180$, so wäre statt ω die Länge des halben Umkreises 3, 1415926535 zu setzen. Auf diese Art läßt sich jeder Winkel in Decimaltheilen des Radius $= 1$ angeben; dann man verwandle den Bogen ω in Secunden, und es sey $\omega = n''$, so ist klar, weil $180^\circ = 648000''$, daß man setzen müße: $648000'' : 3,1415.926.535 = n''$: zu den Werth von ω also:
$\omega = \frac{3,\ 1415926535}{648000''} \cdot n$, weil nun:

$$\begin{array}{rcr}
\text{L. } 648000 & = & 5,\ 8115750059 \\
-\ \text{L } 3,\ 14159\ \text{\&c.} & = & -\ 0,\ 4971498727 \\
\hline
 & & 5,\ 3144251332
\end{array}$$

von dem Logarithmus n werde abgezogen 5, 3144251332, so wird der Rest den Logarithmus von ω in Decimaltheilen des Radius angeben. Man kann auch zu den Logarithmus von n die Zahl 4, 6855748668 addiren, vermindere die Charakteristik der Summe um 10, so ist der Rest gleichfalls der Logarithmus des Winkels ω.

5. Aufgabe Fig. 2.

§. 24. Aus zween Entfernungen FS. GS von der Sonne, dem Winkel FSG und der Zeit in welcher der Bogen FG beschrieben wird; den Parameter der Bahn finden, und hieraus die ganze Bahn bestimmen, in der Voraussetzung daß FSG sehr klein seye.

7

Auflösung.

Es sey FS = F; GS = G, und FSG = φ; wegen dessen kleinem Werthe, der Bogen FG nicht viel von einer geraden Linie abweichen wird, woraus sich also die Area FSG als ein geradliniges Dreyeck betrachten läßt, und folglich seyn wird = $\frac{1}{2}$ FG sin. φ; weil sie aber doch wegen der Krümmung des Bogens FG etwas größer seyn möchte, so nehme man den Ausdruck $\frac{1}{2}\, fg\ \text{sin.}\, \varphi$, welcher im Falle einer cirkulären Bahn die wahre Fläche angiebt. Um aber diese Area genauer zu bestimmen, seye FS = y GS = Z und ASF = v; ferners die Fläche ASF = F und die Fläche ASG = G so ist wegen ASG = $v + \varphi$, die Area F = $\frac{1}{2}\int y^2 dv$ und G = $\frac{1}{2}\int z^2 dv$. Die perihelische Sonnenferne AS sey a, und der halbe Parameter = b, so ist: $y = \frac{ab}{a+(b-a)\,\text{cos.}\,v}$ und $z = \frac{ab}{a+(b-a)\,\text{cos.}\,(v+\varphi)}$; hieraus $dy = \frac{ab\,(b-a)\,dv\ \text{sin.}\,v}{(a+(b-a)\,\text{cos.}\,v)^2} = \frac{(b-a)\,y^2\,dv\ \text{sin.}\,v}{ab}$, folglich $\frac{dy}{dv} = \frac{(b-a)\,y^2\ \text{sin.}\,v}{ab}$

Da nun aus y entstehet z, wenn statt v geschrieben wird $(v+\varphi)$, so ist $z = y + \frac{\varphi dy}{dv} + \frac{\varphi^2 d^2 y}{2dv^2} + \frac{\varphi^3 d^3 y}{6dv^3} +$ &c. wo dv beständig ist. Eben so entstehet aus der Fläche F die Fläche G, wenn statt v geschrieben wird $(v+\varphi)$ so ist $G = F + \frac{\varphi dF}{dv} + \frac{\varphi^2 d^2 F}{2dv^2} + \frac{\varphi^3 d^3 F}{6dv^3} +$ &c. also die gesuchte Fläche FSG = G − F = $\frac{\varphi dF}{dv} + \frac{\varphi^2 d^2 F}{2dv^2} + \frac{\varphi^3 d^3 F}{6dv^3} +$ &c. und weil $F = \frac{1}{2}\int y^2 dv$, so ist: $\frac{dF}{dv} = \frac{1}{2} y^2$; hieraus also: $\frac{d^2F}{dv^2} = \frac{ydy}{dv}$; $\frac{d^3F}{dv^3} = \frac{yd^2y + dy^2}{dv^2}$; $\frac{d^4F}{dv^4} = \frac{yd^3y + 3dyd^2y}{dv^3}$; $\frac{d^5F}{dv^5} = \frac{yd^4y + 4\,dyd^3y + 3\,d^2y^2}{dv^4}$ &c. Aus diesem folgt: $G - F = \frac{1}{2} y^2\varphi + \frac{\varphi^2 ydy}{2dv} + \frac{\varphi^3 (yd^2y + dy^2)}{6dv^2} + \frac{\varphi^4 (yd^3y + 3\,dyd^2y)}{24\,dv^3}$; es ist aber $\frac{1}{2} yz\varphi = \frac{1}{2} y^2\varphi + \frac{\varphi^2 ydy}{2dv} + \frac{\varphi^3 yd^2y}{4dv^2} + \frac{\varphi^4 yd^3y}{12\,dv^3} +$ &c. zieht man hievon den Werth von $\frac{1}{2} yz\varphi$ ab, so bleibt: $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz + \frac{\varphi^3 (2dy^2 - yd^2y)}{12dv^2} + \frac{\varphi^4 (3dyd^2y - yd^3y)}{24\,dv^3} + \frac{\varphi^5 (6d^2y^2 + 8dyd^3y - 3yd^4y)}{24\,vdv^4}$ + &c. weil nun $\frac{dy}{dv} = \frac{(b-a)y^2\ \text{cos.}\,v}{ab}$; so ist $\frac{d^2y}{dv^2} = \frac{(b-a)y^2\ \text{cos.}\,v}{ab} + \frac{2(b-a)ydy\ \text{sin.}\,v}{ab\ dv} = \frac{(b-a)\,y^2\text{cos.}\,v}{ab} + \frac{2\,(b-a)^2 y^3\ \text{sin.}\,v}{a^2 b^2}$; und $\frac{d^3y}{dv^3} = -\frac{(b-a)y^2\text{sin.}\,v}{ab} + 6\frac{(b-a)^2 y^3\text{sin.}\,v\,\text{cos.}\,v}{a^2b^2} + \frac{b\,(b-a)^3 y^4\ \text{sin.}^3\,v}{a^3\,b^3}$; endlich $\frac{d^4y}{dv^4} = -\frac{(b-a)\,y^2\ \text{cos.}\,v}{a\,b} - \frac{8\,(b-a)^2 y^3\ \text{sin.}^2\,v}{a^2\,b^2} +$

6(b

$\frac{6(b-a)^2 y^3 \cos. v}{a^2\, b^2} + \frac{3b\,(b-a)^3 y^4 \sin.^2 v \cos. v}{a^3\, b^3} + \frac{24\,(b-a)^4 y^4 \sin.^4 v}{a^4\, b^4} +$ &c. Aus diesen Ausdrücken folgt, daß: $\frac{2dy^2 - yd^2y}{dv^2} = -\frac{(b-a)\, y^3 \cos. v}{a\, b}$; $\frac{3\, dyd^2y - yd^3y}{dv^3} = \frac{(b-a)y^3 \sin. v}{ab} - \frac{3\,(b-a)^2 y^4 \sin. v \cos. v}{a^2 b^2}$; $\frac{6d^2 y^2 + 8dyd^3y - 3yd^4y}{dv^4} = \frac{3(b-a)\, y^3 \cos. v}{ab} + \frac{4\,(b-a)^2 y^4\,(4 \sin.^2 v - 3 \cos.^2 v)}{a^2\, b^2} - \frac{36\,(b-a)^3 y^5 \sin.^2 v \cos. v}{a^3 b^3}$. Es wird also die Fläche $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3 (b-a)\, y^3 \cos. v}{12ab} + \frac{\varphi^4 (b-a)\, y^3 \sin. v}{24\, a^2 b^2} - \frac{\varphi^4\,(b-a)^2 y^4 \sin. \cos. v}{8a^2b^2} + \frac{\varphi^5\,(b-a)\, y^3 \cos. v}{80ab} + \frac{\varphi^5\,(b-a)^2\, y^4 \sin.^2 v}{15\, a^2 b^2} - \frac{\varphi^5\,(b-a)^2\, y^4 \cos.^2 v}{20a^2b^2} - \frac{3\varphi^5\,(b-a)^3\, y^5 \sin.^2 v \cos. v}{20\, a^3 b^3} +$ &c. hieraus ist $z = y + \frac{\varphi\,(b-a)\, y^2 \sin. v}{ab} + \frac{\varphi^2 (b-a)\, y^2 \cos. v}{2ab} + \frac{\varphi^2 (b-a)^2 y^3 \sin.^2 v}{a^2 b^2}$. Da nun $\cos. v = \frac{a\,(b-y)}{y\,(b-a)}$ und $\cos. (v + \varphi) = \cos. v \cos. \varphi - \sin. v \sin. \varphi = \frac{a\,(b-z)}{z\,(b-a)}$; so ist $\sin. v = \frac{a\,(b-y)}{y\,(b-a)} \cot. \varphi - \frac{a\,(b-z)}{z\,(b-a)} \operatorname{cosec.} 2\varphi$. Man setze nun den Werth von $\cos. v$, so ist $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3\, y^2\,(b-y)}{12\,b} + \frac{\varphi^4 (b-a) y^3 \sin. v}{24\,ab} - \frac{\varphi^4 (b-a) y^3 (b-y) \sin. v}{8ab^2}$, und eben so den Werth von $\sin. v$, so ist $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3 y^2\,(b-y)}{12\,b} + \frac{\varphi^4}{24b^3}\, y^3 (3y - 2b) . \left(\frac{b-y}{y} \cot. \varphi - \frac{(b-z)}{z} \operatorname{cosec.} \varphi\right)$. Weil aber keine Ursache ist, warum nicht eben so gut z als y in diesem Ausdruck enthalten seyn sollen, so werden wir selben so einrichten, daß $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{1}{12}\varphi^3 yz + \frac{\varphi^3 yz \sqrt{yz}}{12\,b}$, mit Auslassung der übrigen Glieder. Es ist aber $\sin. \varphi = \varphi - \frac{1}{6}\varphi^3 +$ &c. also die Fläche $FSG = \frac{1}{2}\, yz \sin. \varphi + \frac{\varphi^3 yz \sqrt{yz}}{12b}$. Nun sey die Zeit, in welcher der Bogen FG beschrieben wird $= T$; so ist $T = \frac{yz \sin. \varphi}{2m\sqrt{b}} + \frac{\varphi^3\, yz\sqrt{yz}}{12\, mb\sqrt{b}}$, wo $m = 271989, 735$. Weil nun $\sin. \varphi$ nicht sehr unterschieden ist von φ, so setzen wir: $T = \frac{yz \sin. \varphi}{2m\sqrt{b}} + \frac{yz\sqrt{yz}}{12mb\sqrt{b}} \sin.^3 \varphi$, und um b zu finden, mache man diese Gleichung: $\frac{\sqrt{yz}}{\sqrt{b}}$

sin.

$\text{sin.}\,\varphi = \frac{2mT}{\sqrt{yz}} + Q$, und es wird $T = T + \frac{Q\sqrt{yz}}{2m} + \frac{2m^2T^3}{3yz\sqrt{yz}}$; und hieraus: $Q = -\frac{4m^3T^2}{3y^2z^2}$. Es ist also: $\frac{\sqrt{yz}}{\sqrt{b}}\,\text{sin.}\,\varphi = \frac{2mT}{\sqrt{yz}} - \frac{4m^3T^3}{3y^2z^2}$, und $\frac{\text{sin.}\,\varphi}{\sqrt{b}} = \frac{2mT}{yz} - \frac{4m^3T^3}{3y^2z^2\sqrt{yz}}$. Folglich: $\frac{\sqrt{b}}{\text{sin.}\,\varphi} = \frac{yz}{2mT} + \frac{mT}{3\sqrt{yz}}$, und der halbe Parameter $b = \text{sin.}^2\,\varphi\left(\frac{y^2z^2}{4m^2T^2} + \frac{1}{3}\sqrt{yz}\right)$. Aus welchen die ganze Laufbahn durch die dritte Aufgabe bestimmet wird.

1. Folgerung.

§. 25. Wenn also zwo Distanzen von der Sonne $FS = f$ und $GS = g$ mit dem Winkel $FSG = \varphi$ und der Zeit T von FG gegeben sind, so ist der halbe Parameter der Laufbahn $b = \left(\frac{f^2g^2}{4m^2T^2} + \frac{1}{3}\sqrt{fg}\right)\text{sin.}^2\,\varphi$; öfters aber wird die Berechnung leichter, wenn man sucht $\sqrt{b} = \left(\frac{fg}{2mT} + \frac{mT}{3\sqrt{fg}}\right)\text{sin.}\,\varphi$.

2. Folgerung.

§. 26. Aus der Zeit T läßt sich also die Fläche FSG näher bestimmen, und um wie viel sie das geradlinigte Dreyeck FSG übertrift; dann das Segment FG, zwischen den Bogen FG, und dessen Chorde, dessen Ausdruck $= \frac{fg\sqrt{fg}}{12b}\,\text{sin.}^3\varphi = \frac{m^2T^2\,\text{sin.}\,\varphi}{3\sqrt{fg}}$, giebt den Werth dieses Ueberschusses an.

3. Folgerung.

§. 27. Aus dem halben Parameter b, giebt sich die Lage des Periheliumen A; dann wenn der Winkel $ASF = v$, so ist $\text{tang.}\,v = \text{cot.}\,\varphi - \frac{(b-g)f}{(b-f)\,\text{sin.}\,\varphi}$; hieraus also ist $AS = a = \frac{bf\,\text{cos.}\,v}{b-f+f\,\text{cos.}\,v}$.

4. Folgerung.

§. 28. Ist nun also die wahre Anomalie ASF, nebst den Linien a und b bekannt, so läßt sich die Zeit angeben, in welcher AF beschrieben wird; und wiederum aus der Zeit, wo der Himmelskörper in F gewesen ist, kann der Augenblick bestimmet werden, wo der Planet im Perihelio gewesen ist.

Zusatz.

§. 29. Diesen Augenblick zu bestimmen, muß die Methode des 4ten Problems angewendet werden, wobey es drey Fälle giebt. Im ersten wo die krumme Linie AFG eine Ellypse ist, oder wo $2a > b$, muß der Winkel ω so bestimmet werden, daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, und die Zeit von AF wird seyn $= \frac{a^3}{2m\,(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\,\text{sin.}\,\omega\right)$. Im zweyten Fall, wo AFG eine Hyperbel, oder $b > 2a$; suche man den Winkel ω so daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, woraus die Zeit von AF seyn wird $\frac{a^3}{2m\,(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{b-a}{a}\,\text{tang.}\,\omega - \text{L tang.}\,(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)\right)$. Im dritten Fall ist die Linie eine Parabel, und $b = 2a$, wenn nun $t = \text{tang.}\,\frac{1}{2}v$, so ist die Zeit von AF $= \frac{a\sqrt{a}}{m\sqrt{2}}\left(t + \frac{1}{3}t^3\right)$. So leicht aber die Berechnung in diesem Fall ist, so verworren wird sie, wenn die krumme Linie der Parabel nur nahe kommt; dann da werden sowohl $2a - b$) als $(b - 2a)$ sehr kleine Größen, weil auch der Winkel ω sehr klein ist, und im Ausdrucke für die Zeit wird der Nenner so klein, daß der geringste Fehler in den Winkel ω, den grösten in Bestimmung der Zeit nach sich ziehet. Daher scheint es in solchen Fällen besser, die Zeit durch schickliche Annäherung auszudrücken, als in Berechnung der wahren Zeit vergebene Mühe zu verwenden.

6. Aufgabe Fig. 3.

§. 30. Wenn die Bahn des Cometen, von der Parabel nicht sonderlich abweichet, sie mag nun eine Ellypse seyn, oder eine Hyperbel, die Zeit in welcher eine beliebige wahre Anomalie ASM beschrieben wird, zu finden.

Auflösung.

Es sey wie bisher die Distanz AS $= a$. und der halbe Parameter $= b$, weil nun $2a$ und b nicht sehr unterschieden sind, setzen wir $2a - b = \delta$, so ist δ eine sehr kleine bejahte Größe im Falle einer Ellypse, bey einer Hyperbel aber verneinend. Die gegebene wahre Anomalie ASM sey $= v$, und man setze tang. $\frac{1}{2}v = t$, so ist, wie wir schon (§. 17.) gesehen haben, die Fläche ASM $= \int \frac{a^2 b^2 dt\,(1+t^2)}{(b+\delta t^2)^2}$; es sey nun dieses gleich $\frac{a^2 b^2 z}{b+\delta t^2}$, und weil $b + \delta = 2a$ so ist $z = \frac{t}{b} + \frac{2at^3}{3b^2} - \frac{2a\delta t^5}{15b^3} + \frac{2a\delta^2 t^7}{35\,b^4} - \frac{2a\delta^3 t^9}{63\,b^5}$ &c. also die Fläche ASM $= \frac{a^2 b}{b+\delta t^2}\left(t + \frac{2at^3}{3b} - \frac{2a\delta t^5}{15b^2} + \frac{2a\delta^2 t^7}{35\,b^3} - \frac{2a\delta^3 t^9}{63\,b^4}\,\&.\right)$.

Oder

Oder, weil $\frac{b}{b+\delta t^2} = 1 - \frac{\delta t^2}{b} + \frac{\delta^2 t^4}{b^2} - \frac{\delta^3 t^6}{b^3} + \&c.$ so ist die Fläche ASM =

$$a^2 \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{4a\delta t^5}{5b^2} + \frac{6a\delta^2 t^7}{7b^3} - \frac{8a\delta^3 t^9}{9b^4} + \frac{\delta^2 t^5}{b^2} - \frac{\delta^3 t^7}{b^3} + \frac{\delta^4 t^9}{b^4} \&c. \right)$$

Weil nun die Zeit ausgedrückt wird, durch $\frac{\text{Area ASM}}{m\sqrt{b}}$ Täge, so ist die Zeit, in welcher die wahre Anomalie ASM $= v$ beschrieben worden, in Tägen: $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}} \Big(t + \tfrac{1}{3}t^3$

$$- \frac{4a\delta t^5}{5b^2} + \frac{6a\delta^2 t^7}{7b^3} - \frac{8a\delta^3 t^9}{9b^4} + \frac{\delta^2 t^5}{b^2} - \frac{\delta^3 t^7}{b^3} + \frac{\delta^4 t^9}{b^4} \&c. \Big)$$

Dieser Ausdruck, ob er gleich ins Unendliche fortgehet, convergiret doch sehr geschwind, wenn $\delta = 2a - b$ sehr klein angenommen wird, wie wir es gethan haben.

1. Folgerung.

§. 31. Weil $2a = b + \delta$, so setze man diesen Werth von $2a$ in der unendlichen Reihe, woraus die Zeit gefunden wird, in welcher die wahre Anomalie ASM $= v$ beschrieben wird, wenn also tang. $\frac{1}{2} v = t$, so ist diese Zeit =

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4} \&c. \right)$$

2. Folgerung.

§. 32. Weil in der Hyperbel δ verneint ist; so werden alle Glieder bejaht herauskommen, dann, wenn in diesem Falle $b - 2a = \delta$, so ist die Zeit von dem Bogen AM =

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 + \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} + \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} + \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4} \right)$$

3. Folgerung.

§. 33. Je kleiner der Winkel ASM ist, desto mehr nähern sich diese Reihen, sollte er aber so groß seyn, daß dessen Hälfte 45° viel übertreffe, und folglich seine Tangente um viel grösser sey, als die Einheit, so würde dieses convergiren um vieles vermindert werden. In solchen Fällen ist es besser, sich der directen Methode zu bedienen; wenn immer der Win-

kel

kel ω so genommen wird, daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{2a - b}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}\nu$ oder tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b - 2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}\nu$ noch eine merkliche Größe hat.

7. Aufgabe. Fig. 3.

§. 34. Wenn die Laufbahn von der Parabel nicht sehr abweichet, aus der verflossenen Zeit vor oder nach der Ankunft an das Perihelium, den wahren Ort des Cometen in seiner Bahn, das heißt: die wahre Anomalie ASM, und die Distanz von der Sonne finden.

Auflösung.

Da die Natur der Laufbahn gegeben ist, so setzen wir die Entfernung im Perihelio von der Sonne AS $= a$ den halben Parameter $= b$, und weil die Bahn der Parabel nahe kömmt, so ist $2a - b = \delta$ wo δ eine sehr kleine Größe ist; ferners sey die Zeit, vor oder nach der Ankunft an das Perihelium in Tagen ausgedrückt $=$ T; die wahre Anomalie aber, die man suchet, sey ASM $= \nu$ und $t =$ tang. $\frac{1}{2}\nu$. aus vorhergehender Aufgabe haben wir diese Gleichung:

$$\mathrm{T} = \frac{a^2}{m\sqrt{b}}\left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\,\delta\,t^5}{5b} + \frac{3\,\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\,\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\,\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\,\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\,\delta^4 t^9}{9b^4}\right)$$

&c. aus welcher der Werth von t zu suchen ist. Setzen wir $\frac{m\mathrm{T}\sqrt{b}}{a^2} = n$, so daß

$$n = t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\,\delta\,t^5}{5b} + \frac{3\,\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\,\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\,\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\,\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\,\delta^4 t^9}{9b^4};$$

und es sey Anfangs die Laufbahn parabolisch, wo $\delta = o$, so ist $n = t + \frac{1}{3}t^3$, und $t^3 + 3t - 3n = o$, die Wurzel dieser cubischen Gleichung, nach Cardans Regeln ist:

$$t = \sqrt[3]{\left(\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\left(\tfrac{9}{4}n^2 + 1\right)}\right)} - \sqrt[3]{\left(-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\left(\tfrac{9}{4}n^2 + 1\right)}\right)}$$

oder auch:

$$t = \sqrt[3]{\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{4}{9}n^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt[3]{\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}}$$

oder auch

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}} - \sqrt[3]{-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}$$

: Aus diesen Formeln also,

oder

oder aus den hiezu berechneten Tafeln kann der Werth von t gefunden werden, aus welchen die wahre Anomalie ASM $= v$ durch die Gleichung, tang. $\frac{1}{2}v = t$ erhalten wird. Ferners ist die Entfernung von der Sonne SM $= y = \frac{ab}{a + (b - a)\,\text{cos.}\, v}$. Da aber in der Parabel $b = 2a$, so ist $y = \frac{2a}{1 + \text{cos.}\, v} = \frac{a}{\text{cos.}^2 \frac{1}{2}v}$. Und auf diese Art wird der Ort des Cometen für eine bestimmte Zeit in der Parabel gefunden.

Sollte aber die Laufbahn eine sehr eccentrische Ellypse, oder eine von der Parabel nicht sehr abweichende Hyperbel seyn, und wäre $\delta = 2a - b$ eine sehr kleine Größe, so setze man $\frac{mT\sqrt{b}}{a^2} = n$, und dann müßte folgende Gleichung aufgelöset werden.

$$n = t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3}$$
$$+ \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4}.$$

Man nehme erstlich nur die Gleichung $n = t + \frac{1}{3}t^3$, suche wie vorhin den Werth von t, und es seye $t = \theta$, so daß $n = \theta + \frac{1}{3}\theta^3$; so wird, weil δ sehr klein ist, θ dem Werthe von t am nächsten kommen. Der wahre Werth von t seye aber: $t = \theta + A\theta^3 + B\theta^5 + C\theta^7 + \&c.$ so ist

$$t^3 = \theta^3 + 3A\theta^5 + 3B\theta^7$$
$$+ 3A^2\theta^7 \;\&c. \text{ und}$$

$t^5 = \theta^5 + 6A\theta^7$ &c. endlich $t^7 = \theta^7$ setzen wir diese Werth ein die Gleichung, so ist:

$$n = \theta + \tfrac{1}{3}\theta^3 = \theta + A\theta^3 + B\theta^5 + C\theta^7$$
$$+ \tfrac{1}{3}\theta^3 + A\theta^5 + B\theta^7 + \&c.$$
$$- \frac{2\delta\theta^5}{5b} + A^2\theta^7$$
$$+ \frac{3\delta^2\theta^5}{5b^2} - \frac{2\delta A\theta^7}{b}$$
$$+ \frac{3\delta^2 A\theta^7}{b^2} \;\&c.$$
$$+ \frac{3\delta^3\theta^7}{7b^2}$$
$$- \frac{4\delta^3\theta^7}{7b^3};$$

werden nun wie gewöhnlich die einzelnen Glieder dem Nichts gleich gemacht, so erhalten wir: $A = o$; $B = \frac{2\delta}{5b} - \frac{3\delta^2}{5b^2}$;

$$C = -B - \frac{3\delta^2}{7b^2} + \frac{4\delta^3}{7b^3} = -\frac{2\delta}{5b} + \frac{6\delta^2}{35b^2} + \frac{4\delta^3}{7b^3} = \frac{2\delta}{b}\left(\frac{\delta}{b} + 1\right)\cdot\left(\frac{2\delta}{7b} - \frac{1}{5}\right).$$

Aus dem nahen Werthe θ von t ist nun dessen wahrer: $t = \theta + \left(\frac{2\delta}{5b} - \frac{3\delta^2}{5b^2}\right) \vartheta^5 - \left(\frac{2\delta}{5b} - \frac{6\delta^2}{35b^2} - \frac{4\delta^3}{7b^3}\right)\vartheta^7$: Endlich weil $t = \text{tang. } \frac{1}{2}v$, so kennet man auch die wahre Anomalie ASM $= v$, und hieraus die Distanz von der Sonne SM $= y =$

$$\frac{ab}{a + (b - a) \text{ cos. } v} = \frac{b}{1 + \frac{b - a}{a} \text{ cos. } v}.$$

1. Folgerung.

§. 35. Für eine sehr lange Ellypse, wo δ eine bejahte Größe ist, wird der wahre Werth von t größer seyn, als der Werth θ, welcher in der Hypothese einer Parabel ist gefunden worden.

2. Folgerung.

§. 36. In der Hyperbel ist δ negativ, folglich der wahre Werth von t kleiner als θ; in beyden Fällen aber wird wegen der hohen Potenzen von θ der Ausdruck von t ungemein convergiren, wenn nur $\theta < 1$, welches immer geschieht, wenn die wahre Anomalie v kleiner ist als ein rechter Winkel.

Zusatz.

§. 37. Sollte nun aber die wahre Anomalie v viel größer seyn, als ein rechter Winkel, so daß δ oder t eine größere Zahl würde, als die Einheit ist, und der gefundene Ausdruck von t folglich mehr sich entfernen, als nähern müßte, dann dürfte man sich dieser Methode nicht bedienen, ausser δ wäre zufälliger Weise so äusserst klein, daß durch selbe alle Glieder ebenfalls unbeträchtlich gemacht würden. In diesen Fällen müßte der wahre Ausdruck des Verhältnisses zwischen der Zeit, und der wahren Anomalie zu Hülfe genommen, und aus selben eine Methode gesucht werden, um für jede gegebene Zeit die wahre Anomalie zu finden. Die Art dieses ins Werk zu setzen, will ich in folgenden Aufgaben weiter ausführen, damit in jedem vorkommendem Falle die Theorie könne angewendet, und durch selbe die wahre Bewegung der Cometen, sowohl als der Planeten genau bestimmet werden.

8. Aufgabe.

§. 38. Wenn die Laufbahn eine bekannte Ellypse ist, für jede gegebene Zeit vor, oder nach der Ankunft an das Perihelium, die wahre Anomalie ASM, und die Entfernung von der Sonne SM finden.

Auflösung.

Es sey die perihelische Distanz von der Sonne AS $= a$, der halbe Parameter $= b$; so ist $2a > b$, weil wir von einer Ellypse handeln, die Zeit aber vor, oder nach der Ankunft an das Perihelium, sey in Tägen ausgedrückt $=$ T. Nun setze man die gesuchte Anomalie ASM $= v$, und nehme einen anderen Winkel ω mit dieser Eigenschaft, daß

$\text{tang.}\ \frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{2a-b}}{\sqrt{b}}\ \text{tang.}\ \frac{1}{2}v$, so ist nach vorhergehenden §. 19. die Zeit $T =$

$\frac{a^3}{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega\right)$ aus welcher Gleichung der Winkel ω zu finden wäre. Man setze also $\omega - \frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega = \frac{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$, und verwandle diesen bekannten Ausdruck, $\frac{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$ in einen Cirkelbogen, dessen Radius $= 1$ auf folgende Art: man nehme den Logarithmus des Ausdruckes, $\frac{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$; addire zu diesen den Logarithmus 5, 3144251332, und die Summe giebt den Logarithmus des gesuchten Bogens in Secunden ausgedrückt. Oder auch, weil $Lm = 5,4345525139$, so addire man zu L $\frac{(2a-b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$, den Logarithmus 11, 0500076428, und die Zahl des herauskommenden Logarithmus giebt den Bogen ebenfalls in Secunden an. Dieser Winkel nun heisse u, welcher eben jener ist, den die Astronomen, die mittlere Anomalie zu nennen pflegen, und der wie nun gezeigt worden, entweder aus der gegebenen Zeit T kann gefunden, oder aus den astronomischen Tafeln genommen werden, wenn die Rede von einem Planeten ist. Im ersten Falle, wenn er in Secunden ausgedrückt wird, ist $Lu = 11,0500076428 + \frac{3}{2}L(2a-b) + LT - 3La$; in Ermanglung astronomischer Tafeln, ist also die mittlere Anomalie u leicht anzugeben. Man habe nun diese Anomalie u gefunden, so ist, $u = \omega - \frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega$, welche Gleichung durch einige Versuche am bequemsten aufgelöset wird, dann weil $\omega > u$, so nehme man einen Winkel für ω nach Belieben an, und berechne den Winkel $\frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega$, auf folgende Art; von $L.\frac{(b-a)}{a} + L\ \text{sin.}\ \omega$ aus den Tafeln genommen, ziehe man ab 4,6855748668, und der übrig bleibende Logarithmus giebt die Anzahl von Secunden, welche dem $\frac{(b-a)}{a}\ \text{sin.}\ \omega$ gleich sind. Ist dieses geschehen, so wird hieraus entweder ein grösser, oder kleinerer Winkel als u ist, gefunden werden; im ersten Falle, war der angenommene

Winkel ω zu groß, im zweyten zu klein, und auf diese Art wird, nach verbesserten Hypothesen der wahre Winkel ω ziemlich nahe gefunden werden. Es seye nun dieser ziemlich nahe gefundene Winkel $\omega = \varrho$ der wahre aber sey $\omega = \varrho + z$ so ist: sin. $(\varrho + z) =$ sin. $\varrho + z$ cos. ϱ, folglich: $u =$

$$\varrho + z - \frac{b-a}{a} \text{ sin. } \varrho - (b-u)\, z \text{ cos. } \varrho,$$ hieraus aber wird $z =$

$$\frac{u - \varrho + \frac{b-a}{a} \text{ sin. } \varrho}{1 - \frac{b-a}{a} \text{ cos. } \varrho},$$ wo jedoch der Theil des Zählers $\frac{b-a}{a}$ sin. ϱ auf oben gezeigte Art in einen Winkel zu verwandeln ist; der Nenner wird eine blosse Zahl seyn, und weil der Sinus totus $= 1$, muß die Caracteristik von L cos. ϱ um 10 vermindert werden. Auf diese Art findet man den Winkel z, welcher zu dem Winkel ϱ hinzugezählt, den wahren gesuchten Winkel ω angiebt. Sollte aber der angenommene Winkel ϱ zu viel vom wahren abweichen, so wird durch diese Methode der Werth des Winkels ω viel näher gefunden, welcher statt ϱ gesetzet, den ziemlich nahen Werth von ω angeben wird. Ist nun einmal der Winkel ω bekannt, so ergiebt sich leicht die wahre Anomalie ASM $= v$ durch die Formel tang. $\frac{1}{2}v = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{2a-b}}$ tang. $\frac{1}{2}\omega$; und die Entfernung von der Sonne SM ist hieraus $= \frac{ab}{a + (b-a) \text{ cos. } v}$.

1. Folgerung.

§. 39. Der in dieser Berechnung vorkommende Coeficient $\frac{b-a}{a}$ wird die Eccentricität der Laufbahn genennet; §. 9. dessen Logarithmus ganz besonders zu bemerken ist, weil durch selben der ganze Calcul sehr erleichtert wird.

2. Folgerung.

§. 40. Aus der gegebenen Eccentricität $\frac{b-a}{a}$, läßt sich durch angeführte Methode für jede mittlere Anomalie, die entsprechende wahre bald finden, und auf solche Art werden die Equations Tafeln der Cometen oder Planeten, in ellyptischen Laufbahnen leicht berechnet.

9. Aufgabe Fig. 3.

§. 41. Wenn der Comet eine Hyperbel um die Sonne beschreibt, und die Zeit, wenn er durch das Perihelium A gegangen, bekannt ist, für jede andere gegebene Zeit dessen

Ort

Ort in der Laufbahne finden, oder die wahre Anomalie ASM, und die Entfernung von der Sonne SM berechnen.

Auflösung.

Es sey abermals die Distanz im Perihelio AS $= a$, und der halbe Parameter $= b$ so ist $b > 2a$. Die gegebene Zeit sey von jener, wo der Comet im Perihelio gewesen ist, um T Tage unterschieden. Die zu findende wahre Anomalie ASM heiße v; man nehme nun einen andern Winkel ω an, so daß $\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{b-2a}}{\sqrt{b}}\ \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}v$

so ist nach vorigen (§. 20); $T = \frac{a^{3}}{2m(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{b-a}{a}\ \text{tang.}\ \omega - L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$

Setzen wir $\frac{2m(b-2a)^{\frac{3}{2}}T}{a^{3}} = u$, so ist u eine bekannte Größe, die mit jener analog ist, welche wir zuvor die mittlere Anomalie genennet haben: dieses u müßen wir in unserem Falle in Zahlen ausdrücken, nicht aber wie oben geschehen, in einen Winkel verkehren. Nach diesen Voraussetzungen ist also $u = \frac{b-a}{a}\ \text{tang.}\ \omega - L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$, wo wir durch Versuche einen ziemlich nahen Werth für ω bestimmen müßen; dieser so bestimmte Werth sey der Winkel ϱ, und $\omega = \varrho + z$, so ist wegen des sehr kleinen Winkels z; $\text{tang.}\ \omega = \frac{\text{tang.}\ (\varrho + z)}{1 - z\ \text{tang.}\ \varrho}$, oder $\text{tang.}\ \omega = \text{tang.}\ \varrho + z\,(1 + \text{tang.}^2\varrho) = \text{tang.}\ \varrho + \frac{z}{\text{cos}^2\varrho}$. Damit nun auch der Werth von $L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$ gefunden werde, setzen wir $L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho =) R$, so ist: $L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$ jenem Werthe von R gleich, welcher herauskömmt, wenn anstatt ϱ geschrieben wird $\varrho + z$, nämlich dem Werthe $R + \frac{z\,dR}{d\varrho}$ Es ist aber $dR = \frac{\tfrac{1}{2}d\varrho}{(\text{cos}^2(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) . \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho)} = \frac{d\varrho}{\text{cos}.\ \varrho}$; folglich $L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega) = L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) + \frac{z}{\text{cos}.\ \varrho}$. Wenn dieses substituiret wird, so ist: $u = \frac{b-a}{a}\ \text{tang.}\ \varrho + \frac{(b-a)z}{a\ \text{cos}^2\varrho} - L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) - \frac{z}{\text{cos}.\ \varrho}$; woraus gefunden wird:

$$Z = \frac{u + L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) - \frac{b-a}{a}\text{tang.}\ \varrho}{\frac{1}{\text{cos}^2\varrho}\left(\frac{b-a}{a} - \text{cos}.\ \varrho\right)}$$ oder auch:

$z =$

$$z = \frac{u + \mathrm{L\ tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) - \frac{b-a}{a}\ \mathrm{tang.}\ \varrho}{\frac{b-a}{a}\ \mathrm{cos.}\ \varrho} \cdot \mathrm{cos.}^2\,\varrho.$$

So wird nun der Werth von z gefunden, wobey aber doch die oben (§. 22) für $\mathrm{L\ tang.}\,(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho)$ gegebene Regel zu beobachten ist, und hat man z so muß dieses in einem Winkel auf schon gezeigte Art verwandelt werden. Nach diesen Berechnungen bekömmt man den wahren Werth des Winkels $\omega = \varrho + z$, welcher aber wieder anstatt ϱ könnte gesetzt werden, wenn man an seiner Richtigkeit zweifelte, oder die Genauigkeit noch weiters treiben wollte. Aus dem Winkel ω ergiebt sich leicht, $\mathrm{tang.}\ \frac{1}{2}\nu = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-2a}}\ \mathrm{tang.}\ \frac{1}{2}\omega$, und folglich die wahre Anomalie $ASM = \nu$, aus welcher endlich die gesuchte Distanz $SM = y = \frac{ab}{a + (b-a)\ \mathrm{cos.}\ \nu}$ gefunden wird.

Zusatz.

§. 42. Um diese, in der Astronomie nicht sehr gewöhnliche Berechnungsart mehr zu erläutern, setzen wir der Comet bewege sich in einer gleichseitigen Hyperbel, und seine Entfernung im Perihelio, sey der mittleren Distanz der Sonne von der Erde gleich, also $a = 100000$, woraus $b = a\,(1 + \sqrt{2}) = 241421,356$, man solle nur seinen wahren Ort, hundert Tage nach seiner Ankunft an das Perihelium finden, so ist $T = 100$. Man suche erstlich den Werth von u. so daß, $\mathrm{L}\ u = \mathrm{L}\ 2m + \mathrm{L\,T} + \frac{1}{2}\ \mathrm{L}\ 41421,356 - 3\ \mathrm{L}\ 100000$, und mache folgende Berechnung:

L $2m$	=	5, 7355825
L T	=	2, 0000000
L 41421, 356	=	4, 6172243
die Hälfte davon	—	2, 3086122
		14, 6614190
3 L 100000	=	15, 0000000
L u	=	9, 6614190
also ist u	=	0, 458584

Ferners ist $\frac{b-a}{3} = 1,41421356 = \sqrt{2}$, folglich, $\mathrm{L}\ \frac{b-a}{a} = 0,1505150$, man setze erstlich: $\mathrm{tang.}\ \omega = \frac{a}{b-a}\,u$; mit Weglassung des anderen Gliedes, so ist:

L u

$L\,u$	=	9, 6 6 1 4 1 9 0
$-\ L\,\frac{b-a}{a}$	=	$-$ 0, 1 5 0 5 1 5 0
L tang. ω	=	9, 5 1 0 9 0 4 0, folglich
ω	=	1 7°. 5 8′.
und der Winkel $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$	=	5 3°. 5 9′
dessen Tangente	=	1, 3 7 5 5 4 0 3 Hieraus erhellet,

daß der Winkel $\omega = 17^\circ \cdot 58'$ um viel zu klein ist angenommen worden, eben so auch wenn man setzen wollte $\omega = 30^\circ$, woraus u würde $= 0, 26719$. Man mache also $\omega = 40^\circ$, so kömmt $u = 0, 4237$, da aber $u = 0, 458584$, und beyde Werthe nicht sehr von einander abweichen, so mache man zwischen diesen beyden Sätzen 30° und 40° einen Versuch, welcher anzeigen wird, daß ω beynahe 42° haben muß; man nehme also diesen Werth anstatt des ϱ, so daß $\varrho = 42^\circ$, und $\frac{1}{2}\varrho = 21^\circ$, und $45^\circ + \frac{1}{2}\varrho = 66$; die Berechnung ist alsdann folgende:

tang. 66° — 10	=	0, 3 5 1 4 1 6 9
der Logarithmus	=	9, 5 4 5 8 2 2 6
nach §. 22 beyde addiret.		0, 3 6 2 2 1 5 7
also ist.		9, 9 0 8 0 3 8 3
L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho$	=	0, 8 0 9 1 6 7
Log. tang. ϱ	=	9, 9 5 4 4 3 7 4
$+\ L\,\frac{b-a}{a}$	= +	0, 1 5 0 5 1 5 0
$L\,\frac{b-a}{a}$ tang. ϱ	=	1, 1 0 4 9 5 2 4 also
$\frac{b-a}{a}$ tang. ϱ	=	1, 2 7 3 3 6 4

Man

Man addire also zu u	=	0, 4 5 8 5 8 4
L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho)$	=	0, 8 0 9 1 6 7
		1, 2 6 7 7 5 1
— $L\,\frac{b-a}{a}$ tang. ϱ	=	— 1, 2 7 3 3 6 4
so ist der Zähler	=	— 0, 0 0 5 6 1 3
$\frac{b-a}{a}$	=	1, 4 1 4 2 1 3 5
— cos. ϱ	=	— 7 4 3 1 4 4 8
der Nenner	=	0, 6 7 1 0 6 8 7
L cos. ϱ	=	9, 8 7 1 0 7 3 5
L cos.^{2} ϱ	=	9, 7 4 2 1 4 7 0
+ Logarith.		7, 7 4 9 1 9 5 0
		7, 4 9 1 3 4 2 0
— Log. von 10.		9, 8 2 6 7 6 7 0
$L - z$	=	7, 6 6 4 5 7 5 0
— Logarith.		4, 6 8 5 5 7 4 9
		2, 9 7 9 0 0 0 1

also ist $-z = 952, 79'' = 15'. 53''$, und $\omega = \varrho + z = 41^\circ\ 44'.\ 7''$.

Da nun der Winkel $\omega = 41^\circ.\ 44'.\ 7''$ gefunden worden, so ist tang. $\frac{1}{2}v = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-2a}} =$ tang. $\frac{1}{2}\omega$ weil aber $b = a(1+\sqrt{2})$ so ist $\frac{b}{b-2a} = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = (1+\sqrt{2})^2$ folglich $\sqrt{\frac{b}{b-2a}} = 1+\sqrt{2} = 2, 41421356$, und weil $\frac{1}{2}\omega = 20^\circ.\ 52'.\ 3\frac{1}{2}''$, so ist die Berechnung folgende:

zu $L\,\frac{\sqrt{b}}{b-a}$	=	0, 3 8 2 7 7 5 6
addiret L tang. $\frac{1}{2}\omega$	=	9, 5 8 1 1 7 0 9
L tang. $\frac{1}{2}v$	=	9, 9 6 3 9 4 6 5
also ist $\frac{1}{2}v$	=	$42^\circ.\ 37'.\ 28''$
folglich v	=	$85^\circ.\ 14'.\ 56''$

Es hat also dieser Comet in Zeit von 100 Tägen, nach seinem Perihelio den Winkel ASM $= v = 85^\circ.\ 14'.\ 56''$. beschrieben und dessen Entfernung von der Sonne wird hieraus ge-

fun-

funden SM $= y = \dfrac{ab}{a + (b - a)\,\text{cos}.\,v} = \dfrac{b}{1 + \dfrac{b-a}{a}\,\text{cos}.\,v}$, es werde also

zu dem L cos. v	=	8, 9 1 8 1 7 4 7	
addiret L $\dfrac{b-a}{a}$	=	0, 1 5 0 5 1 5 0	
		9, 0 6 8 6 8 9 7	folglich ist:
$\dfrac{b-a}{a}$ cos. v	=	0, 1 1 7 1 3 6	und
der Nenner	=	1, 1 1 7 1 3 6	Nun werde von dem
L b	=	5, 3 8 2 7 7 5 6	abgezogen
der Logarith. des Nenners,	=	0, 0 4 8 1 0 6 1	
so ist L y	=	5, 3 3 4 6 6 9 5	und
SM $= y$	=	2 1 6 1 0 7 .	Da nun die Distanz von

der Sonne im Perihelio = 100000 gesetzt worden, so wird nach 100 Tägen die Entfernung von der Sonne seyn = 216107. Dieses Beyspiel scheinet nun hinlänglich, die Art der Berechnung zu erläutern.

10. Aufgabe Fig. 4.

§. 43. Aus zween, nicht weit von einander entfernten Orten eines Planeten, oder Cometen, nebst der Zeit in welcher der Bogen TH ist beschrieben worden, den wahren Ort C für jede gegebene mittlere Zeit angeben.

Auflösung.

Damit diese Aufgabe bequemer aufgelöset werde, wollen wir es auf die Bewegung der Erde anwenden, und setzen, sie beschreibe in der mittleren Entfernung von der Sonne, mit der mittleren Bewegung einen Cirkel. Es sey also die Sonne in S, die Erde in F und h, die Zeit von fh sey = T; da die mittlere Distanz von der Sonne $fs = hs = c = 100000$, wie bisher angenommen worden, so findet sich der Winkel fsh, wenn man den Logarithmus 5, 3144251332 zu L $\dfrac{2m\,\text{T}}{c\sqrt{c}}$ addiret, davon die Summe den Winkel fsh in Secunden giebt; oder man kann auch zu Logarith. T den Logarithmus 2, 5500076427 addiren, weil m und c bekannt sind, die Summe giebt ebenfalls den Winkel fsh in Secunden. Man sondere nun die Zeit T in zween Theile α und β ab, daß $\text{T} = \alpha + \beta$; so ist klar, daß nach Verlauf der Zeit α die Erde in g seyn wird, und daß wenn man gs ziehet, die Winkel $fsg : gsh = \alpha : \beta$, folglich $fsg = \dfrac{\alpha}{\text{T}} \cdot fsh$, und $gsh = \dfrac{\beta}{\text{T}}\, fsh$. Es werde die Chorda fh gezogen die den Radius sg in o schneidet, und man suche den Pfeil og auf folgende Art.

Weil $sfo = 90° - \frac{1}{2} fsh$ und $sof = 90° + \frac{1}{2} fsh - \frac{\alpha}{T} fsh = 90 + \frac{(\beta - \alpha)}{2T} fsh$, so ist: $so : sf = \text{cos.}\ \frac{1}{2} fsh : \text{cos.}\ \frac{\beta - \alpha}{2T} fsh$, folglich: $so = c. \frac{\text{cos.}\ \frac{1}{2} fsh}{\text{cos.} \frac{\beta - \alpha. fsh}{2T}}$;

und der Pfeil $go = c \frac{\left(\text{cos.} \frac{\beta - \alpha}{2T} . fsh - \text{cos.} \frac{1}{2} fsh\right)}{\text{cos.} \frac{\beta - \alpha}{2T}\ fsh} = \frac{2c\ \text{sin.} \frac{\beta}{2T} : fsh\ .\ \text{sin.} \frac{\alpha}{2T} fsh.}{\text{cos.} \frac{\beta - \alpha}{2T}\ fsh}$

Es ist aber $\frac{1}{2T} fsh$ ein beständiger Winkel, $= 29', 3498'' = 1774, 098''$, dessen Logarithmus ist: 3, 2489776471; setzen wir ihm nun gleich T; und drücken die Zeiten $\alpha. \beta$ in Tägen aus, so ist der Pfeil $go = \frac{2c\ \text{sin}, \beta\tau.\ \text{sin.}\ \alpha\tau}{\text{cos.} (\beta - \alpha)\tau}$. Dieses vorausgesetzt, sey der Planet, oder Comet in F beobachtet worden, nach der Zeit aber $\tau = \alpha + \beta$ in H, und man verlangte zu wissen, wo er nach der Zeit α stehen würde, nachdem er in F gewesen ist? So nehmen wir an, der gesuchte Ort sey G und da die Zeiten in jeder Laufbahn, sich wie die, um die Sonne S beschriebenen Flächen verhalten, so ist die Fläche FSG zur Fläche GSH, wie α zu β. Man ziehe die Chorda HF, welche SG in O schneidet, und bestimme auf nachfolgende Art den Pfeil GO. Weil die Krümmung der Bahn FGH von der Senckkraft herkömmt, so nehmen wir an, diese Kraft sey $= \varrho$, und in den Raum FGH beständig, welches wegen Nähe der Orte g. H, von der Wahrheit nicht sehr abweichet; um aber noch genauer zu seyn, setzen wir P sey jene Senckkraft die in dem mittleren Orte g wircket, und ihre Richtung, sey mit SG gleichlauffend. Gleichfalls sey jene Senckkraft, welche die Erde in der Cirkelbahn hält $= p$ sie wird also beständig seyn, und soll wie wir annehmen auf die Erde während sie den Raum fgh beschreibt, in der Richtung gs unverändert wircken. In F und f ziehe man die Tangenten FMN, fmn; und aus H und h die Linien HN; hn mit SG; sg parallel, so stellen HN, und hn die Wirkungen der Senckkräfte vor, und weil sie in der nämlichen Zeit $\alpha + \beta$ wirken, so sind sie auch denen Kräften selbst proportional, folglich wird, $HN : hn = P : p$. Aus der Natur der gleichförmigen Bewegung, mit welcher die Tangenten FN; fn beschrieben würden, wenn keine Senckkraft vorhanden wäre, sind die Raume $FM : MN = \alpha : \beta$ und $fm : mn = \alpha : \beta$, folglich wegen den ähnlichen Dreyecken FOM und FHN, ist auch: $FO : HO = \alpha : \beta$. Da also sowohl die Chorda FH, als auch das Verhältniß von α zu β gegeben wird; so schneide man, um den mittleren Ort g zu finden die Chorda FH in O dergestalt, daß, $FO : OH = \alpha : \beta$, so wird die aus S durch O gezogene Linie, durch den gesuchten Ort G gehen. Es übrigt also nur noch die Bestimmung des Pfeiles GO, welches aus der Wirkung der Kräfte am füglichsten auf folgende Art geschehen kann. Es ist klar, daß $HN : GM = FN^2 : FM^2 = (\alpha + \beta)^2 : \alpha^2$; und gleichfalls, $hn : gm = fn^2 : fm^2 = (\alpha + \beta)^2 :$

$(\alpha+\beta)^2 : \alpha^2$, daher auch, HN : GM $=$ $hn : gm$; oder HN : hn $=$ GM : gn; es ist aber auch, HN : hn $=$ OM : om, woraus folgt HN : hn $=$ OG : og $=$ P : p, folglich ist, $OG = \frac{P}{p}\ og$. Weil ferners, $og = \frac{2c \sin.\ \alpha\tau.\ \sin.\ \beta\tau}{\cos.\ (\beta-\alpha)\ \tau}$; so ist der gesuchte Pfeil $OG = \frac{2Pc \sin.\ \alpha\tau.\ \sin.\ \beta\tau}{p \cos.\ (\beta-\alpha)\ \tau}$: theilet man nun die Chorda FH in den Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$ in O ziehet SO, und macht $GO = \frac{2Pc \sin.\ \alpha\tau.\ \sin.\ \beta\tau}{p \cos.\ (\beta-\alpha)\ \tau}$, so ist in g der gesuchte Ort des Planeten, wenn F und H nicht weit von einander entfernet sind. Da endlich die Senckkräfte, im umgekehrten quadratischen Verhältniß der Entfernungen von der Sonne sind, so ist, $P : p = c^2 : SG^2$, oder weil man die mittlere Kraft, zwischen den äußersten Kräften nehmen muß, so wird die Berechnung genauer, wenn man setzt: $P : p = 4c^2 : (SF+SH)^2$; wird nun auch dieses Verhältniß der Senckkräfte, in den Kalkul gebracht, so ist der Pfeil $OG = \frac{8c^3 \sin.\ \alpha\tau.\ \sin.\ \beta\tau}{(SF+SH)^2.\ \cos.\ (\beta-\alpha)\ \tau}$.

1. Folgerung.

§. 44. Wenn das Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$, und also auch der Abschnitt FO : OH von der Chorde, der Gleichheit nahe kömmt, so kann man ohne Fehler anstatt $\frac{FS+SH}{2}$ schreiben SG; daß folglich $OG = \frac{2c^3 \sin.\ \alpha\tau.\ \sin.\ \beta\tau}{SG^2.\ \cos.\ (\beta-\alpha)\tau}$; wären aber α und β einander gänzlich gleich, so wäre $OG = \frac{2c^3 \sin.^2\ \alpha\tau}{SG^2} = \frac{c^3 \sin.\ v.\ 2\alpha\tau}{SG^2}$.

2. Folgerung.

§. 45. Wenn also im Gegentheil der Ort g gegeben ist, so können in den Linien SF und SH, welche die heliocentrischen Orte vorstellen, zween Punkte F und H bestimmet werden, in denen der Körper in der Zeit von α Tägen bevor er in G war, und in der Zeit von β Tägen nachdem er in g gewesen ist, zu stehen kömmt. Dann man nehme von g angefangen den Pfeil $GO = \frac{2c^3 \sin.\ \alpha\tau.\ \sin.\ \beta\tau}{SG^2.\ \cos.\ (\beta-\alpha)\ \tau}$; und ziehe durch O die Linie FOH, daß FO : HO $=$ $\alpha : \beta$; so werden F und H die gesuchten Orte seyn.

3. Folgerung.

§. 46. Je geringer die Zwischenräume der Zeiten α und β sind, und je näher sie der Gleichheit kommen, je mehr nahet sich diese Bestimmung der Wahrheit; obgleich übrigens der Fehler nie merklich seyn wird, es sey dann der Winkel FSH wäre etwas größer, und betrüge über 10° oder 15° Grade, in welchem Falle, die Breite hinlangen würde, um andere nützliche Methoden, für Cometen und Planeten Bahnen herzuleiten.

11. Aufgabe.

§. 47. Wenn drey nicht sehr von einander entfernte geocentrische Orte, eines Himmelskörpers bekannt sind, nebst dessen wahren Entfernung von der Erde, zu Zeit der mitleren Beobachtung; man soll hieraus die wahre Laufbahn um die Sonne bestimmen?

Auflösung Fig. 5.

In der ersten Beobachtung sey die Erde in f die Sonne in S die Länge der Sonne $= F$. In der zweyten die Erde in g, der Sonnenlänge $= g$; in der dritten die Erde in h die Länge der Sonne $= h$. Die Zeit, von der ersten, zur zweyten Beobachtung heiße α, und von der zweyten zur dritten heiße β. So ist der Winkel $fSg = g - f$; und $gSh = h - g$, und die Theorie der Sonne, giebt die Entfernungen Sf; Sg; Sh. Das Papier stelle die Fläche der Ecliptik vor, und in der ersten Beobachtung sey die Länge des Planeten, oder Cometen, $= F$, welches die Linie $f\zeta$ vorstelle; in der zweyten sey sie $= G$, welches die Linie $g\eta$, und in der dritten sey diese Länge $= H$, welches die Linie hb andeute. Endlich sey in der ersten Beobachtung die Breite des Cometen $= \zeta$ in der zweyten $= \eta$ in der dritten $= d$. Aus den beobachteten Längen, sind die Winkel:

$$Sf\zeta = F - f;\ Sr\eta = G - f.;\ Smg = G - F.$$
$$Sg\eta = G - g;\ Sp\zeta = F - g;\ gnh = H - G.$$
$$Sh\vartheta = H - h;\ Ss\vartheta = H - g;$$
$$Sp\eta = G - h;$$

man ziehe nun fx mit gm, und $g\eta$ mit hn parallel, so ist im Dreyecke Sfx aus den bekannten Winkeln, und der Seite Sf;

$$fx = \frac{\sin.(G-f)}{\sin.(G-g)}Sf;\ fx = \frac{\sin.(g-f)}{\sin.(G-g)}Sf;\ \text{und } gx = \frac{\sin.(G-f)}{\sin.(G-g)}.(Sf-Sg).$$

Ferners aus den Winkeln und der Seite Sx, ist in dem Dreyecke fpx:

$$fp = \frac{\sin.(G-g)}{\sin.(F-g)}fx = \frac{\sin.(g-f)}{\sin.(F-g)}Sf;\ px = \frac{\sin.(G-F)}{\sin.(F-g)}fx. \text{ Folglich ist:}$$

$$px : fp = \sin.(G-F)\ \sin.(G-g) = gx : fm; \text{ woraus}$$

$$fm = \frac{\sin.(G-f)}{\sin.(G-F)}Sf - \frac{\sin.(G-g)}{\sin.(G-F)}Sg. \text{ Weiters ist; } pm = \frac{\sin.(g-f)}{\sin.(F-g)}Sf +$$

$$fm;\ \text{also}: \sin.(G-g) : pm = \sin.(F-g) : gm, \text{ woraus}; gm = \frac{\sin.(F-g)}{\sin.(G-g)}fm. +$$

$$\frac{\sin.(g-f)}{\sin.(G-g)}Sf; \text{ oder, } gm = \frac{\sin.(G-f)\sin.(F-g) + \sin.(g-f)\sin.(G-F)}{\sin.(G-g)\sin.(G-F)}Sf -$$

$\frac{\sin.(F-g)}{\sin.(G-F)}Sg$. Es ist aber, $\sin.(G-f)\sin.(F-g)+\sin.(g-f)\sin.(G-F)$ $= \sin.(F-f)\sin.(G-g$, also auch:

$$gm = \frac{\sin.(F-f)}{\sin.(G-F)}Sf - \frac{\sin.(F-g)}{\sin.(G-F)}Sg.$$

Durch eben diesen Weg findet man auch die noch übrigen Werthe der Linien gn und hn; und es ist:

$$fm = \frac{\sin.(G-f)}{\sin.(G-F)}Sf - \frac{\sin.(G-g)}{\sin.(G-F)}Sg.$$

$$gm = \frac{\sin.(F-f)}{\sin.(G-F)}Sf - \frac{\sin.(F-g)}{\sin.(G-F)}Sg.$$

$$gn = \frac{\sin.(H-g)}{\sin.(H-G)}Sg - \frac{\sin.(H-h)}{\sin.(H-G)}Sh.$$

$$hn = \frac{\sin.(G-g)}{\sin.(H-G)}Sg - \frac{\sin.(g-h)}{\sin.(H-G)}Sh.$$

Da nun die Punkte m und n gefunden worden, deren wir in der Folge bedürfen, so setzen wir G sey der wahre Ort des Cometen in der zwoten Beobachtung, laße ein Loth $G\eta$ auf die Ecliptick fallen, und nenne die Entfernung von der Erde r, so wird wegen der beobachteten Breite $= \eta$ die Entfernung $g\eta = r \cos.\eta$; und $G\eta = r\sin.\eta$, woraus der auf die Ecliptick gebrachte Ort η des Cometen, sämmtlich den Linien $m\eta = g\eta - gm$; und $n\eta = g\eta - gn$ bekannt sind. Aus η werde die Linie $S\eta$ an die Sonne gezogen, und fällt aus S auf $g\eta$ das Loth SM, so ist, $SM = Sg \sin.(G-g)$, und $gM = Sg\cos.(G-g)$; woraus dann, $M\eta = g\eta - gM$; $\tan.\eta SM = \frac{\eta M}{SM} = \cot.S\eta M$; und $S\eta = \frac{SM}{\sin.S\eta M}$. Ferners werde die heliocentrische Breite gesucht; dann $\tan.GS\eta = \frac{G\eta}{S\eta}$, und die Entfernung von der Sonne $GS = \frac{G\eta}{\sin.GS\eta} = \frac{S\eta}{\cos.GS\eta}$. Es seyen nun F und H die Orte des Cometen in der ersten, und dritten Beobachtung, so müßen die auf die Ecliptick fallenden Lothe, an die Linien $f\zeta$ und $h\theta$ treffen, ziehet man die Chorda FH, welche von dem Radius SG in O geschnitten wird, so ist: $FO : HO = \alpha : \beta$, und der Pfeil $GO = \frac{2c^2 \sin.\alpha\tau . \sin.\beta\tau}{SG^2\cos.(\beta-\alpha)\tau}$ (§. 44.). Gleichfalls gehe von O das Loth Oo auf die Fläche der Ecliptick, welches die Linie $S\eta$ schneiden wird; und $\eta o : GO = S\eta : SG$, folglich; $\eta o = GO\cos.GS\eta$. Da nun $\zeta o\theta$ die auf der Ecliptick entworfene Chorda der Laufbahn ist, und da, $\theta o : \zeta o = HO : FO = \beta : \alpha$, so muß durch den Punkt O. die Linie $\zeta o\theta$ zwischen den Schenkeln $m\zeta$ und $n\theta$ also gezogen werden, daß $\zeta o : \theta o = \alpha : \beta$. Um dieses zu bewirken, nehme man in der verlängerten $S\eta$, die Linie oi dergestalten, daß, $lo : oi = \alpha : \beta$, und durch i werden θi parallel mit $m\zeta$ gezogen, der Punkt θ, wo sich θi und $n\theta$ schneiden, giebt

giebt die gesuchte Lage der Chorda $\zeta o\theta$. Die Berechnung muß nun folgendermaßen angestellet werden, um die Punkte ζ und θ zu bestimmen. Man setze den bekannten Winkel $s\eta M = \mu$ so ist im Dreyecke $m\eta l$;

$$\text{sin.}(G - F + \mu) : m\eta = \text{sin.}(G - F) : \eta l = \text{sin.}\,\mu : ml, \text{ folglich ist,}$$

$$\eta l = \frac{\text{sin.}(G-F)}{\text{sin.}(G-F+\mu)}\, m\eta; \text{ und } ml = \frac{\text{sin.}\,\mu}{\text{sin.}(G-F+\mu)}\, m\eta; \text{ woraus, } lo$$

$= \eta l - \eta o$; und $oi = \frac{\beta}{\alpha}\, lo$, und $li = \frac{(\alpha+\beta)}{\alpha}\, lo = \lambda\theta$, wenn $\lambda\vartheta$ parallel mit li gezogen wird. Betrachten wir nun das Dreyeck $\theta k\lambda$, so ist; $\text{sin.}(H - F) : \lambda\theta = \text{sin.}(G - F + \mu) : k\theta = \text{sin.}(\mu - H + G) : k\lambda$, woraus, $k\theta = \frac{\text{sin.}(\mu + G - F)}{\text{sin.}(H - F)}\, \lambda\theta$; und $k\lambda = \frac{\text{sin.}(\mu - H + G)}{\text{sin.}(H - F)}\, \lambda\theta$; auf diese Art erkennet man die Punkte θ und λ. Ferners ist $km = \frac{\text{sin.}(H-G)}{\text{sin.}(H-F)}\, mn$, und $nk = \frac{\text{sin.}(G-F)}{\text{sin.}(H-F)}\, mn$; folglich $l\lambda = ml + km - k\lambda$. Endlich ist, $\beta : \alpha = l\lambda : l\zeta$, also $l\zeta = \frac{\alpha}{\beta}\, l\lambda$, welches den Punkt ζ giebt. Da nun im Dreyecke $\zeta k\vartheta$ die Seiten $k\zeta$; $k\theta$ samt dem Winkel $\zeta k\theta = H - F$ bekannt sind, so findet sich die Seite $\zeta\theta$ und der Winkel $k\zeta\theta$ woraus der Winkel $so\zeta = 180° - k\zeta\theta - \mu - G + F$, also ist auch die Seite $\zeta\theta$, und ihre Lage gegeben. Weiters ist aus den beobachteten Breiten $F\zeta = f\zeta$ tang. ζ und $H\theta = h\vartheta$ tang. ϑ, welches die Lage der Chorda FH zeigt. Man verlängere die Chorda HF, bis sie in der Fläche der Ecliptick mit $\vartheta\zeta$ in N zusammenstosse, so wird SN der Ort seyn, wo die Cometen Bahn, und Ecliptick sich schneiden, oder die Knotenlinie; und zwar in N der aufsteigende Knoten, wenn die Breiten nördlich sind, und die Orte des Cometen, die in der Figur gezeichnete Lage heben. Diesen Punkt zu finden, setze man:

$$H\vartheta - F\zeta : \zeta\vartheta = H\vartheta : \vartheta N, \text{ woraus}$$

$$\vartheta N = \frac{\zeta\vartheta}{H\vartheta - F\zeta}\, H\vartheta; \text{ und } \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta} \text{ giebt die Tangente des Winkels } HN\vartheta.$$

In den Dreyeck SoN werden sodann aus den Seiten so, No und dem Winkel SoN $=$ Soζ die Winkel Nso, SNo samt der Seite SN gefunden. Wenn also der Winkel $Ns\eta + \eta sg$ von der Länge der Erde $= 6' + g$ in der mittleren Beobachtung abgezogen wird, so bleibt die heliocentrische Länge des Knotens N. Endlich falle aus o nach SN das Loth oP, und zieht man die Linie OP, so zeigt der Winkel OPo die Neigung der Cometen Bahn auf die Ecliptick; es ist aber $oP = No$ sin. SNo; und Oo $=$ No. tang. HNϑ, folglich

$$\text{tang. OP}o = \frac{\text{tang. HN}\vartheta}{\text{sin. SN}o} = \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta.\ \text{sin. SN}o}. \text{ Ferners ist cos. SNH} = \frac{NP}{NO} = \frac{NP.\ No}{No.\ NO} = \text{cos. SN}o.\ \text{cos. HN}\vartheta.$$

Letztlich findet man $NF = \frac{F\zeta}{\text{sin. HN}\vartheta}$; und

HN=

$HN = \frac{H\vartheta}{\text{sin. } HN\vartheta}$, auf diese Art, werden in der Fläche der Cometen Bahn SNFH, die Seiten SN; NF, und NH, sammt den Winkel SNH gegeben, woraus die Winkel NSF, NSH, mit den Seiten SF, und SH leicht zu finden sind; man kennet also zwo Entfernungen FS, HS des Cometen von der Sonne, sammt dem Winkel FSH, und der Zeit $\alpha + \beta$, in welcher der Comet von F nach H gekommen ist; woraus dann nach der vierten Aufgabe, die ganze Laufbahn bestimmet wird.

1. Folgerung.

§. 48. Damit diese gemachte Berechnung genau zutreffe, müßen die Beobachtungen nahe auf einander folgen, und das Verhältniß $\alpha : \beta$ von der Gleichheit nicht sehr entfernet seyn. Nebst diesen sollen auch die Beobachtungen mit großer Sorgfalt angestellt werden, und die Entfernung des Cometen von der Erde, zur Zeit der mittleren Beobachtung von der wahren, so wenig als möglich ist, abweichen.

2. Folgerung.

§. 49. Wenn die Länge des Cometen $g\eta$ bey der mittleren Beobachtung, in die Länge der Sonne gs fällt, dann wird der Winkel $s\eta g$ entweder dem Nichts gleich, oder er wird 180°., und in diesem Falle würde die Berechnung nicht wenig verkürzet werden.

1. Zusatz.

§. 50. Die Berechnung kann entweder, durch genaue Zeichnung der Figur auf großem Papiere geschehen, oder welches ich vorziehe, durch trigonometrische Calculn, damit also das letztere mit möglichster Kürze geschehen möge, wollen wir die ganze Behandlung hieherseßen, auf daß man sich dessen mit mehr Bequemlichkeit, bey den Cometen Bahnen gebrauchen könne. Vor allen bemerke man, was aus den Beobachtungen gegeben ist, nämlich:

die Zeit von der ersten zur zweytrn Beobachtung = α Täge,
von der zweyten zur dritten ——— = β Täge; ferners

Beobachtung	Länge der ☉	Entfern. der ☉ von ♁	Länge des Comet.	Breite des Comet.
I.	f	Sf	F	ζ
II.	g	Sg	G	η
III.	h	Sh	H	θ

Hier-

Hieraus bestimme man die Winkeln $fmg = \zeta m\eta = G - F.$
$$gnh = \eta n\theta = H - G.$$
$$fkh = \zeta k\theta = H - F.$$

Gleichfalls: $ſf\zeta = F - f$; $ſr\eta = G - f$; $ſs\theta = H - g$
$ſg\eta = G - g$; $ſp\zeta = F - g$; $ſq\eta = G - h.$
$ſh\theta = H - h$;

Dieses giebt nun: $fm = \frac{\text{sin. } ſr\eta}{\text{sin. } fmg}\, ſf - \frac{\text{sin. } ſg\eta}{\text{sin. } fmg}\, ſg.$

$$gm = \frac{\text{sin. } ſf\zeta}{\text{sin. } fmg}\, ſf - \frac{\text{sin. } ſp\zeta}{\text{sin. } fmg}\, ſg.$$

$$gn = \frac{\text{sin. } ſs\theta}{\text{sin. } gnh}\, ſg - \frac{\text{sin. } ſh\theta}{\text{sin. } gnh}\, ſh.$$

$$hn = \frac{\text{sin. } ſg\eta}{\text{sin. } gnh}\, ſg - \frac{\text{sin. } ſq\eta}{\text{sin. } gnh}\, ſh.$$

woraus dann, $mn = gm - gn$; $mk = \frac{\text{sin. } gnh}{\text{sin. } fkh}\, mn$; und $nk = \frac{\text{sin. } fmg}{\text{sin. } fkh}\, mn.$ Es sey nun in der zwoten Beobachtung, die Distanz des Cometen von der Erde $= r$, so ist; $G\eta = r \text{ sin. } \eta$; $g\eta = r \text{ cos. } \eta$; $m\eta = g\eta - gm$; $n\eta = g\eta - gn$. Ferners ist auch $\text{tang. } \tfrac{1}{2}\, (g\eta ſ - gſ\eta) = \frac{gſ - g\eta}{gſ + g\eta} \text{ cot. } \tfrac{1}{2} ſg\eta$, woraus dann:

$g\eta ſ = \tfrac{1}{2}\, (g\eta ſ - gſ\eta) + 90 - \tfrac{1}{2} ſg\eta$; und $gſ\eta = 90 - \tfrac{1}{2} ſg\eta - \tfrac{1}{2}\, (g\eta ſ - gſ\eta)$ und

$$ſ\eta = \frac{\text{sin. } ſg\eta}{\text{sin. } g\eta ſ}\, ſg.$$

Weiters ist: $\text{tang. } Gſ\eta = \frac{G\eta}{ſ\eta}$; und $ſG = \frac{G\eta}{\text{sin. } Gſ\eta}$. Man setze den Winkel 1774, $\frac{98''}{1000} = \tau$, daß $L\tau = 3{,}2489776$, und suche die Winkel $\alpha\tau$; $\beta\tau$, wenn $c = 100000$; so ist: $GO = \frac{2c^3 \text{ sin. } \alpha\tau \text{. sin. } \beta\tau}{ſG^2 \text{. cos. } (\beta - \alpha)\tau}$; und $\eta o = GO \text{ cos. } Gſ\eta$; $ſo = ſ\eta - o\eta$; Ferners ist der Winkel $\zeta lo = g\eta ſ + \zeta m\eta$; und $l\eta = \frac{\text{sin. } \zeta m\eta}{\text{sin. } \zeta lo} \cdot m\eta$; und $ml = \frac{\text{sin. } g\eta ſ}{\text{sin. } \zeta lo}\, m\eta$; woraus dann $lo = l\eta - \eta o$, und aus diesen: $\lambda\theta = \frac{\alpha + \beta}{\alpha}\, lo$; $k\theta = \frac{\text{sin. } \zeta lo}{\text{sin. } \zeta k\theta}\, \lambda\vartheta$; und (weil $k\vartheta\lambda = \zeta lo - \zeta k\vartheta$) so ist $k\lambda = \frac{\text{sin. } k\vartheta\lambda}{\text{sin. } \zeta k\vartheta}\, \lambda\vartheta$; woraus $l\lambda = ml + km - k\lambda$;

$l\zeta = \frac{\alpha}{6} l\lambda$; $k\zeta = km + ml + l\zeta$; und $\text{tang.}\, \frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta) = \frac{k\zeta - k\vartheta}{k\zeta + k\vartheta} \cot.\, \frac{1}{2}\zeta k\vartheta$; wie auch $k\vartheta\zeta = 90 - \frac{1}{2}\zeta k\vartheta + \frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta)$; $k\zeta\vartheta = 90 - \frac{1}{2}\zeta k\vartheta - \frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta)$; endlich, $\vartheta\zeta = \frac{\sin.\, \zeta k\vartheta}{\sin.\, k\zeta\vartheta} . k\vartheta$; und $so\zeta = 190^\circ . k\zeta\vartheta - \zeta lo$. Aus diesen ist ferners, $f\zeta = fm + ml + l\zeta$: $h\vartheta = hn + k\vartheta$; und $F\zeta = f\zeta\, \text{tang.}\, \zeta$; $H\vartheta = h\vartheta\, \text{tang.}\, \vartheta$; $\text{tang.}\, HN\vartheta = \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta}$; $\vartheta N = \frac{H\vartheta}{\text{tang.}\, HN\vartheta}$, und $\vartheta o = \frac{6}{\alpha + \beta} \zeta\vartheta$, wie auch $No = N\theta - \theta o$. Es ist auch $\text{tang.}\, \frac{1}{2}(SNo - oSN) = \frac{oS - oN}{oS + oN} \cot.\, \frac{1}{2} So\zeta$ und $SNo = 90 - \frac{1}{2}So\zeta + \frac{1}{2}(SNo - oSN)$; $oSN = 90 - \frac{1}{2}So\zeta - \frac{1}{2}(SNo - oSN)$, und $SN = \frac{\sin.\, So\zeta}{\sin.\, oSN} No$, woraus die heliocentrische Länge des Knoten wird; $N = 6^s + g - gsn - osN$; und die Tangente der Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= \frac{\text{tang.}\, HN\theta}{\sin.\, sNo}$. Ferners ist: $\cos.\, SNH = \cos.\, sNo \,.\, \cos.\, HN\vartheta$, und $FN = \frac{F\zeta}{\sin.\, HN\theta}$; $HN = \frac{H\theta}{\sin.\, HN\theta}$. Endlich wird, $\text{tang.}\, \frac{1}{2}(NFS - NSF) = \frac{SN - NF}{SN + NF} \cot.\, \frac{1}{2} SNH$; $NFS = 90 - \frac{1}{2}SNH + \frac{1}{2}(NFS - NSF)$; $NSF = 90 - \frac{1}{2}SNH - \frac{1}{2}(NFS - NSF)$ und $SF = \frac{\sin.\, SNH}{\sin.\, NFS} SN$; wie auch $\text{tang.}\, \frac{1}{2}(NHS - NSH) = \frac{SN - NH}{SN + NH} \cot.\, \frac{1}{2}SNH$; woraus dann, $NHS = 90 - \frac{1}{2}SNH + \frac{1}{2}(NHS - NSH)$, und $NSH = 90 - \frac{1}{2}SNH - \frac{1}{2}(NHS - NSH)$; und $SH = \frac{\sin.\, SNH}{\sin.\, NHS} SN$; und $FSH = NSH - NSF$.

2. Zusatz.

§. 51. Sind zwey Entfernungen FS; HS, sammt dem Winkel FSH und der Zeit von den Beobachtungen $= \alpha + \beta$ bekannt; so wird die Laufbahn durch folgende Berechnung bestimmet. Es sey die Entfernung $FS = y$ die Zeit $\alpha + \beta = \tau$; die Entfernung $HS = z$, der Winkel $FSH = \varphi$, weil nun $m = 271989{,}735$, und $lm = 5{,}4345525139$, so ist der Parameter $b = \left(\frac{y^2 z^2}{4m^2 \tau^2} + \frac{1}{3} \sqrt{yz} \right) \sin.\, ^2\varphi$.

Wenn nun die Distanz von der Sonne im Perihelio $= a$, und die wahre Anomalie des Ortes F $= v$ so ist tang. $v = \cot. \varphi - \frac{(b-z)y}{(b-y)z \sin. \varphi}$ und $a = \frac{by \cos. v}{b - y + y \cos. v}$.

Man nehme tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, im Falle, daß $2a > b$, und die Bahn elliptisch wäre: so ist die Zeit, in welcher der Comet vom Perihelio an den Ort F gelanget, in Tägen ausgedrückt $= \frac{a^3}{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}} \left(\omega - \frac{b-a}{a} \sin. \omega\right)$; sollte aber $b < 2a$, und die Bahn eine Hyperbel seyn, so nehme man, tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, und die Zeit, in welcher der Comet vom Perihelio nach F kömmt, ist in Tägen ausgedrückt $= \frac{a^3}{2m(b-a)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{b-a}{a} \text{ tang. } \omega - \text{L tang. } (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$. Wäre aber die Laufbahn parabolisch, oder wieche sie nicht sehr davon ab, so setze man tang. $\frac{1}{2}v = t$; und $\delta = 2a - b$; $n = \frac{\delta}{b} = \frac{2a-b}{6}$, so ist die Zeit vom Perihelio bis auf F in Tägen $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \tfrac{2}{5}nt^5 + \tfrac{3}{7}n^2t^7 - \tfrac{4}{9}n^3t^9 + \tfrac{3}{5}n^2t^5 - \tfrac{4}{7}n^3t^7 + \tfrac{5}{9}n^4t^9 \text{ \&c.} \right)$

Aus der bekannten Zeit also, wenn der Comet in F gestanden hat, kann zugleich der Augenblick abgeleitet werden, wenn er durch das Perihelium gegangen ist; und wenn von der wahren Anomalie v des Ortes F der Winkel FSN abgezogen wird, bleibt die Distanz des Knoten N vom Perihelio. Uebrigens scheinet diese Aufgabe wenig Nutzen zu haben, da es nie möglich ist, die Parallaxe des Cometen so genau zu bestimmen, als es hiezu nothwendig wäre, doch aber wird der Vortheil unserer Auflösung in folgender Aufgabe sich klärer zeigen.

12. Aufgabe.

§. 52. Aus einigen Beobachtungen die wahre Bahn eines Cometen bestimmen.

Auflösung.

Durch Hülfe der Beobachtungen, aus welchen entweder dessen Entfernung von den Fixsternen, oder die Mitagshöhen bekannt sind, berechne man dessen geocentrische Länge, und Brei-

Breite, und bemerke bey jeder Beobachtung den Augenblick, wenn sie ist gemacht worden nach der mittleren Zeit. Aus diesen so eingerichteten Orten wähle man drey, nicht sehr von einander entfernte, so daß die Differenz der Zeiten beynahe in gleichem Verhältniße stehen, nehme in der mittleren Beobachtung die Entfernung des Cometen von der Erde für bekannt an, und bestimme hieraus nach der dritten Aufgabe die Bahn desselben, welche wahr oder falsch seyn wird, je nachdem die angenommene Distanz mit der Wahrheit übereinkömmt. Man suche also eine vierte Beobachtung, welche von den drey vorhergehenden, sehr weit entfernet ist, und berechne, mit der gefundenen Bahn, den geocentrischen Ort des Cometen für die vierte Beobachtung, trift selber mit der Beobachtung überein, so sind die Elementen richtig bestimmt, und so im Gegentheil. Zu diesem Ende nehme man zwey oder drey Distanzen für die mittlere Beobachtung an, berechne aus jeder die Laufbahn, und bemerke wohl, wie nahe jede derselben, der vierten Beobachtung komme, sollte nun gleich keine aus diesen Bahnen, mit der wahren eintreffen, so läßt sich doch hieraus abnehmen, welche der wahren am nächsten sey, und so könnte die wirkliche Laufbahn auch durch blosses Interpoliren gefunden werden, wenn die Unterschiede nicht sehr beträchtlich wären; wären sie aber sehr groß, so läßt sich doch leicht auf eine anders anzunehmende mittlere Distanz schliessen, und auf diese Art, nach widerholten vorigen Berechnungen endlich die Elementen der wahren Laufbahn mit möglicher Genauigkeit bestimmen.

1. Folgerung.

§. 53. Weil die erste Hypothese nur gemacht wird, um die wahre Laufbahn überhaupt zu erkennen, so darf die Berechnung nicht mit besonderer Schärfe geführet werden, sondern es ist eine geometrische Verzeichnung hiezu allerdings hinlänglich.

2. Folgerung.

§. 54. Auf gleiche Art, ließen sich auch die Bahnen der Planeten untersuchen, und durch vier Beobachtungen bestimmen, da aber durch Beobachtungen ihre periodischen Zeiten und Knoten Linien leicht gefunden werden, so führet dieses auf bequemere Methoden, als vorhergehende ist, deren man sich füglicher bedienen kann.

Zusatz.

§. 55. Der Nußen unserer Methode wird sich übrigens am besten durch ein Beyspiel erklären laßen, welches auch die Art zeigen wird, wie die Berechnung bequem zu führen

 ist.

ist. Zu diesem Ende wähle ich den Cometen, welcher im Jahre 1680, und 1681 erschienen ist, und dessen Beobachtungen sowohl, als übrige Elementen mit größter Sorgfalt und Genauigkeit bestimmet sind. Da wir nun von ihm durch vier Monate richtige Beobachtungen haben, und seine Bahn selbst durch die Sorgfalt der berühmten Männer Newton und Halley ist berechnet worden, so sollte es überflüßig scheinen, wenn ich eben diese Arbeit vornehme; — ich werde es aber doch nicht unterlassen, weil dadurch meine Methode nicht nur sehr erleichtert, sondern auch durch Uebereinstimmung mit jenen kräftiger bewiesen wird. Die Beobachtungen führet **Newton** in den **mathematischen Anfangsgründen der natürlichen Weltweisheit** an, woraus ich selbe entlehnen werde.

Beobachtungen des Cometen von 1680 und 81, auf die mittlere Zeit, alten Styls, und den Meridian von Londen gebracht.

Jahr 1680.	T. h. ,	s Länge	Breite	
Monat Novemb.	16. 17. 10.	6. 8. 0.	0. 44.	südlich
	17. 17. 10.	6. 12. 52.	1. 0.	
	18. 21. 44.	6. 18. 40.	1. 18.	
	19. 17. 10.	6. 22. 48.	1. 30.	
	20. 17.	6. 27. 52.	1. 45.	
	21. 17.	7. 2. 56.	1. 58.	
	23. 17. 15.	7. 12. 58.	2. 20.	
	24. 17. 30.	7. 17. 53.	2. 29.	
Decembr.	12. 4. 46. 0.	9. 6. 31. 21.	8. 26. 0.	nördlich.
	21. 6. 36. 59.	10. 5. 7. 38.	21. 45. 30.	
	24. 6. 17. 52.	10. 18. 49. 10.	25. 23. 24.	
	26. 5. 20. 44.	10. 28. 24. 6.	27. 0. 57.	
	29. 8. 3. 2.	11. 13. 11. 45.	28. 10. 5.	
	30. 8. 10. 26.	11. 17. 39. 5.	28. 11. 12.	
1681 Jänner.	5. 6. 1. 38.	0. 8. 49. 10.	26. 15. 26.	
	9. 7. 0. 53.	0. 18. 43. 18.	24. 12. 42.	
	10. 6. 6. 10.	0. 20. 40. 57.	23. 44. 0.	
	13. 7. 8. 55.	0. 25. 59. 34.	22. 17. 36.	
	25. 7. 58. 42.	1. 9. 35. 48.	17. 56. 54.	
	30. 8. 21. 53.	1. 13. 19. 36.	16. 40. 57.	
Febr.	2. 6. 34. 51.	1. 15. 13. 48.	16. 2. 2.	
	5. 7. 4. 41.	1. 16. 59. 52.	15. 27. 23.	
	25. 8. 41.	1. 26. 18. 17.	12. 46. 54.	
	27. 8. 26.	1. 27. 4. 24.	12. 36. 12.	
März.	1. 11. 10.	1. 27. 53. 6.	12. 24. 52.	
	2. 8. 10.	1. 28. 12. 27.	12. 20. 0.	
	5. 11. 39.	1. 29. 20. 51.	12. 3. 30.	
	9. 8. 38.	2. 0. 43. 3.	11. 45. 53.	

Berechnung der Laufbahn.

Man wähle sich folgende drey im Jäner 1681 gemachte Beobachtungen.

Zeit.	Länge der ☉	Entfer. ☉ v. ♁	Länge des Comet.	Breite des Comet.
d h ′ ″	s ° ′ ″		s	
5. 6. 1. 38.	9. 26. 22. 18.	98363,5.	0. 8. 49. 10.	26. 15. 26. N.
9. 7. 0. 53.	10. 0. 29. 2.	98407,0.	0. 18. 43. 18.	24. 12. 42.
13. 7. 8. 55.	10. 4. 33. 20.	98458,8.	0. 25. 59. 34.	22. 17. 36.

Hieraus ist:

$$\alpha = 4^{d}.\ 0^{h}.\ 59'.\ 15''. = 4{,}0411; \quad L\alpha = 0{,}6064996$$
$$\beta = 4.\ 0.\ 8.\ 2. = 4{,}0055; \quad L\beta = 0{,}6026567$$
$$\alpha + \beta = 8{,}0466;\ L(\alpha + \beta) = 0{,}9056124,$$ ferners:

$$f = 9^{s}.\ 26^{\circ}.\ 22'.\ 18''. \quad F = 0^{s}.\ 8^{\circ}.\ 49'.\ 10''. \quad \zeta = 26^{\circ}.\ 15'.\ 26''.$$
$$g = 10.\ 0.\ 29.\ 2. \quad G = 0.\ 18.\ 43.\ 18. \quad \eta = 24.\ 12.\ 42.$$
$$h = 10.\ 4.\ 33.\ 20. \quad H = 0.\ 25.\ 59.\ 34. \quad \theta = 22.\ 17.\ 36.$$

$$fmg = \zeta m\eta = G - F = 9^{\circ}.\ 54'.\ 8''.$$
$$gnh = \eta n\theta = H - G = 7.\ 16.\ 16.$$
$$fkh = \zeta k\theta = H - F = 17.\ 10.\ 24.$$

$$Sf\zeta = F - f = 72.\ 16.\ 52.$$
$$Sg\eta = G - g = 78.\ 14.\ 16.$$
$$Sh\theta = H - h = 81.\ 26.\ 14.$$
$$Sr\eta = G - f = 82.\ 21.\ 0.$$
$$Sp\zeta = F - g = 68.\ 20.\ 8.$$
$$So\theta = H - g = 85.\ 30.\ 32.$$
$$Sq\eta = G - h = 74.\ 9.\ 58.$$

$$Sf = 98363{,}5 \quad L.\ Sf = 49928340.$$
$$Sg = 98407{,}0 \quad L.\ Sg = 49930260.$$
$$Sh = 98458{,}8 \quad L.\ Sh = 49932545.$$

$+ \text{L.}\, sf = + 4,9928340$
$- \text{L. sin.}\, fmg = - 9,2354458$

$5,7573882$
$\text{L. sin.}\, sr\eta = 9,9961174$
$\text{L. sin.}\, sf\zeta = 9,9792946$

$$\text{L}\, \frac{\text{sin.}\, sr\eta}{\text{sin.}\, fmg}\, sf = 5,7535056$$
$$\text{L}\, \frac{\text{sin.}\, sf\zeta}{\text{sin.}\, fmg}\, sf = 5,7366828$$

$\text{L.}\, sg = 4,9930260$
$\text{L. sin.}\, fmg = 9,2354458$

$5,7575802$
$\text{L. sin.}\, sg\eta = 9,9907836$
$\text{L. sin.}\, sp\zeta = 9,9681848$

$$\text{L}\, \frac{\text{sin.}\, sg\eta}{\text{sin.}\, fmg}\, sg = 5,7483638$$
$$\text{L}\, \frac{\text{sin.}\, sp\zeta}{\text{sin.}\, fmg}\, sg = 5,7257650$$

$$\frac{\text{sin.}\, sr\eta}{\text{sin.}\, fmg}\, sf = + 566898,9$$
$$\frac{\text{sin.}\, sg\eta}{\text{sin.}\, fmg} \cdot sg = - 560226,8$$

$fm = 6672,1$

$$\frac{\text{sin.}\, sf\zeta}{\text{sin.}\, fmg}\, sf = + 545359,4$$
$$\frac{\text{sin.}\, sp\zeta}{\text{sin.}\, fmg}\, sg = - 531820,4$$

$gm = 13539,0$
$gn = 5875,0$

$mn = 7664,0$

$+ \text{L}\, sg = + 4,9930260$
$- \text{L sin.}\, gnh = - 9,1023116$

$5,8907144$
$\text{L sin.}\, s\theta = 9,9986644$
$\text{L sin.}\, sg\eta = 9,9907836$

$$\text{L}\, \frac{\text{sin.}\, s\theta}{\text{sin.}\, gnh}\, sg = 5,8893788$$
$$\text{L}\, \frac{\text{sin.}\, sg\eta}{\text{sin.}\, gnh}\, sg = 5,8814980$$

$\text{L}\, sh = 4,9932545$
$\text{L sin.}\, gnh = 9,1023116$

$5,8909429$
$\text{L sin.}\, sh\theta = 9,9951318$
$\text{L sin.}\, sq\eta = 9,9832008$

$$\text{L}\, \frac{\text{sin.}\, sh\theta}{\text{sin.}\, gnh}\, sh = 5,8860747$$
$$\text{L}\, \frac{\text{sin.}\, sq\eta}{\text{sin.}\, gnh}\, sh = 5,8741437$$

$$\frac{\text{sin.}\, s\theta}{\text{sin.}\, gnh}\, sg = + 775137,7$$
$$\frac{\text{sin.}\, sh\theta}{\text{sin.}\, gnh}\, sh = - 769262,7$$

$gn = 55875,0$

$$\frac{\text{sin.}\, sg\eta}{\text{sin.}\, gnh}\, sg = + 761198,5$$
$$\frac{\text{sin.}\, sq\eta}{\text{sin.}\, gnh}\, sh = - 748417,0$$

$hn = 12781,5$

$\text{L}\, mn = 3,8844555$
$\text{L sin.}\, fkh = 9,4702096$

$4,4142459$

mk

mk	=	3285, 168	L ſin. *gηh*	=	9, 1023116
nk	=	4436, 666	L ſin. *fmg*	=	9, 2354458
			L *m*K	=	3, 5165575
			L *n*K	=	3, 6496917

Damit wir die Mühe erſpahren, den Werth von gG = *r* zu ſuchen, wollen wir ſelben aus der Theorie des Newton entlehnen, welcher für die Entfernung von der Sonne 110970 angiebt, woraus alſo Gg = 72747. Nehmen wir alſo ſtatt *r* dieſe zween Werthe 72700, und 72800, ſo giebt dieß folgende Rechnung.

Es ſey *r*	=	72700	72800
L *r*	=	4, 8615344	4, 8621314
addirt { L ſin. *η*	=	9, 6128990	9, 6128990
addirt { L coſ. *η*	=	9, 9600122	9, 9600122
L G*η*	=	4, 4744334	4, 4750304
L *gη*	=	4, 8215466	4, 8221436
gη	=	66305, 05	66396, 26
ſgη = 78°. 14′. 16″ *gm*	=	13539, 0	13539, 0
½ *ſgη* = 39 . 7 . 8 *gn*	=	5857, 0	5857, 0
Complem. = 50°. 52 . 32″ *mη*	=	52766, 05	52857, 26
nη	=	60430, 05	60521, 26
ſg	=	98407, 0	98407, 0
gη	=	66305, 05	66396, 26
ſg + *gη*	=	164712, 05	164803, 26
ſg — *gη*	=	32101, 95	32010, 74
L (*ſg* — *gη*)	=	4, 5065314	4, 5052957
L (*ſg* + *gη*)	=	5, 2167254	5, 2169658
		9, 2898060	9, 288 299
L tang. (90 — ½ *ſgη*)	=	0, 0897890	10, 0897890
L tang. ½ (*gηſ* — *gſη*)	=	9, 3795950	9, 3781189

½ (*gηſ*

$\frac{1}{2}$ (gηʃ — gʃη) =	13. 28. 38	13. 25. 59″
(go — $\frac{1}{2}$ ʃgη) =	50. 52. 52	50. 52. 52
gηʃ =	64. 21. 30	64. 18. 51
gʃη =	37. 24. 14	37. 26. 53
zu L ʃg =	4, 9930260	4, 9930260
addiret L sin. ʃgη =	9, 9907836	9, 9907836
	14, 8938096	14, 9838096
abgezogen L sin. gηʃ =	9, 9549744	9, 9548136
lʃη =	5, 0288352	5, 0289960
L gη =	4, 4744334	4, 4750304
L tang. Gʃη =	9, 4455982	9, 4460344
Gʃη =	15°. 35. 20	15. 36. 14
von LGη =	4, 4744334	4, 4750304
abgezogen L sin. Gʃη =	9, 4293210	9, 4297284
LSG =	5, 0451124	5, 0453020
lτ =	3, 2489276	
lα =	0, 6064996	
l β =	0, 6026567	
Lατ =	3, 8554772	
Lβτ =	3, 8516343	
ατ =	7169″, 3 =	1°. 59′. 29″
βτ =	7106, 1 =	1. 58. 26
(α—β) τ =	63, 2 =	1. 3
L sin. ατ =	8, 5409422	
L sin. βτ =	8, 5371103	
L 2c³ =	15, 3010300	
	32, 3790825	
abgezogen L cos. (α — β) τ =	10, 0000000	
	12, 3790825	12, 3790825
abgezogen 2 L SG =	10, 0902248	10, 0906040

L GO =	2, 2888577	2, 2884785
addiret L cos. G $\int y$ =	9, 9837231	9, 9836924
L yo =	2, 2725808	2, 2721709
yo =	187, 32	187, 14
von $\int y$ =	106864, 9	106904, 5
So =	106677, 6	106717, 4
der Winkel $g y \int$ =	64. 24. 30″	64. 18. 51″
$\angle m y$ =	9. 54. 8	9. 54. 8
$\angle l o$ =	74. 15. 38	74. 12. 59
L my =	4, 7223546	4, 7231046
abgezogen L sin. $\angle l o$ =	9, 9834031	9, 9833086
	4, 7389515	4, 7397960
addiret. L sin. $\angle m y$ =	9, 2354458	9, 2354458
addiret. L sin. $g y \int$ =	9, 9549744	9, 9548136
L ly =	3, 9743973	3, 9752418
L ml =	4, 6929259	4, 6946096
Folglich, ly =	9427, 52	9445, 87
abgezogen yo =	187, 32	187, 14
lo =	9240, 20	9285, 73
L lo =	3, 9656814	3, 9665515
addiret, L $\frac{(\alpha+\beta)}{\alpha}$ =	0, 2991128	0, 2991128
so ist: L $\lambda\theta$ =	4, 2647942	4, 2656643
der Winkel $\angle l o$ =	74. 15. 38	74. 12. 59
abgezogen $\angle K\theta$ =	17. 10. 24	17. 10. 24
$K\theta\lambda$ =	57. 5. 14	57. 2. 35
L$\lambda\theta$ =	4, 2647942	4, 2656643
abgezogen L sin. $\angle K\theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
	4, 7945846	4, 7954547
addiret L sin. $\angle l o$ =	9, 9834031	9, 9833086
addiret L sin. $K\theta\lambda$ =	9, 9240200	9, 9238032

$L\,K\theta =$	4, 7779877	4, 7787633
$L\,K\lambda =$	4, 7186046	4, 7192579
$ml =$	49422, 63	49500, 50
$km =$	3285, 17	3285, 17
$kl =$	52707, 80	52785, 67
abgezogen $k\lambda =$	52312, 40	52391, 15
$l\lambda =$	395, 40	394, 52
$L\,l\lambda =$	2, 5970367	2, 5960690
addiret $L\,\frac{\alpha}{\beta} =$	0, 0038429	0, 0038429
$L\,l\zeta =$	2, 6008796	2, 5999119
$\frac{1}{2}\,\zeta k\theta =$	8°. 35′. 12″	8°. 35′. 12″
$90 - \frac{1}{2}\,\zeta k\theta =$	81°. 24′. 48″	81 . 24 . 48
$k\zeta =$	3285, 17	3285, 17
$ml =$	49422, 63	49500, 50
$l\zeta =$	398, 91	398, 02
$k\zeta =$	53106, 71	53183, 69
$k\theta =$	59977, 42	60084, 63
$k\theta + k\zeta =$	113084, 13	113268, 32
$k\theta - k\zeta =$	6870, 71	6900, 94
$L\,(k\theta - k\zeta) =$	3, 8370016	3, 8389082
$L\,(k\theta + k\zeta) =$	5, 0534016	5, 0541084
	8, 7836000	8, 7847998
L. tang. $(90 - \frac{1}{2}\,\zeta k\theta) =$	10, 8210294	10, 8210294
	9, 6046294	9, 6058292
$\frac{1}{2}\,(k\zeta\theta - k\theta\zeta) =$	21°. 55′. 7″	21°. 58′. 24″
$\frac{1}{2}\,(k\zeta\theta + k\theta\zeta) =$	81°: 24′. 48″	81 . 24 . 48
$k\zeta\theta =$	103°. 19′. 55″	103°. 23′. 12″
$k\theta\zeta =$	59°. 29′. 41″	59 . 26′. 24
$k\zeta\theta + \zeta l o =$	177 . 35 . 33″	177 . 36′. 11
$\int o\zeta =$	2°. 24 . 27 .	2 . 23 . 49

Von L sin. $\zeta k\theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
abgezogen L sin. $k\zeta\theta$ =	9, 9881354	9, 9880368
	9, 4820742	9, 4821728
addiret L $k\theta$ =	4, 7779877	4, 7787633
L $\theta\zeta$ =	4, 2600619	4, 2609361
fm =	6672, 1	6672, 1
ml =	49422, 6	49500, 5
$l\zeta$ =	398, 9	398, 0
so ist: $f\zeta$ =	56493, 6	56570, 6
hn =	12781, 5	12781, 5
nk =	4463, 6	4463, 6
$k\vartheta$ =	59977, 4	60084, 6
so wird: $h\vartheta$ =	77222, 6	77329, 8
zu L $f\zeta$ =	4, 7519993	4, 7525908
addiret den L tang. ζ =	9, 6931129	9, 6931129
L Fζ =	4, 4451122	4, 4457037
L $h\vartheta$ =	4, 8877445	4, 8883470
addiret L tang. ϑ =	9, 6127775	9, 6127775
L Hϑ =	4, 5005220	4, 5011245
Also Hϑ =	31666, 8	31704
F ζ =	27868, 4	27906, 4
Hϑ — Fζ =	3792, 4	3798, 4
L (Hϑ — Fζ) =	3, 5789141	3, 5796007
abgezogen L. $\zeta\vartheta$ =	4, 2600619	4, 2609361
L tang. HNϑ =	9, 3188522	9, 3186646
L. Hϑ =	4, 5005220	4, 5011245
L. Nϑ =	5, 1816698	5, 1824599
der Winkel HNϑ =	11°. 46'. 15".	11°. 45'. 57"
Nϑ =	151939, 2	152215, 9

$L\, \zeta\theta =$	4, 2600619	4, 2609361
abgezogen $L\, \frac{\alpha+\beta}{\beta} =$	0, 3029557	0, 3029557
$L.\ \theta o =$	3, 9571062	3, 9579804
$\theta o =$	9059, 5	9077, 8
$No =$	142879, 7	143138, 1
$\frac{1}{2} So\zeta =$	1°. 12′. 13″, 5	1°. 11′. 54″, 5
$90 - \frac{1}{2} So\zeta =$	88. 47. 46″, 5	88. 48. 5, 5
$So =$	106677, 6	106717, 4
$No =$	142879, 7	143138, 4
$No + So =$	249557, 3	249855, 5
$No - So =$	36202, 1	36420, 7
von $L\,(No - So) =$	4, 5587338	4, 5613482
abgezogen $L\,(No = So) =$	5, 3971703	5, 3976889
	9, 1615635	9, 1636583
addirt L tang. $(90 - \frac{1}{2} So\zeta) =$	11, 6775226	51, 6794316
L tang. $\frac{1}{2}(oSN - SNo) =$	10, 8390861	10, 8430899
$\frac{1}{2}(oSN - SNo) =$	81°. 45′. 29″, 5	81°. 49′. 58″
$\frac{1}{2}(oSN + SNo) =$	88°. 47. 46, 5	88. 48. 5″, 5
$oSN =$	170°. 33. 16″,	170°. 38. 3″ ½
$SNo =$	7. 2. 17″.	6. 58. 7″, 5
von L sin. $So\zeta =$	8, 6233157	8, 6214086
abgezogen L sin. $oSN =$	9, 2151360	9, 2114815
	9, 4081297	9, 4099271
addirt $L.\ No =$	5, 1549705	5, 1557552
$L\ SN =$	4, 5631502	4, 5656823
der Winkel $gS\eta =$	37°. 24′. 14″	37°. 26′. 53″
addirt $oSN =$	5ˢ. 20°. 33. 16	5ˢ. 20. 38. 3
abgezogen,	6ˢ. 27°. 57. 30	6ˢ. 28. 4′. 56″
von $(6^s + g) =$	16. 0. 29. 2″.	16. 0. 29. 2.

Länge des steigenden Knoten =	9ˢ. 2°. 31′. 32″	9ˢ. 2°. 24′. 6″
L tang. HN☊ =	9, 3188523	0, 3186645
abgezogen L sin. SNo =	9, 0882372	9, 0839610
L tang. der Inclination =	10, 2306151	10, 2347035
Neigung der Bahn gegen die Ecliptik =	59°. 32′. 38″	59°. 46′. 45″
L. cos. SNo =	9, 9967152	9, 9967798
addirt L. cos. HN☊ =	9, 9907700	9, 9907779
L. cos. SNH =	9, 9874852	9, 9876577
Also ist SNH =	13°. 41′. 19″	13°. 38′. 59
von { L. F♃ =	4, 4451122	4, 4457037
{ L. H☊ =	4, 5005220	4, 5011245
abgezogen L sin. HN☊ =	9, 3096223	9, 3094424
L. FN =	5, 1354899	5, 1362613
L. HN =	5, 1908997	5, 1916821
$\frac{1}{2}$ SNH =	6°. 50′. 36$\frac{1}{2}$″	6°. 49′. 29″$\frac{1}{2}$
90° — $\frac{1}{2}$ SNH =	83. 9. 20$\frac{1}{2}$	83°. 10′. 30″$\frac{1}{2}$
SN =	36572, 12	36785, 97
NF =	136612, 3	136855, 2
NF + SN =	173184, 4	173641, 2
NF — SN =	100040, 2	100069, 2
von L. (NF — NS) =	5, 0001745	5, 0003004
abgezogen L. (NF + SN) =	5, 2385087	5, 2396528
	9, 7616658	9, 7606476
addirt L tang. (90 — $\frac{1}{2}$ SNH) =	10, 9207206	10, 9219679
L tang. $\frac{1}{2}$ (NSF — NFS) =	10, 6823864	10, 6826155
$\frac{1}{2}$ (NSF — NFS) =	78°. 15′. 42″, 5.	78°. 16′. 4″, 5
$\frac{1}{2}$ (NSF + NFS) =	83. 9. 12″, 5.	83. 10, 30, 5
NSF =	161°. 25′. 3″.	161°. 26′. 35″
NFS =	4. 53. 38″.	4. 54. 261$\frac{1}{6}$
von L sin. SNH =	9, 3740724	9, 3728853
abgezogen L sin. NFS =	8, 9310033	8, 9321860

	0, 4430690	0, 4406993
addirt L SN =	4, 5631502	4, 5656823
L. SF =	5, 0062193	5, 0063816
NH =	155202, 8	155482, 7
SN =	36572, 12	36785, 97
NH + SN =	191774, 9	192268, 7
NH — SN =	118630, 7	118696, 7
von L (NH — SN) =	5, 0741971	5, 0744387
abgezogen L (NH + SN) =	5, 2827918	5, 2839086
	9, 7914053	9, 7905301
addirt L tang. (90 — $\frac{1}{2}$SNH) =	10, 9207206	10, 9219679
L tang. $\frac{1}{2}$(NSH — NHS) =	10, 7121259	10, 7124980
$\frac{1}{2}$(NSH — NHS) =	79°. 1′. 9″ $\frac{1}{6}$	79°. 1′. 42″, $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$(NSH + NHS) =	83 . 9 . 20″ $\frac{1}{2}$	83 . 10 . 30″, $\frac{1}{2}$
NSH =	162°. 10 . 29″ $\frac{2}{3}$	162 . 12 . 13
NHS =	4 . 8 . 11 $\frac{1}{3}$	4 . 8 . 48
von L sin. SNH =	9, 3740724	9, 3728853
abgezogen L sin. NHS =	8, 8581311	8, 8591973
	0, 5159413	0, 5136880
addirt L. SN =	4, 5631502	4, 5656823
L. SH =	5, 0790915	5, 0793703
NSH =	162°. 10′. 24″ $\frac{2}{3}$	162°. 12′. 13″
NSF =	161 . 25 . 3.	161 . 26 . 35
FSH =	0°. 45′. 26″ $\frac{2}{3}$	0°. 45′. 38″
FS = y =	101442, 3	101480, 3
HS = z =	119175, 2	120052, 2
L. T =	0, 9056124	0, 9056124
φ =	0°. 45′. 26″ $\frac{2}{3}$	0. 45′. 38.
L sin. φ =	8, 1211936	8, 1229950
L cos. φ =	9, 9999635	9, 9999638

L. cot. ϕ =	11, 8787699	11, 8769688
L. y =	5, 0062193	5, 0063816
L. z =	5, 0790915	5, 0793703
L. yz =	10, 0853108	10, 0857519
L. y^2z^2 =	20, 1706216	20, 1715038
L. 4 =	0, 6020600	
L. m^2 =	10, 8691050	
L. T^2 =	1, 8112248	
L. $4m^2T^2$ =	13, 2823898	13, 2823898
L. $\frac{y^2z^2}{4m^2T^2}$ =	6, 8882318	6, 8891140
addirt 2 L sin. ϕ =	16, 2423872	16, 2459900
	3, 1306190	3, 1351040
Der erstere Theil . . . . =	1350, 887	1364, 910
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 0426554	5, 0428759
abgezogen L. 3 =	0, 4771213	0, 4771213
	4, 5655341	4, 5657546
addirt 2 L ϕ =	16, 2423872	16, 2459900
	0, 8079213	0, 8117446
der folgende Theil =	6,426	6,482
Also ist b =	1357,313	1371,392
y =	101442,003	101480,003
z =	119975, 2	120052, 2
$(y - b)$ =	100085, 0	100108, 9
$(z - b)$ =	118617, 9	118680, 8
von L $(z - b)$ =	5, 0741502	5, 0743804
abgezogen L $(y - b)$ =	5, 0004690	5, 0004728
	0, 0737812	0, 0739076
addirt L $\frac{y}{z}$ =	9, 9271278	9, 9270113

	10, 0009090	10, 0009189
Abgezogen L. sin. ϕ =	8, 1211936	8, 1229950
der Logarith. des folgenden Theils abgezogen ..	1, 8797154	1, 8779239
abgezogen dieses............	75, 80807	75, 49600
von cot. ϕ =	75, 64322	75, 33014
— tang. v =	0, 16485	0, 16586
Folglich ist — v =	9°. 21'. 40"	9°. 25'. 4"
die wahre Anomalie von F, oder v =	170 . 38 . 20.	170. 34. 56.
abgezogen FSN =	161 . 25. 3	161 . 26. 35
Distanz des ☊ vom Perihelio =	9°. 13'. 17".	9° 8'. 21"
zu L. y =	5, 0062193 .	5, 0063810
addiret (L — cos. v) =	9, 9941775 .	9, 9941065
L (— y cos. v) =	5, 0003968	5, 0004881
addiret L. b =	3, 1326800	3, 1371615
L des Zählers =	8, 1330768	8, 1376496
— y cos. v =	100091, 41	100112, 45
addiret (y — b) =	100085, 0	100108, 9
der Nenner =	200176, 4	200221, 3
L des Nenners =	5, 3014129	5, 3015103
L a =	2, 8316639	2, 8361393
Entfernung von der ☉ im Perihelio, a =	678, 628	685, 708
folglich 2a =	1357, 356	1371, 416
und b =	1357, 313	1371, 392
$\delta = 2a - b$ =	0, 043	0, 024

In beeden Fällen ist also die Bahn des Cometen eine sehr eccentrische, und der Parabel nahe kommende Ellypse;

von L δ =	(—2), 6334685	(—2), 3802112
abgezogen L b =	3, 1326800	3, 1371615
Die Characteristick um 10 vermindert L n =	5, 5007885	5, 2430498

$\frac{1}{2} v =$	85°. 19′. 10″.	85°. 17′. 28″
L. $t =$	1, 0868576	1, 0842248
$n =$	0, 0000316	0, 0000175
L. $t^3 =$	3, 2605728	3, 2526744
L. $t^5 =$	5, 4342880	5, 4211240
L. $t^7 =$	7, 6080032	7, 5895736
L. $nt^5 =$	0, 9350765	0, 6641737
L. $n^2 t^7 =$	(—2), 6095802	(—2), 0756730
$t =$	12, 21399	12, 14017
$\frac{1}{3} t^3 =$	607, 36750	596, 42150
$t + \frac{1}{3} t^3 =$	619, 58149	608, 5616
abgezogen	3, 4445	1, 8460
addiret	0, 0174	0, 0051
$t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{3}{5} n t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 -$ &c. $=$	616, 1544	606, 7207
dessen Logarithmus =	2, 7896895	2, 7829888
2 L $a =$	5, 6633278	5, 6722786
abgezogen L. $\sqrt{b} =$	1, 5663400	1, 5685808
	4, 0969878	4, 1036978
abgezogen L $m =$	5, 4345525	5, 4345525
	8, 6624353	8, 6691473
addiret	2, 7896895	2, 7829888
	1, 4521248	1, 4521361
Täge vom Perihelio bis F =	28, 3221	28, 3228
oder =	$28^{\mathrm{T}}.\ 7^{\mathrm{h}}.\ 43'.\ 50''$	$28^{\mathrm{T}}.\ 7^{\mathrm{h}}.\ 44'.\ 50''$
Die Zeit in F ist aber 1680. Decembr. =	$36^{\mathrm{T}}.\ 6^{\mathrm{h}}.\ 1'.\ 38.$	$39.\ 9.\ 1'.\ 38$
Also gieng der Comet durchs Perihel. 1680. Dec.	$7^{\mathrm{T}}.\ 22^{\mathrm{h}}.\ 17'.\ 48''$	$7^{\mathrm{T}}.\ 22^{\mathrm{h}}.\ 16'.\ 48''$
Entfern. im Perihelio von ☉ =	678, 678	685, 708
halbe Parameter =	1357, 313	1371, 392
Distanz des ☊ Knoten vom Perihelio =	9°. 13′. 17″	9°. 8′. 21″
Länge des ☊ Knoten =	9^{s}. 2°. 31. 32″	9^{s}. 2°. 24′. 6″
Neigung der Bahn auf die Ecliptic =	59°. 32. 38.	59. 46. 45

Man

Man vergleiche nun diese zwo herausgebrachten Bestimmungen, mit einer vierten Beobachtung; zum Beyspiel mit der die im Jahre 1680 den 12ten Decembr. gemacht worden welche ist:

J. 1680. Decembr; 12 T. 4 h. 46′. 0″.
Länge des Cometen; = 9ˢ. 6°. 31′. 21″
Breite desselben = 8°. 26′. 0″
Länge der Sonne = 9ˢ. 1°. 51′. 23″.
Entfernung der ☉ von der ♁ = 98275 dessen Logarith. = 4, 9924431

die vorgegebene Zeit, J. 1680		
Decembr.	12 T. 4 h. 46′. 0″	12 T. 4 h. 46′. 0″.
abgezogen die Zeit des Perihelium	7. 22. 17. 48	7. 22. 16. 48
die Zeit T =	4. 6. 28. 12	4. 6. 29. 12
In Tägen ist: T =	4, 26958	4, 27027
L T =	0, 6303852	0, 6304553
addiret L m =	5, 4345525	5, 4345525
	6, 0649377	6, 0650078
abgezogen L $\frac{a^n}{\sqrt{b}}$ =	4, 0969878	4, 1036978
Nach der 7 Aufgabe ist L n =	1, 9679499	1, 9613100
und n =	92, 88592	91, 47660
$\frac{1}{2}n$ =	46, 44296	45, 73830
also $\frac{3}{2}n$ =	139, 32888	137, 21490
L $\frac{3}{2}n$ =	2, 1440412	2, 1374012
2 L $\frac{3}{2}n$ =	4, 2880824	4, 2748024
$\frac{9}{4}n^2$ =	19413, 55	18827, 93
$+1$ =	19414, 55	18828, 93
L. $(\frac{9}{4}n^2+1)$ =	4, 2881271	4, 2748255
L. $\sqrt{(\frac{9}{4}n^2+1)}$ =	2, 1440636	2, 1374128
$\sqrt{(\frac{9}{4}n^2+1)}$ =	139, 3361	137, 2185
addiret $\frac{3}{2}n$ =	139, 3289	137, 2149

	278, 6650	27[illegible], 4331
$L\left(\frac{1}{2}n + \sqrt{\left(\frac{1}{4}n^2 + t\right)}\right) =$	2, 4450823	2, 4384369
Logarith. des größern Theils =	0, 8150274	0, 8128123
Logarith. des kleinern Theils =	9, 1849725	9, 1871876
der größere Theil =	6, 531718	6, 498489
der kleinere Theil =	0, 153099	0, 153882
So ist: $\theta =$	6, 378619	6, 344607
$L.\ \theta =$	0, 8047267	0, 8024047
$L\ \frac{2\delta}{b} =$	(—5), 8018185	(—5), 5440797
$L\ \frac{2\delta\theta}{b} =$	(—4), 6065452)	(—4), 3464844
$2\ L\ \theta =$	1, 6094534	1, 6048094
$L.\ \frac{2\delta\theta^3}{b} =$	(—2), 2159986	(—2), 9512938
	0, 4771213	0, 4771213
$L.\ \frac{2\delta}{3b}\ \theta^3 =$	(—3), 7388773	(—3), 4741725
B. tang. $\theta =$	81°. 5'. 24".	81°. 2'. 35"
oder auch =	291924".	291755"
dessen Logarithme =	5, 4652698	5, 4650183
werde addirt	4, 6855749	4, 6855749
	0, 1508447	0, 1505932
$L.\ \frac{2\delta}{b} =$	(—5), 8018185	(—5), 5440799
$L.\ \frac{2\delta}{b}$ B. tang. $\theta =$	(—5), 9526632	(—5), 6946729
$\theta =$	6, 378619	6, 344607
Abgezogen $\frac{2\delta}{b}.\ \theta =$	0, 000404	0, 000222

ab:

	6, 378215	6, 344385
addirt $\frac{2\delta}{3b} b^3 =$	0, 005481	0, 002980
$\frac{2\delta}{b}$ B. tang. $\theta =$	0, 000089	0, 000049
$t =$ tang. $\frac{1}{2} v =$	6, 383785	6, 347414
L. tang $\frac{1}{2} v =$	10, 8050782	10, 8025969
$\frac{1}{2} v =$	81°. 5'. 50".	81°. 2'. 49".
und $v =$	162. 11. 40.	162. 5. 38.
$b =$	1357, 313	1371, 392
$a =$	678, 678	685, 708
$b - a =$	678, 635	685, 684
L. $(b - a) =$	2, 8316362	2, 8361240
L. $a =$	2, 8316639	2, 8361393
L. $\frac{(b - a)}{a} =$	9, 9999723	9, 9999847
L. — cos. $v =$	9, 9786825	9, 9784370
L. $(b - a) =$	9, 9999723	9, 9999847
	9, 9786548	9, 9784217
$- \frac{b - a}{a}$ cos. $v =$	0, 9525392	0, 9515284
Der Nenner $=$	0, 0479607	0, 0484715
Logarith. des Zählers $=$ L. $b =$	3, 1326800	3, 1371615
Logarith. des Nenners $=$	8, 6808855	8, 6854865
L. $y =$	4, 4517945	4, 4516750
von $v =$	162°. 11'. 40".	162°. 5'. 38"
abgez. die Distanz des ☊ vom Perihelio, $=$	9. 13. 17.	9. 8. 21
Entfernung des Cometen von Knoten $=$	152°. 58'. 23".	152. 57. 17

Es sey also in dem bey B rechtwinklichten Kugeldreyecke CNP (Fig. 6.), der aufsteigende Knoten N, die Ecliptik NP, und die Bahn des Cometen NC, so ist:

NC =	152°. 58′. 23″	152°. 57′. 17″
der Winkel CNP =	59. 32. 38.	59. 46. 45
(sin. CP = sin. NC. sin. N). L sin. NC =	9, 6574473	9, 6577197
(tang. NP = cos. N. tang. NC). L. sin. N =	9, 9355161	9, 9365599
L. sin. CP. =	9, 5929634	9, 5942796
heliocentrische Breite CP =	23°. 3′. 39″.	23°. 8′. 6″
L. cos. N. =	9, 7049036	9, 7018564
L. — tang. NC =	9, 7076705	9, 7080138
L. — tang. NP =	9, 4125741	9, 4098702
folglich NP =	165°. 30′. 10″.	165°. 35′. 20″,
oder NP =	5^s. 15°. 30′. 10.	5^s. 15°. 35′. 20″,
addirt die Länge des Knotens =	9^s. 2°. 31′. 32″.	9^s. 2°. 24′. 6″
heliocentrische Länge =	2^s. 18°. 1′. 42″	2^s. 17°. 59′. 26″
Länge der Erde =	3^s. 1°. 51′. 23″.	3. 1. 51. 23
also der Winkel cST =	13°. 49′. 41″	13°. 51′. 57″
CSc =	23°. 3′. 39″	23°. 8′. 6″
L. y = L. CS =	4, 4517945	4, 4516750
addiret { L. sin. CSc =	9, 5929634	9, 5942796
L. cos. CSc =	9, 9638300	9, 9635903
L. Cc =	4, 0447579	4, 0459546
L. Sc =	4, 4156245	4, 4152653
addirt { L. sin. cST =	9, 3784143	9, 3795762
L. cos. cST =	9, 9872269	9, 9871565
L. cP =	3, 7940388	3, 7948415
L. SP =	4, 4028514	4, 4024218
SP =	25284, 32	25259, 32
von ST =	98275, 00	98275, 00
so ist TP =	72990, 68	73015, 68
von L, cP =	3, 7940388	3, 7948415
abgezogen L. TP =	4, 8632675	4, 8634162

L. tang. STc =	8, 9307713	8, 9314253
STc =	4°. 52'. 24"	4°. 52'. 51"
addirt die Länge der Sonne =	9ˢ. 1°. 51. 23"	9ˢ. 1°. 51'. 23"
Die geocentrische Länge des Cometen =	9ˢ. 6°. 43'. 47"	9ˢ. 6°. 44'. 14"
von L. TP =	4, 8632675	4, 8634162
abgezogen L. cos. STc =	9, 9984272	9, 9984223
L. cT =	4, 8648403	4, 8649939
von L. Cc =	4, 0447579	4, 0459546
L. tang. CTc =	9, 1799176	9, 1809607
geocentrische Breite =	8°. 36'. 18"	8°. 37'. 32"

Es nähert sich also die erste Hypothese, in welcher wir angenommen $r = 72700$ mehr der Wahrheit, als die zweyte, woraus zu schließen, daß r viel kleiner seyn müße, als wir gesetzet haben. Und zwar zeigen die Breiten an, daß r um 835, die Längen aber, daß r um 2763 müsse vermindert werden, der mittlere Werth aus beyden wird also seyn $r = 72700 - 1800 = 70900$. Durch diese Hypothese wird die Bahn des Cometen der Ellypse näher gebracht, und kennt man einmal die Elementen davon, so ist leicht die periodische Zeit des Cometen zu bestimmen. Da diese Untersuchung von Wichtigkeit scheinet, so wollen wir sie weiters vornehmen, und abermals dem r zween Werthe geben, zwischen welchen der wahre enthalten ist. Es sey nun:

r =	70000	72000
so ist, L. r =	4, 8450980	4, 8573325
addirt { L. sin. η =	9, 6128990	9, 6128990
addirt { L. cos. η =	9, 9600122	9, 9600122
L. Gη =	4, 4579970	4, 4702315
L. gη =	4, 8051102	4, 8173447

gy =	63842, 5	65666, 6
gm =	13539, 0	13539, 0
gn =	5875, 0	5875, 0
my =	50303, 5	52127, 6
ny =	57967, 5	59791, 6
ſg =	98407, 0	98407, 0
gy =	63842, 5	65666, 6
ſg + gy =	162249, 5	164073, 6
ſg — gy =	34564, 5	32740, 4
L. (ſg — gy) =	4, 5386302	4, 5150840
L. (ſg + gy) =	5, 2101833	5, 2150387
	9, 3284469	9, 3000453
L. tang. (90 — ½ſgy =	10, 0897890	10, 0897890
L. tang. ½ (gyſ — gſy) =	9, 4182359	9, 3898343
½ (gyſ — gſy) =	14°. 40′. 46″	13°. 47′. 12″
½ (gyſ + gſy) =	50°. 52′. 52″	50°. 52. 52″.
gyſ =	65°. 33. 38″	64°. 40′. 4′
gſy =	36. 12. 6.	37. 5. 40
von L. ſg ſin. ſgy =	14, 9838096	14, 9838096
abgezogen L. ſin. gyſ =	9, 9592327	9, 9560926
L. ſy =	5, 0245769	5, 0277170
L. Gy =	4, 4579970	4, 4702315
L. tang. Gſy =	9, 4334201	9, 4425145
Gſy =	15°. 10′. 41″	15°. 29′. 2″
von L. Gy =	4, 4579970	4, 4702315
abgezogen L. ſin. Gſy =	9, 4180021	9, 4264582
L. ſG =	5, 0399949	5, 0437733
	12, 3790825	12, 3790825
abgezogen 2 L. ſG =	10, 0799898	10, 0875466
L. GO =	2, 2990927	2, 2915359
addirt L. coſ. Gſy =	9, 9845798	9, 9839443

L.

L. ηo =	2, 2836725	2, 2754802
Folglich ηo =	192, 164	188, 573
$\int\eta$ =	105822, 22	106590, 12
S o =	105630, 06	106401, 55
die Winkel $g\eta\int$ =	65°. 33′. 38″	64°. 40′. 4″
$\zeta m\eta$ =	9 . 54 . 8	9 . 54 . 8
ζlo =	75°. 27′. 46″.	74°. 34′. 12″.
von $lm\eta$ =	4, 7015982	4, 7170677
abgezogen L. sin. ζlo =	9, 9858686	9, 9840573
	4, 7157296	4, 7330104
addiret L. sin. $\zeta m\eta$ =	9, 2354458	9, 2354458
addiret L. sin. $g\eta\int$ =	9, 9592327	9, 9560926
L. $l\eta$ =	3, 9511754	3, 9684562
L. ml =	4, 6749623	4, 6891030
Also: $l\eta$ =	8936, 67	9299, 43
abgezogen ηo =	192, 16	188, 57
lo =	8744, 51	9110, 86
L. lo =	3, 9417355	3, 9595593
addirt L. $\frac{\alpha+\beta}{\alpha}$ =	0, 2991128	0, 2991128
L. $\lambda\,\theta$ =	4, 2408483	4, 2586721
vom Winkel $\zeta\,lo$ =	75°. 27′. 46″	74°. 34′. 12″
abgezogen $\zeta k\theta$ =	17 . 10 . 24 .	17 . 10 . 24
$k\theta\lambda$ =	58 . 17 . 22	57°. 23 . 48
von $l\lambda\,\theta$ =	4, 2408483	4, 2586721
abgezogen L. sin. $\zeta k\theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
	4, 7706387	4, 7884625
addirt L. sin. $\zeta\,lo$ =	9, 9858686	9, 9840573
addirt L. sin. $k\theta\lambda$ =	9, 9297837	9, 9255293

L. $k\theta$ =	4, 7565073	4, 7725198
L. $k\lambda$ =	4, 7004224	4, 7139918
ml =	47311, 02	48876, 81
addirt km =	3285, 17	3285, 17
kl =	50596, 19	52161, 98
$k\lambda$ =	50167, 50	51759, 70
$l\lambda$ =	428, 69	402, 28
L. $l\lambda$ =	2, 6321433	2, 6045284
addirt L. $\frac{\alpha}{\beta}$ =	0, 0038429	0, 0038429
L. $l\zeta$ =	2, 6359862	2, 6083713
kl =	50596, 19	52161, 98
$l\zeta$ =	432, 50	405, 85
$k\zeta$ =	51028, 69	52567, 83
$k\theta$ =	57082, 07	59227, 02
$k\theta + k\zeta$ =	108110, 76	111794, 85
$k\theta - k\zeta$ =	6053, 38	6659, 19
L. $(k\theta - k\zeta)$ =	3, 7819979	3, 8234215
L. $(k\theta + k\zeta)$ =	5, 0338690	5, 0484219
	8, 7481289	8, 7749996
L. tang. $(90 - \frac{1}{2}\zeta k\theta)$ =	10, 8210294	10, 8210294
	9, 5691583	9, 5960290
$\frac{1}{2}(k\zeta\theta - k\theta\zeta)$ =	20°. 20′. 44″	21°. 31′. 42″,
$\frac{1}{2}(k\zeta\theta + k\theta\zeta)$ =	81 . 24 . 48 .	81 . 24 . 48
$k'\zeta\theta$ =	101°. 45 . 32 .	102°. 56′. 30
$k\zeta\theta$ =	61°. 4 . 4 .	59 . 53 . 6
ζlo =	75 . 27 . 46 .	74 . 34 . 12
$k\zeta\theta + \zeta lo$ =	177°. 13 . 18 .	177 . 30 . 42 .
$So\zeta$ =	2°. 46′. 42″,	2°. 29′. 18″
von L. sin. $\zeta k\theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
abgezogen L. sin. $k\zeta\theta$ =	9, 9907889	9, 9888258

ad-

	9, 9794207	9, 4813838
addirt L. $k\theta$ =	4, 7565073	4, 7725198
L. $\vartheta\zeta$ =	4, 2359280	4, 2539036
fm =	6672, 1	6672, 1
ml =	47311, 0	48876, 8
$l\zeta$ =	432, 5	405, 8
So ist: $f\zeta$ =	54415, 6	55954, 8
hk =	17245, 1	17245, 1
$k\theta$ =	57082, 1	59227, 0
und $h\theta$ =	74327, 2	76472, 1
L. $f\zeta$ =	4, 7357234	4, 7478373
L. tang. ζ =	9, 6931129	9, 6931129
L. Fζ =	4, 4288363	4, 4409502
L. $h\theta$ =	4, 8711478	4, 8835030
L. tang. θ =	9, 6127775	9, 6127775
L. Hθ =	4, 4839253	4, 4962805
So ist: Hθ =	30473, 7	31353, 1
Fζ =	26843, 3	27602, 6
(Hθ — Fζ) =	3630, 4	3750, 5
L. (Hθ — Fζ) =	3, 5599545	3, 5740892
L. $\zeta\theta$ =	4, 2359280	4, 2539036
L. tang. HNθ =	9, 3240265	9, 3201856
L. Hθ =	4, 4839253	4, 4962805
L. Nθ =	5, 1598988	5, 1760949
der Winkel HNθ =	11°. 54′. 28″	11°. 48′, 21″.
Nθ =	144510, 3	150001, 3
von L. $\zeta\vartheta$ =	4, 2359280	4, 2539036
abgezogen L. $\frac{\alpha+\beta}{\beta}$ =	0, 3029557	0, 3029557
L. ϑo =	3, 9329723	3, 9509479
θo =	8569, 83	8931, 98

No =	135940, 5	141069, 3
½ So ζ =	1°. 23′. 21″.	1°. 14′. 39″
90 — ½ So ζ =	88°. 36. 39.	88. 45. 21
So =	105630, 06	106401, 55
No =	135940, 5	141069, 3
So + No =	241570, 5	247470, 8
No — ſo =	30310, 5	34667, 8
L (No — ſo) =	4, 4815930	4, 5399263
L (No + ſo) =	5, 3830439	5, 3935239
	9, 0985491	9, 1464024
L. tang. (90 — ½ ſo ζ) =	11, 6152831	11, 6631758
L. tang. ½ (oSN — SNo) =	10, 7138322	10, 8095782
½ (oſN — SNo) =	79°. 3′. 40″.	81°. 11′. 15″.
½ (oſN — SNo) =	88. 36. 39.	88. 45. 21
oſN =	167°. 40. 19.	169. 56. 36
SNo =	9. 32. 59.	10. 34. 6
von L ſin. ſo ζ =	8, 6854914	8, 6376495
abgezogen L ſin. oſN =	9, 3294159	9, 2420989
	9, 3560755	9, 3955506
L. No =	5, 1333489	5, 1494324
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
der Winkel gſn =	36°. 12′. 6″	37°. 5′. 40″
oder	1^s. 6°. 12′. 6″.	1^s. 7°. 5. 40″
oſN =	5^s. 17. 40. 19″	5^s. 19°. 56. 36.
	6^s. 23°. 52′. 25″	6. 27. 2. 16″
6^s + g =	16. 0. 29. 2″	16. 0. 29. 2″
Länge des aufſteigenden Knoten	9^s. 6. 36′. 37″.	9^s. 3°. 26′. 46″
L. tang. HN♃ =	9, 3240265	9, 3201856
abgezogen L. ſin. SNo =	9, 2178555	9, 1196138
	10, 1041710	10, 2005718

Neigung der Bahn gegen die Ecliptic =	51°. 48'. 24".	51°. 47'. 2"
L. cos. SN♂ =	9, 9939394	9, 9962000
addirt L. cos. HN☊ =	9, 9905525	9, 9907146
L. cos. SNH =	9, 9844919	9, 9869146
SNH =	15°. 13'. 15".	13°. 59'. 40".
von { L. F♀ =	4, 4288363	4, 4409502
{ L. H☊ =	4, 4839253	4, 4962805
abgezogen L. sin. HN☊ =	9, 3145790	9, 3109002
L. FN =	5, 1142573	5, 1300500
L. HN =	5, 1693463	5, 1853803
$\frac{1}{2}$ SNH =	7°. 36'. 37"$\frac{1}{2}$	6°. 59'. 50".
90 — $\frac{1}{2}$ SNH =	82. 23. 22"$\frac{1}{2}$	83. 0. 10"
SN =	30862, 02	35073, 82
NF =	130094, 03	134911, 87
SN + NF =	160956, 05	169985, 7
NF — SN =	99232, 01	99838, 05
L (NF — SN) =	4, 9966517	4, 9992961
L (NF + SN) =	5, 2067073	5, 2304124
	9, 7899444	9, 7688837
L. tang. (90 — $\frac{1}{2}$ SNH) =	10, 8741495	10, 9110303
L tang. $\frac{1}{2}$ (NSF — NFS) =	10, 6640939	10, 6799140
$\frac{1}{2}$ (NSF — NFS) =	77°. 36'. 18",	78°. 11'. 48"
$\frac{1}{2}$ (NSF + NFS) =	82. 23. 22"$\frac{1}{2}$	83. 0. 10".
NSF =	160. 9'. 41".	161. 11. 58"
NFS =	4. 37. 4".	4. 48. 22".
L. sin. SNH =	9, 4191955	9, 3835062
abgezogen L. sin. NFS =	8, 9058404	8, 9231624
	0, 5133553	0, 4603438
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
L. SF =	5, 0027797	5, 0053268

NH =	147688, 39	153242, 89
SN =	30862, 02	35073, 82
(NH + SN) =	1785050, 41	188316, 71
(NH — SN) =	1168026, 37	118169, 07
L. (NH — SN) =	5, 0675410	5, 0725038
L. (NH + SN) =	5, 2517608	5, 2748889
	9, 8157802	9, 2976149
L. tang. (90 — $\frac{1}{2}$ SNH) =	10, 4741495	10, 9110303
	10, 6899297	10, 7086452
$\frac{1}{2}$ (NSH — NHS) =	78°. 27′. 30″ $\frac{2}{3}$	78°. 55′. 49″ $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$ (NSH + NHS) =	82. 23. 22 $\frac{1}{2}$	83. 0. 10
NSH =	160°. 50. 53″ $\frac{1}{6}$	161°. 56′. 9″ $\frac{1}{4}$
NSF =	160. 9. 41.	161. 11. 58
FSH =	0. 41′. 12″ $\frac{1}{6}$	0. 44′. 11″ $\frac{1}{4}$
NHS =	3°. 55′. 52″.	4. 4. 11″
von L. fin. SNH =	9, 4191955	9, 3835062
abgezogen L. fin. NHS =	8, 8360518	8, 8510771
	0, 5831437	0, 5324291
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
L. SH =	5, 0725681	5, 0774121
FS = y =	100642, 1	101234, 1
HS = z =	118186, 6	119512, 2
φ =	0°. 41′. 12″ $\frac{1}{6}$	0°. 44′. 11″ $\frac{1}{4}$
L. fin. φ =	8, 0786123	8, 1090132
L. cof. φ =	9, 9999688	9, 9999641
L. cot. φ =	11, 9213565	11, 8909509
L. y =	5, 0027797	5, 0053268
L. z =	5, 0725681	5, 0774121
L. yz =	10, 0753478	10, 0827389

L.

L. y^2z^2 =	20, 1506956	20, 1654778
abgezogen	13, 2823898	13, 2823898
	6, 8683058	6, 8830880
addirt 2 L. sin. φ =	16, 1572246	16, 2180264
	3, 0255304	3, 1011144
erster Theil =	1060, 548	1262, 160
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 0376739	5, 0413694
	0, 4771213	0, 4771213
	4, 5605526	4, 5642481
2 L. sin. φ =	16, 1572246	16, 2180264
	0, 7177772	0, 7822745
folgender Theil =	5, 221	6, 057
also b =	1065, 769	1268, 217
y =	100642, 1	101234, 1
z =	118168, 6	119512, 2
$y - b$ =	99576, 4	99965, 9
$z - b$ =	117120, 9	118244, 0
von L. $(z - b)$ =	5, 0686344	5, 0727790
abgezogen L. $(y - b)$ =	4, 9981564	4, 9998519
	0, 0704780	0, 0729271
addirt L. $\frac{y}{z}$ =	9, 9302116	9, 9279147
	10, 0006896	10, 0008418
abgezogen L. sin. φ =	8, 0786123	8, 1090132
	1, 9220773	1, 8918286
abzuziehen =	83, 57518	77, 95224
von cot. φ =	83, 43658	77, 79487
— tang. v =	0, 13860	0, 15737
wahre Anomalie von F = v =	172°. 6′. 32″.	171°. 3′. 24″.
abgezogen FSN =	160°. 9′. 41″.	161°. 11′. 58″

Distanz

Distanz des Knoten vom Perihelio =	11°. 56′. 51″.	9°. 51′. 26″.
L. y =	5, 0027797	5, 0053268
addirt L — cos. v =	9, 9958679	9, 9946878
L — y cos. v =	4, 9986476	5, 0000146
addirt L. b =	3, 0276634	3, 1031935
Logarith. des Zählers =	8, 0263110	8, 1032081
— y cos. v =	99689, 10	100003, 36
$y - b$ =	99576, 4	99965, 9
der Nenner =	199262, 5	199969, 2
L. des Nenners =	5, 2994320	5, 3009631
L. a =	2, 7268790	2, 8022450
Distanz von ☉ im Perihelio = a =	533, 1864	634, 1274
also $2a$ =	1066, 3728	1268, 4548
b =	1065, 769	1268, 217
$\delta = 2a - b$ =	0, 603	0, 237
L. δ =	9, 7803173	9, 3747483
L. b =	3, 0276634	3, 1031935
abezogen 10 von der Charakter. L. n =	6, 7526539	6, 2715548
$\frac{1}{2} v$ =	86°. 3′. 16″	85°. 31′. 42″
L. t =	1, 1613272	1, 1067702
L. t^3 =	3, 4839816	3, 3203106
L. t^5 =	5, 8066360	5, 5338510
L. t^7 =	8, 1292904	7, 7473914
L. n^2 =	13, 5053078	12, 5431096
L. nt^5 =	2, 5592899	1, 8054058
L. n^2t^5 =	9, 3119438	8, 0769606
L. n^2t^7 =	1, 6345982	0, 2905010
L. n^3t^7 =	8, 3872521	6, 5620558
L. n^3t^9 =	9, 5485793	7, 6688260

t =

$t =$	14, 4986	12, 7870
$\frac{1}{3} t^3 =$	1015, 9220	696, 9303
$\frac{2}{5} n^2 t^5 =$	0, 1231	0, 0071
$\frac{2}{7} n^2 t^7 =$	18, 4766	0, 8366
	1049, 0203	710, 5610
abgezogen $\frac{2}{5} n^3 t^5 =$	144, 9940	25, 5544
	904, 0263	685, 0066
abgezogen $\frac{4}{7} n^3 t^7 =$	0, 0139	0, 0002
$\frac{4}{9} n^3 t^9 =$	0, 1572	0, 0020
$t + \frac{1}{3} t^3 +$ &c. $=$	903, 8552	685, 0044
2 L. $a =$	5, 4537580	5, 6044900
L. $\sqrt{b} =$	1, 5138317	1, 5515967
	3, 9399263	4, 0528933
L. $m =$	5, 4345525	5, 4345525
	8, 5053738	8, 6183408
addirt L. $(t + \frac{1}{3} t^3 +$ &c.$) =$	3, 9560989	2, 8356934
	1, 4614727	1, 4540342
Täge von Perihelio bis an F $=$	28, 9383	28, 4468
oder $=$	$28^T.\ 22^h.\ 31'.\ 9''.$	$28^T.\ 10^h.\ 43'.\ 23''.$
der Comet war in F 1680 Monath Dec. $=$	$36^T.\ 6^h.\ 1',\ 38''$	36. 6. 1. 38
Gieng durchs Perihelium, 1680 M. Dec. $=$	$7^T.\ 7^h.\ 30'.\ 29''$	$7.\ 19.\ 18'.\ 15''$
perihelische Distanz $= a =$	533, 1864	634, 2274
halbe Parameter $= b =$	1065, 769	1268, 217
Distanz des ☊ Knoten von Perihelio $=$	$11°.\ 56'.\ 51''$	$9°.\ 51'.\ 26''$
heliocentrische Länge des ☊ Knoten $=$	$9^s.\ 6°.\ 36.\ 37.$	$9^s.\ 3°.\ 26'.\ 46$
Neigung auf die Ecliptik $=$	$51°.\ 48.\ 24''.$	$57°.\ 47.\ 2''$

Auf die nämliche Art werde der geocentrische Ort des Cometen berechnet,

für 1680, Monath Decembr.	$12^T.\ 4^h.\ 46'.\ 0''.$	$12^T.\ 4^h.\ 46'.\ 0''$
abgezogen die Zeit des Perihelium	7. 7, 30. 29.	7. 18. 19. 15

T =	4. 21. 15'. 30''	4. 9. 27'. 45''
in Zehntheilchen T =	4. 8857	4. 3943
(Aufgabe 8) L. $(2a-b)$ =	9, 7803173	9, 3747482
die Hälfte =	9, 8901586	9, 6873742
$\frac{3}{2}$ L. $(2a-b)$ =	9, 6704759	9, 0621225
L. T =	0, 6889268	0, 6428897
addirt =	11, 0500076	11, 0500076
	11, 4094103	10, 7550198
abgezogen 3 L a =	8, 1806370	8, 4067350
L u =	3, 2287733	2, 3482848
Folglich u =	1693'', 4	223'', 0
mittlere Anomalie = u =	0°. 28'. 13''.	0°. 3'. 43''
$b-a$ =	532, 583	633, 990
L. $(b-a)$ =	2, 7263872	2, 8020824
L. a =	2, 7268790	2, 8022450
L. $\frac{b-a}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
Es seye ϱ =	21°. 30'. 0''	10°. 30'. 0''
L. sin. ϱ =	9, 5640754	9, 2606330
addirt	5, 3139333	5, 3142625
L. $\frac{(b-a)}{a}$ sin. ϱ =	4, 8780087	4, 5748955
$\frac{b-a}{a}$ sin. ϱ =	75510'', 7	37574'', 7
addiret u	1693, 4	223, 0
	77204, 1.	37797, 7
$u + \frac{b-a}{a}$ sin. ϱ =	21°. 26'. 44'',	10°. 29'. 57''.
abgezogen ϱ =	21. 30. 0.	10. 30. 0''

der

der Zähler =	$-3'. 16''$.	$-0'. 3''$.
L. cos. ϱ =	9, 9686779	9, 9926661
L. $\frac{(b-a)}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
	9, 9681861	9, 9925035
$1 - \frac{(b-a)}{a}$ =	0, 070634	0, 017112
so ist z =	$-46'. 15''$.	$-2'. 55''$.
und ω =	$20°. 43'. 5''$.	$10°. 27'. 5''$.
$\frac{1}{2}\omega$ =	$10 . 21 . 32''\frac{1}{2}$	$5 . 13 . 32\frac{1}{2}$
L. tang. $\frac{1}{2}\omega$ =	9, 2619149	8, 9612284
abgezogen L. $\frac{\sqrt{2a-b}}{b}$ =	8, 3763269	8, 1357774
L. tang. $\frac{1}{2}v$ =	10, 8856380	10, 8254510
Also $\frac{1}{2}v$ =	$82°. 35'. 9''\frac{1}{2}$	$81°. 29'. 56''\frac{1}{2}$
wahre Anomalie v =	$165 . 10 . 19''$	$162 . 59 . 53$.
L. — cos. v =	9, 9852909	9, 9805920
L. $\frac{b-a}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
	9, 9847991	9, 9804294
$-\frac{b-a}{a}$ cos. v =	0, 965604	0, 955937
Nenner =	0, 034395	0, 044062
L. b =	3, 0276634	3, 1031935
Logarithmus des Nenners =	8, 5364953	8, 6440642
L. y =	4, 4911681	4, 4591293
von v =	$165°. 10'. 10''$.	$162°. 59'. 53''$.
Distanz des ☊ von Perihelium =	11 . 56 . 51	$9 . 51 . 26''$.
NC = Distanz des Comet von ☊ (Fig. 6) =	$153 . 13 . 28''$.	$153 . 8 . 27''$.
CNP =	$51 . 48 . 24''$	$57 . 47 . 2''$.

L. sin. NC =	9, 6536916	9, 6549454
L. sin. N =	9, 8953998	5, 9273925
L. sin. CP =	9, 5490914	9, 5823379
L. cos. N =	9, 7911844	9, 7268202
L. — tang. NC =	9, 7029480	9, 7045221
L. — tang. NP =	9, 4941324	9, 4313423
heliocentrische Breite CP =	20°. 44′. 12″.	22°. 28′. 21″.
NP =	162. 40′. 22″.	164. 53. 28″
oder NP =	5ˢ. 12. 40. 22″.	5ˢ. 14. 53. 28″
addiret die Länge des ☊ =	9. 6. 36. 37″.	9. 3. 26. 46″
heliocentrische Länge =	2ˢ. 19. 16. 59″	2ˢ. 18. 20. 14″.
Länge der Erde =	3. 1. 51′. 23″	3. 1. 51. 23
der Winkel cST =	12. 34. 24.	13. 31. 6
CSc =	20. 44. 12.	22. 28. 21
Ly = L. CS =	4, 4911681	4, 4591293
L. sin. CSc =	9, 5490914	9, 5823379
L. cos. CSc =	9, 9709127	9, 9657017
L. Cc =	4, 0402595	4, 0414672
L. Sc =	4, 4620808	4, 4248310
addiret { L. sin. cST =	9, 3378364	9, 3687698
addiret { L. cos. cST =	9, 9894579	9, 9877967
L. cP =	3, 7999172	4, 7936208
L. SP =	4, 4515387	4, 4126277
SP =	28283, 9	25859, 9
von ST =	98275, 0	98275, 0
TP =	69991, 0	72415, 0
von L. cP =	3, 7999172	3, 7936208
abgezogen L. TP =	4, 8450422	4, 8598285
L. tang. STc =	8, 9548750	8, 9337923
STc =	5°. 9′. 1″.	4°. 54. 27″.
Länge der Sonne =	9ˢ. 1°. 51. 23″.	9ˢ. 1°. 51′. 23″

geo-

geocentrische Länge des Cometen =	$9^{s}. 7°. 0'. 24''.$	$9^{s}. 6°. 45'. 50''$
von L. TP =	4, 8450422	4, 8598285
abgezogen L. cos. STc =	9, 9982431	9, 9984053
LcT =	4, 8467991	4, 8614232
L. Cc =	4, 0402595	4, 0414672
L. tang. CTc =	9, 1934604	9, 1800440
geocentrische Breite =	$8°. 52'. 24''.$	$8°. 36'. 27''.$

Es erhellet also aus den beobachteten Längen und Breiten, daß der wahre Werth von *r* größer seye als 72000: durch vorhergehende Hypothese haben wir aber den Werth von *r* kleiner erhalten als 72700; und alle vier berechneten Längen, so wohl als Breiten sind größer ausgefallen, als die Beobachtungen gaben; folglich ist klar, daß wenn wir den Werth *θ* von *r* zwischen 72000 und 72700 annehmen, dieses nothwendig die **Längen** und **Breiten** vermindern, und also der Wahrheit näher bringen müsse. Es geben aber alle zwischen 72000, und 72700 enthaltenen Werthe von *r* beynahe gleiche Längen, und Breiten, so wird der kleinste davon, dem mittleren Werthe 72350 entsprechen; welchen wir für den wahren Werth von *r* annehmen wollen, da es sonst schwer fallen würde ihn näher zu bestimmen. Vergleichen wir nun diese zwo Hypothesen mitsamm

Hypothese . . . . *r* . =	72000	72700
Durchgang durch das Perihelium 1680. Dec.	$7^{T}. 19^{h}. 18'. 15''$	$7^{T}. 22^{h}. 17'. 48''.$
Entfernung von ⊙ im Perihelio =	634, 227	678, 678
halbe Parameter =	1268, 217	1357, 313
Distanz des Knoten vom Perihelio =	$9°. 51'. 26''.$	$9°. 13'. 17''.$
heliocentrische Länge des ☊ Knoten =	$9^{s}. 3°. 26'. 46''.$	$9^{s}. 2°. 31. 32''.$
Neigung der Bahn gegen die Ecliptik =	$57°. 47'. 2''.$	$59°. 32'. 38'',$

Nimmt man also aus diesen verschiedenen Bestimmungen das Mittel, so erhält man folgende beynahe wahren Elementen des Cometen:

Die Zeit des Perihelium, 1680 Decemb.	$7^{T}. 20^{h}. 48'. 0''$
Entfernung von ⊙ im Perihelio =	656, 4525
halbe Parameter =	1312, 7650
Entfernung des aufsteig. Knoten vom Perih. =	$9°. 32'. 21''$
heliocentrische Länge des ☊ Knoten =	$9^{s}. 2°. 59'. 9''$
Neigung gegen die Ecliptik =	$58°. 39'. 50''$

Diese Elementen sind von jenen nicht sehr unterschieden, welche Neuton und Halley gefunden haben, jener durch die geometrische Zeichnung, dieser aber durch Berechnung, jedoch

 so,

so, daß er eben jenen Ort der Knoten, jene Neigung der Bahn, und dieselbe Zeit des Perihelium beybehielte, welche Nevton angegeben hat, und beede betrachten die Laufbahn des Cometen als eine wahre Parabel. Da aber die blosse Zeichnung sehr unsicher ist, und Halley die meisten hiedurch gefundenen Elemente beybehielt, so darf der Unterschied zwischen meinen, und jenen Bestimmungen niemand befremden, und vielmehr ist merkwürdig, daß die Differenz nicht beträchtlicher ausgefallen ist. Die Elemente des Nevton sind:

Die Zeit des Perihelium 1680. December.	$8^{t}.\ 0^{h}.\ 4'.$
Entfernung von ⊙ im Perihelio =	607, 5
halbe Parameter =	1215, 0
Entfernung des ☊ vom Perihelio =	$9^{\circ}.\ 20'.\ 0''.$
Länge des ☊ Knoten =	$9^{s}.\ 1^{\circ}.\ 53'.\ 0''.$
Neigung gegen die Ecliptik =	$61^{\circ}.\ 20'.\ 20''.$

Die Bahn dieses Cometen könnte auf weitere unten beschriebene Art verbessert, und mit Hülfe vieler und genauer Beobachtungen zu jenen Grad der Vollkommenheit gebracht werden, daß sich aus selben die grosse Achse der Bahn, und folglich auch die periodische Zeit angeben ließe. Diese Arbeit überlasse ich aber andern Liebhabern, und begnüge mich mit den herausgebrachten Elementen, aus welchen ich die periodische Zeit berechnen will:

Die Distanz im Perihelio von der Sonne $= a =$	656, 4525
$2a =$	1312, 9050
abgezogen $b =$	1312, 7650
so ist $2a - b =$	0, 1400
Es ist aber L. $a =$	2, 8172032
folglich L. $a^2 =$	5, 6344064
abgezogen L $(2a - b) =$	9, 1461280
Logarithmus der halben Zwerchachse =	6, 4882784
dessen Hälfte addirt, =	3, 2441392
	9, 7324176
abgezogen L. $c\sqrt{c} =$	7, 5000000
	2, 2324176
die periodische Zeit ist =	170, 77 Jahre.

Dieser Comet soll also nach hundert siebenzig Jahren wieder an sein Perihelium kommen, und obgleich der geringste Unterschied in dem Werthe von $(2a - b)$, diese Zeit beträchtlich verändern könnte, so wird sie doch nicht sehr von der Wahrheit abweichen. Man könnte zwar einwenden, daß vor 170 Jahren dieser Comet nicht ist beobachtet worden, weder in Halleys Tafel sich einer findet, dessen Elemente mit diesen zusamm treffen, aber diese Einwendung erweiset gegen die Richtigkeit der Berechnung nicht das geringste; dann erstens hängt die scheinbare Lage des Cometen sehr viel von dem Orte der Erde in der Ecliptik ab, wenn sich diese

nun.

nun an eben denen Zeichen befindet, welchen der Comet nahe ist, so wird er in vollem Glanz gesehen werden, und die scheinbare Länge seines Schweifes, wird nicht nach dessen wahrer Größe, sondern in der Beziehung auf die Lage der Erde geschäzet. Beydes traf bey dem Cometen des Jahres 1680 ein, welcher nicht allein dem Orte der Erde sehr nahe kam, sondern auch solch eine Richtung Cc (Fig. 8) seines Schweifes längst der Erde T hatte, daß dessen scheinbare Größe, oder der Winkel CTc außerordentlich groß gewesen ist; ob er gleich wegen den sehr kleinen Abstand im Perihelio, einen größeren Schweif als die übrigen mag gehabt haben. Hieraus erhellet, wenn dieser Comet künftig wieder zurückkehren, oder schon öfter an seinem Perihelio gewesen seyn sollte, daß er jedesmal nach der veränderten Lage der Erde, anders müsse gesehen werden, so daß man ihn für eben denselben kaum würde erkennen können. Ferners ist besonders merkwürdig, daß dieser sehr große Himmelskörper, öfters zur Sonne zurückkehren kann, ohne doch von uns Erde Bewohnern entdeckt zu werden, dann er hat mit dem Cometen von 1742 dieses gemein, daß er beynahe früher verschwunden ist, als seine Entfernung von der Erde, die Entfernung von der Sonne übertroffen hat. Da nun die Erde zu jener Zeit, wo der Comet zurückgekehrt ist, so konnte gestanden haben, daß er immer weiter von ihr entfernet war, als sie von der Sonne, so war es unmöglich ihn zu beobachten; daher es nicht zu verwundern ist, wenn dieser Comet niemals noch ist gesehen worden, so viel sich wenigstens aus den Beobachtungen schließen läßt. Hiedurch wird jenes bestärkt, was ich vorhin gemuthmasset habe, daß nämlich kein Comet kann beobachtet werden, welcher nicht der Erde näher ist, als die Sonne, und so könnten wohl viele Cometen, öfter um die Sonne ihre ordentliche Laufbahn beschreiben, ohne von uns bemerkt zu werden. Vielleicht ist also die Anzahl, der zu unseren Sonnensystem gehörenden Cometen größer, als wir vermuthen; ob aber auch jene Cometen manchmal sichtbar sind, welche zu dem System irgend eines Fixsternes gehören, will ich eben nicht behaupten, besonders da ihre Entfernung in diesem Falle mehr als tausendmal größer seyn müßte, als jene ist, in welcher sich die Cometen unsers Sonnensystems uns sichtbar darstellen.

Da übrigens die Cometen keine ungemein große Körper sind, und ihr Lauf sehr schnell ist, wenn sie am nächsten bey der Erde vorbeygehen, so kann ihre Wirkung auf diese nicht von großen Folgen seyn: ausgenommen sie stünden in ihren Knoten, und schnitten daselbst die Bahn der Erde, wo dann aus der wechselseitigen Anziehung sowohl, als auch dem Stoß gegen die Erde, die traurigsten Folgen zu befürchten wären. Daß sie aber in grösseren Entfernungen die Bewegung der Erde kaum zu verwirren im Stande sind, kömmt daher, weil die Kraft der Sonne, welche die Erde in ihrer Bahn erhält, ohne Vergleich größer ist, als jede Kraft, die immer ein Comet haben könnte, und folglich diese, von jener ganz übertroffen, und vernichtet wird. Dieses alles ist jedoch nur von denen Kräften des Cometen zu verstehen, deren Richtungen in der Fläche der Ecliptik liegen; wenn aber die Richtung senkrecht auf selbe wäre, so würde sich die Sache ganz anders verhalten; dann da könnte die Kraft der Sonne sie nicht aufheben, sie würden also ungehindert wirken, und durch ihr Bestreben die Erde Süd- oder Nordwärts zu verrücken, würden sie selbe in eine andere Lage bringen. Dieses Verrücken könnte die Achse der Erde zwar nicht verändern, aber die Schiefe der Ecliptik, und die Lage der äquinoctial Punkte, würde diese Wirkung um so

mehr

mehr empfinden, je näher der Comet der Erde stünde, und je größer zu selber Zeit die Breite desselben wäre. Aus diesen Gründen bin ich versucht, die wandelbare Schiefe der Ecliptik, und die jetzt bemerkte Veränderung in der Länge, und Breite der Fixsterne, ganz allein der Wirkung der Cometen zuzuschreiben, welcher Gedanke sich aber leicht beweisen, oder auch widerlegen ließe, wenn man auf die Schiefe der Ecliptik nach der Erscheinung eines Cometen Acht haben wollte. Und zwar, wären die Astronomen zu ersuchen auf den Cometen des Jahres 1742 wohl zu merken, ob in der Schiefe der Ecliptik eine merkliche Veränderung zu dieser Zeit sich zugetragen hat, oder nicht. Ueberhaupt aber besteht die Wirkung jener Cometen, die in ihrem Perigäo der Erde sehr nahe kommen, und zugleich eine sehr merkliche Breite haben in folgenden:

Wenn die Breite des Cometen nördlich ist, und

Die Sonne im Widder	so werden die äquinoctial Punkte nicht verändert, die Schiefe der Ecliptik aber wird vermehret.
Die Sonne im Krebse	so werden die äquinoctial Punkte fortgerückt, die Schiefe der Ecliptik bleibt unverändert.
Die Sonne in der Waage	so werden die äquinoktial Punkte nicht verändert, die Schiefe der Ecliptik aber wird vermindert.
Die Sonne im Steinbock	so gehen die äquinoctialpunkte zurück, die Schiefe der Ecliptik aber bleibt unverändert.

Wenn die Breite südlich ist, werden diese Wirkungen umgekehrt seyn.

Diese Veränderung der äquinoktialpunkte, muß von dem bekannten **Vorrücken der Nachtgleichen** wohl unterschieden werden, welches nicht von der veränderten Schiefe der Ecliptik, sondern von der veränderten Achse der Erde selbst herkömmt, die doch von Cometen nicht verrücket wird. Auch diese Art würde folglich, die von den Astronomen angenommene Regel: **daß die Nachtgleichen jährlich um 50″ zurücke gehen**, auch nicht geringe Ausnahme leiden. Daraus endlich, daß in den ältesten Zeiten die Schiefe der Ecliptik so sehr ist vermindert worden, ist zu schliessen, daß mehrere Cometen entweder mit einer nördlichen Breite, da die Sonne in nördlichen Zeichen war, oder mit einer südlichen Breite, da die Sonne in südlichen Zeichen gewesen ist, sich der Erde mögen genahet, und daß ihre Kräften die Oberhand müßen behauptet haben.

Berech-

Berechnung der Bahn des Cometen von 1744.

Die Beobachtungen, durch welche ich diese Bahn zu bestimmen gedenke, sind mir von Paris überschicket worden, und da sie mit vieler Sorgfalt gemacht scheinen, hielte ich sie auf meine Methode sehr anwendbar. Die erste Beobachtung wurde zu Lausanne in der Schweitz, schon den 13. Decembr. 1743. gemacht, und verdienet also eine vorzügliche Bemerkung, weil sie die erste aus allen ist, die mir bekannt sind. Auf den Pariser Mittagskreise gebracht, lauten sie also:

	scheinbare Zeit.	Länge des Cometen.	Breite des Cometen nördlich
	T h ' "		
1743 Decemb.	13. 8. 1. 45.	♈. 28°. 26'. 13".	15°. 11'. 0".
1744 Jänner	3. 5. 27. 40.	14. 11. 10.	17. 32. 50.
Jänner	7. 5. 1. 43.	12. 3. 10.	17. 51. 30.
Jänner	18. 7. 2. 0.	♈. 6. 57. 15.	18. 37. 5.

Da ich zu meiner Berechnung drey Beobachtungen brauche, bey welchen die Unterscheide der Zeiten nicht sehr ungleich sind, so wähle ich die erste, zweyte, und vierte mit Auslassung der dritten, die der zweiten allzu nahe ist; dann da der Comet in dieser Zeit seine Länge nur wenig verändert hat, so ist es besser etwas entfernte Beobachtungen zu nehmen. Man bringe sie auf die **mittlere Zeit**, und berechne für selbe den Ort der Sonne, und ihre Distanz von der Erde, so ist:

Beobachtung.	Berlin, mittlere Zeit	Länge des Cometen	Breite desselben
	T h		
I.	1743 Decemb. 13. 8. 40'.	0ˢ. 28°. 26'. 13"	15°. 11'. 0,
II.	1744 Jänner. 3. 6. 17'.	0. 14. 11. 10	17. 32. 50.
III.	Jänner. 18. 7. 57.	0. 6. 57. 15	18. 37. 5
	Ort der Sonne	Logar. der Distanz.	
I.	8ˢ. 21°. 30'. 14"	4, 992903	
II.	9. 12. 48. 18".	4, 992721	
III.	9. 28. 9. 37	4, 993032	

Die Zeit zwischen der ersten und zweyten Beobachtung ist, 20ᵀ. 21ʰ. 37'.

zwischen der zweyten und dritten = 15ᵀ. 1ʰ. 40.

Man drücke Stunden und Minuten in Decimalen der Täge aus, um die Werthe von α und β zu erhalten, so ist:

$\alpha = 20,\ 9008$	$L.\ \alpha = 1,\ 320136$
$\beta = 15,\ 0694$	$L.\ \beta = 1,\ 178096$

Es werde sodann eine Figur, nach den Beobachtungen gezeichnet, in welcher (Fig. 9) die Tafel, der Ecliptik Fläche vorstelle; die Sonne sey in S die Erde in f; g; h zu Zeit der drey Beobachtungen; ferners die Länge des Cometen in der ersten Beobachtung $f\zeta$; in der zweyten $g\eta$, in der dritten $h\theta$; man ziehe nun diese Linien, davon die erste und dritte sich in k; die erste und zweyte in m; die zweyte und dritte in q schneiden, so ist:

$L.\ Sf = 4,\ 992903$	$Sf\zeta = 126^\circ.\ 55'.\ 59''$
$L.\ Sg = 4,\ 992721$	$Sg\eta = 91\ .\ 22'.\ 52''$
$L.\ Sh = 4,\ 993032$	$Sh\theta = 68\ .\ 47'.\ 38''$
$fSg = 21^\circ.\ 18'.\ 4''.$	$fk\theta = 21^\circ.\ 28'.\ 58''$
$gSh = 15\ .\ 21\ .\ 19.$	$fmg = 14\ .\ 15\ .\ 3$
$fSh = 36\ .\ 39\ .\ 23.$	$g\eta h = 7\ .\ 13\ .\ 55$

Wäre nun die wahre Entfernung des Cometen von der Erde zu Zeit der mitleren Beobachtung bekannt, so ließe sich die Bahn des Cometen bestimmen; in Ermanglung dessen also, sind verschiedene Distanzen anzunehmen, und aus jeder ist die entsprechende Bahn abzuleiten, damit erhelle, welche der Parabel am nächsten komme, weil doch diese krumme Linie mit der wahren Cometen Bahn am besten eintrift. Sollte man aber daran zweifeln, so müßte eine vierte von den drey erstern sehr entfernte Beobachtung zu Hilfe genommen, und aus den verschiedentlich gefundenen Elementen der Ort zur Zeit der vierten Observation berechnet werden, damit sich zeige, welche Hypothese damit am besten übereinkomme. Zu diesem Ende wählte ich die auf unserer academischen Warte gemachte Beobachtung vom 18 Hornung, wo der Comet mit dem Sterne α in dem Flügel des Pegassus ist verglichen worden, und woraus ich erhielt:

		Länge	Breite.	
M. Z. 1744. Hornung	$18^{T}.\ 6^{h}.\ 43'.$	$11^s.\ 19^\circ.\ 57.\ 0''$	$19^\circ.\ 10'.\ 56''$	N.
Die länge der Sonne war		$10^s.\ 29^\circ.\ 30'.\ 40''$		

Enfernung von der Erde Log. = 4, 995309.

Nach verschiedenen Hypothesen über die Enfernung des Cometen von der Erde zu Zeit der mittleren Beobachtung fand ich jene am genauesten, welche zugleich die Parabel am nächsten vorstellte. Anfangs war ich der Meynung, daß dieser Comet wegen seines hellen Lichtes von uns nicht weit entfernet sey, setzte also die gesuchte Entfernung auf 20000, und 30000, wenn die mittlere der Erden = 100000, welches aber eine ellyptische, dem Cirkel sehr nahe kommende Laufbahn gab, also zu sehr von der Wahrheit abwiche, die Distanz mußte folglich größer genommen werden, ich fand auch, daß die Laufbahn sich nicht bevor in eine Hyperbel veränderte, als bis ich die Entfernung = 110000 gesetzt hatte; und daß die Distanz, welche der vierten Beobachtung Genüge leistete, zwischen 101000 und 106000 fiele; also die Entfernung des Cometen von der Erde wieder alles Vermuthen größer wurde als ich anfangs glaubte. Es war folglich dieser Comet beynahe so weit von uns als die Sonne entfernet, und da dessen scheinbarer Durchmesser beyläufig auf eine Minute geschätzt wurde, so verhält sich sein wahrer Durchmesser zu dem der Erde fast wie drey zu eines.

Es sey nun der wahre Ort des Cometen zu Zeit der zweyten Beobachtung in G, von welchem ein Loth Gy auf die Ecliptik falle, und da die Entfernung Gg bekannt angenommen wird, weil der Winkel $Ggy = 17°. 32'. 50''$; so ist: $Gy = Gg. \sin. Ggy$ und $gy = Gg \cos. Ggy$; die zwey oben gemachte Hypothesen geben nun folgende Berechnung:

	A.	B.
Gg =	101000	106000
L. Gg =	5, 004321	5, 025206
addirt { L. sin. Ggy =	9, 479275	9, 479275
L. cos. Ggy =	9, 979306	9, 979306
L. Gy =	4, 483596	4, 504581
L. Gy =	4, 983627	5, 004612

Man ziehe nun aus der Sonne die Linie fy, und weil im Dreyecke fgy, die Seiten fg; gy mit dem eingeschlossenen Winkel $fgy = 91°. 22'. 52''$, bekannt ist, so wird die Summe der übrigen Winkel seyn, $88°. 37'. 8''$. und die Hälfte, $= 44°. 18'. 34''$. woraus jeder der zween übrigen Winkel leicht zu finden, woraus dann $fy = \frac{fg \sin. fgy}{\sin. fyg}$.

	A.	B.
von L. ſg =	4, 992721	4, 992721
abgezogen L. gη =	4, 983627	5, 004612
L. tang. =	10, 009094	10, 011891
des Winkels	45°. 36′. ½″	45°. 47′. 3″, 6
abgezogen	45°. 0 0.	45°. 0. 0
Rest der Winkel	0. 36′. ½″	0. 47′. 3″, 6
L. tang. =	8, 019943	8, 136401
L. tang. ½ Summe =	1, 989530	9, 989530
L. tang. ½ Differenz =	8, 009473	8, 125931
½ Differenz =	0°. 35′. 8″	0. 45′: 56″
½ Summe =	44. 18. 34″	44. 18. 34″
ſηg =	44°. 53. 42″.	43°. 32′. 38″
gſη =	43. 43. 26″.	45. 4. 30
Ferners ist L. ſg =	4, 992721	4, 992721
L. ſgη =	9, 999874	9, 999874
	4, 992595	4, 992595
abgezogen L. sin. ſηg =	9, 848687,	9, 838162
L. ſη =	5, 143908	5, 154433
ſη =	139287	142763

Da nun im rechtwinklichten Dreyecke Gηſ, die Seiten ſη; Gη gegeben sind, so ist: tang- $G ſη = \frac{Gη}{ſη}$ und $G ſ = \frac{ſη}{\cos. G ſη}$.

von L. Gη =	4, 483596	4, 504581
abgezogen L. ſη =	5, 143908	5, 154433
L. tang. Gſη =	9, 339688	9, 350148
H Beobachtung heliocentrische Breite Gſη =	12°. 19′. 55″	12°. 37′. 23″.
abgezogen L. cos. Gſη =	9, 989868	9, 989374
von L. ſη =	5, 143908	5, 154433
Distanz des Cometen von ☉; L. SG =	5, 154047	5, 165059

Es

Es seyen nun F und H die wahren Orte des Cometen, in der ersten, und dritten Beobachtung, und die gezogene Chorde FH schneide SG in O. Ich zeigte nun in vorhergehenden (§. 44.) daß GO $= \frac{2c^3 \text{ sin. } \alpha\tau. \text{ sin. } \beta\tau}{SG^2. \text{ cos. } (\alpha - \beta)\tau}$; wo τ die mittlere halbtägige Bewegung der Erde, 29'. 34'', 098 anzeiget, so daß $\tau = 1774, 098$, und L. $\tau = 3, 248977$; folglich weil die Werthe der Buchstaben α, β gegeben sind, werden die Winkel $\alpha\tau$; $\beta\tau$ auf folgende Art gefunden:

L. τ =	3, 248977		
addirt { L. α =	1, 320163		
L. β =	1, 178096		
L. $\alpha\tau$ =	4, 569149		
L. $\beta\tau$ =	4, 427073		
Daher $\alpha\tau$ =	37080''	=	10°. 18'. 0''.
$\beta\tau$ =	26734''	=	7°. 25'. 34''.
$(\alpha - \beta)\tau$ =	10346''	=	2°. 52'. 26''.

Da nun c die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde = 100000 gleich ist, so wird der Werth des Pfeiles GO auf folgende Art bestimmet:

	A.	B.
addirt { L. sin. $\alpha\tau$ =	9, 252373	
L. sin. $\beta\tau$ =	9, 111422	
	8, 363795	
abgezogen L. cos. $(\alpha - \beta)\tau$ =	9, 999453	
	8, 364342	
addirt L. $2c^3$ =	15, 301030	
	13, 665372	13, 665372
abgezogen 2L. SG =	10, 308094	10, 330118
L. GO =	3, 357278	3, 335254
addirt L. cos. G$S\gamma$ =	9, 989861	9, 989374
L. γo =	3, 347139	3, 324628
daher γo =	2224, 0	2112, 0
abgezogen von $S\gamma$ =	139287, 0	142703, 0
bleibt So =	137063, 0	140591, 0

Wenn man nämlich aus dem Punkt O auf die Ecliptik das Loth Oo fällt. Ferners schneide die Linie Sy die übrigen Längen des Cometen in μ und ν, welche Punkte zu finden, in dem Dreyecke $Sf\mu$ gegeben sind:

	A.	B.
L. Sf =	4, 992903	4, 992903
$Sf\mu$ =	126°. 55′. 59″	126°. 55′. 59″
dessen Nebenwinkel =	53. 4′. 1″	53. 4′. 1″
von gSy =	43. 43′. 26″	45. 4′. 30″
abgezogen fSg =	21. 18′. 4″	21. 18′. 4″
abgezogen $fS\mu$ =	22. 25′. 22″	23. 46′. 26″
von Sfk =	53. 4′. 1″	53. 4. 1
bleibt $S\mu f$ =	30. 38. 39	29. 17. 35

Wegen allen bekannten Winkeln ist also $f\mu = \frac{Sf.\ \sin.\ fS\mu}{\sin.\ S\mu f}$.

	A.	B.
von L. Sf =	4, 992903	4, 992903
abgezogen L. sin. $S\mu f$ =	9, 707318	9, 689554
	5, 285585	5, 303349
addirt { L. sin. $fS\mu$ =	9, 581424	9, 605443
addirt { L. sin. $Sf\mu$ =	9, 902730	9, 902730
L. $f\mu$ =	4, 867009	4, 908792
L. $S\mu$ =	5, 188385	5, 206079
also $f\mu$ =	72622	81057
$S\mu$ =	154282	160723
abgezogen So =	137063	140591
bleibt $o\mu$ =	17219	20132

Auf gleiche Weise findet man im Dreyecke $Sh\nu$:

	A.	B.
L. Sh =	4, 993032	4, 993032
$Sh\nu$ =	68°. 47′. 38″	68°. 47′. 38″
der Nebenwinkel =	111. 12. 22″	111. 12. 22″
gSy =	43. 43. 26″	45. 4. 30″
addirt gSh =	15. 21. 19″	15. 21. 19″
$hS\nu$ =	59. 4′. 45″	60. 25′. 49″
abgezogen vom äusseren =	111. 12. 22″	111. 12. 22″
bleibt $S\nu h$ =	52°. 7′. 37″	50°. 46′. 33″

Wegen

Wegen allen gegebenen Winkeln, und der Seite fh, ist $hv = \frac{fh.\ \sin.\ hfv}{\sin.\ fvh}$ und $fv = \frac{fh.\ \sin.\ fhv}{\sin.\ fvh}$. Also:

	A.	B.
von L. fh =	4, 993032	4, 993032
abgezogen L. sin. fvh =	9, 897282	9, 889121
	5, 095750	5, 103911
addirt { L. sin. hfv =	9, 933425	9, 939397
addirt { L. sin. fhv =	9, 969548	9, 969548
L. hv =	5, 029175	5, 043308
L. fv =	5, 065298	5, 073459
also hv =	106949,	110486
fv =	116225,	118429
abgezogen von fo =	137063,	140591
bleibt ov =	20838	22162

Es muß nun durch den Punkt o die Linie $\zeta o\vartheta$ gezogen werden, deren Theile ζo und ϑo im Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$ sind. Man ziehe also ov bis nach i so daß $oi : vo = \alpha : \beta$ oder $oi = \frac{\alpha}{\beta}.\ ov$, alsdann ziehe man $i\zeta$ parallel mit hv, so ist $\zeta o\vartheta$ die gesuchte gerade Linie.

zu L. ov =	4, 318856	4, 345609
addirt L $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. oi =	4, 460929	4, 487676
Also. oi =	28902	30738
abgezogen $o\mu$ =	17219	20132
bleibt μi =	11683	10606

Im

Im Dreyecke $\mu\zeta i$ sind alle Winkel mit der Seite μi gegeben:

	A.	B.
L. μi =	4, 067565	4, 025551
$\zeta\mu i$ =	30°. 38′. 39″.	29°. 17. 35″
$\mu\zeta i$ =	21. 28. 58.	21. 28. 58
180° — $\mu i\zeta$ =	52. 7. 37.	50. 46. 23

Es ist also $\zeta\mu = \frac{\mu i \text{ sin. } \mu i\zeta}{\text{sin. } \mu\zeta i}$, und $\zeta i = \frac{\mu i. \text{ sin. } \zeta\mu i}{\text{sin. } \mu\zeta i}$

von L. μi =	4, 067565	4, 025551
abgezogen L. sin. $\mu\zeta i$ =	9, 563743	9, 563743
	4, 503822	4, 461808
addirt { L. sin. $\mu i\zeta$ =	9, 897282	9, 889121
addirt { L. sin. $\zeta\mu i$ =	9, 707318	9, 689554
L. $\zeta\mu$ =	4, 401104	4, 350929
L. ζi =	4, 211140	4, 151362
also $\zeta\mu$ =	25183,	22435
addirt $f\mu$ =	73622,	81057
so ist $f\zeta$ =	98805,	103492

Im Dreyecke $oi\zeta$ sind zwey Seiten, mit dem eingeschlossenen Winkel $oi\zeta$ gegeben.

von L. oi =	4, 460923	4, 487676
abgezogen L. ζi =	4, 211140	4, 151362
L. tang. =	10, 249783	10, 336314
der Winkel =	60°. 38′. 13″.	65°. 15′. 38″
abgezogen.	45. 0.	45. 0
	15. 38. 13″.	20. 15. 38″
Summe der Winkel =	52. 7. 37.	50. 46. 33″
halbe Summe =	26. 3. 48″, 5	25. 23. 16, 5
L. tang. der halben Summe =	9, 689401	9, 676306
L. tang. des Winkels =	9, 447002	9, 566955

	A.	B.
L. tang. des halben Unterscheids	9, 136403	9, 243261
halber Unterscheid =	7°. 47′. 43″.	9°. 55′. 52″,
halbe Summe =	26. 6. 48″.	25. 23. 16
$o\zeta i$ =	33. 51. 61	35. 19. 8
ζoi =	18. 16. 5.	15. 27. 24

Es ist ferners $o\zeta = \frac{oi \text{ sin. } oi\zeta}{\text{sin. } o\zeta i}$, folglich auch:

zu L. oi =	4, 460923	4, 487676
addirt L. sin. $oi\zeta$ =	9, 897282	9, 889121
	4, 358205	4, 376797
abgezogen L. sin. $o\zeta i$ =	9, 145968	9, 762022
L. $o\zeta$ =	4, 612237	4, 614775

verlängert man also die Chorda $\theta\zeta$ in n verlängert, so ist, weil $h\theta n = o\zeta i$;
der Winkel $h\theta n$ = 33°. 51′. 31″ | 35°. 19′, 8″

Weiters, wegen ähnlichen Dreyecken $y o\theta$ und $io\zeta$, ist; $\theta y = \frac{\beta}{\alpha}. \zeta i$ und $\theta o = \frac{\beta}{\alpha}. o\zeta$, daher:

von L. ζi =	4, 211140	4, 151362
abgezogen L. $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. θv =	4, 069073	4, 009295
θv =	11724,	10216, 0
abgezogen von hv =	106949	110486
so ist, $h\theta$ =	95225	100270
von L. $o\zeta$ =	4, 612237	4, 614775
abgezogen L. $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. θo =	4, 740170	4, 472708
es ist aber $o\zeta$ =	40948	41188
und $o\theta$ =	29524	29696
daher $\zeta\theta$ =	70472	70884

Aus den Punkten ʒ und θ ziehe man die Linien ſʒ; und ſθ, zu deren Bestimmung werde nun das Dreyeck ſfʒ, in welchem, wegen der gegebenen Seiten ſf; fʒ und dem eingeschlossenen Winkel ſfʒ, das übrige folgendermassen gefunden wird:

	A.	B.
abgezogen L. ſf =	4, 992903	4, 992903
von L. fʒ =	4, 994779	5, 014906
L. der tang. =	10, 001876	10, 022003
der Winkel =	45°. 7'. 25'', 5	46°. 27'. 2'', 8
	45 . 0	45 . 0
	0. 7. 25'', 5	1°. 27'. 2'', 8
Summe der Winkel =	53. 4. 1.	53. 4. 1
halbe Summe =	26. 32. 0'', 5	26. 32'. 0'', 5
L. tang. der halben Summe =	9, 698371	9, 698371
L. tang. des Winkels =	7, 334519	8, 403571
L. tang. der halben Differenz =	7, 032890	8, 101942
halbe Differenz =	0°. 3'. 42''.	0. 43'. 28''
halbe Summe =	26. 32. 0.	26. 32. 0
ſſʒ =	26. 35. 42''.	27. 15. 28''.
ſʒf =	26. 28'. 18''.	25. 48'. 32''.

Es ist also $ſʒ = \frac{ſf \text{ ſin. } ſfʒ}{\text{ſin. } ſʒf}$, dahero dann

L. ſf =	4, 992903	4, 992903
addirt L. ſfʒ =	9, 902730	9, 902730
	4, 895633	4, 895633
abgezogen L. ſin. ſʒf =	9, 649096	9, 638859
L. ſʒ =	5, 246537	5, 256774

Auf gleiche Art findet man im Dreyeck ſhθ aus den Seiten ſh; hθ und dem eingeschlossenen Winkel ;

	A.	B.
von L. ſh =	4, 993032	4, 993032
abgezogen L. hθ =	4, 978751	5, 001171
L. der tang. =	10, 014281	10, 008139
der Winkel =	45°. 56′. 30″, 7	45°. 32′. 12″, 6
abgezogen	45°. 0	45°. 0
	0. 56′. 30″, 7	0, 32′. 12″, 6
Summe der Winkel =	111. 12. 22.	111. 12. 22
halbe Summe =	55. 36. 11.	55. 36. 11
L. tang. der Summe =	10, 164540	10, 164540
L. tang. des Winkels =	8, 131313	7, 971748
L. tang. der halben Differenz =	8, 295853	8, 136268
halbe Differenz =	1°. 7′. 56″,	0°. 47′. 3″
halbe Summe =	55. 36. 11″.	55. 36. 11″
hſθ =	54. 28. 15″	56. 23. 14″
ſθh =	56. 44. 7″.	54. 49′. 8″.

Da ferners $ſθ = \frac{ſh.\ \text{ſin.}\ ſhθ}{\text{ſin.}\ ſθh}$, ſo iſt;

L. ſh =	4, 993032	4, 993032
addirt L. ſin. ſhθ =	9, 969548	9, 969548
	4, 962580	4, 962580
abgezogen L. ſin. ſθh =	9, 922281	9, 912399
L. ſθ =	5, 040299	5, 050181

Aus dieſem wird die heliocentriſche Länge des Cometen für die Zeit der drey Beobachtungen, folgendermaßen beſtimmet:

Da ſſζ =	26°. 35′. 42″.	27°. 15′. 28″
Länge der ♁ zur erſten Beobachtung =	2^s. 21. 30. 14.	2^s. 21°. 30′. 14″
heliocentriſche Länge des Cometen zur I. =	1^s. 24°. 54′. 32″.	1^s. 24°. 14′. 46″
abgezogen ζſη =	1^s. 13°. 43′. 26″.	1^s. 15°. 4′. 30″
von der Länge der Erde zur II =	3^s. 12. 48′. 18″.	3^s. 12°. 48′. 18″

	A.	B.
II. heliocentrische Länge des Cometen	1ˢ. 29°. 4′. 52″.	1ˢ. 27°. 43. 48″
ferners ist $hf\mathfrak{S}$ =	1. 24. 28. 15	1. 26. 23. 14
Länge der Erde zur III. Beobachtung	3. 28. 9. 37.	3. 28. 9. 37
III. heliocentrische Länge des Cometen =	2. 3. 41. 22.	2. 1. 46. 23.
$\mathfrak{z}f\mathfrak{S}$ =	8. 46. 50	7. 31. 37

Da nun die Länge des Cometen von der ersten zur zweyten Beobachtung anwächst, so ist klar, daß der Lauf desselben direct gewesen ist, ob er gleich von der Erde aus für rückgehend gehalten worden.

Ferners wird die Lage der Linie $\mathfrak{z}\vartheta$ gegen die Linien $f\mathfrak{z}$; $f\vartheta$ gefunden, wenn man $\mathfrak{z}\vartheta$ nach n verlängert:

Da nun $h\mathfrak{S}n$ =	33°. 51′. 31″.	35°. 19′. 8″
abgezogen von $f\mathfrak{S}h$ =	56. 44. 7.	54. 49. 8
so ist $f\mathfrak{S}n$ =	22. 52. 36″.	19. 30′. 0″
abgezogen von $\mathfrak{S}f\mathfrak{z}$ =	8. 46. 50″.	7. 31. 37
so ist $f\mathfrak{z}n$ =	14. 5. 46″.	11. 58. 23″.

Aus den geocentrischen Breiten findet man die Lothe F$\mathfrak{z}$; Hϑ, nebst den wahren Entfernungen fF; Hh; von der Erde. Dann es ist F$\mathfrak{z}$ = $f\mathfrak{z}$ tang. der Breite, in der ersten Beobachtung; $Ff = \dfrac{fS}{\text{cos. der Breite in der I. Beobachtung}}$; und H$\vartheta$ = $h\vartheta$. tang. der Breite in der dritten Beobachtung; woraus $Hh = \dfrac{h\vartheta}{\text{cos. der Breite in der dritten Beobacht.}}$.

L. $f\mathfrak{z}$ =	3, 994779	5, 014906
L. tang. der Breite I	9, 433580	9, 433580
abgezogen L. Cosinus der Breite II	9, 984569	9, 984569
so ist L. F$\mathfrak{z}$ =	4, 428359	4, 448486
und L. Ff =	5, 010210	5, 030337
folglich F$\mathfrak{z}$ =	26813	28085
I Distanz des Cometen von der Erde Ff =	102379	107235

L.

	A.	B.
L. $h\mathfrak{g}$ =	4, 978751	5, 001171
addirt L. tang. der Breite III =	9, 527485	9, 527485
abgezogen L. cos. der Breite III =	9, 976656	9, 976656
so ist L. $H\mathfrak{g}$ =	4, 506236	4, 529656
und L. Hh =	5, 002095	5, 024515
$H\mathfrak{g}$ =	32080	33780
Hh =	100484	105807
$G\mathfrak{g}$ =	101000	106000

Sind nun die Lothe $H\mathfrak{g}$ und $F\mathfrak{z}$ bekannt, so werde die Linie HF verlängert, bis sie mit $\mathfrak{g}\mathfrak{z}$ in N zusammtrift, so ist SN die Knoten Linie des Cometen; es ist aber; $\frac{H\mathfrak{g} - F\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}\mathfrak{g}}$ = tang. $HN\mathfrak{g}$; und $\mathfrak{g}N$ $\frac{H\mathfrak{g}}{\text{tang. } HN\mathfrak{g}}$: folglich:

von $H\mathfrak{g}$ =	32080	33780
abgezogen $F\mathfrak{z}$ =	26813	28085
so ist $H\mathfrak{g} - F\mathfrak{z}$ =	5267	5695
L. ($H\mathfrak{g} - F\mathfrak{z}$) =	3, 721563	3, 755494
abgezogen L. $\mathfrak{z}\mathfrak{g}$ =	4, 848017	4, 850548
L. tang. $HN\mathfrak{g}$ =	8, 873546	8, 904946
abgezogen von L. $H\mathfrak{g}$ =	4, 506236	4, 528656
L. $\mathfrak{g}N$ =	5, 632690	5, 623710

Man betrachte nun das Dreyeck $S\mathfrak{g}N$, von welchem die Seiten $S\mathfrak{g}$; $\mathfrak{g}N$, samt den eingeschlossenen Winkel bekannt sind, so wird der Winkel $\mathfrak{g}SN$ gefunden, dann

von L. $\mathfrak{g}N$ =	5, 632690	5, 623710
abgezogen L. $S\mathfrak{g}$ =	5, 040299	5, 050181
L. der tang. =	10, 592391	10, 573529
der Winkel =	75°. 39′. 39″.	75°. 3′. 7″
abgezogen	45°.	45

Sum-

	A.	B.
	30°. 39′. 39″	30°. 3′. 7″
Summe der Winkel Sℑn =	22. 52. 36.	19. 30. 0
halbe Summe =	11. 26. 18.	9. 45. 0
L. tang. der halben Summe =	9, 306063	9, 235102
L. tang. des Winkels =	9, 772930	9, 762348
L. tang. der halben Differenz =	9, 078993	8, 997450
halbe Differenz =	6°. 50′. 23″	5°. 40′. 38″
halbe Summe =	11. 26. 18.	9. 45. 0
ℑSN =	18°. 16′. 41″	15°. 25′. 38″
III heliocentrische Länge des Punkts ℑ =	2ˢ. 3°. 41. 22.	2ˢ. 1°. 46′. 23″
Länge des Knoten ☊ =	1ˢ. 15°. 24′. 41″.	1ˢ. 16°. 20′. 45″

Man lasse nun aus ℑ auf die Knoten Linie SN das Loth ℑP fallen, und ziehe **PH**, so ist der Winkel HPℑ die Neigung der Bahn gegen die Ecliptik; ferners ℑP = Sℑ sin. ℑSN und tang. HPℑ $= \frac{H\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}P}$.

L. Sℑ =	5, 040299	5, 050181
addirt L. sin. ℑSN =	9, 496415	9, 424905
L. ℑP =	4, 536714	4, 475086
L. Hℑ =	4, 506236	4, 528656
L. tang. HPℑ =	9, 969522	10, 053570
HPℑ =	42°. 59′. 28″	48°. 31′. 29″.
Neigung der Bahn =	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″

Bestimmen wir nun jetzt auch die heliocentrischen Breiten des Cometen, welche sind: tang. FSℨ $= \frac{F\mathfrak{Z}}{S\mathfrak{Z}}$ und tang. HSℑ $= \frac{H\mathfrak{I}}{S\mathfrak{I}}$. Die Entfernung aber des Cometen von der Sonne sind: SF $= \frac{S\mathfrak{Z}}{\text{cos. } FS\mathfrak{Z}}$; und SH $= \frac{S\mathfrak{I}}{\text{cos. } HS\mathfrak{I}}$.

	A.	B.
von L. F☊ =	4, 428359	4, 448486
abgezogen L. S☊ =	5, 246537	5, 256774
L. tang. FS☊ =	9, 181822	9, 191712
I. heliocentriſche Breite FS☊ =	8°. 38′. 32″.	8°. 50′. 18″.
von L. S☊ =	5, 246537	5, 256774
abgezogen L. coſ. FS☊ =	9, 995040	9, 994813
I. Diſtanz von der Sonne L. SF =	5, 251497	5, 261961
von L. H☋ =	4, 506236	4, 528656
abgezogen L. S☋ =	5, 040299	5, 050181
L. tang. HS☋ =	9, 465937	9, 478475
III. heliocentriſche Breite HS☋ =	16°. 17′. 51″.	16°. 44′. 54″.
von L. S☋ =	5, 040299	5, 050181
abgezogen L. coſ. HS☋ =	9, 982188	9, 981175
III. Diſtanz von der Sonne L. SH =	5, 058111	5, 069006

Nun müſſen auch die heliocentriſche Weiten des Cometen von dem aufſteigenden Knoten, oder die Linie SN beſtimmet werden; denn es iſt; coſ. FSN = coſ. FS☊ . coſ. ☊SN; und coſ. HSN = coſ. HS☋ , coſ. ☋SN

von ☋SN =	18°. 16′. 41″.	15°. 25′. 38″
abgezogen ☋S☊ =	8 . 46′. 50″.	7 . 31′. 37″
ſo bleibt ☊SM =	9 . 29. 57″	7 . 54. 1″
L. coſ. FS☊ =	9, 995040	9, 994813
L. coſ. ☊SN =	9, 994006	9, 995858

L. coſ.

	A.	B.
L. cos. FSN =	9, 989046	9, 990671
FSN =	12°. 48′. 52″.	11°. 49′. 59″
L. cos. HS♃ =	9, 982188	9, 981175
L. cos. θSN =	9, 977516	9, 984063
L. cos. HSN =	9, 959704	9, 965238
HSN =	24. 18. 6.	22. 37. 11
FSN =	12. 48. 52.	11. 49. 59
FSH =	11. 29. 14.	10. 47. 12.

Da wir also zween Punkte des Cometen F und H in der wahren Bahn kennen, deren Entfernungen von der Sonne S nebst dem Winkel FSH gleichfalls bekannt sind, so läßt sich hieraus die Natur der Laufbahn bestimmen; und weil SH > SF, so folgt, daß der Comet zur Zeit dieser Beobachtungen dem Perihelio sich genahet habe. Zu diesem Ende sey nun (Fig. 10.) AHF die wahre, um die in S stehende Sonne, beschriebene Laufbahn, deren Scheitel in A ist; die Distanz AS im Perihelio $= a$, der halbe Parameter BS $= b$, die wahre Anomalie ASH $= v$, man nehme die Entfernung, SH $= y$; SF $= z$ für bekannt an, samt den Winkel FSH $= \varphi$, und setze die Zeit, in welcher der Bogen FH durchloffen wird $= \tau$, so ist $b = \frac{y^2 z^2}{4m^2 \tau^2} \text{sin.}^2 \varphi + \frac{\sqrt{yz}}{3} \text{sin.}^3 \varphi$, allwo $m = 271989{,}735$; und L$m = 5{,}4345525$; woraus L. $2m = 5{,}7355825$. Ferners sey, tang. $v = \text{cot.}\, \varphi - \frac{(z - b)\, y}{(y - b)\, z \,\text{sin.}\, \varphi}$, und $a = \frac{by \;\text{cos.}\, v}{b - y + y \;\text{cos.}\, v}$. Man setze: $\frac{2a - b}{b} = n$; tang. $\frac{1}{2} v = t$; so ist die Zeit, in welcher der Comet von H zum Perihelium gelanget, im Falle einer Parabel:

$$\frac{aa}{m\sqrt{b}} \left(\begin{array}{l} t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{2}{5} n t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 - \frac{4}{9} n^3 t^9 + \text{\&c.} \\ \qquad + \frac{3}{5} n^2 t^5 - \frac{4}{7} n^3 t^7 + \frac{5}{9} n^4 t^9 - \text{\&c.} \end{array} \right)$$ in Tägen, und Decimalen.

Weil nun die Zeit der dritten Beobachtung, wo der Comet in H war, bekannt ist, so kennet man auch hieraus den Augenblick des Perihelium:

	A.	B.
Also ist L. y =	5, 058111	5, 069006
L. z =	5, 251497	5, 261961
L. yz =	10, 306908	10, 330967
$T = \alpha + \beta$ =	35, 9702	
L. T =	1, 555941	
φ =	11°. 29'. 14"	10°. 47'. 12"
L. sin. φ =	9, 299178	9, 272196
L. T^2 =	3, 111882	
L. 4 m^2 =	11, 471165	
L. 4 $m^2 T^2$ =	14, 583047	
L. $y^2 z^2$ =	20, 619216	20, 661934
addirt 2 L. sin. φ =	8, 598356	8, 544392
	19, 217572	19, 206326
abgezogen L. 4 $m^2 T^2$ =	14, 583047	14, 583047
L. des ersten Theils =	4, 634525	4, 623279
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 154804	5, 165484
addirt 2 L. sin. φ =	8, 598356	8, 544392
	3, 753160	3, 709876
abgezogen L. 3 =	0, 477121,	0, 477121
L. des letzten Theils =	3, 276039	3, 232755
erster Theil =	43105,	42003
letzter Theil =	1888	1709
b =	44993	43712
y =	114317	117221
z =	178442	182794

	A.	B.
$y-b=$	69324	73509
$z-b=$	133449	139082
von L. $(z-b)=$	5, 125316	5, 143270
abgezogen L. $(y-b)=$	4, 840884	4, 866341
	0, 284432	0, 276929
addirt L. $\frac{y}{z}=$	9, 806617	9, 807045
	0, 091046	0, 083974
abgezogen L. sin. $\varphi=$	9, 299178	9, 272196
	0, 791868	0, 811778
	6, 19253	6, 48303
cot. $\varphi=$	4, 92077	5, 24883
$-$ tang. $v=$	1, 27176	1, 23420
$180°-v=$	51°. 49′. 18″.	50°. 59′. 3″
$v=$	128. 10′. 42″.	129. 0. 57
ASH $=$	4ˢ. 8°. 10′. 42″.	4ˢ. 9°. 0′. 57″.
addirt HSN $=$	24. 18. 6.	22. 37. 11
Distanz des Perihel. vom Knoten, ☊ $=$	5ˢ. 2°. 28′. 48″	5ˢ. 1°. 38′, 8″
Distanz des ♑ von Perihelium $=$	27. 31. 12.	28. 21. 52
L. $-$ cos. $v=$	9, 791067	9, 799021
$+$ L. $y=$	5, 058111	5, 069006
L. $-y$ cos. $v=$	4, 849178	4, 868027
addirt L. $b=$	4, 653145	4, 640601
L. $-$ des Zählers $=$	9, 502323	9, 508628
$-y$ cos. $v=$	70661	73795
$y-b=$	69324	73509

	A.	B.
$-b+y-y$ cos. v =	139985	144304
L. — des Nenners =	5. 146081	5, 168214
L. — des Zählers =	9, 502323	9, 508628
L. a =	4, 356242	4, 340414
a =	22711	21898
$2a$ =	45422	43796
b =	44993	43712
$2a-b$ =	492	84
L. $(2a-b)$ =	2, 632458	1, 924280
abgezogen L. b =	4, 653145	4, 640601
L. n =	7, 979313	7, 283679
L. a^2 =	8, 712484	8, 680828
L. $\sqrt{b}$ =	2, 326572	2, 320300
	6, 385912	6, 360528
abgezogen L. m =	5, 434553	5, 434553
L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
Weil v =	128°. 10′. 42″.	129°. 0′. 57″
so ist, $\frac{1}{2}v$ =	64 . 5′. 21″.	64 . 30′. 28″
L. t. =	0, 313536	0, 321655
L. t^2 =	0, 627072	0, 643310
L. t^3 =	0, 940608	0, 964965
L. t^5 =	1, 567680	1, 608275
L. t^7 =	2, 194752	2, 251585
L. t^9 =	2, 821824	2, 894895
L. $n\,t^5$ =	9, 546993	8, 891954
L. $n^2\,t^5$ =	7, 526306	6, 175633

	A.	B.
L. $n^2 t^7 =$	8, 153378	6, 818943
L. $n^3 t^7 =$	6, 132691	4, 102622
L. $n^3 t^9 =$	6, 759763	4, 745932
Also ist, $t =$	2, 05843	2, 09727
$+ \frac{1}{3} t^3 =$	2, 90728	3, 07499
	4, 96871	5, 17226
abgezogen $\frac{2}{5} nt^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 + \frac{4}{9} n^3 t^9 =$	0, 14126	0, 03119
	4, 82445	5, 14107
addirt $\frac{3}{5} n^2 t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 =$	811	9
$t + \frac{1}{3} t^3 =$	4, 83256	5, 14116
L. $(t + \frac{1}{3} t^3) =$	0, 684177	0, 711062
addirt L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}} =$	0, 951359	0, 925975
L. der Zeit $=$	1, 635536	1, 637037
die Zeit $=$	43, 205	43, 355
oder $=$	$43^{\mathrm{T}}.\ 4^{\mathrm{h}}.\ 55'.$	$43^{\mathrm{T}}.\ 8^{\mathrm{h}}.\ 31'.$
die dritte Beobachtung im Jänner	$18^{\mathrm{T}}.\ 7^{\mathrm{h}}.\ 57'$	$18^{\mathrm{T}}.\ 7^{\mathrm{h}}.\ 57'$
der Comet im Perihelio im März	$1^{\mathrm{T}}.\ 12^{\mathrm{h}}.\ 52''$	$1^{\mathrm{T}}.\ 16^{\mathrm{h}}.\ 28'.$

Die Laufbahn also des Cometen, wird durch folgende sechs Elementen bestimmet:

Für Gg $=$	101000	106000
$a =$	22711	21898
L. $a =$	4, 356242	4, 340414
$b =$	44993	43712
und L. $b =$	4, 653145	4, 640601

	A.	B.
1744. Mittl. Zeit des Perihel. März	$1^{T}.\ 12^{h}.\ 52'.$	$1^{T}.\ 16^{h}.\ 28'.$
Distanz des Perihel von Knoten ☊ =	$152^{\circ}.\ 28'.\ 48''$	$151^{\circ}.\ 38'.\ 8''$
also die wahre Anomalie =	27 . 31 . 12.	28 . 21 . 52
heliocentr. Länge des aufsteigend. Knoten	$1^{s}.\ 15^{\circ}.\ 24'.\ 41''.$	$1^{s}.\ 16^{\circ}.\ 20'.\ 45''$
heliocentr. Länge des abnehmend. Knoten	$7.\ 15^{\circ}.\ 24'.\ 41''.$	$7.\ 16^{\circ}.\ 20'.\ 45''$
Neigung gegen die Ecliptic =	$42^{\circ}.\ 59'.\ 28''.$	$48^{\circ}.\ 31'.\ 29''$

Wir werden bald sehen, daß die wahre Bahn des Cometen, zwischen diesen zwar nicht sehr unterschiedenen Bestimmungen enthalten ist.

Man berechne also, nach beyden Elementen den Ort des Cometen für den 18ten Hornung, welche Zeit dem Augenblick des Perihelium vorgehet; und nenne den Unterscheid zwischen der Beobachtung, und der Zeit des Perihelium = T, in Tägen und Decimalen ausgedrückt, so ist:

die Zeit des Perihel. März.	$1^{T}.\ 12^{h}.\ 52'.$	$1^{T}.\ 16.\ 28'.$
abgezogen Hornung	$18.\ 6^{h}.\ 43'.$	$18.\ 6^{h}.\ 43'.$
	$12^{T}.\ 6^{h}\ 9'.$	$12^{T}.\ 9^{h}.\ 45'.$
also ist: T =	$12^{T}.\ 25^{h}.\ 62'.$	$12^{h}.\ 40^{h}.\ 62'$
L. T =	1, 088355	1, 093639

Es sey die wahre Anomalie, für diese Zeit $= \nu$, und tang. $\frac{1}{2}\ \nu = t$; so ist; T $=$

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}}\Big(t + \tfrac{1}{3}\ t^3 - \tfrac{2}{5}\, n\, t^5$$

$$+ \tfrac{3}{5} n^2 t^5 \ \&c.\Big)$$ Da nun die krumme Linie, von der Parabel nicht sehr abweichet, so suche man aus der Tafel, für die parabelische Bewegung, den Werth von θ, so daß $\theta + \frac{1}{3}\theta^3 = \frac{m\sqrt{b}}{a^2}$ T = der parabolischen Area; aus diesem Werthe ist sodann; $\theta + \frac{1}{3}\theta^3 = (t + \frac{1}{3}t^3 - \frac{2}{5}\, n\ t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 -$

$+ \frac{3}{5} n^2 t^5 - \frac{4}{7} n^3\ t^7 +)$ &c. oder, weil t von θ nicht viel unterschieden ist, setzen wir $t = \theta + q$, so ist; $o = (q + \theta^2 q - \frac{2}{5} n\,\theta^5 + \frac{3}{7} n^2 \theta^7 -$

$+ \frac{3}{5} n^2 \theta^5 - \frac{4}{7} n^3 \theta^7 + \&c.)$, und folglich:

$$q = \frac{(\frac{2}{5} - \frac{3}{5}n^2)\,\theta^5 - (\frac{3}{7}n^2 - \frac{4}{7}n^3)\,\theta^7 + (\frac{4}{9}n^3 - \frac{5}{9}n^4)\,\theta^9 -}{1 + \theta^2}$$ &c, Die Berechnung hievon, ist nun folgende:

	A.	B.
von LT =	1, 098355	1, 093639
abgezogen L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
L. $(\theta + \frac{1}{3}\theta^3)$ =	0, 136996	0, 167664
Also 2 W tang. θ =	91°. 3′. 20″.	93°. 41′. 55″.
und W tang. θ =	45. 31′. 40″.	46. 50. 57
L. θ =	0, 008001	0, 028052
L. θ^2 =	0, 016002	0, 056104
L. θ^5 =	0, 040005	0, 140260
L. n =	7, 979313	7, 283679
L. $n\theta^5$ =	8, 019318	7, 423939
L. $n^2\theta^5$ =	5, 998631	4, 708618
L. $n^2\theta^7$ =	6, 014633	4, 763722
L. $n^3\theta^7$ =	3, 977946	
$+ \frac{2}{5} n\theta^5$ =	0, 004182	0, 001062
$- \frac{3}{5} n^2\theta^5$ =	59	3
	0, 004123	0, 001059
$- \frac{3}{7} n^2\theta^7$ =	44	3
der Zähler =	0, 004079	0, 001056
θ^2 =	1, 037535	1, 137900
der Nenner 1 + θ^2 =	2, 037535	2, 137900
L. des Zählers =	7, 610554	7, 023664
L. des Nenners =	0, 309104	0, 329987
L. q =	7, 301450	6, 693677
q =	0, 002002	0, 000494
θ =	1, 018595	1, 066725
ε =	1, 020597	1, 067219
Also $\frac{1}{2}\nu$ =	45. 35′. 2″.	46. 51′. 45″.
wahre Anomalie ν =	91. 10′. 4″.	93. 43′. 30″.
Distanz des Perihel. vom aufsteig. Knoten =	152. 28′. 48″.	151. 38′. 8″.
Distanz des Cometen von Knoten =	61°. 18′. 44″.	57°. 54′. 38″.

Die

Die Entfernung des Cometen von der Sonne, iſt ferners $= \dfrac{b}{1 + \dfrac{b - a}{a} \text{ coſ. } v}$

	A.	B.
alſo iſt $b =$	44993	43712
abgezogen $a =$	22711	21898
$b - a =$	22282	21814
L. $(b - a) =$	4, 347954	4, 338735
abgezogen L. $a =$	4, 356242	4, 340414
ſo iſt L. $\dfrac{(b - a)}{a} =$	9, 991712	9, 998321
addirt L. $-$ coſ. $v =$	8, 309196	8, 812697
L. $\dfrac{a - b}{a}$ coſ. $v =$	8, 300908	8, 811018
$- \dfrac{b + a}{a}$ coſ. $v =$	0, 019994	0, 064717
Nenner	0, 980005	0, 935282
L. $b =$	4, 653145	4, 640601
L. des Nenners $=$	9, 991228	9, 270942
L. der Diſtanz des Cometen von der ⊙ $=$	4, 661917	4, 669659

Wir müßen nun das Kugeldreyeck ☊ C*c* (Fig. 11.) auflöſen, in welchem, C☊ die Entfernung des Cometen von aufſteigenden Knoten iſt, und der Winkel ☊ die Neigung gegen die Ecliptik vorſtellet. Es iſt aber ſin. C*c* = ſin. ☊ C. ſin. ☊ und tang. ☊*c* = tang. ☊C. coſ. ☊.

☊C $=$	61°. 18′. 44″.	57°. 54′. 38″.
☊ $=$	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″.
L. ſin. ☊C $=$	9, 943122	9, 927995
L. ſin. ☊ $=$	9, 833710	9, 874621
L. tang. ☊C $=$	9, 776832	9, 802616
L. coſ. ☊ $=$	10, 261847	10, 202702
L. tang. ☊*c* $=$	9, 864190	9, 821052
L. ſin. C*c* $=$	10, 126037	10, 023754

Alſo

	A.	B.
Also die heliocentrische Breite = Cc =	$36^\circ. 44'. 20''.$	$39^\circ. 24'. 10''.$
und ☊c =	$1^s. 23^\circ. 12'. 0''.$	$1^s. 16^\circ. 34'. 0''.$
addirt die Länge des ☊ =	$1. 15. 24'. 41''.$	$1. 16. 20'. 45''.$
heliocentrische Länge des Cometen =	$3^s. 8^\circ. 36'. 41''.$	$3. 2^\circ. 54'. 45''.$
heliocentrische Länge der Erde =	$4. 29^\circ. 30'. 40''.$	$1. 29^\circ. 30'. 40''.$
F. 12. Der Winkel TSc =	$1^s. 20^\circ. 53'. 59''.$	$1. 26^\circ. 35'. 55''.$
Summe der Winkel =	$129^\circ. 6'. 1''.$	$123^\circ. 24'. 5''.$
halbe Summe =	$64^\circ. 33'. 0''.$	$61^\circ. 42'. 2''.$
L. SC =	4, 661917	4, 669659
L. sin. CSc =	9, 776824	9, 802615
L. cos. CSc =	9, 903833	9, 888012
L. Cc =	4, 438741	4, 472274
L. Sc =	4, 565750	4, 557671
von L. ST =	4, 995309	4, 995309
L. tang. =	10, 429559	10, 437638
der Winkel =	$69^\circ. 35'. 57''.$	$69^\circ. 56'. 42''.$
abgezogen	45.	45
	$24. 35'. 57''.$	$24^\circ. 56'. 42''.$
L. tang. =	9, 660692	9, 667583
L. tang. ½ Summe =	10, 322480	10, 268869
L. tang. ½ Differenz =	9, 983172	9, 936452
halbe Differenz =	$43^\circ. 53'. 25''.$	$40^\circ. 49'. 25''.$
halbe Summe =	$64. 33'. 0.$	$61. 42. 2$
der Winkel STc =	$20^\circ. 39'. 35''.$	$20. 52'. 37''.$
addirt die Länge der Sonne =	$10^s. 29^\circ. 30'. 40''.$	$10^s. 29^\circ. 30'. 40''.$
geocentrische Länge des Cometen =	$11^s. 20^\circ. 10'. 15''.$	$11^s. 23^\circ. 20'. 17''.$

Da nun die beobachtete Länge $11^s. 19^\circ. 57'. 0''$ gewesen ist, so scheinet die wahre Bahn ausser diesen zwey gemachten Hypothesen zu fallen, so, daß man setzen sollte: Gg = 96000. Die Breite zu finden, ist $Tz = \frac{Sc \text{ sin. } TSc}{\text{sin. } STc}$, also:

L. Sc

L. Sc =	4, 565750	4, 556771
abgezogen L. ſin. STc =	9, 547550	9, 551890
	5, 018200	5, 005781
addirt L. ſin. TSc =	9, 889887	9, 921600
L. Tc =	4, 908087	4, 927381
von L. Cc =	4, 438741	4, 472274
L. tang. der Breite =	9, 530654	9, 544893
geocentriſche Breite =	18°. 44′. 50″.	19°. 19′. 30″.

Die Beobachtung der Breite giebt 19°. 10′. 56″, und ſo ſollte die wahre Bahn, in obige Beſtimmungen fallen. Es ſcheinet aber, daß die Breite mehr Glauben verdienet, als die Länge; würden jedoch beyde als gleich genau angenommen, und die Fehler ebenmäßig vertheilet, ſo müßte man die Hypotheſe A für die wahre halten. Uebrigens haben die Fehler der Beobachtungen, einen ſehr großen Einfluß auf die Beſtimmung der Laufbahn, ſie mögen ſo klein, als immer möglich iſt angenommen werden, und dieſes iſt die einzige Urſache, warum die Cometen Bahn keine genauere Angebung zuläßt.

Unterdeſſen kann man doch ſicher behaupten, daß der Comet in einer ſehr eccentriſchen Ellypſe ſich bewege, woraus die Entfernung im Aphelio $= \frac{ab}{2a-b}$, und die halbe Zwerchachſe $= \frac{a^2}{2a-b} = e$.

	A.	B.
Alſo, von 2 La =	8, 714284	4, 680828
abgezogen L. $(2a - b)$ =	2, 632458	1, 924280
L. e =	6, 080026	6, 756548
L. $\sqrt{e}$ =	3, 040013	3, 378274
L. $e\sqrt{e}$ =	9, 120039	10, 134822
abgezogen L. $c\sqrt{c}$ =	7, 500000	7, 500000
	1, 620039	2, 634822
	J.	J.
die periodiſche Zeit wäre alſo	41, 69	431, 34

Dieſer Comet iſt der Sonne in ſeinem Perihelio näher gekommen, als Merkur in dem ſeinigen; dann in dieſem Falle iſt die Entfernung des letzteren von der Sonne = 30740; die Diſtanz des Cometen aber war 22000, folglich jene zu dieſer beynahe wie 7 zu 5.

Beſtimmen wir nun auch die Zeit, wenn der Comet durch den abſteigenden Knoten gegangen iſt; die entſprechende wahre Anomalie ſey:

	A.	B.
$\nu =$	$27^{\circ}.\ 31'.\ 12''.$	$28^{\circ}.\ 21'.\ 52''$,

Da aber $\frac{1}{2}\nu$ sehr klein, kann man den Werth von $t + \frac{1}{3}t^3$, beynahe parabolisch rechnen, und da ist:

L. $(t + \frac{1}{3}t^3 + \&c.) =$	9, 397478	9, 411748
addirt L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}} =$	0, 951359	0, 925975
	0, 348837	0, 337723
Periodische Zeit in Tägen =	2, 2327	2, 1764
oder auch, =	$2^{d}.\ 5^{h}.\ 45'.$	$2^{d}.\ 4^{h}.\ 13'.$
addirt die Zeit des Perihel. März	$1^{d}.\ 12^{h}.\ 52'.$	$1^{d}.\ 16^{h}.\ 28'.$
der Com. gieng durch den abnehm. Kn. im März	$3^{d}.\ 18^{h}.\ 37'.$	$3^{d}.\ 20^{h}.\ 41'.$

Es ist also der Comet, den 4ten März gegen Aufgang der Sonne, durch die Ecliptik auf der Mittag Seite gegangen, und seine Bewegung war so schnell, daß er binnen zween Tagen beynahe 30 Grade in seiner Bahn zurücke geleget hat. Die Zeit, wenn er durch den aufsteigenden Knoten gegangen ist, kann übrigens nicht so genau bestimmet werden, weil der geringste Fehler, wegen seiner allzu großen wahren Anomalie 151°. einen beträchtlich großen, in der Laufbahn hervorbringen würde; unterdessen läßt sich aus der Hypothese B abnehmen, daß der Comet am 7ten August 1743 durch selben Knoten gegangen sey.

Ob nun gleich die Laufbahn, durch diese Methode ziemlich genau ist bestimmt worden, so kann dieses doch, durch eben die gebrauchten Beobachtungen noch viel genauer geschehen, wenn man so verfährt, wie ich in den Miscel. Berol. VII. Band die Anleitung gegeben habe, wo ich zeigte, wie eine schon beynahe bekannte Cometen Bahn durch die Beobachtungen zu verbessern seye. Setzen wir also eine, mit der wahren ziemlich eintreffende parabolische Laufbahn, welche diese vier Bedingnisse hat:

	angenommene Laufbahn	wahre Laufbahn
Entfern. von ☉ in Perihel.	22000	22000 — α
$b : a$	2 : 1	$2 - \frac{\beta}{10000} : 1$
Zeit des Perihelium	$1^{T}.\ 6^{h}.\ 0'$	$1^{T}.\ 6^{h}.\ \gamma'$
Distanz des Perihelium von ☊	151°.	151°. δ'
heliocentrische Länge des ☊ —	$1^{s}.\ 16^{\circ}.$	$1^{s}.\ 16^{\circ} - \varepsilon'$
Neigung der Bahn	45°	$45^{\circ} + \zeta'$.

Um die Werthe der Linien α; β; γ; δ; ε; ζ; zu bestimmen, mache ich sechs Hypothesen, deren jede in einem einzigen Stück von der angenommenen Cometen Bahn abweichet; diese Hypothesen sind:

Hypothese I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
22000	22000	22000	22000	22000	22000
2 : 1	2 : 1	2 : 1.	2 : 1	2 : 1	$2 - \frac{50}{10000} : 1$
$1^{T}.\ 6^{h}.$	$1^{T}.\ 6^{h}.$	$1^{T}.\ 6^{h}.$	$1^{T}.\ 18^{h}$	$1^{T}.\ 6^{h}.$	$1^{T}.\ 6^{h}.$
$151^{\circ}.$	$151^{\circ}.$	152°	$151^{\circ}.$	$151^{\circ}.$	151°
$1^{s}.\ 16^{\circ}.$	$1^{s}.\ 15^{\circ}$	$1^{s}.\ 16^{\circ}.$	$1^{s}.\ 16^{\circ}.$	$1^{s}.\ 16^{\circ}$	$1^{s}.\ 16^{\circ}$
50°	$45^{\circ}.$	45°	$45^{\circ}.$	$45^{\circ}.$	$45^{\circ}.$

Nach diesem erwähle ich vier mit aller Achtsamkeit angestellte Beobachtungen, und berechne für die entsprechenden Zeiten, die zugehörigen Längen und Breiten des Cometen aus der angenommenen Laufbahn sowohl, als aus den Hypothesen; und aus den Unterscheid einer jeden Hypothese von der angenommenen Bahn, läßt sich der Ort des Cometen bestimmen, welchen die wahre Laufbahn geben würde; und dieser mit der Beobachtung verglichen, giebt eine Gleichung. Da aber nur sechs Gleichungen erfodert werden, so übergehen wir aus den vier Beobachtungen zwey **Breiten** des Cometen, weil sie ohnehin durch die übrigen bestimmet sind: und auf diese Art vollendete ich eine Berechnung, die ich wegen allzu großer Weitläuftigkeit nicht hieher setzen will, und welche mir endlich folgende sechs Gleichungen gab:

I. Aus der beobachteten Länge von 13 Dec. $8^{h}.\ 40'$.

$$483\,\zeta + 9383\,\varepsilon - 6366\,\delta - 46\,\gamma + 335\,\alpha + 4220\,\beta - 41000 = 0,$$

II. Aus der beobachteten Länge von 3ten Jänner $6^{h}.\ 17'$.

$$1550\,\zeta + 6116\,\varepsilon - 3716\,\delta - 130\,\gamma + 179\,\alpha + 3620\,\beta - 124000 = 0$$

III. Aus der beobachteten Breite von 3ten Jänner $6^{h}.\ 17'$

$$1260\,\zeta + 1566\,\varepsilon + 6866\,\delta - 88\,\gamma - 495\,\alpha - 1380\,\beta - 421000 = 0$$

IV. Aus der beobachteten Länge vom 18 Jänner $7^{h}.\ 57'$.

$$1517\,\zeta + 3883\,\varepsilon - 1233\,\delta - 188\,\gamma + 63\,\alpha + 2640\,\beta - 156000 = 0$$

V. Aus der beobachteten Breite, von 18 Jänner $7^{h}.\ 57'$.

$$1257\,\zeta - 1566\,\varepsilon + 5583\,\delta - 86\,\gamma - 459\,\alpha - 1100\,\beta - 378000 = 0$$

VI. Aus der beobachteten Länge, vom 18 Hornung $6^{h}.\ 43'$.

$$1140\,\zeta - 1817\,\varepsilon + 1733\,\delta - 544\,\gamma - 250\,\alpha + 560\,\beta - 131000 = 0$$

Aus diesen Gleichungen entstehen folgende sechs Werthe von ζ, nämlich:

$$0 = \zeta + 19,426\,\varepsilon - 13,180\,\delta - 0,0952\,\gamma + 0,6936\,\alpha + 8,737\,\beta - 84,886.$$
$$0 = \zeta + 3,946\,\varepsilon - 2,397\,\delta - 0,0838\,\gamma + 0,1154\,\alpha + 2,335\,\beta - 80,000.$$
$$0 = \zeta - 1,243\,\varepsilon - 5,449\,\delta - 0,0705\,\gamma - 0,3930\,\alpha - 1,100\,\beta - 334,127.$$
$$0 = \zeta + 2,259\,\varepsilon - 9,813\,\delta - 0,1239\,\gamma + 0,0415\,\alpha + 1,740\,\beta - 102,834.$$
$$0 = \zeta - 1,246\,\varepsilon + 4,442\,\delta - 0,0684\,\gamma - 0,3651\,\alpha - 0,875\,\beta - 300,716.$$
$$0 = \zeta - 1,594\,\varepsilon + 1,520\,\delta - 0,4772\,\gamma - 0,2193\,\alpha + 0,291\,\beta - 114,912.$$

Man ziehe jede einzelne Gleichung von der ersten ab, so ist:

$$0 = 15{,}480\,\varepsilon - 10{,}783\,\delta - 0{,}0114\,\gamma + 0{,}5782\,\alpha + 6{,}402\,\beta - 4{,}886$$
$$0 = 20{,}699\,\varepsilon - 18{,}629\,\delta - 0{,}0247\,\gamma + 1{,}0866\,\alpha + 9{,}837\,\beta + 249{,}241$$
$$0 = 16{,}867\,\varepsilon - 12{,}367\,\delta + 0{,}0287\,\gamma + 0{,}6521\,\alpha + 6{,}997\,\beta + 17{,}948$$
$$0 = 20{,}672\,\varepsilon - 17{,}622\,\delta - 0{,}0268\,\gamma + 1{,}0587\,\alpha + 9{,}612\,\beta + 215{,}830$$
$$0 = 21{,}020\,\varepsilon - 14{,}700\,\delta + 0{,}3820\,\gamma + 0{,}9189\,\alpha + 8{,}246\,\beta + 30{,}026.$$

Hieraus folgen fünf Werthe für ε:

$$0 = \varepsilon - 0{,}6966\,\delta - 0{,}0007\,\gamma + 0{,}0373\,\alpha + 0{,}4135\,\beta - 0{,}3156$$
$$0 = \varepsilon - 0{,}9013\,\delta - 0{,}0012\,\gamma + 0{,}0526\,\alpha + 0{,}4776\,\beta + 12{,}0587$$
$$0 = \varepsilon - 0{,}7332\,\delta + 0{,}0017\,\gamma + 0{,}0387\,\alpha + 0{,}4148\,\beta + 1{,}0641$$
$$0 = \varepsilon - 0{,}8525\,\delta - 0{,}0013\,\gamma + 0{,}0512\,\alpha + 0{,}4650\,\beta + 10{,}4410$$
$$0 = \varepsilon - 0{,}6993\,\delta + 0{,}0182\,\gamma + 0{,}0437\,\alpha + 0{,}3923\,\beta + 1{,}4284.$$

Man ziehe jede Gleichung von der letzten ab, so ist:

$$0 = 0{,}0189\,\gamma - 0{,}0027\,\delta + 0{,}0064\,\alpha - 0{,}0212\,\beta + 1{,}7440$$
$$0 = 0{,}0194\,\gamma + 0{,}2020\,\delta - 0{,}0089\,\alpha - 0{,}0853\,\beta - 10{,}6303$$
$$0 = 0{,}0165\,\gamma + 0{,}0339\,\delta + 0{,}0050\,\alpha - 0{,}0225\,\beta + 0{,}3643$$
$$0 = 0{,}0195\,\gamma + 0{,}1532\,\delta - 0{,}0075\,\alpha - 0{,}0727\,\beta - 9{,}0126.$$

Man findet also auch vier Werthe von γ:

$$0 = \gamma - 0{,}1428\,\delta + 0{,}3386\,\alpha - 1{,}1217\,\beta + 92{,}275$$
$$0 = \gamma + 10{,}4124\,\delta - 0{,}4587\,\alpha - 4{,}4890\,\beta - 547{,}950$$
$$0 = \gamma + 0{,}2054\,\delta - 0{,}3030\,\alpha - 1{,}3636\,\beta + 22{,}078$$
$$0 = \gamma + 7{,}8564\,\delta - 0{,}3846\,\alpha - 3{,}7282\,\beta - 162{,}485.$$

Man ziehe die erste und dritte von der zweyten, und die erste von der vierten, so ist:

$$0 = 10{,}5552\,\delta - 0{,}7973\,\alpha - 3{,}3673\,\beta - 640{,}225$$
$$0 = 10{,}2070\,\delta - 0{,}7617\,\alpha - 3{,}1254\,\beta - 570{,}028$$
$$0 = 7{,}9992\,\delta - 0{,}7232\,\alpha - 2{,}6065\,\beta - 554{,}460.$$

Woraus dann drey Werthe von δ gefunden werden:

$$\delta = 0{,}07554\,\alpha + 0{,}31902\,\beta + 60{,}655$$
$$\delta = 0{,}07462\,\alpha + 0{,}30620\,\beta + 55{,}846$$
$$\delta = 0{,}09041\,\alpha + 0{,}32585\,\beta + 69{,}315.$$

Der mittlere, werde von beyden äußersten abgezogen, so ist:

$$0 = 0{,}00092\,\alpha + 0{,}01282\,\beta + 4{,}809$$
$$0 = 0{,}01579\,\alpha + 0{,}01965\,\beta + 13{,}469.$$

Hieraus erhält man zween Werthe für β:

$$\beta = -0{,}07176\,\alpha - 375{,}118$$
$$\beta = -0{,}80356\,\alpha - 685{,}492.$$

Der

Der letzte vom ersten abgezogen, giebt:

$$0,73180\,\alpha + 310,374 = 0,$$ woraus dann:

$\alpha = -\,424,125$	$L. -\alpha = 2,627493$
$\beta = -\,344,680$	$L. -\beta = 2,537416$
$\delta = -\,81,345$	$L. -\delta = 1,910331$
$\gamma = -\,346,889$	$L. -\gamma = 2,540190$
$\varepsilon = +\,101,755$	$L. +\varepsilon = 2,007555$
$\zeta = +\,311,44$	$L. +\zeta = 2,493374$

Weil nun β negativ ist, so wird die Cometen Bahn eine Hyperbel, von folgenden sechs Elementen:

$a =$	22424
$b : a =$	$2 + \frac{344}{10000} : 1$
$b =$	45619
die Zeit des Perihel. =	$1^{t}.\ 0^{h}.\ 14'$. März. 1744.
Distanz des Perihel. vom ☊ =	$149^\circ.\ 39'$.
heliocentrische Länge des ☊ =	$1^s.\ 17^\circ.\ 41'$.
Neigung der Bahn =	$50^\circ.\ 11'$.

Es erhellet aber hieraus, daß diese Bestimmungen von der Güte der Observationen größtentheils abhängen, deren geringste Veränderung, die gefundene Hyperbel, leicht in eine Ellypse verwandeln könnte. Ferners wäre auch die Berechnung so sorgfältig anzustellen, daß man nicht einmal einzelne Secunden vernachlässigte; welche Arbeit, bey nicht gar zu sicheren Beobachtungen, wohl niemand so leicht über sich nehmen würde. Es genügt mir dahero, eine Methode gegeben zu haben, durch welche, bey sehr genauen Observationen, die wahre Laufbahn kann gefunden werden, die weitere Berechnung kann ich also füglich anderen überlaßen.

Da sich nun aus Mangel gehöriger Beobachtungen die Laufbahn sehr genau nicht bestimmen läßt, so will ich diese Abhandlung schliessen, und nur bevor noch einige Anmerkungen, von dem beobachteten und künftigen Lauf dieses Cometen beyfügen. Und zwar schiene er weder die Ecliptik, noch den Equator geschnitten zu haben, sondern seine Breite, war während den Beobachtungen immer nördlich; und seine periodische Zeit, wenn er doch welche hat, muß viele Jahrhunderte betragen. Er hielt sich nur sechs Monate in dem nördlichen Theil des Himmels auf, die ganze übrige Zeit seiner langen Periode, hat er in dem südlichen Theil verweilet. Vom 7 August, wo er durch den auffsteigenden Knoten gieng, bis zum 25ten Hornung, hat er sich von der Ecliptik entfernet, und ist mit sehr großer Geschwindigkeit, schon den 4 März durch dem absteigenden Knoten gegangen, welche ungemein große Anomalie, gewiß ausser der newtonianischen Theorie, mit keiner anderen kann verbunden werden. Gegen das Ende der Erscheinung, ist sein scheinbarer Weg, von einem großen Cirkel sehr stark abgewichen, woraus erhellet, daß die Fläche, in welcher dieser Comet sich beweget hat, nicht durch den Mittelpunkt der Erde gegangen ist. Im absteigenden

Knoten, war er der Sonne näher, als Merkur, und stund diesem immer so nahe, daß wenn der Comet eine merkliche Anziehungskraft gehabt hätte, die Bewegung dieses Planeten, nicht wenig wäre verwirret worden: dann zu eben der Zeit war der Comet im 15° des Scorpions, und Merkur im 26°; und der Körper des Cometen, wenn wir seinen Durchmesser in gleicher Entfernung als die Sonne von der Erde auf eine Minute setzen, muß mehr als 30mal die Erde übertroffen haben. Es lohnet sich also der Mühe, zu untersuchen, ob die Bewegung des Merkur, mit den astronomischen Tafeln noch übereinstimmet.

Nach dem letzten Hornung, wo der Comet noch vor Aufgang der Sonne zu sehen war, verschwand er gänzlich, theils wegen Nähe der Sonne, theils wegen seiner verminderten nördlichen Breite, dann weil er nach dem vierten März in den südlichen Theil trat, so konnte er vor Sonnenaufgang über unsern Horizont sich nicht mehr erheben. In welchen Orten des Himmels er nachgehends sich aufhielt, kann aus dem angeführten leicht abgenommen werden. So zum Beyspiel mußte er den 15 April wieder nach Ordnung der Zeichen lauffen, und im 8° des Widders stehn, mit einer südlichen Breite von beynahe 30°; und da er von der Erde etwas weiter entfernt seyn wird, als diese von der Sonne ist, so muß er sich denen Südländern zeigen, welche ihn, nach den 4ten März, vor Sonnenaufgang, in großen Glanz sehen mußten. Wären also daselbst Astronomen, so könnten sie die Beobachtungen des Cometen noch lange fortsetzen, und vielleicht bis nach Ende July, wenn sie mit guten Fernröhren versehen wären. Dann seine Länge vom ersten July mußte seyn ♈. 27°. die südliche Breite 48°., den sechsten September ♈. 3°. die Breite 53°; und seine Entfernung von der Erde, wird sich zur Distanz von der Sonne verhalten, wie 2, 5 zu 1, dahero man ihn nur durch sehr gute Röhre wird sehen können. Solche, im südlichen Theile der Erde, angestellte Beobachtungen wären sehr nützlich, weil aus ihnen noch manches könnte ergänzet, und nachgeholet werden, welches uns an der Kenntniß seiner Bahn noch abgehet; und es wäre sehr zu wünschen, daß um selbe Zeit, ein erfahrner Beobachter, auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung sich befände, von dessen Geschicklichkeit, solche nützliche Beobachtungen zu erwarten wären.

An-

A n h a n g.

Anhang.

§. 1. Da ich die vorhergehende Abhandlung schon vollendet, und die nach meiner Theorie, durch angeführte Beobachtungen bestimmte Cometen Bahn an die königl. Gesellschaft der Wissenschaften von Paris geschicket hatte; war der berühmte Hr. Cassini so gütig, mir alle seine Beobachtungen von diesem Cometen mitzutheilen, um meiner Absicht, die Theorie durch Observationen zu prüfen, Genüge zu leisten. Die Beobachtungen sind folgende:

Mittlere	Zeit.	Paris.			Länge	des	Cometen.		Breite	des	Cometen
1743.	Decemb.	21^{T}.	6^{h}.	58′	0^{s}.	22°.	23′.	0″	16°.	18′.	57″
		30.	5.	54	0.	16.	29.	38	17.	12.	55″
1744.	Jenner.	1.	5.	41	0.	15.	19.	35	17.	23.	23
		3.	5.	28	0.	14.	11.	18	17.	32.	39
		4.	5.	21	0.	13.	38.	11	17.	37.	27
		5.	5.	14	0.	13.	5.	57	17.	42.	16
		6.	5.	8	0.	12.	34.	44	17.	46.	20
		7.	5.	2	0.	12.	3.	12	17.	51.	23
		8.	4.	55	0.	11.	33.	8	17.	55.	50
		10.	9.	42	0.	10.	24.	34	18.	5.	14
		11.	9.	1	0.	9.	58.	40	18.	9.	35
		12.	9.	11	0.	9.	31.	15	18.	13.	26
		13.	7.	52	0.	9.	5.	30	18.	17.	4
		16.	8.	43	0.	7.	45.	15	18.	30.	26
		17.	7.	41	0.	7.	20.	58	18.	34.	22
		18.	7.	0	0.	6.	56.	46	18.	38.	2
	Febr.	1.	7.	55	0.	1.	9.	54	19.	34.	0
		3.	7.	49	0.	0.	18.	26	19.	42.	53
		7.	7.	55	11.	28.	16.	22	19.	53.	54.
		10.	7.	17	11.	26.	32.	1	19.	56.	23
		11.	5.	47	11.	25.	52.	51	19.	57.	35
		12.	5.	51	11.	25.	12.	45	19.	56.	4
		13.	5.	39	11.	24.	28.	25	19.	53.	15
		15.	6.	46	11.	22.	46.	47	19.	44.	15
		16.	6.	19	11.	21.	54.	54	19.	36.	0
		17.	6.	30	11.	20.	55.	51	19.	23.	0
		18.	6.	3	11.	19.	54.	0	19.	10.	30
		23.	5.	34	11.	13.	12.	44	16.	41.	3
		24.	5.	47	11.	11.	36.	30	15.	48.	4
		25.	5.	22	11.	9.	52.	46	14.	39.	7
		29^{T}.	18^{h}.	44′	11^{s}.	2°.	31′.	59″	6°.	28′.	21″

§. 2. Ueberhaupt betrachtet, wird unsere Theorie durch diese Beobachtungen fürtreflich erwiesen. Dann da der Comet vom Anfange seiner Erscheinung bis auf den 18 Hornung fast immer die nämliche Breite gehabt, sich auch in die Länge sehr langsam bewegt hat, so wendete er sich plötzlich gegen die Ecliptik, und beschleunigt seine Bewegung in die Länge. Hieraus ist abzunehmen, wie er schon vor dem 4ten März in die Ecliptik kommen konnte, wie es auch die Theorie verlangte. Und wenn man auf die Zeiten der Observationen, die Orte des Cometen, nach unseren Elementen berechnet, so wird sich kaum ein merklicher Unterschied ergeben, welches anzeigt, daß wir der Natur der Cometen Bahn ziemlich nahe gekommen sind.

§. 3. Was aber besonders zu diesem Anhange Gelegenheit gab, ist die Bemerkung, daß aus angeführten Beobachtungen, die von uns berechnete Laufbahn leicht kann verbessert, und der Wahrheit näher gebracht werden. Zu dieser Absicht könnte selbst jene Methode gebraucht werden, deren wir uns vorhin bedienet haben, weil sie aber sehr nahe Beobachtungen voraussetzet, so würden uns die vielen, und weit entfernte Observationen wenig nützen, obgleich diese zwey Bedingnisse zu Bestimmung einer Cometen Bahn sehr wesentlich sind; wir bedarfen aber auch dieser Methode nicht mehr, da die Laufbahn uns schon bekannt ist, und wir eine andere Anleitung für solche Fälle gegeben haben.

§. 4. Unterdessen hat aber auch, die von uns zu Bestimmung einer Cometen Bahn gebrauchte Methode nicht geringe Schwierigkeiten. Erstlich, erfodert sie sehr lange, und verdrüßliche Berechnungen, und die Menge der unbekannten Größen, welche aus den Abweichungen von der Observation sollen bestimmet werden, machen die Ausführung nicht nur beschwerlich, sondern auch wegen viel vernachläßigten Größen, sehr ungewiß; und ob diese gleich so geringe sind, daß jede einzeln ohne großen Fehler kann weggelassen werden, so könnten doch alle zusammgenommen, einen merklichen Irrthum verursachen. Dieses bewog mich eine andere Methode zu suchen, durch welche eine schon halb bekannte Laufbahn, nicht allein leicht, und behende kann verbessert werden, sondern die auch zugleich weniger unbekannte Größen fodert; und ich schmeichle mir, eine solche Methode gefunden zu haben.

§. 5. Damit wir aber nicht alle sechs Bestandtheile der Cometen Bahn zugleich in die Rechnung bringen, so wollen wir aus ihnen nur einige als bekannt annehmen, um durch sie aus den gegebenen geocentrischen Ort eines Cometen den heliocentrischen zu berechnen. Dieses aber kann füglich aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung gegen die Ecliptik geschehen; dann wenn diese zwey Stücke bekannt sind, so ist hieraus der heliocentrische Ort, nebst der Entfernung von der Sonne leicht zu finden, nach einer Methode, die zwar schon bekannt ist, bey den Planeten aber wegen ihrer gar geringen Neigung auf die Ecliptik sich nicht wohl anwenden läßt, es sey dann, man habe Beobachtungen, die bis auf einzelne Secunden richtig sind; sollte aber die Inclination ganz verschwinden, so fände man gar nichts aus dieser Methode; und überhaupt, je geringer die Neigung, um so unsicherer ist die Berechnung nach dieser Methode. Dahero sie bey den Cometen, mit ungemeinen Vortheil kann gebraucht werden, weil diese unter sehr großen Winkeln, sich gegen die Ecliptik neigen.

§. 6. Wenn wir also die Lage der Knoten Linie samt der Inclination der Laufbahn als bekannt annehmen, so läßt sich aus jedem beobachteten Orte der wahre Ort durch nachfolgende Aufgabe finden; und obgleich beyde Stücke uns nur beynahe bekannt sind, so schadet doch dieses der Genauigkeit dieser Auflösung nichts, weil wir nachgehends eine Methode anführen werden, wie eine schon beynahe bekannte Laufbahn durch drey Beobachtungen noch genauer zu bestimmen ist.

1. Aufgabe Fig. 13.

Aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung einer Cometen-Bahn gegen die Ecliptik, für jeden beobachteten geocentrischen Ort die heliocentrische Länge, samt dem Abstand von der Sonne finden.

Auflösung.

§. 7. Man berechne für die gegebene Zeit den Ort der Sonne, und die Entfernung $ST = c$ von der Erde; und da die Lage der Knoten Linie SN bekannt ist, so wird es auch der Winkel $TSN = s$ seyn. Ferners werde nach der beobachteten Länge des Cometen, die Linie TN gezogen, welche die Knotenlinie in N schneide, so ist der Winkel STN der Unterschied zwischen den Längen der Sonne, und des Cometen, folglich bekannt. Man setze nun $STN = t$, so wird $SNT = 180^\circ - s - t. = n$, und im Dreyecke STN wegen allen bekannten Winkeln samt der Seite $ST = c$ findet man $TN = \frac{ST \text{ sin. } s}{\text{sin. } n}$, und $SN = \frac{ST \text{ sin. } t}{\text{sin. } n}$. Nach diesen Voraussetzungen sey der Comet in C, wovon ein Loth Cc auf die Fläche der Ecliptik TSN falle, so ist $CTc = p$ die geocentrische Breite; aus c werde auf SN der Perpendikel cP gezogen, und mit CP verbunden, so stellt der Winkel $CPc = i$ die Neigung gegen die Ecliptik vor, woraus nun der Punkt C bestimmet wird. Dann wenn $cN = x$, und $TN = \frac{c \text{ sin. } s}{\text{sin. } n} = a$ so ist $Tc = a - x$. Ferners im Dreyecke cNP ist $cP = x \text{ sin. } n$, und im Dreyecke CPc wird $Cc = x \text{ sin. } n \text{ tang. } i$, wie auch aus dem Dreyeck CTc wird $Cc = (a - x) \text{ tang. } p$, vergleicht man beede Werthe, so ist:

$$x = \frac{a \text{ tang. } p}{\text{tang. } p + \text{sin. } n \text{ tang. } i} = cN. \text{ und } Tc = \frac{a \text{ sin. } n \text{ tang } i}{\text{tang. } p + \text{sin. } n. \text{ tang. } i}$$

$= \frac{c \text{ sin. } s \text{ tang. } i}{\text{tang. } p + \text{sin. } n \text{ tang. } i}$, woraus $TC = \frac{c \text{ sin. } s \text{ tang. } i}{\text{sin. } p + \text{sin. } n \text{ . cos. } p \text{ . tang. } i}$, welches die Entfernung des Cometen von der Erde ist. Aus dem gefundenen Werthe von $cN = x$, wird $PN = x \text{ cos. } n$; und $cP = x \text{ sin. } n$; wie auch $SP = SN - NP$, woraus $\text{tang. } cSN = \frac{cP}{SP}$, und $Sc = \frac{cP}{\text{sin. } cSN} = \frac{SP}{\text{cos. } cSN}$. Ferners wird auch $\text{tang. } CSc = \frac{Cc}{Sc}$ und folglich kennet man die heliocentrische Breite CSc, aus welcher die Entfernung des Cometen von der Sonne $SC = \frac{Cc}{\text{sin. } CSc} = \frac{Sc}{\text{cos. } CSc}$. Endlich, weil $\frac{SP}{SC} = \text{cos.}$

CSN, so zeigt dieser Winkel die heliocentrische Weite des Cometen, vom Knoten N. Da nun die Fläche der Cometen Bahn gegeben ist, so wird aus dem Winkel NSC und der Linie SC, der wahre, aus der Sonne gesehene Ort des Cometen gefunden.

1. Folgerung.

§. 8. Da $\frac{C \text{ sin. } s}{\text{sin. } n} = a$; so ist $x = cN = \frac{c \text{ sin. } s. \text{ tang. } p}{\text{sin. } n . (\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{tang. } i)}$ und $cP = \frac{c . \text{sin. } s. \text{ tang. } p}{(\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{ tang. } i)}$; folglich $CP = \frac{c . \text{ sin. } s . \text{ tang. } p . \text{ cos. } i}{\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{tang. } i}$. Ferners ist $PN = \frac{c . \text{sin. } s . \text{tang. } p . \text{ cot. } n}{\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{ tang. } i}$, welcher Werth von $SN = \frac{c \text{ sin. } t}{\text{sin. } n}$ abgezogen, zurückläßt $SP =$

$$\frac{c . (\text{sin. } t. \text{ tang. } p + \text{sin. } n . \text{sin. } t . \text{tang. } i - \text{cos. } n . \text{sin. } s . \text{ tang. } p)}{\text{sin. } n . (\text{tang. } p + \text{sin } n . \text{tang. } i)}.$$

Weil aber $\text{sin. } t = \text{sin. } n . \text{cos. } s + \text{cos. } n . \text{sin. } s$, so ist $SP = \frac{c \ (\text{cos. } s . \text{tang. } p + \text{sin. } p . \text{tang. } i)}{\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{tang. } i}$.

2. Folgerung.

§. 9. Weil nun $\frac{CP}{SP}$ die Tangente des Winkels CSN giebt, so ist, $\text{tang. } CSN = \frac{\text{sin. } s . \text{tang. } p}{\text{cos. } i . \text{cos. } s . \text{tang. } p + \text{sin. } t . \text{sin. } i}$, woraus dann, $\text{cot. } CSN = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{sin. } t. \text{ sin. } i}{\text{sin. } s. \text{ tang. } p}$; es wird also, aus den Winkeln s, t, i, und p, die Elongation des Cometen, vom Knoten, oder der Winkel CSN gefunden.

3. Folgerung.

§. 10. Man setze den gefundenen Winkel $CSN = m$, so daß $\text{cot. } m = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{sin. } t. \text{ sin. } i}{\text{sin. } s . \text{ tang. } p}$; so wird, $\frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p} = \frac{\text{sin. } s \text{ cot. } m}{\text{sin. } t} - \frac{\text{sin. } s. \text{ cos. } i}{\text{sin. } t. \text{ tang. } s}$. Weil wir nun gefunden haben, $CP = \frac{c. \text{ sin. } s. \text{ tang. } p : \text{cos. } i}{\text{tang. } p + \text{sin. } n. \text{ tang. } i} = \frac{c. \text{ sin. } s}{\text{cos. } i + \text{sin. } n. \text{ sin. } i : \text{tang. } p}$, wenn dieser letzte Werth, anstatt $\frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p}$ gesetzt wird, so kömmt, $CP = \frac{c \text{ sin. } t}{\text{cos. } i. \text{ cos. } n + \text{sin. } n. \text{ cot. } m}$.

4. Folgerung.

§. 11. Da ferners $\frac{CP}{\text{sin. } m} = SC$, so ist $SC = \frac{c. \text{ sin. } t}{\text{sin. } m \text{ cos. } n. \text{ cos. } i + \text{sin. } n. \text{cos. } m}$, und so wird aus der Entfernung der Erde von der Sonne $ST = c$, sammt den Winkeln

m, n, i und t die Entfernung SC des Cometen von der Sonne gefunden. Weil aber sin. m. cos. $n = \frac{1}{2}$ sin. $(m+n) + \frac{1}{2}$ sin. $(m-n)$; cos. m. sin. $n = \frac{1}{2}$ sin. $(m+n) - \frac{1}{2}$ sin. $(m-n)$ und $\frac{1+\text{cos. } i}{2} = \text{cos.}^2 \frac{1}{2} i$ und $\frac{1-\text{cos. } i}{2} = \text{sin.}^2 \frac{1}{2} i$, so ist: $\text{CS} = \frac{c \text{ sin. } t}{\text{sin. } (m+n) \text{ cos.}^2 \frac{1}{2} i - \text{sin. } (m-n). \text{ sin.}^2 \frac{1}{2} i}$.

5. Folgerung.

§. 12. Die Berechnung also würde füglicher angestellt werden, wenn man zuvor, folgende Werthe suchen wollte.

$$\text{cot. CSN} = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{sin. } t. \text{ sin. } i}{\text{sin. } s. \text{ tang. } p}$$

$$\frac{\text{ST}}{\text{CP}} = \frac{\text{cos. } i}{\text{sin. } s} + \frac{\text{sin. } n. \text{ sin. } i}{\text{sin. } s. \text{ tang. } p};$$

woraus dann, $\text{SC} = \frac{\text{CP}}{\text{sin. CSN}}$.

6. Folgerung.

§. 13. Ist nun aber die Linie CP gefunden, so ergiebt sich hieraus leicht die Entfernung CT des Cometen von der Erde. Dann weil, sin. $p = \frac{\text{C}c}{c\text{T}}$ und sin. $i = \frac{\text{C}c}{\text{CP}}$, so ist $\frac{\text{sin. } p}{\text{sin. } i} = \frac{\text{CP}}{\text{CT}}$, dahero $\text{CT} = \frac{\text{CP sin. } i}{\text{sin. } p}$; wir brauchen aber zu unserem Vorhaben, die Entfernung des Cometen von der Erde nicht.

7. Folgerung.

§. 14. Wenn der Comet in der Ecliptik selbst beobachtet würde, daß dessen geocentrische Breite verschwindet, so ist, cot. CSN $= \infty$, folglich verschwindet auch der Winkel CSN selbst, der Comet wird also in den Punkt N sich befinden, und seine Entfernung von der Sonne wird seyn $= \frac{c \text{ sin. } t.}{\text{sin. } n}$.

8. Folgerung.

§. 15. Wenn die Erde in ihren Knoten ist, so wird der Winkel TSN $= s = o$; in welchem Fall sowohl CP als auch der Winkel CSN zu verschwinden scheinen. Aber alsdann wird auch tang. p + sin. n. tang. $i = o$, so daß cP und CP dannoch bestimmte Werthe bekommen, obgleich ihre beiderseitige Größe sich nicht angeben läßt. Beobachtungen von dieser Art scheinen zu unserer Absicht zwar gänzlich überflüssig, sie sind es aber nicht, dann wenn die Lage der Knoten Linie bekannt ist, so kann hieraus die Neigung der Bahn zuverlässig bestimmet werden, welche ist, $\text{tang. } i = -\frac{\text{tang. } p}{\text{sin. } n}$, welches für die Planeten von ausgebreiteten Nutzen wäre.

9. Folgerung.

§. 16. Wenn der Winkel $n = o$, das heißt, wenn die von der Erden aus gesehene Länge des Cometen, mit der heliocentrischen Länge des Knoten übereinskömmt, so werden die Sinusse der Winkel s und t gleich seyn, und die Entfernung des Cometen von der Erde ist sodann, $TC = \frac{c. \text{sin. } s \text{ tang. } i}{\text{sin. } p}$ und $\text{cot. CSN} = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p}$; endlich, $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{cos } i}{\text{sin. } s}$ oder $CP = \frac{\text{sin. } s}{\text{cos. } i} \cdot ST.$

10. Folgerung.

§. 17. Wenn der Comet zur Zeit der Opposition, oder Verbindung mit der Sonne ist beobachtet worden, so wird $\text{sin. } t = o$; und in diesem Falle ist: $\text{cot. CSN} = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s}$, und $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{cos. } i}{\text{sin. } s} + \frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p}$, weil $\text{sin. } n = \text{sin. } s$.

11. Folgerung.

§. 18. Sollte endlich die Neigung des Cometen gegen die Ecliptik verschwinden, so daß $i = o$, so müßte auch die beobachtete Breite p nichts werden, und in diesem Falle, ließe sich nichts herausbringen, weil der Bruch $\frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p} = o$.

12. Folgerung.

§. 19. Aus den beobachteten geocentrischen Ort, kann man also immer dessen wahren Ort finden, das heißt: die heliocentrische Elongation von dem Knoten, nebst der Entfernung von der Sonne, ausgenommen die Erde stünde zu Zeit der Beobachtung nahe bey der Knoten Linie.

§. 20. Nimmt man also die Knoten Linie, und Neigung als bekannt an, so laßen sich aus drey beobachteten Orten des Cometen, die entsprechende drey wahre Orte in seiner Bahn finden. Und da man weiß, daß die Laufbahn ein Kegelschnitt ist, dessen einen Brennpunkt die Sonne einnimmt, so läßt sich aus diesen drey Punkten, die ganze krumme Linie, durch folgende Aufgabe bestimmen.

2. Aufgabe. Fig. 14.

Aus drey gegebenen wahren Orten eines Cometen, samt dessen Entfernungen von der Sonne, die ganze Laufbahn finden; nämlich, die Lage der Sonnennähe, die Distanz von der Sonne, und den Parameter.

Auflösung.

§. 21. Die Tafel stelle die Fläche vor in welcher sich der Comet beweget, in S seye die Sonne, und ☊ s ☋ die Knoten Linie. F, G, und H sind die drey wahren Orte des Cometen in seiner Bahn, die bekannten Entfernungen von der Sonne sind, $SF = F$; $SG = g$; $SH = h$; durch vorhergehende Methode kennet man die Winkel FS ☋; GS ☋, und HS ☋, aus welchen $FSG = \varphi$; und $FSH = \psi$. Nach diesen Vorrichtungen, sey das Perihelium in A, die Axe der Laufbahn ASC; und die senkrechte Ordinate BS sey der halbe Parameter. Setzen wir nun $AS = a$; $BS = b$; $ASF = v$ die wahre Anomalie des Ortes F; so ist folglich $ASG = v + \varphi$, und $ASH = v + \psi$, aber aus der Natur der Kegelschnitte, ist $f = \frac{ab}{a + (b - a)\cos. v}$, woraus $a = \frac{bf \cos. v}{b - f + f \cos. v}$. Eben so aus dem zweyten Orte G ist: $a = \frac{bg \cos. (v + \varphi)}{b - g + g \cos. (v + \varphi)}$ und aus den dritten, ist: $a = \frac{bh \cos. (v + \psi)}{b - h + h \cos. (v + \psi)}$. Aus der ersten, und zweyten Gleichung wird, $(b - g) f \cos. v = (b - f) g \cos. (v + \varphi) = (b - f) g (\cos. v \cos. \varphi - \sin. v \sin. \varphi)$, theilt man alles durch $\cos. v$, so ist: $(b - g) f = (b - f) g \cos. \varphi - (b - f) g. \sin. \varphi \text{ tang. } v$, woraus dann: $\text{tang. } v = \cot. \varphi - \frac{f (b - g)}{g (b - f)} \cos. ac \varphi = \frac{1}{\text{tang.} \varphi} - \frac{f (b - g)}{g (b - f) \sin. \varphi}$.

Gleichfalls giebt die erste, und dritte Gleichung: $\text{tang. } v = \frac{1}{\text{tang. } \psi} - \frac{f (b - h)}{h (b - f) \sin. \psi}$. vergleicht man beyde Werthe von tang. v, so wird:

$$\frac{1}{\text{tang. } \varphi} - \frac{f (b - g)}{g (b - f) \sin. \varphi} = \frac{1}{\text{tang. } \psi} - \frac{f (b - h)}{h (b - f) \sin. \psi}.$$

oder,

$$\frac{(b - f)}{f. \text{ tang. } \psi} - \frac{(b + g)}{g \sin. \varphi} = \frac{(b - f)}{f \text{ tang. } \psi} - \frac{(b + h)}{h. \sin. \psi},$$

woraus dann:

$$b = \frac{\frac{1}{\text{tang. } \varphi} - \frac{1}{\sin. \varphi} - \frac{1}{\text{tang. } \psi} + \frac{1}{\sin. \psi}}{\frac{1}{f. \text{tang.} \varphi} - \frac{1}{g \sin. \varphi} - \frac{1}{f. \text{tang.} \psi} + \frac{1}{h. \sin. \psi}},$$

welche Formel leicht kann berechnet werden, und mit größerem Vortheile zu gebrauchen ist, als die gewöhnliche geometrischen Verzeichnungen so man von dieser Aufgabe hat. Aus dem halben Parameter b, läßt sich

die

die Lage der Absiden Linie durch den Winkel v bestimmen, welcher aus einer von folgenden zwo Gleichungen gefunden wird:

$$\text{tang. } v = \frac{1}{\text{tang. } \phi} - \frac{f(b-g)}{g(b-f)\text{ sin. }\phi}; \quad \text{tang. } v = \frac{1}{\text{tang. } \phi} - \frac{f(b-h)}{h(b-f)\text{ sin. }\psi};$$ und

hieraus die Entfernung im Perihelio, $a = \frac{bf \text{ cos. } v}{b-f+f\text{ cos. } v}$, und auf solche Art bestimmt man die ganze Laufbahn.

1. Folgerung.

§. 22. Wenn wir aus obiger Gleichung: $(b-g)\,f = (b-f)\,g \text{ cos. }\phi - (b-f)\,g \text{ sin. }\phi \text{ tang. } v$, anstatt tang. v, den Werth von b suchen, so wird:

$$b = \frac{fg - fg \text{ cos. }\phi + fg \text{ sin. }\phi \text{ tang. } v}{f - g \text{ cos. }\phi + g \text{ sin. }\phi \text{ tang. } v}.$$ Gleichfalls ist aus der dritten Beobachtung,

$$b = \frac{fh - fh \text{ cos. }\psi + fh \text{ sin. }\psi \text{ tang. } v}{f - h \text{ cos. }\psi + h \text{ sin. }\psi \text{ tang. } v},$$ vergleicht man nun beyde, so erhält man:

$$\begin{aligned} & g(1-\text{cos. }\phi).(f-h\text{ cos. }\psi) + g(f-h\text{ cos. }\psi).\text{sin. }\phi \text{ tang. } v \\ - & h(1-\text{cos. }\psi)(f-g\text{ cos. }\phi) + gh(1-\text{cos. }\phi).\text{sin. }\psi \text{ tang. } v = 0 \\ & \quad - h(f-g\text{ cos. }\phi)\text{ sin. }\psi \text{ tang. } v \\ & \quad - gh(1-\text{cos. }\psi)\text{ sin. }\phi \text{ tang. } v \end{aligned}$$ oder,

$f(g-h) - g(f-h)\text{ cos. }\phi + h(f-g)\text{ cos. }\psi + g(f-h)\text{ sin. }\phi \text{ tang. } v - h(f-g)\text{ sin. }\psi \text{ tang. } v = o$ woraus dann gefunden wird:

$$\text{tang. } v = \frac{f(h-g) - g(h-f)\text{ cos. }\phi + h(g-f)\text{ cos. }\psi}{h(g-f)\text{ sin. }\psi - g(h-f)\text{ sin. }\phi}.$$

2. Folgerung.

§. 23. Wenn der Winkel $\phi = 180$, so daß FS; FG in einer geraden Linie liegen,

und sin. $\phi = o$; tang. $\phi = o$, wird $b = \frac{\frac{1}{\text{tang. }\phi} - \frac{1}{\text{sin. }\phi}}{\frac{1}{f\text{ tang. }\phi} - \frac{1}{g\text{ sin. }\phi}} = \frac{\text{cos. }\phi - 1}{\frac{\text{cos. }\phi}{f} - \frac{1}{g}}$.

Es ist aber cos. $\phi = -1$, folglich, $b = \frac{2fg}{f+g}$, welches auf eine schon bekannte Eigenschaft der Kegelschnitte führet.

3. Folgerung.

§. 24. Wenn wir den allgemeinen Ausdruck des Parameters durch Linien andeuten, so erhalten wir folgenden Lehrsatz, welcher die Natur der Kegelschnitte nicht wenig erkläret:

Lehrsatz Fig. 15.

Wenn von drey beliebigen Punkten F; G; H eines Kegelschnittes, gerade Linien FS, GS, HS, auf den einen Brennpunkt S gezogen, und zwey davon G, H, mit dem dritten F durch die Linien GF, HF verbunden werden, und wenn man endlich aus G die Linie GTK parallel mit FS ziehet, welche die Linien HF, HS, in I und k schneiden; so ist: GI zu (SK + KG − SG), wie SF zum halben Parameter.

Beweis.

§. 25. Man heiße wie vorhin, die Entfernungen FS $= f$; GS $= g$; HS $= h$. und die Winkel FSG $= \varphi$; FSH $= \psi$; ferners falle aus S auf GIK das Loth SL $= r$. Da nun die Winkel GSL; KSL die Ergänzungen der Winkel φ und ψ sind, so ist GL $= \frac{r}{\mathrm{tang.}\,\varphi}$; KL $= \frac{r}{\mathrm{tang.}\,\psi}$; SG $= \frac{r}{\mathrm{sin.}\,\varphi}$; SK $= \frac{r}{\mathrm{sin.}\,\psi}$. Hieraus nun wird SK + KG − SG $= \frac{r}{\mathrm{sin.}\,\psi} + \frac{r}{\mathrm{tang.}\,\varphi} - \frac{r}{\mathrm{tang.}\,\psi} - \frac{r}{\mathrm{sin.}\,\varphi}$. Man ziehe KM parallel mit HF; so ist, SH : SK = SF : SM oder, $h : \frac{r}{\mathrm{sin.}\,\psi} = f :$ SM; woraus dann SM $= \frac{fr}{h\,\mathrm{sin.}\,\psi}$, folglich FM = IK $= f - \frac{fr}{h\,\mathrm{sin.}\,\psi} = \frac{fr}{r} - \frac{fr}{h\,\mathrm{sin.}\,\psi}$. Weil aber SG $= \frac{r}{\mathrm{sin.}\,\varphi} = g$ so ist $r = g\,\mathrm{sin.}\,\varphi$, und hieraus IK $= \frac{fr}{g\,\mathrm{sin.}\,\varphi} - \frac{fr}{h\,\mathrm{sin.}\,\psi}$. Folglich, GI = KG − KI $= \frac{r}{\mathrm{tang.}\,\varphi} - \frac{r}{\mathrm{tang.}\,\psi} - \frac{fr}{g\,\mathrm{sin.}\,\varphi} + \frac{fr}{h\,\mathrm{sin.}\,\psi}$, da wir aber gefunden haben, $b = \dfrac{\frac{1}{\mathrm{tang.}\,\varphi} - \frac{1}{\mathrm{sin.}\,\varphi} - \frac{1}{\mathrm{tang.}\,\psi} + \frac{1}{\mathrm{sin.}\,\psi}}{\frac{1}{f\,\mathrm{tang.}\,\varphi} - \frac{1}{g\,\mathrm{sin.}\,\varphi} - \frac{1}{f\,\mathrm{tang.}\,\psi} + \frac{1}{h\,\mathrm{sin.}\,\psi}} =$

$\dfrac{\frac{r}{\mathrm{tang.}\,\varphi} - \frac{r}{\mathrm{sin.}\,\varphi} - \frac{r}{\mathrm{tang.}\,\psi} + \frac{r}{\mathrm{sin.}\,\psi}}{\frac{r}{\mathrm{tang.}\,\varphi} - \frac{r}{g.\,\mathrm{sin.}\,\varphi} - \frac{r}{\mathrm{tang.}\,\psi} + \frac{fr}{h\,\mathrm{sin.}\,\psi}} \cdot f$, so ist der halbe Parameter, $b = \frac{\text{SK} + \text{KG} - \text{SG}}{\text{GI}} \cdot$ SF, folglich GI : SF = SK + KG − SG zum halben Parameter.

§. 26. Bisher haben wir die zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeiten nicht betrachtet; jeßt aber können wir aus der schon bekannten Laufbahn die Zeiten bestimmen, in welchen der Comet vom Perihelium A zu jeden der drey Punkte F, G, H gelangen

mußte,

mußte, woraus dann die Zeit von einer Beobachtung zu der andern sich von selbst ergiebt. Stimmen nun diese Zeiten mit den beobachteten überein, so ist es ein gewisses Zeichen, daß die Lage der Knoten Linie, und die Neigung der Bahn richtig angenommen sey; weichen sie aber von den beobachteten ab, so zeigt dieses, daß in einem von beyden Stücken ist gefehlet worden. Ist dieser Fehler nicht sehr beträchtlich, (und er kann es nicht seyn, weil wir diese Elementen schon durch die erste Methode ziemlich genau kennen,) so läßt er sich durch seine Abweichung von den Beobachtungen selbst verbessern, und weil wir zwey Unterschiede der Zeit haben, die mit den berechneten können verglichen werden, so entstehen hieraus zwey Gleichungen, durch welche die begangenen Fehler zu verbessern sind. Man bedarf also nur drey Beobachtungen, um die wahre Bahn eines Cometen zu bestimmen.

§. 27. Kennet man nun einmal durch vorhergehende Methode die Laufbahn des Cometen überhaupt, so weiß man auch die Lage der Knoten Linie, und die Neigung gegen die Ecliptik mit hinlänglicher Genauigkeit, für unsere Absicht. Man dürfte selbst die Berechnung nicht mit vieler Strenge führen, sondern eine geometrische Verzeichnung wäre ebenfalls genug, und würde das ganze Verfahren nicht wenig abkürzen. Ist man endlich so weit gekommen, daß man die Lage der Knoten Linie, und die Neigung ziemlich beynahe weiß, so kann man sich gleich folgender Methode bedienen.

3. Aufgabe.

Aus der schon beyläufig bekannten Knoten Linie, und der Neigung auf die Ecliptik die wahre Laufbahn durch drey Beobachtungen genau bestimmen.

Auflösung.

§. 28. Die durch vorhergehende Methode gefundene Länge des aufsteigenden Knoten sey $= l$, und die Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= n$. Man wähle sich nun drey Hypothesen, in der ersten heiße die Länge des Knoten, und die Neigung wie vorhin; in der zweyten sey die Länge $= l$ die Neigung aber $n + \nu$, (wo man für ν einen, zwey, oder mehr Grade kann gelten laßen, nachdem man den Fehler kleiner, oder größer schätzet;) In der dritten endlich heisse die Länge des Knoten $l + \lambda$ und die Neigung $= n$, (allwo von λ eben das gilt, was von ν gesagt worden.) je genauer man also die Werthe von l und n kennet, desto kleiner darfen ν und λ angenommen werden, wenn nur die wahre Laufbahn in den drey Hypothesen enthalten ist. Ferners suche man drey sehr weit von einander entfernte Beobachtungen, wo man aber sorgen muß, keine solche zu nehmen, wo die Erde der Knoten Linie schon nahe gestanden hat.

Für die Zeiten dieser Beobachtungen werden die Orte der Sonne, nebst ihren Distanzen von der Erde berechnet, und nach der ersten Aufgabe dieses Anhanges für jede Hypothese, die Entfernungen des Cometen von der Sonne, und seine Elongationen von der Knoten Linie; ist dieses geschehen, so suche man durch die vorhergehende Aufgabe die Laufbahn des Cometen für jede Hypothese, wo wir dann drey verschiedene Bahnen bekommen, zwischen welchen die wahre enthalten seyn muß. Um diese zu bestimmen, suche man die zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeiten, nach einer jeden Hypothese. Es sey also T

die

die Zeit von der ersten, zu der zweyten Beobachtung, die aus der ersten Hypothese gefunden wird; $T + p$ die Zeit aus der zweyten, $T + \chi$ die Zeit aus der dritten Hypothese; die beobachtete Zeit sey aber $T + k$; ferners in der wahren Laufbahn sey die Länge des aufsteigenden Knoten $l + x$, die Neigung $n + y$, so setze man:

	I. Hypothese	II.	III.	wahre Laufbahn
Länge des Knoten =	l	l	$l + \lambda$	$l + x$
Neigung =	n	$n + \eta$	n	$n + y$
Zeit von der I zur II Beobachtung =	T	$T + p$	$T + q$	$T + k$

Nun kann man folgendermassen urtheilen. Wenn wir die Neigung n und η vermehren, so wird die Zeit T um p vergrössert, und der Zuwachs y der Neigung giebt den Zuwachs der Zeit $= \frac{py}{\eta}$: weil ferners die Vermehrung λ des Knoten die Zeit um q vermehret, so wird die Vermehrung x des Knoten l die Zeit um $\frac{qx}{\lambda}$ vergrössern; es ist folglich in der wahren Laufbahn die Zeit von der ersten zur zweyten Beobachtung, $= T + \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$, welches der beobachteten Zeit $T + k$ gleich seyn muß, also: $\frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = k$. Eine ähnliche Gleichung findet man aus der Zeit von der ersten zur dritten Beobachtung, und aus diesen giebt sich der Werth von x und y, wie auch die wahre Größe von $l + x$ und $n + y$. Da endlich aus dem Vergleich der drey angenommenen Hypothesen erhellet, was für eine Veränderung die Vermehrungen η und λ sowohl in dem Parameter b, als auch in der Entfernung im Perihelio a, ferners in der wahren Anomalie v für die erste Beobachtung, und in der Zeit vom Perihelio bis auf die erste Observation hervorgebracht haben, so kann man leicht aus x und y bestimmen, wie groß diese Vermehrungen seyn müßen. Und auf diese Art läßt sich der Parameter der wahren Laufbahn, die Entfernung im Perihelio von der Sonne sowohl, als von den Orten der Beobachtungen, und endlich die Zeit des Perihelium leicht finden.

1. Folgerung.

§. 29. Aus den gefundenen wahren Anomalien eines Cometen, für jede Beobachtung kann man die Zeit, um welche sie von dem Augenblicke des Perihelium unterschieden sind, ebenfalls angeben. Dann wenn die Entfernung von der Sonne im Perihelium $= a$, der halbe Parameter $= b$, die wahre Anomalie $= v$, so setze man: $\frac{2a - b}{b} = n$, wo n bey parabolischen Laufbahnen eine sehr kleine Zahl seyn wird; und $t =$ tang. $\frac{1}{2}v$, und suche den Werth von dieser Reihe:

$$S = t + \tfrac{1}{3}t^3 - \tfrac{2}{5}nt^5 + \tfrac{3}{7}n^2t^7 - \tfrac{4}{9}n^3t^9 + \tfrac{5}{11}n^4t^{11}$$
$$+ \tfrac{3}{5}n^2t^5 - \tfrac{4}{7}n^3t^7 + \tfrac{5}{9}n^4t^9 - \tfrac{6}{11}n^5t^{11}$$ &c. woraus die periodische Zeit in Tägen ausgedrückt seyn wird $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}}S$. wo $m = 271989,739$ und $Lm = 5,4345525139$.

2. Folgerung.

§. 30. Wenn die auf solche Art gefundene Verbesserungen x und y zu groß herauskommen sollten, so würden sie auch nicht sehr genau seyn. Wir setzten zwar, daß die Veränderungen aus dem Anwachse von der Länge des Knoten, und der Neigung der Bahn dem Anwachse selbst proportional sind, dieses aber kann nur in der Voraussetzung gelten, wenn die Anwuchse ganz klein sind. Unterdessen ist doch diese Arbeit nie fruchtlos, und führet uns immer auf eine genauere Kenntniß der Knoten Linie, und der Neigung, wodurch wir im Stande sind, neue Hypothesen mit mehr Zuverläßigkeit zu machen; und wird die vorhin angestellte Berechnung wiederholet, so gelangen wir endlich zur Laufbahn des Cometen so genau, als die bey den Beobachtungen, unvermeidlichen Fehler es gestatten können.

§. 31. Dieser Methode bediente ich mich, um die vorhin gefundene Bahn des Cometen zu verbessern. Da aber die damals vorräthigen Beobachtungen zu sehr vom Perihelio entfernet waren, so konnte die herausgebrachte Neigung der Bahn nicht anders als sehr unsicher herauskommen, weil die kleinste Veränderung in der Distanz des Cometen von der Erde einen Unterschied von einigen Graden hervorbrachte. Ich mußte also die Berechnung zweymal anfangen, davon die erste mir gleich zeigte, daß die Neigung um viel kleiner sey, als ich vermuthete, und kaum 47° übersteige. Zu der zweyten bediente ich mich aus den Beobachtungen des berühmten Hr. Cassini, der ersten und letzten, weil sie weit von einander entfernet sind, und der Comet bey der letzten nahe am Perihelium war, wo folglich wegen seines geschwinden Laufes der geringste Fehler einen sehr merklichen Unterscheid verursachen mußte; zu diesem wählte ich noch die vorletzte, und ob sie gleich der letzten sehr nahe ist, so beschrieb doch der Comet während dieser Zeit einen sehr beträchtlichen Winkel, daß also diese drey Punkte mir besonders tauglich schienen, die Laufbahn mit Sicherheit zu bestimmen. Diese zweyte Berechnung will ich nun ganz hieherseßen, mit Weglassung der ersteren, welche nach dieser Vorschrift leicht kann angestellet werden.

Für

Für Paris mittlere Zeit.

1743.	Länge des Com.	Breite nördlich	
Decembr. 21. 6h. 57′	0s. 22°. 23′. 0″.	16°. 18′. 57″.	= p.
Länge der Sonne =	8 . 29 . 36 . 0	4, 992675	= L. ST
t = STN =	3. 22 . 47 . 0	112°. 47′. 0″	
	I. Hypothese.	II.	III.
i =	46. 50. 0″	47. 10. 0	46. 50. 0
heliocentrische Länge des ☊ =	1s. 15. 50. 0	1s. 15. 50. 0	1s. 16. 10. 0
Länge der Erde =	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0
s = TSN =	43. 46. 0	43. 46. 0	43. 26. 0
t = STN =	112. 47. 0	112. 47. 0	112. 47. 0
s + t =	156. 33. 0	156. 33. 0	156. 13. 0
n = SNT =	23. 27. 0	23. 27. 0	23. 47. 0
von L. cos. i =	9, 835134	9, 832425	9, 835134
abgezogen { L. tang. s =	9, 981297	9, 981297	9, 976238
abgezogen { L. sin. s =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
L. cos. i : tang. s =	9, 853837	9, 851128	9, 858896
L. cos. i : sin. s =	9, 995202	9, 992493	9, 997855
zu L. tang. p =	9, 466453	9, 466453	9, 466453
addirt L. sin. s =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
	9, 306385	9, 306385	9, 303732
L. sin. i =	9, 862946	9, 865302	9, 862946
	0, 556561	0, 558917	0, 559214
addirt { L. sin. t =	9, 964719	9, 964719	9, 964719
addirt { L. sin. n =	9, 599827	9, 599827	9, 605606
L. sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 521280	0, 523636	0, 523933
L. sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 156388	0, 158744	0, 164820
cos. i : tang. s =	0, 714228	0, 709787	0, 722597
sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	3, 321080	3, 339160	3, 341440
cot. CSN =	4, 035308	4, 048947	4, 064037
L. cot. CSN =	10, 605876	10, 607342	10, 608958

Also CSN =	13°. 55′. 5″.	13°. 52. 25″.	13°. 49′. 25″
cos. *i* : sin. *s* =	0, 989015	0, 982865	0, 995075
sin. *n*. sin. *i* : sin. *s*. tang. *p* =	1, 433470	1, 441270	1, 461576
	2, 422485	2, 424135	2, 456651
L. =	c, 384260	0, 384556	0, 390343
von L. ST =	4, 992675	4, 992675	0, 992675
L. CP =	4, 608415	4, 608119	4, 602332
abgezogen L. sin. CSN =	9, 381170	9, 379810	9, 378270
L. SC =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
SC =	168754	169165	167518

II. Beobachtung.

1744.	Länge des Com.	nördliche Breite.	
Hornung 25St. 5′. 36″	11^s.9°.52′.46″.	14°. 39′. 7″	= *p*.
Länge der Sonne =	11 .6 .31 .37 .	4, 996003	= L. ST.
t = STN =	3°. 21′. 10″.		
Neigung der Bahn = *i* =	46°. 50′. 0″.	47°. 10′. 0″	46°. 50′. 0″
heliocentrische Länge des ☊ =	1^s.15°. 50′. 0 .	1^s.15°. 50′. 0″.	1^s. 16°. 10′. 0″
Länge der Erde =	5 . 6 . 31 . 40 .	5 . 6 . 31 . 40 .	5 . 6 . 31 . 40
s = TSN =	3 . 20 . 41 . 40 .	3 . 20 . 41 . 40 .	3 . 20 . 21 . 40
t = STN =	3 . 21 . 10 .	3 . 21 . 10 .	3 . 21 . 10
s + *t* =	3 . 24 . 2 . 50 .	3 . 24 . 2 . 50 .	3 . 23 . 42 . 50
n = SNT =	65 . 57 . 10 .	65 . 57 . 10 .	66 . 17 . 10
von L. cos. *i* =	9, 835134	9, 832925	9, 835134
abgezogen { L. — tang. *s* =	10, 422787	10, 422787	10, 430481
abgezogen { L. sin. *s* =	9, 971034	9, 971034	9, 971980
L. — cos. *i* : tang. *s* =	9, 412347	9, 409638	4, 404653
L. cos. *i* : sin. *s* =	9, 864100	9, 861 91	9, 863154
zu L. tang. *p* =	9, 417386	9, 417386	9, 417386
addirt L. sin. *s* =	9, 971034	9, 971034	9, 971980

	9, 388420	9, 388420	9, 389366
zu L. sin. i =	9, 822946	9, 865302	9, 862946
	0, 474526	0, 476882	0, 473580
addirt { L. sin. t =	8, 767038	8, 767038	8, 767038
L. sin. n =	9, 960571	9, 960571	9, 961689
L. sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	9, 241564	9, 243920	9, 240618
L. sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 435097	0, 437453	0, 435269
— cos. i : tang. s =	0, 258433	0, 256826	0, 253895
sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 174407	0, 175356	0, 174027
— cot. CSN =	0, 084026	0, 081470	0, 079868
L. — cot. CSN =	8, 924414	8, 910998	8, 902373
Also, CS ☋ =	85°. 11′. 45″.	85°. 20′. 35″.	85°. 26′, 0″
cos. i : sin. s =	0, 731308	0, 726760	0, 729716
sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	2, 723313	2, 738135	2, 724390
	3, 454621	3, 464895	3, 454106
L. =	0, 538400	0, 539690	0, 538335
von L. ST =	4, 996003	4, 996003	4, 996003
L. CP =	4, 458603	4, 456313	4, 457668
abgezogen L. sin. CS ☋ =	9, 998471	9, 998564	9, 998619
L. SC =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
SC =	28849	28691	28777

III. Beobachtung.

1744.	Länge des Comet.	Breite, nördlich.	
Hornung 29. 18ᵀ. 57ʰ. ″	11ˢ. 2°. 32′. 0″.	6°. 28′. 21″	= p
Länge der Sonne =	11. 11. 5. 40.	4, 996506	= L. ST.
— t = STN =	8. 33. 40.		
i =	46°. 50′. 0.	47°. 10′. 0″.	46°. 50′. 0″
heliocentrische Länge des ☊ =	1ˢ. 15°. 50. 0.	1ˢ. 15. 50. 0.	1ˢ. 16°. 10. 0″
Länge der Erde =	5. 11. 5. 40.	5. 11. 5. 40.	5. 11. 5. 40
s = TSN =	3ˢ. 25°. 15′. 40″.	3ˢ. 25°. 15. 40′.	3ˢ. 24°. 55′. 40″
— t = STN =	8°. 33′. 40″.	8°. 33′. 48″.	8°. 33′. 40″.

$s + t =$

$s+t$ =	3ˢ. 16°. 42′. 0″.	3ˢ. 16°. 42′. 0″.	3ˢ. 16°. 22′. 0″
n = SNT =	73°. 18. 0.	73. 18. 0.	73. 38′. 0″
von L. coſ. i =	9, 835134	9, 832425	9, 835134
abgezogen { L. tang. s =	10, 326180	10, 326180	10, 332758
L. ſin. s =	9, 956347	9, 956347	9, 957531
L. — coſ. i: tang. s =	9, 508954	9, 506245	9, 502376
L. coſ. i ſin. s =	9, 878787	9, 876078	9, 877603
zu L. tang. p =	9, 054784	9, 054784	9, 054784
addirt L. ſin. s =	9, 956347	9, 956347	9, 957531
	9, 011131	9, 011131	9, 012315
L. ſin. s =	9, 862946	9, 865302	9, 862946
	0, 851815	0, 854171	0, 850631
addirt { L. — ſin. t =	9, 172790	9, 172790	9, 172790
L. ſin. n =	9, 981285	9, 981285	9, 982035
L. — ſin. t. ſin. i : ſin. s: tang. p =	0, 024605	0, 026961	0, 023421
L. ſin. n. ſin. i : ſin. s: tang. p =	0, 833100	0, 835456	0, 832666
— coſ. i: tang. s =	0, 322815	0, 320808	0, 317963
— ſin. t. ſin. i: ſin. s tang. p =	1, 058290	1, 064050	1, 055410
— cot. CSN =	1, 381105	1, 384858	1, 373373
L. — cot. CSN =	10, 140226	10, 141405	10, 137788
Alſo CS ☊ =	35°. 54′. 25″.	35°. 50′. 0″.	36°. 3′. 35″
coſ. i: ſin. s =	0, 756462	0, 751759	0, 754404
ſin. n. ſin. i: ſin. s. tang. p =	6, 809265	6, 846300	6, 802460
	7, 565727	7, 598059	7, 556864
	0, 878850	0, 880702	0, 878341
von L. ST =	4, 996506	4, 996506	4, 996506
L. CP =	4, 117656	4, 115804	4, 118165
abgezogen L. ſin. CS ☋ =	9, 768246	9, 767474	9, 769840
L. SC =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
SC =	22357	22301, ½	22301

1744.			
Hornung. 29. 18. 57; $f =$	22357	$22301\frac{1}{2}$	22301
L. SF = L. $f =$	4, 349410	4, 348330	4, 348325
☊ SF =	35°. 54′. 25″.	35°. 50′. 0″	36°. 3′. 25″.
Hornung. 25. 5^h. 36′; $g =$	28849	28691	28777
L. SG = L. $g =$	4, 460132	4, 457749	4, 459049
☊ SG =	85°. 11′. 45″.	85°. 20′. 35″	85°. 26′. 0″.
1743.			
Decembr. 21. 6^h. 57′; $h =$	168754	169165	167518
L. SH = L. $h =$	5, 227245	5, 228309	5, 224062
☊ SH =	166°. 4′. 55″.	166°. 7′. 35″	166°. 10′. 35″.
FSG = φ =	49. 17′. 20″.	49. 30′. 35″	49. 22′. 25″.
FSH = ψ =	130. 10. 30.	130. 17′. 35″	130. 7. 0.
180 − ψ = χ =	49. 49. 30.	49. 42. 25	49. 53. 0.
L. $\frac{1}{\text{tang. } \chi}$ = L. cot. χ =	9, 926506	9, 928321	9, 925609
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. $\frac{1}{f \text{ tang. } \chi}$ =	5, 577096	5, 579991	5, 577284
L. fin. χ =	9, 883137	9, 882380	9, 883510
L. $\frac{1}{\text{fin. } \chi}$ =	0, 116862	0, 117619	0, 116489
L. h =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
L. $\frac{1}{h \text{ fin. } \chi}$ =	4, 889617	4, 889310	4, 892427
L. $\frac{1}{\text{tang. } \varphi}$ =	9, 934737	9, 931342	9, 933437
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. $\frac{1}{f \text{ tang. } \varphi}$ =	5, 585327	5, 583012	5, 585112

L. ſin. φ =	9, 879674	9, 881109	9, 880225
L. $\frac{1}{\text{ſin. } \varphi}$ =	0, 120325	0, 118890	0, 119774
L. g =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
L. $\frac{1}{g \text{ ſin. } \varphi}$ =	5, 660193	5, 661141	5, 660725
1 : tang. χ =	0, 844319	0, 847854	0, 842576
1 : ſin. χ =	1, 308770	1, 311055	1, 307643
1 : tang. φ =	0, 860472	0, 853772	0, 857900
	3, 013561	3, 012681	3, 008119
1 : ſin. φ =	1, 319246	1, 314892	1, 317573
der Zähler =	1, 694315	1, 697789	1, 690546
L. des Zählers =	0, 228994	0, 229883	0, 228026
1 : f tang. χ =	377656	380182	377820
1 : f tang. φ =	384882	382835	384691
1 : h ſin. χ =	77556	77502	78060
	840094	840519	840571
1 : g ſin. φ =	457292	458291	457852
der Nenner =	382802	382228	382719
L. des Nenners =	5, 582974	5, 582322	5, 582879
L. des Zählers =	0, 228994	0, 229883	0, 228026
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
b =	44261	44418	44172
g =	28849	28691	28777
f =	22357	22301	23301
$b - g$ =	15412	15727	15395
$b - f$ =	21904	22117	21871
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
1 : g ſin. φ =	5, 660193	5, 661141	5, 660725
L. $h - g$ =	4, 187159	4, 196646	4, 187380

	4, 196762	4, 206117	4, 196430
L. $(b - f)$ =	4, 340523	4, 344726	4' 339869
	9, 856239	9, 861391	9, 856561
Der Zähler =	0, 718190	0, 726760	0, 718723
cot. φ =	0, 860472	0, 853772	0, 857900
tang. v =	0, 142282	0, 127012	0, 139177
L. tang. v =	9, 153150	9, 103844	9, 143566
v =	8°. 5'. 50''.	7°. 14'. 10''.	7°. 55'. 20''.
L. cos. v =	9, 995648	9, 996527	9, 995835
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. f cos. v =	4, 345058	4, 344857	4, 344160
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
L. des Zählers =	8, 991078	9, 992518	9, 989307
f cos. v =	22134	22123	22088
$h - f$ =	21904	22117	21871
Der Nenner =	44038	44240	43959
L. des Nenners =	4, 643827	4, 645815	4, 643048
L. des Zählers =	8, 991078	8, 992418	9, 989307
L. a =	4, 347251	4, 346603	4, 346259
a =	22246	22213	22195
$2a$ =	44492	44426	44390
b =	44261	44418	44172
$(2a - b)$ =	231	8	218
L. $(2a - b)$ =	2, 363612	0, 903090	2, 338456
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. a^2 =	8, 694502	8, 693206	8, 692518
L. $\sqrt{b}$ =	2, 323010	2, 323780	2, 322572
	6, 371492	6, 369426	6, 369945
L. m =	5, 434553	5, 434553	5, 434553

L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
$\frac{1}{2}v$ =	4°. 2′. 55″.	3°. 37′. 5″.	3°. 57′. 47″.
L. t =	8, 849906	8, 800928	8, 840387
L. t^3 =	6, 549718	6, 402784	6, 521161
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	6, 072597	5, 925663	6, 044040
L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
L. Nt =	9, 786845	9, 735801	9, 775779
L. $\frac{1}{3}$Nt^3 =	7, 009536	6, 860536	6, 979432
Nt =	0, 61213	0, 54425	0, 59673
$\frac{1}{3}$Nt^3 =	0, 00102	0, 00072	0, 00095
	0, 61315	0, 54497	0, 59768
Vom Perihelio zur I. Beobachtung. .	$14^h.\ 42'$.	$13^h.\ 5'$.	$14^h.\ 20'$.
das Perihel. 1744. März.	29. 18. 57.	29. 18. 57.	29. 18. 57.
	$1^T.\ 9^h.\ 39'$.	$1^T.\ 8^h.\ 2'$.	$1^T.\ 9^h.\ 17'$.
$\frac{1}{2}v$ =	4°. 2′. 55″.	3°. 37′ 5″	3°. 57′. 40″.
$\frac{1}{2}\varphi$ =	24. 38. 40.	24. 45. 17″$\frac{1}{2}$	24. 41. 12″.
$\frac{1}{2}v^I$ =	28°. 41′. 35″.	28°. 22′. 20″	28°. 38′. 50″.
L. t =	9, 738250	9, 732551	9, 737421
L. t^3 =	9, 214750	9, 197353	9, 212263
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	8, 737629	8, 720232	8, 735142
L. t^5 =	8, 691250	8, 662255	8, 687105
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. nt^5 =	6, 408842	5, 977784	6, 380414
L. n^2t^5 =	4, 126434	2, 173313	4, 073723
t =	0, 54733	0, 54007	0, 54629
$\frac{1}{3}t^3$ =	0, 05465	0, 05251	0, 05434
	0, 60198	0, 59258	0, 60063
abgezogen $\frac{2}{5}nt^5$ =	0, 00010	0, 00003	0, 00010

S =

S =	0, 60188	0, 59255	0, 60033
L. S =	9, 779510	9, 772725	9, 778535
L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
	0, 716449	0, 707598	0, 713927
Vom Perihelio zur II. Beobachtung.	5, 2053	5, 1003	5, 1752
zur I. Beobachtung.	0, 6131	0, 5449	0, 5977
von I. Beobachtung zur II.	4, 5922	4, 5554	5, 5775
$\frac{1}{2} v =$	4°. 2'. 55''.	3°. 37'. 5''.	3°. 57'. 40''.
$\frac{1}{2} \psi =$	65. 5'. 15''.	65. 8'. 37''.	65. 3. 30.
$\frac{1}{2} v'' =$	139. 8. 10.	69. 45. 40.	69. 1. 10''.
L. =	0, 418914	0, 410435	0, 416263
L. t^3 =	1, 256742	1, 231305	1, 248789
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3} t^3$ =	0, 779621	0, 754184	0, 771668
L. t^5 =	2, 094570	2, 052175	2, 081315
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. $n\, t^5$ =	9, 812162	8, 307704	9, 774624
L. $n^2\, t^5$ =	7, 529754	4, 563233	7, 467933
L. t^2 =	0, 837828	0, 820870	0, 832526
L. $n^2\, t^7$ =	8, 367582	5, 384103	8, 300459
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. $n^3\, t^7$ =	6, 085174	1, 639632	5, 993768
L. t^2 =	0, 837828	0, 820870	0, 832526
L. $n^3\, t^9$ =	6, 923002	2, 460502	6, 826294
L. n =	7, 717592		0, 693309
L. $n^4\, t^9$ =	4, 640594		4, 519603
L. $n^4\, t^{11}$ =	5, 478422		5, 352129
t =	2, 62370	2, 57297	2, 60774
$+ \frac{1}{3} t^3$ =	6, 02034	5, 67785	5, 91110

	8, 64404	8, 25082	8, 51884
$-\frac{2}{5}\, n\, t^5 =$	0, 25956	0, 00812	0, 23806
	8, 38448	8, 24270	8, 28078
$+\frac{2}{5}\, n^2\, t^5 =$	203		176
	8, 38651	8, 24270	8, 28254
$+\frac{3}{7}\, n^2\, t^7 =$	1000	1	856
	8, 39651	8, 24271	8, 29110
$-\frac{4}{7}\, n^3\, t^7 =$	0, 00007		0, 00005
	8, 39644	8, 24271	8, 29105
$-\frac{4}{9}\, n^3\, t^9 =$	0, 00037		0, 00029
	8, 39607	8, 24271	8, 29076
$+\frac{5}{11}\, n^4\, t^4 =$	1		1
S =	8, 39608	8, 24271	8, 29077
L. S =	0, 924076	0, 916070	0, 918595
IN =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
von Perihelio zur III. Beobachtung.	1, 861015	1, 850943	1, 853987
oder	72^{T}, 6131	70, 9485	71, 4475
zur I. Beobachtung	0, 6131	5, 5449	0, 5977
von I. Beobachtung zur III.	72^{T}, 0000	70, 4036	70, 8498

§. 32. Wenn wir also die §. 28. gegebene Verbesserung gebrauchen wollen, so wird; $l = 1^s.\ 15^\circ.\ 20'.\ 0''$, und $i = 46^\circ.\ 50'.\ 0''$., wie auch $\lambda = 20'$ und $\eta = 20'$; man setze also für die wahre Laufbahn, die Länge des aufsteigenden Knoten $\Omega = 1^s.\ 15^\circ.\ 50' + x$, die Neigung $= 46^\circ.\ 50'. + y$ Der Unterschied der Zeit von der ersten bis zur zweyten Beobachtung war; $4^T.\ 13^h.\ 21'. = 4,\ 5562$ Täge. Die Rechnung aber giebt:

Zeit von der I. zur II. Beobachtung.	4, 5922	4, 5554	4, 5775
T+K =	4, 5562	4, 5922	4, 5922
	K = − 360; p	= − 368; q =	− 147.

Da nun $\frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = K$, so ist, $360 = 18,\ 4\, y + 7,\ 3\, x$. Auf gleiche Art, da die Zeit von der ersten, zur zweyten Beobachtung $= 70^T.\ 12^h. = 7,\ 5000$ und nach den Hypothesen.

Die Zeit von der I. Beobachtung zur III.	I. Hypothese	II.	III.
	72, 0000	70, 4036	70, 8498
T+K =	70, 5000	72, 0000	72, 0000
K =	− 1, 50000; p	= − 1,5964; q	= − 1, 1502

so

so ist $15000 = 798,\ 2y + 575,\ x$. Aus der ersten Gleichung wird $x = 49,\ 3 - 2,\ 5y$, welcher Werth in die zweyte gesetzt, giebt, $63959 = 133524$, woraus $y = 20'.\ 53'.$ und $x = -\ 3'.\ 45''$. Dahero für die wahre Laufbahn des Cometen.

Die Länge des aufsteigenden Knoten	=	$1^s.\ 15^\circ.\ 46'.\ 6''$
Die Neigung der Bahn	=	$47^\circ.\ 10'.\ 53''$.

§. 33. Die übrigen Elementen werden durch Interpoliren gefunden.

	I. Hypothese	II.	III.
$a =$	22246	22213	22195
		22246	22246

$p = -\ 33,\ q = -\ 51.$

Da nun, die zu a zu addirende Größe $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$ so wird: $K = -\ 34 + 10 = -\ 24$, dahero $a = 22222$ sehr genau; ferners ist auch:

	Hypothese I.	II.	III.
$b =$	44261	44418	44172
		44261	44261

$p = 157;\ q = -\ 89$ man muß

folglich zu b addiren den Werth von $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$, oder $K = 164 + 17 = 181$, daher dann $b = 44442$.

	I.	II.	III.
	T h ′	T h ′	T h ′
Der Comet gieng durch das Perihelium 1744 den März.	1. 9. 39	1. 8. 2	1. 9. 17
		1. 9. 39	1. 9. 39

$p = -\ 1,\ 37;\ q = -\ 22'.$

Dahero ist $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = -\ 1^h.\ 38'$, und folglich ist die wahre Zeit des Perihelium, 1744. März, $1^T.\ 8^h.\ 2'$. Endlich ist:

	I.	II.	III.
I. Beobachtung die wahre Anomalie =	$8^\circ.\ 5'.\ 50''$.	$7^\circ.\ 14'.\ 10''$.	$7^\circ.\ 55'.\ 20''$
I. Beobacht. Distanz von ☋ Knoten =	$35^\circ.\ 54'.\ 25''$	$35^\circ.\ 50'.\ 0$.	$36^\circ.\ 3'.\ 35''$
Distanz des ☋ von Perihelio =	$27^\circ.\ 48.\ 35''$.	$28^\circ.\ 35'.\ 50''$.	$28^\circ.\ 8'.\ 15''$
		$27^\circ.\ 48'.\ 35''$.	$27.\ 48'.\ 35''$

$p = 47.\ 15;\ q = 19,\ 40.$ Dahero dann.

$K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = 45'.\ 33''$. Es wird also die Entfernung des absteigenden Knoten von Perihelio seyn: $28^\circ.\ 34'.\ 8''$. Aus allen diesen folgt nun die Bestimmung der wahren Laufbahn dieses Cometen, nämlich:

I. Di-

I. Distanz von der Sonne, im Perihelio	$= a = 22222$
	$L\ a = 4,346783$
II. Der halbe Parameter	$= b = 44442$
	$L.\ b = 4,647793$

III. Zeit des Perihelium: 1744. März 1^{T}. 8^{h}. $2'$. mittlere Zeit.

IV. Distanz des absteigenden Knoten, von Perihelio = AS ☋ =	$28^{\circ}.\ 34'.\ 8''.$
V. Länge des aufsteigenden Knoten ☊	$= 1^{s}.\ 15^{\circ}.\ 46'.\ 6''.$
VI. Neigung der Bahn auf die Ecliptik	$= 47^{\circ}.\ 10'.\ 53''.$

§. 34. Die Laufbahn dieses Cometen, ist von der Parabel so wenig unterschieden, daß man sie ohne merklichen Fehler in Rechnen dafür annehmen kann. Es muß also auch die Umlaufszeit viele Jahrhunderte betragen, welches unter andern auch daraus erhellet, weil wir in der Halleyischen Cometentafel nicht einen finden, dessen Elemente mit den gegenwärtigen nur einigermassen zu vergleichen wären. Damit wir aber sehen, ob diese unsere Bestimmung, auch mit allen Beobachtungen eintreffe, wollen wir aus selber den Ort des Cometen, von 3 Februar $8^{h}.\ 3'.\ 30''$. berechnen, für welche Zeit zu Paris beobachtet wurde, $0^{s}.\ 0^{\circ}.\ 18'.\ 26''$. die Länge, und $19^{\circ}.\ 42'.\ 53''$ die Breite nördlich.

Aus den Sonnentafeln ist der Ort der Sonne für diese Zeit $10^{s}.\ 14^{\circ}.\ 26'.\ 13''$. der Logarithme der Distanz von der Erde 4, 993967, man ziehe also die vorgegebene Zeit, Februar $3^{T}.\ 8^{h}.\ 3'\frac{1}{2}$ von der Zeit des Perihelium, ab

30 . 8 . 2

$27^{T}, - 1'\frac{1}{2}$ der Unterscheid, oder

26, 9989 Täge.

Um nun die Anomalie zu finden, suche man die Zahl $N = \frac{a^2}{m\sqrt{b}}$; nämlich:

$L.\ a^2 =$	8, 6 9 3 5 8 6
$L.\ \sqrt{b} =$	2, 3 2 3 8 9 6
	6, 3 6 9 6 9 0
$L.\ m =$	5, 4 3 4 5 5 3
abgezogen $L.\ N =$	0, 9 3 5 1 3 7
von L. (26, 9989) Täge =	1, 4 3 1 3 4 6
$L.\ (t + \frac{1}{3}t^3 - \frac{2}{5}nt^5) =$	0, 4 9 6 2 0 9

§. 35. Da aber die Zahl n so klein ist, daß man sie ganz ausser Acht lassen kann, so wird die wahre Anomalie v aus beygefügter Iten Tafel gefunden. Durch Interpoliren erhält man aber,

$v =$	$117^{\circ}.\ 27.\ 24''.$
Distanz des Perihel. von ☊ Knoten =	151 . 25 . 52
Elongation des Cometen von ☊ =	$33.\ 58'.\ 28''$

Aus

Aus der wahren Anomalie v findet man die Distanz des Cometen SC von der Sonne, dann, da $SC = f = \frac{ab}{a + (b-a)\,\cos.\, v}$, weil $b = 2a$, so ist, $f = \frac{2a}{1+\cos.\, v} = \frac{a}{(\cos.\, \frac{1}{2} v)^2}$, da nun,

$\frac{1}{2} v =$	58°. 43'. 42"
so ist, L. cos. $\frac{1}{2} v =$	9,715250
2 L. cos. $\frac{1}{2} v =$	9,430500
L. $a =$	4,346783
folglich L. $f =$	4,916283

In der 13ten Figur, ist der Ort des ☊ Knoten = 1ˢ. 15°. 46'. 6".
die Länge der Erden = 4ˢ. 14°. 26'. 13".
Also ist der Winkel TSN = s = 88°. 40'. 7".

§. 36. Wir haben schon von vorhin angenommen, daß ST = c; SC = f; CSN = φ; TSN = s, die Neigung = i; SNT = n, und die geocentrische Breite = p, folglich ist, $\text{tang.}\, n = \frac{c.\, \sin.\, s - f.\, \sin.\, \varphi\, \cos.\, i}{f.\, \cos.\, \varphi - \cos.\, s}$ und $\frac{\cos.\, n}{\text{tang.}\, p} = \frac{f.\, \cos.\, \varphi - c.\, \cos.\, s}{f\, \sin.\, \varphi\, \sin.\, i}$, durch welche Formeln der heliocentrische Ort leichter gefunden wird, als durch die gewöhnliche trigonometrische Berechnungen. Da nun:

L. c =	4,993967
L. f =	4,916283
i =	47°. 10'. 53".
s =	88. 40'. 7".
φ =	33°. 58'. 28'.

so stellet man am bequemsten folgende Berechnung an:

L. c =	4,993967
addirt { L. sin. s =	9,999882
addirt { L. cos. s =	3,366080
L. c, sin. s =	4,993849
L. c, cos. s =	3,359967
L. f =	4,916283
addirt { L. sin. φ =	9,747270
addirt { L. cos. φ =	9,918705
L. f. cos. φ =	4,834988
L. f. sin. φ =	4,663553
addirt { L. cos. i =	9,832300
addirt { L. sin. i =	9,865400

L. f sin. φ cos. i =	4, 4 9 5 8 5 3
L. f sin. φ sin. i =	4, 5 2 8 9 5 3
c sin. s =	9 8 5 4 9
f sin. φ cos. i =	3 1 3 2 2
Nenner =	6 7 2 7 2
f cos. φ =	6 8 3 8 9
c cos. s =	2 2 9 1
Nenner =	6 6 0 9 8
L. des Zählers =	4, 8 2 7 8 3 4
L. des Nenners =	4, 8 2 0 1 8 8
L. tang. n =	1 0, 0 0 7 6 4 6
Also n =	45°. 30′. 15″
addirt s =	88°. 40′. 7″
	134°. 10′. 22″
STN = t =	45°. 49′. 38″
oder t =	1ˢ. 15. 49. 38
Ort der Sonne =	10. 14. 26. 13
Länge des Cometen =	0ˢ. 0°. 15′. 51″.
L. cos. n =	9, 8 4 5 6 3 0
L. f sin. φ sin. i =	4, 5 2 8 9 5 3
	4, 3 7 4 5 8 3
L. des Nenners =	4, 8 2 0 1 8 8
L. tang. p =	9, 5 5 4 3 9 5
geocentrische Breite =	19°. 43′. 5″.

Diese berechnete Länge ist um 2′. 35″, die Breite aber nur um 12″ von den Beobachtungen unterschieden, welche geringe Fehler leicht zu vergeben sind, weil selbst bey den Planeten nicht selten größere begangen werden.

§. 37. Bestimmen wir nun auch die Zeit, wenn der Comet in den Knoten gewesen ist; da die wahren Anomalien dieser zween Punkte schon bekannt sind, so ist:

	Für ☊	Für ☋
v =	151°. 25′. 52″.	28°. 34′. 8″.
$\frac{1}{2}v$ =	75. 42. 55.	14. 17. 5.
L. t =	0, 594110	9, 405870
L. t^3 =	1, 782330	8, 217610
L. 3 =	0, 477121	0, 477121

L. $\frac{1}{3}t^3$

L. $\frac{1}{3}t^3$ =	1, 305209	7, 740498
t =	3, 9274	0, 25461
$\frac{1}{3}t^3$ =	20, 1934	0, 00550
S =	24, 1208	0, 26011
L. S =	1, 382392	9, 415157
L. N =	0, 935137	0, 935137
	2, 313529	0, 350294
die Zeit vom Perihelio.......	207^{T}. 744	2^{T}. 2402
oder	207^{T}. 17^{h}. 50'.	2^{T}. 5^{h}. 45.
das Perihelium 1743. August.	214^{T}. 8. 2.	1^{T}. 8. 2 | März. 1744
1743. August.	6^{T}. 14. 12'.	3^{T}. 13. 47' | März. 1744

Hieraus ersehen wir, daß der Comet schon im Jahre 1743 Augusti 7. in der Frühe durch den aufsteigenden Knoten gegangen sey, durch den absteigenden aber 1744 März 3, 13^{h}. 47'. mittlere Zeit für Paris, welches mit unseren vorigen Bestimmungen aus den nicht sehr genauen Elementen doch ziemlich übereinskömmt. Aus den Beobachtungen des Hr. Cassini läßt sich überhaupt abnehmen, daß der Comet beyläufig um die angeführte Zeit durch die Ecliptik müße gegangen seyn, weil seine Breite vom 25ten Februari bis zum 29ten schon um 8 Grade abgenommen hatte, und am 29ten nur 6 Grad betrug, welche er beyläufig in drey Tagen zurücklegen konnte.

§. 38. Dieser Comet hat sich also jenseits der Ecliptik durch 209 Täge 23^{h}. 35' verweilet, wird nun diese Zeit von der ganzen Periode abgezogen, so bleibt über, wie lange er sich in den südlichen Theile der Ecliptik aufgehalten, wo man eine große Ungleichheit in seinem Verweilen disseits, und jenseits des Thierkreises bemerket. Da er aber im Monat August 1743 seinen Lauf nach Norden genommen, hat er sich von der Ecliptik gegen Norden so weit entfernet, bis die heliocentrische Breite der Neigung auf die Ecliptik gleich geworden ist, in welchem Falle er von jedem Knoten um 90° entfernet war; auf gleiche Weise wiech er den 3ten März von dem Thierkreise ab, bis seine Distanz vom absteigenden Knoten 90° betrug. Wir wollen nun sehen wann diese zwey größten Elongationen von der Ecliptik sich zugetragen haben:

Für die größte nördliche Elongation:		
v =	61°. 25'. 52".	118°. 34'. 8"
$\frac{1}{2}v$ =	30. 42'. 56".	59. 17'. 4"
L. t =	9, 773875	0, 226123
L. t^3 =	9, 321625	0, 678369
L. 3 =	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	8, 844504	0, 201248
L. N =	0, 935137	0, 935137

L. Nt =	0, 709012	1, 161260
L. $\frac{1}{3} Nt^3$ =	9, 779641	1, 136385
Nt =	5, 11696	14, 4964
$\frac{1}{3} Nt^3$ =	0, 60206	13, 6894
	5, 71902	28, 1858
Zeit vom Perihelio, zur größten Elongation.	$5^T. 17^h. 15'$	$28^T. 4^h. 27'$.
Das Perihelium war im März	$1^T. 8^h. 2'$	1. $8^h. 2'$.
oder Februar	30. 8. $2'$	
Februar.	24. $14^h. 47'$	29. $12^h. 29'$. März

Die größte heliocentrische Breite war also im Febr. 24. $14^h. 47'$. und der Comet entfernte sich vom August 1743, bis Febr. 1744. durch 202 Täge, $0^h. 35'$. von der Ecliptik, nahete sich aber in 7 Tägen 23 Stunden wieder. Da er sich ferners unsern Augen entzogen hat, wuchs dessen heliocentrische Breite bis zu dem 29ten März $12^h. 29'$, wo sie $47°. 10'. 53''$ betrug. Jetzt rückt er wieder gegen die Ecliptik, welche er aber nicht erreichet, bis seine wahre Anomalie $151°. 25'. 52''$ beträgt, welches erst nach vielen Jahrhunderten geschehen kann.

§. 39. Obyleich diese unsere Methode nur drey Beobachtungen erfodert, so wird es doch gut seyn, wenn deren mehrere versuchet, und die Fehler auf solche Art gleich vertheilet werden, damit man der Wahrheit um so näher komme. Dann man wähle sich zum Beyspiel eine vierte Beobachtung, und berechne nur ihre Elongation von der Knoten Linie, nach einer jeden, aus den drey gemachten Hypothesen; nach diesem suche man für jede Hypothese die Zeit von der ersten zur vierten Beobachtung, aus den vorhin gefundenen Elementen des Cometen, und vergleiche sie mit der observirten Zeit, wodurch man eine neue Gleichung für die Fehler x und y erhalten wird, so daß man durch drey Gleichungen die Werthe von x und y auf gedoppelte Art bestimmen kann. Kommen nun zwey gleiche Werthe heraus, so war die erste Bestimmung genau, bekommt man aber ungleiche, so nehme man das Mittel, damit die Abweichung der Theorie von den Beobachtungen auf gleiche Art vertheilet werde. Und so könnte man eine beliebige Anzahl von Observationen nehmen, durch welche die wahre Bahn des Cometen sehr genau sich angeben läßt, wenn unsere Methode getreu befolget wird, sollten gleich die Beobachtungen einzelweise genommen, nicht die verläßlichsten seyn. Diese neue Verbesserung wollen wir aber bey unseren Cometen um so weniger anwenden, als ohnehin die Rechnung mit den Beobachtungen so genau zusammtrift, daß man sich eine größere Vollkommenheit nicht versprechen darf.

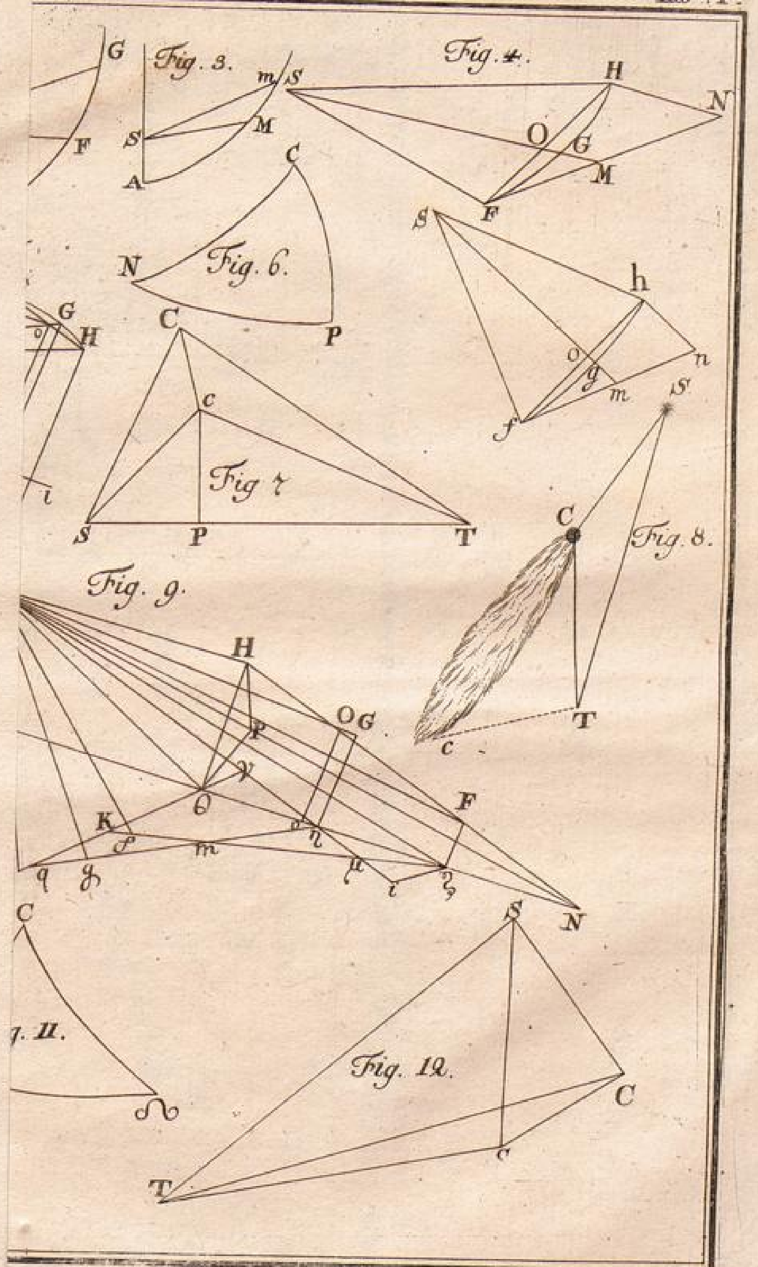


Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 6.
Fig 7
Fig. 8.
Fig. 9.
g. 11.
Fig. 12.

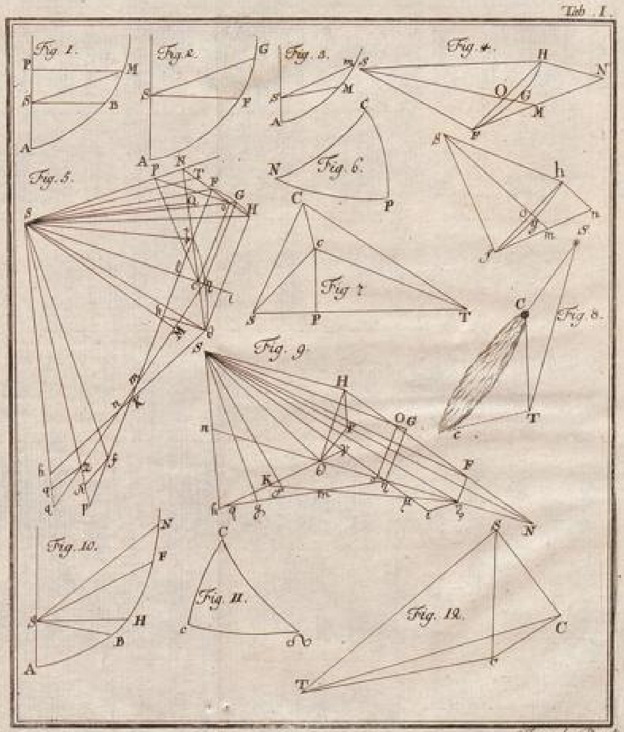
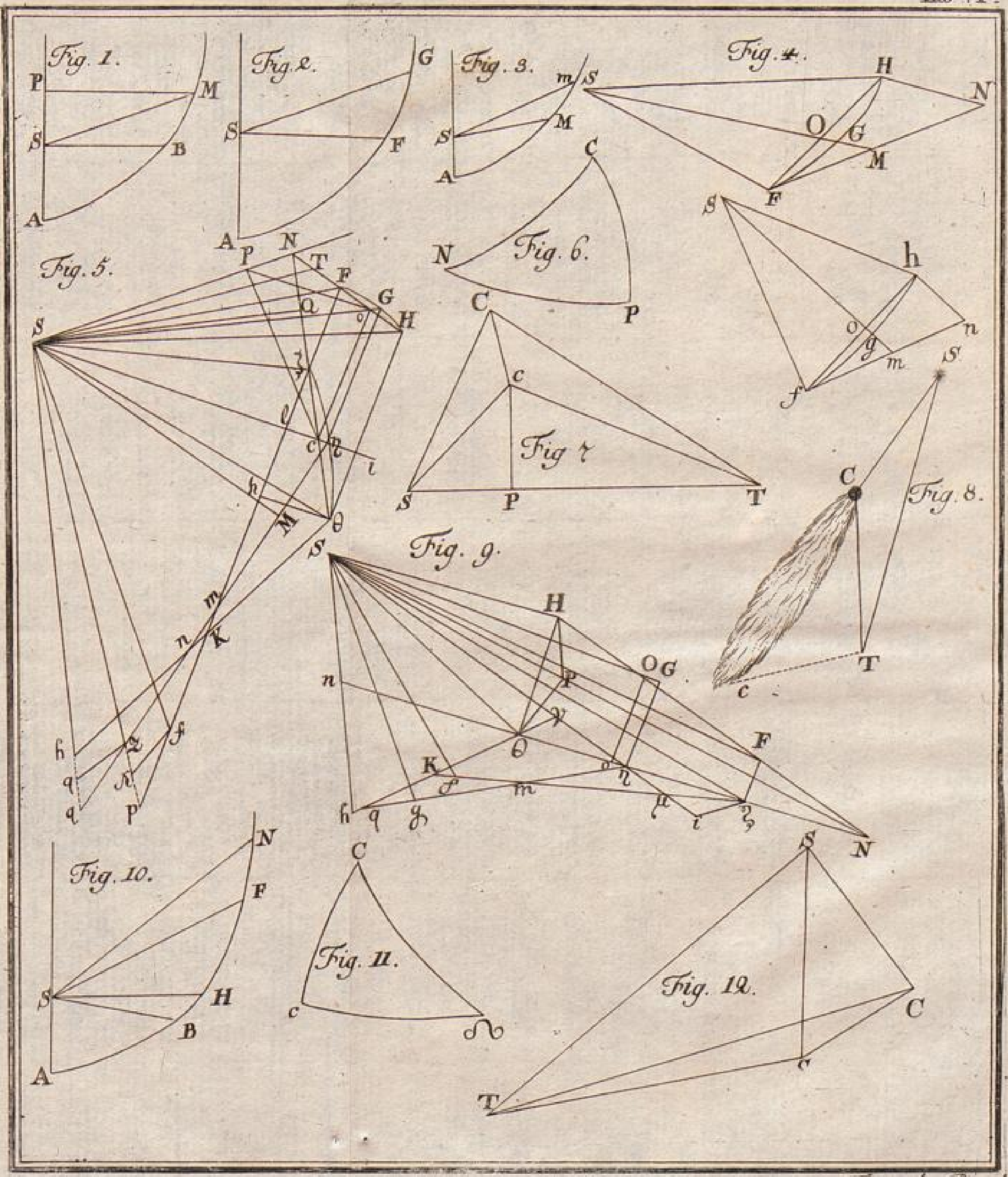


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.

Tab. I.



Theor. der Planet.

Theorie
der
Kometen

Von
I
Paccassi