EINE KRITIK DES SUPERVALUATIONISMUS

»YOU DO NOT IMPROVE A BAD IDEA BY ITERATING IT«

INAUGURALDISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde im Fach Philosophie (Dr. phil.)

vorgelegt von

ALEXANDER NOWAK

UNIVERSITÄT PADERBORN | Fakultät für Kulturwissenschaften
Institut für Humanwissenschaften: Philosophie

Dekan: Prof. Dr. Volker Peckhaus
1. Prüfer: Prof. Dr. Volker Peckhaus
2. Prüfer: PD Dr. Nikolay Milkov

Eingereicht Juni 2014

UNIVERSITÄT PADERBORN | Fakultät für Kulturwissenschaften
Institut für Humanwissenschaften: Philosophie

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Der Supervaluationismus ist bekannt geworden als die Standardtheorie zur Analyse eines semantisch verstandenen Begriffs von Vagheit in Sprachphilosophie und Logik mit besonderem Blick auf die natürliche Sprache. Der gegenüber einer ontologisch begründeten Vagheit die philosophische Diskussion weiterhin dominierende Begriff linguistischer Vagheit ist dabei zuerst einmal gut verstanden, wenn erkannt wird, dass vage Prädikatausdrücke wie „ist rot", „ist groß" oder „ist ein Kind" im Zusammenhang mit der klassischen Logik zu paradoxen und sogar sich widersprechenden Schlüssen führen können.[1] Es ist letztlich die Existenz der Paradoxie, die als die eigentliche Bedrohung durch das Phänomen „Vagheit" wahrgenommen wird.

Namentlich geschieht dies in Form der sogenannten Sorites-Paradoxie, der antiken Paradoxie des Haufens, die dann entsteht, wenn durch den Prozess der Prädikation mit einem vagen Prädikat wie bspw. „ist groß" eine absteigend nach Größe geordnete Reihe von Individuen durchlaufen wird und die entsprechenden Sätze bildet werden.[2] Der erste Mensch in dieser Reihe mit einer Körpergröße von 2,00 m stellt eine klare Positivinstanz von „ist groß" dar. Es steht zudem in Einklang mit unserer sprachlichen Intuition hinsichtlich der Bedeutung von „ist groß", dass der Unterschied bspw. von 1 mm hinsichtlich der Körpergröße zweier Menschen nicht hinreichend dafür sein kann, dem einen das Prädikat zuzusprechen und es dem anderen abzusprechen. Ebenfalls unstrittig ist, dass ein Mensch, dessen Körpergröße nur einen Meter beträgt, nicht groß genannt werden kann. Doch mit diesen Prämissen lässt sich mittels mathematischer Induktion – aber auch auf andere Weise – bereits der folgende paradoxe Schluss gewinnen:

(Induktionsbasis)	Ein Mensch mit einer Körpergröße von 2000 mm ist groß.
(Induktionsschritt)	Wenn ein Mensch mit einer Körpergröße von n mm groß ist, ist ein Mensch mit einer Körpergröße von $n - 1$ mm groß.

[1] Vgl. Sorensen [2012].
[2] Vgl. Hyde [2011] für den historischen Hintergrund der Paradoxie und verschiedene Arten ihres Zustandekommens.

(Konklusion)	Ein Mensch mit einer Körpergröße von 1000 mm ist groß.

Wenn man die Prädikate „ist groß“ und „ist klein“ als konträres Begriffspaar auffasst, d.h. sich mit Blick auf ein konkretes Individuum zumindest gegenseitig ausschließende Begriffe, dann ist zudem ein logischer Widerspruch konstruierbar. Wenn wir in umgekehrter Richtung dieselbe Reihe durchlaufen und „ist klein“ entsprechend prädizieren, werden wir den paradoxen Schluss ziehen können, dass ein Mensch mit einer Körpergröße von 2 m in der Tat ein kleiner Mensch ist. Als Konjunktion mit dem Satz „Ein Mensch mit einer Körpergröße von 2000 mm ist groß“ bildet der Satz „Ein Mensch mit einer Körpergröße von 2000 mm ist klein“ dann freilich besagten Widerspruch. Das Paradoxe an dem Schluss im präsentierten Beispiel ist, dass beide Prämissen in hohem Maße plausibel erscheinen, die logischen Ableitungsregeln, die zur Gewinnung der Konklusion eingesetzt werden müssen, allesamt klassisch logisch gültige sind, und doch die Konklusion selbst ein klar falscher Satz ist.

Der Supervaluationismus ist im Stande, eine Semantik anzubieten, mit der vage Prädikate als Teil einer formalisierten Sprache in ein System der Logik derart integriert werden können, so dass dabei der klassisch logische Satzbestand erhalten bleibt.[3] Zudem bietet er einen Weg, das Zustandekommen der Sorites-Paradoxie in diesem System zu unterbinden, indem er die Falschheit des Induktionsschrittes als Prämisse in einem bestimmten Sinne behauptet. Die modelltheoretische Technik hinter dieser logischen Theorie, die dies ermöglicht, ist nunmehr fast 60 Jahre alt. Ihre wechselhafte Verwendung zur Behandlung von sich unterscheidenden und – wie sich zeigen wird – dabei doch verwandten sprachphilosophischen Phänomenen und Problemen wird in dieser Arbeit vorgestellt und diskutiert. Mein Ziel besteht darin, zum einen eine Kritik des Supervaluationismus unter An- und Zuhilfenahme der von Mark Sainsbury wesentlich in seinem [1990] geäußerten fundamentalen Einwände zu geben.[4] Dieser argumentiert gegen eine jede Analyse sprachlicher Vagheit unter Verwendung nicht nur einer mengentheoretisch „scharf“ klassifizierenden Sprache, sondern darüber hinaus einer jeden semantischen Interpretation, die als die semantischen

[3] Vgl. Fine [1975], Keefe [2000].
[4] Sainsbury [1990].

Werte vager Prädikate letztlich Mengen für positive und negative (und weitere) Extension(en) derselben vorsieht. In diesem Zusammenhang wird sich der Begriff der vagen Menge als ein wesentliches Problem herausstellen, für das es, anders als etwa für den Begriff der Fuzzy-Menge, bislang keinerlei Fundierung gibt.

Es soll andererseits untersucht werden, inwiefern Sainsbury mit seinem Gegenvorschlag für ein Konzept einer Semantik für vage Prädikate auf der Basis seiner sogenannten *boundaryless concepts* für sich in Anspruch nehmen kann, einen philosophisch überzeugenderen Zugang zum Phänomen sprachlicher Vagheit gefunden zu haben. Sein bisher noch sehr wenig rezipierter Ansatz für eine solche Semantik versucht dabei, sich abseits von der klassisch mengentheoretischen Semantik zu positionieren. Das Anliegen Sainsburys ist es, auf diese Weise die in Bezug auf den Supervaluationismus wahrgenommenen Fehlleistungen hinsichtlich einer adäquaten Charakterisierung von Vagheit zu umgehen.

Beginnen werde ich im ersten Kapitel der Arbeit damit, die Anfänge, d.h. genauer die philosophischen Ursprünge der supervaluationistischen Semantik aufzuzeigen, die zurückgehen auf Henryk Mehlbergs erkenntnistheoretische Monographie aus der Mitte der fünfziger Jahre. Dieser erfand für wissenschaftsphilosophisch-erkenntistheoretische Zwecke in seinem Hauptwerk [1958] die hierfür grundlegende semantische Technik, Terme, die vage sind, im Zuge des Vorgangs der Bewertung der Sätze einer Sprache zu reinterpretieren, um sie so innerhalb des Satzzusammenhanges der Logik wieder verfügbar zu machen.[5] Hier interessiert zweierlei: Die Darstellung des Entscheidenden an der neuen, noch unausgearbeiteten Methode und auch Mehlbergs Beitrag für den Supervaluationismus insgesamt. Die spezifischen Herausforderungen für die Logik, die dann bestehen, wenn semantische Vagheit in der Sprache erzeugt wird durch das Vorkommen referentiell unbestimmter Terme, werden anhand der Probleme im Zusammenhang mit dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten und dem Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch diskutiert.

Von hier aus wird in Kapitel 2 ein historischer Rückgriff unternommen auf Bertrand Russells Aufsatz *On Denoting* von 1905, mit dem dieser seine berühmte Kennzeichnungstheorie als Analyse des bestimmten Artikels vorstellte.[6]

[5] Mehlberg [1958].
[6] Russell [1905].

Das seinen Bemühungen unterliegende sprachphilosophisch-ontologische Problem referentieller Unbestimmtheit von singulären Termen ist sowohl in philosophischer wie auch formal-logischer Hinsicht unmittelbar für den Supervaluationismus und dessen erste von van Fraassen angegebene Formalisierung von zentraler Bedeutung. Russells Vorschlag zur Auflösung der ehrwürdigen Probleme im Zusammenhang mit negierten Existenzsätzen und leeren Namen darf zugleich auch als optimistische Antwort auf die Fregesche Forderung der notwendigen Bestimmtheit aller Terme einer Sprache für die Sache der Logik gesehen werden. Russell zeigte, dass bei vollständiger Erhaltung der klassischen Logik eine Lösung des Problems ohne Annahme der Unbestimmtheit von Sätzen hinsichtlich ihres Wahrheitswertes möglich war und auch darüber hinaus eine Abweichung vom klassischen Bestand der Ausdrucksmittel zu vermeiden war. Es wird hier zu zeigen sein, wie ihm dies mit rein klassischen Mitteln möglich war und worin letztlich die Kosten für seine Analyse bestehen.

In Kapitel 3 wird P. F. Strawsons späte Kritik an Russells Theorie der Kennzeichnung durch seine Streitschrift *On Referring* von 1950 vorgestellt.[7] Anders als Russell war jener der Auffassung, dass Wahrheitswertlücken für Sätze der natürlichen Sprache in bestimmten Fällen eben doch angenommen werden müssen. Mit Strawsons frühem Beitrag zu einer Philosophie der normalen Sprache versuchte dieser zu verdeutlichen, dass gerade für den Bereich der natürlichen Sprache gar nicht darauf zu hoffen war, dass mit Russells Theorie sämtliche definiten Kennzeichnungsausdrücke analysiert werden konnten. Aus den Einwänden, mit denen Strawson Recht behalten sollte, ergab sich dann zwar nicht die Widerlegung von Russells Theorie, wohl aber die Einschränkung der Reichweite ihrer Gültigkeit. Auch Strawsons Zugang bringt jedoch Nachteile für die logische Theorie mit sich und es wird hier zu zeigen sein, welche dies sind.

Wichtiger für die Annäherung an den Supervaluationismus ist dann allerdings die Spannung, die sich aus diesen beiden Zugängen, dem Russellschen und dem Strawsonschen, hinsichtlich der Frage nach der Formalisierbarkeit der natürlichen Sprache ergibt: Es wird klar werden, dass das, was die referentielle Unbestimmtheit der singulären Terme – sowohl als leere Namen als auch als Namen für fiktive Gegenstände – für die klassische Logik zum Problem macht, auch

[7] Strawson [1950].

explizit in technisch elaborierter Weise diskutiert werden kann. In Kapitel 4 geht es nun genau darum, aufzuzeigen, wie logische Systeme aufgebaut werden können, deren Quantifizierungsbereiche (anders als bei Frege) leer sein können und für deren Sprachen gilt, dass eben nicht zwingend alle singulären Terme Gegenstände aus dem Träger der Interpretation bezeichnen.

In Abschnitt 4.1 wird diskutiert, wie die beiden von der klassischen mathematischen Logik getroffenen Voraussetzungen expliziert werden, die dann in der Folge durch die Systeme von sogenannten freien Logiken in Frage gestellt werden. Es werden so für die referentiellen Anomalien singulärer Terme, wie sie von Russell und Strawson untersucht wurden, konkrete formal-semantische Möglichkeiten untersucht, wie sie von den verschiedenen Ausprägungen innerhalb der *free logic* ab etwa Mitte der fünfziger Jahre vorgeschlagen wurden.[8] 4.2 stellt das hierfür notwendige technische Werkzeug der modelltheoretischen Semantik zur Verfügung und gibt einen Klassifizierungsvorschlag für logische Theorien relativ zur klassischen Prädikatenlogik der ersten Stufe an. In Abschnitt 4.3 werden endlich die positiven, neutralen und negativen Systeme freier Logiken vorgestellt und die Besonderheiten ihrer Semantik diskutiert. Die erste formalisierte Logik, die auf Basis von Superbewertungen die Sätze einer Sprache bewertet hat, stammt aus Bas van Fraassens Beitrag *Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic* von 1966 zum Themenkreis der freien Logik.[9]

Eine Kritik, die die philosophischen Implikation und technischen Eigenschaften der vorgestellten Systeme freier Logiken berücksichtigt, wird in Kapitel 5 ausführlich vorgestellt werden. In Unterabschnitt 5.1 werden dabei sowohl die generischen Probleme, die alle diese Systeme gleichermaßen teilen, als auch die für die positiven, neutralen und negativen Systeme jeweils spezifischen Anomalien besprochen. 5.2 widmet sich dann ausschließlich der Analyse der Methode van Fraassens: dem Supervaluationismus in Anwendung auf singuläre Terme. Es wird sich hier zeigen, dass die Technik der Supervaluation für den Bereich singulärer Terme keineswegs uneingeschränkt zu empfehlen ist und darüber hinaus als logisches System Eigenschaften aufweist, die seine Verwandtschaft mit der Prädikatenlogik der zweiten Stufe offensichtlich werden lassen.

[8] Vgl. Nolt [2011].
[9] Van Fraassen [1966].

Mit dem 6. Kapitel wird endlich der Übergang geschaffen von der Behandlung nur der singulären Terme einer Sprache als Quelle für ein semantisch anomales Verhalten hin zur Fokussierung auf die generellen Terme, d.h. die Prädikat- und Relationszeichen einer formalen Sprache. Einleitend werden in 6.1 ausgehend von Kit Fines *Vagueness, Truth and Logic*, mit dem erstmals der Supervaluationismus umfassend auf linguistische Vagheit angewendet wurde, die wesentlichen Grundbegriffe zum Verständnis eines semantischen Vagheitsbegriffes am Beispiel vager Prädikate eingeführt. Zentral sind hier mehrere Begriffe: der des Grenzfalls (*borderline case*) einer Prädikation, der dann entsteht, wenn das fragliche vage Prädikat weder bestimmt auf ein Individuum zutrifft noch nicht zutrifft. Ferner wird hinsichtlich der semantischen Interpretation genereller Terme auf die Schwierigkeit verwiesen, in welcher Hinsicht ein solches Prädikat den Träger des unterliegenden Modells partitioniert. In diesem Zusammenhang wird auch der Begriff „Penumbra" – als der Bereich solcher Grenzfälle – eine erhabene Position erhalten und es wird damit auch das Phänomen der Vagheit höherer Ordnung in den Blick kommen.

In 6.2 werden Sainsburys Ausführungen zum semantischen Vagheitsbegriff und seine Kritik an mengentheoretisch-semantischen Analysen einer vagen Sprache vorgestellt.[10] Der Kernpunkt seiner Kritik ist, dass jede Analyse, die letztlich Mengen von wahren Sätzen oder Mengen als Extensionen von vagen Prädikaten verwendet, in Bezug auf Vagheit zum Scheitern verurteilt ist. Ich nehme diesen radikalen Standpunkt ernst und werde ihn später verwenden, um die verschiedenen Varianten der modernen supervaluationistischen Logik und ihre unterliegende modelltheoretische Technik zu kritisieren (Kapitel 7). Wie sich herausstellen wird, ist die von Sainsbury vorgebrachte Kritik hinsichtlich des Mengenbegriffs und der extensionalen Bestimmtheit einer jeden, insbesondere auch der Fuzzy-Mengen, so fundamental, dass sein in Unterkapitel 6.3 diskutierter Gegenvorschlag letztlich eben seiner eigenen Kritik anheimfallen muss. In der Erwägung der Sainsburyschen Konzeption eines Auswegs aus dem letztlich von ihm als unhaltbar eingestuften Programm des Supervaluationismus – unter Rekurs auf als vage verstandene Mengen eine Logik für Vagheit von

[10] Sainsbury [1990].

Teilen der natürlichen Sprache zu formalisieren – werden dessen *boundaryless concepts* kritisiert und letztlich abgelehnt.

Kapitel 7.1 stellt die einfache supervaluationistische Semantik mit dem Satzoperator D bzw. I dar, mit dem Satzvagheit zum Ausdruck gebracht werden kann. Es wird offengelegt, wie neben anderen Schwierigkeiten des Ansatzes insbesondere dessen Unzulänglichkeiten hinsichtlich der Erhaltung von Vagheit höherer Ordnung einfach eine grundlegende Hürde für dessen Glaubwürdigkeit als Formalisierung von Vagheit darstellen muss. Als Ausweg und natürliche Erweiterung der Semantik bietet es sich dann an, auf Basis des Begriffs der zulässigen Präzisierung, die Vagheit jenes Bestimmtheitsoperators D des Supervaluationismus für jede Sprachstufe darüber zu garantieren, dass dieser modallogisch durch eine Kripke-Semantik mit einer nicht-transitiven *accessibility*-Relation modelliert wird. Doch auch dieser Ansatz zieht letztlich scharfe Grenzen für die semantischen Werte vager Prädikate wie Timothy Williamson gezeigt hat.[11] Der letzte, von Rosanna Keefe vertretene, Ausweg für den Supervaluationisten ist es, die Vagheit von D selbst zu behaupten und auf iterierte Anwendungen des Operators gänzlich zu verzichten.[12]

In Kapitel 7.2 wird schließlich eingegangen werden auf die unerwünschten bis problematischen Eigenschaften der supervaluationistischen Semantik vom philosophischen wie formalen Standpunkt. Es wird hier darum gehen, aufzuzeigen, dass das Verständnis von Disjunktion und Existenzquantor einfach jeweils ein anderes ist, als im klassischen Fall. Ferner müssen klassisch gültige Ableitungsregeln verworfen werden und es treten Schwierigkeiten für eine Logik hinsichtlich des Wahrheitsbegriffes auf, wenn diese Wahrheit mit Superwahrheit identifiziert.

Zum Abschluss der Einleitung weise ich auf die folgenden Vereinbarungen hinsichtlich der Notation hin: Ich verwende Punkt- und Klammernotation zugleich, um die Formelkomplexität auf ein Minimum zu reduzieren. Dies geschieht in der folgenden Weise: Ein Punkt hinter einem Quantor markiert den Beginn des Erstreckungsbereiches der Quantifikation und ist in seiner Reichweite immer maximal, d.h. bis zum Ende des jeweiligen Ausdrucks, zu lesen.

[11] Williamson [1994].
[12] Keefe [2000].

Einzige Ausnahme hierzu bilden Klammern wie (,), die diesen Bereich einschränken können. Für genau diesen Zweck und zur allgemeinen Steigerung der suggestiven Lesart werden äußere Klammerungen gestattet, wie bspw. diese: $(p \vee \neg p)$, $(\forall x. Px) \to Pa$, $(\exists x. \phi x \wedge \psi x \wedge (\forall y. \phi y \to x = y)) \to p$. Klammerungen können weiter minimiert werden durch eine Festlegung der Bindungsstärke der Zeichen für die aussagenlogischen Satzverknüpfungen durch die nachfolgende Ordnung, wobei der Grad der Bindungsstärke in der Aufzählung abnimmt: ¬, ∧, ∨, →, ↔. Für den Fall eines unmittelbar aufeinander folgenden Vorkommens eines bestimmten Junktors in einem Ausdruck, lege ich dessen Linksassoziativität hiermit fest. Es ist mithin der Ausdruck $p \wedge q \wedge r \wedge s$ also zu lesen als der Ausdruck $((p \wedge q) \wedge r) \wedge s$.

Durch Kursivstellung der nichtlogischen Zeichen (Konstanten, Funktions- und Relationssymbole) werden Namen dieser Zeichen erzeugt: So ist bspw. P ein Name für ein Prädikat, das die einstellige Relation P bezeichnet, ferner a ein Name für eine Konstante, die den Gegenstand a bezeichnet. Durch die nichtkursive Verwendung derselben Zeichen bezeichne ich ihre semantischen Werte, d.h. Individuen, Funktionen, Relationen, also Gegenstände, nicht Ausdrücke.

Gelegentlich gebe ich zwei Definitionen in einem Satz durch das Hinzufügen der entsprechenden Zeichen in Klammern, so dass genau zwei Lesarten dadurch entstehen.

1. Henryk Mehlberg: *The Reach of Science*[13]

Für die Frage des Ursprungs einiger der grundlegenden Ideen, die sich als wesentlich für die Theorie des Supervaluationismus herausgestellt haben, wird in der Literatur zu Recht vielfach auf Henryk Mehlbergs *The Reach of Science* von 1958 verwiesen.[14] Mit seinem noch durchweg der Tradition des Neo-Positivismus verhafteten wissenschaftstheoretischen Hauptwerk war dieser bemüht, Fragen zu Reichweite und Grenzen wissenschaftlicher Methodik oder besser – und sicherlich ganz im Sinne des Verfassers – *der* Methode der Wissenschaften zu diskutieren. Dabei sollte unter Zuhilfenahme einer modifizierten Deutung des logisch-empiristischen Verifikationsprinzips erneut gefragt werden nach den prinzipiellen und praktischen Möglichkeiten der Wissenschaften.

Vereinfachend dargestellt, entkoppelt Mehlberg in seinem Buch dafür die Frage, ob eine Aussage bedeutungsvoll ist, von ihrer tatsächlichen Bewertung mit einem der zur Verfügung stehenden Wahrheitswerte. Was für ihn genauer im Fokus einer Revision stand, war die Frage nach der Wahrheitswertbestimmtheit einer Aussage als Träger von Wahrheitswerten. Im Ergebnis kann eine Aussage so bedeutungsvoll sein und trotzdem weder wahr noch falsch, wobei hier weiterhin „wahr“ und „falsch“ ganz klassisch genau die Gesamtheit der vorrätigen Wahrheitswerte ausmachen. Falls eine Aussage nun Träger eines der Wahrheitswerte ist, so ist Mehlberg zufolge die Bestimmung desselben generell durch wissenschaftliche Mittel möglich, die Aussage selbst daher verifizierbar. Wenn andererseits die Aussage nicht verifizierbar ist, heißt dies, dass sie wahrheitswertunbestimmt ist, sie *ist* dann weder wahr noch falsch. Dies wird in einem streng ontologischen Sinne verstanden: Der Wahrheitswert der Aussage kann nicht durch *irgendeine* Methode ermittelt werden, denn was es nicht gibt, kann auch nicht (mit wissenschaftlichen Mitteln) entdeckt werden. Infolgedessen muss eine erhebliche Anzahl von Aussagen zwar als linguistisch bedeutungsvoll, aber hinsichtlich ihres Wahrheitswertes unbestimmbar angesehen werden. Es kann aber jene Unbestimmbarkeit metatheoretisch demonstriert werden eben

[13] Mehlberg [1958].
[14] Williamson [1994], Keefe/Smith [1996], Keefe [2000], Hyde [2008].

durch die Hilfe wissenschaftlicher Mittel. Das Ergebnis seiner sehr breiten Untersuchung konzentriert sich dann in der zuversichtlichen These, dass alles, was überhaupt gewusst werden kann, im Prinzip durch wissenschaftliche Mittel bestätigt werden kann.

Mehlberg unterscheidet in seiner Untersuchung zwischen theoretischen Sprachelementen und Elementen der Beobachtungsprache. Empirische Terme beziehen ihre Bedeutung direkt aus unserer Erfahrung, sind definiert durch Ostension und somit vage. Sie sind sogar prinzipiell vage insofern, als die ostensive Definition (bspw. eines mindestens teilweise empirischen Prädikats) mit Rücksicht auf eine endliche Zahl von hierfür zur Verfügung stehenden Beobachtungsfällen nie für die anvisierte Gesamtheit aller (z.B. der zukünftigen) als hinreichend erachtet werden kann.[15] Das Problem liegt also grundsätzlich darin, dass Bedeutungen sprachlicher Elemente, für die Ostension eine unverzichtbare Rolle spielt, stets unvollständig sind relativ zur zumindest theoretisch angedachten Gesamtheit aller Fälle, und sie werden dies auch aus (mindestens) empirischen Gründen bleiben. Für die Frage nach der Bestimmung von Wahrheitswerten von Sätzen, mittels derer Aussagen über das So-und-so-sein der Welt getroffen werden, ergibt sich nach Mehlberg direkt das folgende Problem: Kommen in einem Aussagesatz, dem linguistischen Vehikel der Aussage, Partikel vor, die Träger solcher empirischer Gehalte sind (im einfachsten Fall also ein vages Prädikat), stellt sich das Problem der Verifikation, die, solange sie eben empirisch erfolgt, nicht (vollständig) erbracht werden kann. Dem klassischen Prinzip der Verifikation nach sind nun aber genau solche Sätze weder wahr noch falsch. Dies hätte in der Tat unerfreuliche Konsequenzen und man kann mit Mehlberg fragen:

> Shall we nonetheless say that since, according to the Law of Excluded Middle, every statement is either true or false, this [vague] statement must also fall under one of these categories, although we never shall be able to make out under which? This would amount to assuming an occult quality of truth or falsehood residing within this statement and concealed forever from the human mind.[16]

[15] Vgl. Robinson [1950], 117 ff. Festlegung: „Term“ wird hier und nur hier in der Diskussion von Mehlbergs Beitrag nicht in dem üblichen engen logisch-mathematischen, sondern in einem weiteren, nicht zwischen singulären und generellen Termen unterscheidenden Sinne gebraucht. Ich übernehme diese Verwendung wie sie bei Mehlberg offensichtlich gegeben ist, um unnötige Komplikationen bei meiner Darstellung seiner Theorie zu vermeiden.
[16] Mehlberg [1958], 256 [meine Ergänzung].

Angesichts der im Kern selbstverständlich nicht mit den Zielen des logischen Empirismus vereinbaren Alternative eines Obskurantismus, motiviert Mehlberg stattdessen eine andere Lösung, die er für vereinbar hält mit seinem Verständnis eines „sober scientific outlook."[17] Eine vage Aussage, deren Vagheit aus in ihr enthaltenen ostensiv bestimmten Termen resultiert, ist danach weder wahr noch falsch, sondern unbestimmt nicht deshalb, weil es uns an Mitteln oder Fähigkeiten zur Bestimmung ihres Wahrheitswertes mangelt, sondern einfach durch ihre semantische Beschaffenheit, wie der Autor deutlich zu machen versucht.[18] Vagheit wird von Mehlberg letztlich bestimmt als linguistisches Phänomen, d.h. mit Rücksicht auf Regeln und Annahmen hinsichtlich der linguistischen Bedeutung von (vagen) Sprachelementen, die ihre Entsprechung in einem als korrekt wahrgenommenen Gebrauch derselben innerhalb der Sprachpraxis finden. Es folgen Beispiele, mit denen gezeigt werden soll, dass es vage Aussagen gibt, für die es laut Mehlberg klar ist, wie die Methode ihrer Überprüfung lautet, die also prinzipiell verifizierbar sind, denen aber kein eindeutiger Wahrheitswert zugeordnet werden kann.

So ist die Sache für ihn im Falle von „The first man I shall meet today will be bald" insofern klar, als dass der Graf von Monte Christo eine klar negative, Picasso eine entsprechend klar positive und ein Mann mit lichtem Haar diejenige Instanz darstellt, für die die Aussage weder mit „wahr" noch mit „falsch" zu bewerten sei. Dass allerdings vage Aussagen *nicht* mit Notwendigkeit (unter noch zu erklärenden Umständen) unbestimmt sein müssen, ist, wie wir sehen werden, als Erkenntnis eine klare Vorwegnahme der Denkart supervaluationistischer Semantik, die – hier zwar keineswegs formal ausgearbeitet, aber doch zumindest auch nicht gänzlich vortheoretisch – erst ermöglicht wird durch seinen Begriff der *Interpretation*. Auch war Mehlberg offensichtlich klar, was im anderen Fall drohte, da die Allgegenwärtigkeit empirischer Terme bei stringen-

[17] Bei weniger wohlwollender Lesart darf man es hier, wie bei allen späteren im Geiste supervaluationistisch geprägten Ansätzen sonst auch, als in begründungstechnischer Hinsicht weniger geglückt bezeichnen, dass es sich sozusagen *deswegen* nur anders verhalten kann. Dieser allzu erkenntnisoptimistischen Sicht ist der Autor dieser Arbeit schon in Bezug auf Logik und Mathematik nicht uneingeschränkt zugeneigt und gar nicht im Bereich der Naturwissenschaften. Dieser Einwand wird umso gewichtiger, je klarer die nicht unerheblichen Modifikationen an der klassischen Logik zutage treten werden, die (nicht nur) Mehlberg für sein Programm in Kauf nehmen muss.
[18] Ebd.

ter Anwendung des Verifikationsprinzips in Kombination mit dem verifikationistischen Sinnkriterium schlicht dazu führen würde, dass *jeder* Satz (mindestens) der Beobachtungssprache weder wahr noch falsch sein könnte und dann im Wittgensteinschen Sinne einfach unsinnig wäre. Die Reichweite dieser Problematik ist es natürlich, die dabei als das eigentliche Desaster zu gelten hat, da bei zugrunde gelegter Kompositionalität der Bedeutung der unterliegenden Sprache überhaupt jeder Satz vage wird, der vage Bedeutungsbestandteile enthält.

Vage Terme zeichne nun aus, dass ihre korrekte linguistische Verwendung vereinbar ist mit verschiedenen sich unterscheidenden Interpretationen (ihrer Bedeutung oder von Bedeutungsgehalten) dieser Terme oder – etwas ganz Wesentliches ergänzend – in Mehlbergs eigenen Worten: „a term is vague if it can be understood in several ways without being misunderstood.“[19] Gemein soll diesen Interpretationen sein, dass sie die als unvollständig verstandenen Sinngehalte vager Terme, deren Resultat nicht wohlbestimmte Bedeutungen in einem extensionalen Sinne sind, durch jeweils vervollständigte ersetzen, so dass die Sprache, in der diese vorkommen, im Ergebnis insgesamt als extensional präzisiert verstanden werden kann. Dies muss dann natürlich auf eine Weise passieren, so dass durch die Präzisierungen keine Missdeutungen der so interpretierten Terme resultieren.

Keine Illusionen bestanden offenbar auch schon beim philosophischen Vater supervaluationistischer Semantik darüber, inwiefern diese Präzisierungen von vagen Termen nach ihrer Ausstattung mit wohlbestimmten Bedeutungen in Bezug auf ihren Sinn noch verstanden werden können als eben diese ursprünglich vagen Terme. Nebenbei bemerkt war und bleibt dies ein viel bemühter, aber doch vermutlich eher oberflächlicher und insgesamt unzutreffender Einwand gegen die (moderne) Theorie des Supervaluationismus.[20] Mehlberg konstatiert dann auch unmissverständlich, dass „a vague term […] cannot cease to be vague

[19] Ebd., 277.

[20] Der Hinweis auf diesen populären Kritikpunkt, der von Gegnern des Supervaluationismus immer wieder in der einen oder anderen Form vorgebracht wurde (z.B. von Jerry Fodor und Ernest Lepore), dient an dieser Stelle lediglich dem historischen Nachvollzug der folgenden Tatsache: Es wurde und wird von Vertretern des Supervaluationismus (und offenbar schon in der Geburtsstunde seiner philosophischen Grundlagen) keineswegs die Auffassung vertreten, Vagheit ließe sich allein durch irgendwelche Präzisierungen der betrachteten Sprache überwinden bei gleichzeitiger Behauptung der Identität der Bedeutung der so modifizierten Terme mit ihren vagen Ausgangsentsprechungen. Eine entsprechende Diskussion dieses Einwands gegen den Supervaluationismus wird ausführlicher an späterer Stelle erfolgen.

unless it acquires another meaning and *thus becomes another term*."[21] Dass diese Interpretationen oder vielmehr Reinterpretationen gewissen Einschränkungen unterliegen sollen, entspricht der Vorannahme, dass keinesfalls arbiträre Substitutionen für Bedeutungsgehalte in Frage kommen, sondern für eine beliebige Interpretation, wenn sie zulässig sein soll, nur solche Inhalte, so dass diese nicht denjenigen des vagen Terms widersprechen.[22] Mehlbergs Beispiel soll die Methode verdeutlichen:

> The term „Toronto" is vague because there are several methods of tracing the geographical limits of the city designated by this name, all of them compatible with the way the name is used. It may be interpreted, for instance, either as including some particular tree on the outskirts of the city or as not including it. The two areas differing from each other with respect to the spot where this tree is growing are two distinct individual objects; the word „Toronto" may be interpreted as denoting either of these two objects and is for that reason vague. Of course the vagueness of this name is much greater than is suggested by the two areas just referred to, since there are a great number of admissible interpretations.[23]

Von zentraler Bedeutung ist, dass durch diese Art der Interpretation vage Sätze *entweder* wahr oder falsch sein können, genau dann wenn ihr Wahrheitswert über die Gesamtheit ihrer zulässigen Interpretationen hinweg unverändert bleibt. Im Falle von „Toronto liegt in Kanada" und „Toronto liegt in Europa" verhält es sich genau so: Während im ersten Beispiel für *beliebige zulässige Interpretationen* der Terme „Toronto" und „Kanada" die Aussage stets wahr bleiben wird, wird für keine Interpretation „Toronto liegt in Europa" wahr werden und jede Interpretation von „Toronto" und „Europa" den Satz insgesamt sogar falsch werden lassen.

Allgemein lässt sich aus dem bisher Dargestellten recht klar ersehen, was es für einen Satz in der Mehlbergschen Theorie heißt, den Wahrheitswert „wahr" bzw. „falsch" anzunehmen. Eine Aussage ist wahr (falsch) genau dann, wenn sie unter allen zulässigen Interpretationen wahr (falsch) wird. Faktisch wird Wahrheit demnach identifiziert mit dem aus der ausgearbeiteten Theorie des Supervaluationsmus bekannten Begriff der Superwahrheit (*super-truth*), d.h. als „wahr" unter allen zulässigen Interpretationen.

---

[21] Ebd., 257 [meine Hervorhebung].
[22] Dass auch dies nicht hinreichend ist, sondern wohl als nur eine notwendige Bedingung angesehen werden kann, wird spätestens in der Diskussion der klassischen supervaluationistischen Semantik deutlich werden, wo sich zeigen wird, dass die allgemeinen Beschränkungen, denen die „Interpretationen" gehorchen müssen, sich als durchaus komplexer entpuppen werden.
[23] Ebd.

Dies stellt die eigentliche Innovation dar, es kann dann nämlich vage Sätze geben, für die die Vagheit eines oder mehrerer ihrer Bestandteile irrelevant ist für ihre allgemeine Bestimmtheit – nämlich ihr Wahrsein oder Falschsein –, falls sie über die Gesamtheit der zulässigen Interpretationen der in ihnen auftretenden vagen Terme hinweg wahr oder falsch bleiben. Sätze, für die in der Gesamtheit der Interpretationen wahre und falsche Bewertungen existieren – dies kommt so etwas wie der hinreichenden Bedingung für „echte“ Vagheit von Sätzen in Mehlbergs Ansatz gleich – gilt dann, dass sie weder wahr noch falsch und also deswegen mit Blick auf den Wahrheitswert gewissermaßen unauflösbar vage sind. So erreicht Mehlberg sein vorläufiges Ziel, Wahrheit und Falschheit sozusagen davor zu bewahren, im Falle wissenschaftstheoretisch relevanter Sätze mit referentieller Unbestimmtheit zu okkulten Qualitäten aufsteigen zu sehen. Echt vage Sätze verfügen nicht über einen mysteriösen, uns nicht zugänglichen Wahrheitswert, sondern *sind* dann weder wahr noch falsch in genau dem geschilderten Sinne.

Doch noch ist für Mehlberg nicht gesichert, dass die scheinbare Unvereinbarkeit mit den Gesetzen der klassischen Logik als behoben angesehen werden und die Behandlung von Vagheit als gesichert gelten kann, und es war dies ja schließlich sein erklärtes Ziel. Denn bis hierher sind die Sätze, die als weder wahr noch falsch „bewertet“ wurden, gewissermaßen außerhalb der Logik und sie würden es wohl auch bleiben, solange es sich bei der zugrundeliegenden Semantik um ein herkömmliches und das meint klassisches System handeln würde. Mit welchen Zugeständnissen muss also in dieser Hinsicht kalkuliert werden, um diese einer Logik zugänglich zu machen?

Hierbei sticht nun zuallererst „the apparent incompatibility between the existence of indeterminate statements and the Law of Excluded Middle“ hervor.[24] Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten (*law of excluded middle*, kurz LEM) oder auch klassisch *tertium non datur* besagt, dass ein beliebiger betrachteter Aussagesatz einer formalen Sprache verbunden durch ein (einschließendes) logisches „oder“ mit seiner eigenen Negation ein Theorem dieser Sprache ergibt. In der Objektsprache müssen nun alle Instanzen des Schemas $\varphi \vee \neg\varphi$ (wobei φ für

[24] Ebd., 258.

beliebige Sätze der Objektsprache steht) gelten, damit LEM selbst für die Sprache (im gegebenen Fall: der Aussagenlogik) gilt. An der logischen Gültigkeit von LEM für die für seine Theorie zugrunde zu legende Logik soll nach Mehlberg nicht gezweifelt werden können, aber

> since we are prepared to acknowledge the validity of this law [LEM] for ordinary language, we must square it somehow with the indubitable vagueness which prevails in the vocabulary of this language.[25]

Mit der Ungültigkeit des zur Diskussion stehenden Gesetzes der klassischen Logik würde auch die Unzulässigkeit der logischen Regel *reductio ad absurdum* (RAA), damit die Ungültigkeit des Beweises durch Widerspruch, einhergehen, und mit der Gültigkeit seiner Negation gar die Ungültigkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch (*law of non contradiction*, kurz LNC).[26] Wenn daher also $\neg(p \vee \neg p)$ gelten würde, so bedeutete das natürlich, dass p und $\neg p$ der Fall wären und damit also auch eine Gegeninstanz von LNC, nämlich $p \wedge \neg p$.[27] Um alle diese eher unerwünschten Abweichungen von der klassischen Konzeption der Logik (bis hin zur nicht tolerierbaren Inkonsistenz) von dieser Seite gar nicht erst zu riskieren, ist recht gut nachvollziehbar, warum die Gültigkeit von LEM erstrebenswert erscheinen muss. Mehlberg ist sich ferner der Tatsache bewusst, dass LEM als syntaktisches Prinzip zu trennen ist von der Bivalenz als dem semantischen Prinzip der Zweiwertigkeit. Diese Trennung zwischen syntaktischer und semantischer Ebene ist angesichts des Entstehungsdatums des Buches ein durchaus noch nicht durchweg anzutreffender Standard.

Da für die meisten formalen Sprachen gilt, dass sich mit Hilfe ihrer expressiven Möglichkeiten nicht ohne weiteres über ihre eigene Syntax sprechen lässt, ist die entsprechend stärkere Gesetzesform, die dann alle Sätze dieser Form für diese Sprache, komplex oder atomar, erfasst, nur ausdrückbar in einer entsprechend reichhaltigeren Metasprache zur Objektsprache. Eine Metasprache für die

---

[25] Ebd. [meine Ergänzung].

[26] Die einfachste Alternative dazu, LEM oder ¬LEM zu den Gesetzen der Logik zu zählen, besteht darin, eine Logik zu konstruieren, in der keines von beiden gilt, so dass es also nicht der Fall ist, dass alle Instanzen von LEM oder von ¬LEM wahr sind und es ebenso nicht der Fall ist, dass alle Instanzen von LEM oder von ¬LEM falsch sind. Dies führt dann zu einer nichtklassischen Logik, in der die Menge der Folgerungen (deduktiver Abschluss) jedenfalls ungleich der ihrer klassischen Entsprechung wäre.

[27] Vgl. Geach [1972], 80 f.

Aussagenlogik kann bspw. Quantoren und schematische Buchstaben wie φ enthalten, der als Platzhalter für atomare, aber eben auch komplexe Sätze der aussagenlogischen Objektsprache steht (und demnach also allgemein für Aussagenausdrücke). Desweiteren könnte diese Sprache über ein Wahrheitsprädikat T für Sätze der Objektsprache verfügen. Die Aussage, mit der mittels des zusätzlichen Vokabulars die Bivalenzeigenschaft zum Ausdruck gebracht werden könnte, lautet dann: $\forall\varphi.\mathrm{T}(\varphi) \vee \mathrm{T}(\neg\varphi)$. Es lässt sich in einem quasi-mehrwertigen System, in dem Aussagen „wahr“, „falsch“, aber eben auch undefiniert sein können (und nicht etwa einen dritten Wahrheitswert, bspw. „unbestimmt“, durch die Bewertungsfunktion zugewiesen bekommen), offensichtlich unmöglich das Zweiwertigkeitsprinzip aufrechterhalten.

Der klassischen Deutung für die Disjunktion entsprechend wird der komplexe Verbund von zwei Aussagenvariablen mittels des Disjunktors wahr genau dann, wenn mindestens einer dieser Aussagenvariablen der Wert „wahr“ zugewiesen wurde, und sonst falsch. Für alle klassischen Fälle, in denen Vagheit also irrelevant für die Bewertung einer Aussage ist, ergibt die Einsetzung der entsprechenden Aussagenvariablen in das Schema $\varphi \vee \neg\varphi$ eine Tautologie. Problematisch wird dies für Mehlbergs Beispiel eines Satzes, der nach seiner Validierung unbestimmt bleiben muss, wenn dieser in besagtes Schema eingesetzt werden würde. Denselben Wahrheitsbedingungen für das Disjungat zufolge, muss schließlich mindestens einer der Summanden wahr sein, damit der gesamte Ausdruck wahr sein kann. Die einzig mögliche Antwort „seems to be that the ordinary connection between the truth-value of a disjunction and the truth-values of its members does not apply to statements with vague terms.”[28] Angenommen „The number of trees in Toronto is even” wird durch eine zulässige Interpretation von „Toronto“ zu einer falschen Aussage p. Eine LEM-Instanz $p \vee \neg p$ würde dann natürlich wahr sein, wie auch in einer alternativen zulässigen Interpretation, in der p eine wahre Aussage wäre. In nichts anderem besteht aber nach dieser Auffassung die Vagheit, die die Bewertung einer Aussage in relevanter Hinsicht beeinflusst, als dass sie in der Gesamtheit der zulässigen Interpretationen wahre und falsche Bewertung ein und derselben atomaren Aussage erzeugt.

[28] Mehlberg [1958], 259.

Es stellt sich heraus, dass bei jeder zulässigen Interpretation der Aussage p diese gegebene Instanz von LEM wahr wird, in die p eingesetzt wird, obwohl p, gerade weil p in manchen Interpretationen wahr und in anderen falsch wird, selbst nur unbestimmt sein kann. Nun trifft dies aber gerade auf beliebige, wahrheitswertbestimme (klassische) und vage Aussagen gleichermaßen zu und im Ergebnis behält LEM seine Gültigkeit für eine Logik, für die das Prinzip der Bivalenz nicht mehr zutrifft.

Mehlberg ist aufgrund der Idee, sprachliche Vagheit durch iterierte semantische Neuinterpretation zu behandeln, faktisch als Urheber zwar nicht der quasimehrwertigen Semantik zu betrachten, die spätestens mit Kit Fine dann als der technisch fundierte Supervaluationismus bekannt geworden ist. Das Wort selbst findet in *The Reach of Science* auch an keiner Stelle Verwendung und es wird auch der Versuch einer Formalisierung etwa im Sinne der Angabe einer modelltheoretischen Semantik gar nicht unternommen. Allerdings ist hinreichend deutlich zu erkennen, dass das informelle Pendant zum supervaluationistischen Modell in gewisser Weise bereits vorliegt und damit auch der eigentlich relevante Baustein für die zu leistende Semantik. Die wesentliche Innovation darf in der Behandlung von Aussagen mit vagen Bestandteilen gesehen werden, die seinem Vorschlag entsprechend dazu führt, dass bestimmte dieser Aussagen, obwohl sie vage Terme enthalten, mit „wahr“ bzw. „falsch“ bewertet werden können und so für diese die Gesetze der klassischen Logik Gültigkeit bewahren. Andere, die weder mit „wahr“ noch mit „falsch“ evaluiert werden können, können im Verbund, d.h. im Aussagenkomplex – vorsichtig gesprochen – unter bestimmten Umständen ebenfalls den Status von Theoremen erreichen.

2. Bertrand Russell: *On Denoting*[29]

Anders als bei Mehlberg ist Bas van Fraassens Beitrag *Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic* eine erste technische Realisierung einer formalen Semantik mit Wahrheitswertlücken, wie sie im unmittelbar vorangegangenen Abschnitt bereits angedeutet wurde.[30] Es wird sich dann später in der Analyse des klassischen Fineschen Supervaluationismus, den dieser in einer direkten formalisierten Darstellung von sprachlicher Vagheit in seinem Essay *Vagueness, Truth and Logic* 1975 vorstellte, herausstellen, dass es zwischen diesem und van Fraassens Ansatz eine unmittelbare Verbindung gibt.[31]

In beiden Fällen geht es um Probleme der Referenz, d.h. neutral und vorerst sehr allgemein formuliert darum, dass eine Bezugnahme durch Sprache auf Nichtsprachliches in bestimmten Fällen in einer Weise passiert, so dass direkte Begleitumstände (oder Eigenschaften) dieser Bezugnahme als Anomalien der Bedeutung (Probleme der Referenz) wahrgenommen werden. Die Gründe hierfür können recht unterschiedlich sein und es werden kategorematische Elemente unterschiedlicher syntaktischer Typen und ihre jeweilige Semantik als Verursacher ausgemacht und in den Fokus gestellt werden.

So versuchte van Fraassen mit seiner logischen Theorie in Anwendung auf die natürliche Sprache die Lösung derjenigen Probleme zu erreichen, die hinsichtlich der verschiedenartigen Existenzpräsuppositionen (behandelt als rein semantisches Phänomen) entstehen können, falls singuläre Terme nicht referieren.[32] Beide betrachteten Vorschläge, van Fraassens und der von Kit Fine, versuchen auf der Basis von Wahrheitswertlücken durch sogenannte Superbewertungen (*supervaluations*) in Unterscheidung zu klassischen Bewertungen ihren jeweiligen Herausforderungen zu begegnen. Es gibt hier eine Identität der für die formalen Lösungen verwendeten semantischen Methode, jedoch Unterschiede in Bezug auf die behandelten Objekte der Sprache und unterliegenden

[29] Russell [1905].
[30] Van Fraassen [1966].
[31] Fine [1975].
[32] Einem etablierten Standard folgend, werden unter allgemeinen oder generellen Termen im Sinne von Quines Standpunkt innerhalb der Philosophie der Logik in der Dichotomie zwischen singulären und generellen Termen in Unterscheidung zu ersteren diejenigen verstanden, für die gilt: „a general term is true of, each, severally, of any number of objects." Für erstere gilt dann: „a singular term names or purports to name just one object, though as complex or diffuse an object as you please"; Quine [1960], 90 f.

Schwierigkeiten hinsichtlich des Referenzverhaltens derselben. Da es in van Fraassens Fall jedoch nicht um das Phänomen „Vagheit“ geht, sondern mit Blick auf die involvierten Herausforderungen für die Logik um etwas davon völlig Verschiedenes, sind einige erläuternde Vorbemerkungen angebracht. Um nachvollziehen zu können, inwiefern und ggfs. wo Parallelen zwischen den nichtklassischen Behandlungen für semantische Unbestimmtheit von singulären Termen (d.h. vorrangig, aber nicht nur Namen aus logischer Sicht) einerseits und generellen Termen (Relationen in einem weiten, mathematischen Sinne) andererseits bestehen, ist ein Blick zurück auf die Theorie der Kennzeichnung von Bertrand Russell angebracht. Russells Beitrag zur Behandlung referentieller Ungereimtheiten ist nicht zuletzt deshalb ein Meilenstein für die Philosophie der Sprache, weil formale und natürlichsprachliche Anliegen in einem Beitrag erfolgreich behandelt wurden, sondern weil hier eine erste Antwort auf ein sehr altes sprachphilosophisches Problem gegeben wurde. Dieses Problem der Referenz singulärer Terme, die scheinbar die Existenz von etwas erzwingen, das wir nach allem Dafürhalten nur als fiktiv einordnen würden, sollte van Fraassen mehr als sechzig Jahre später ebenfalls beschäftigen.

In Russells berühmtem Aufsatz *On Denoting* von 1905 wird eine philosophische wie auch technische Analyse definiter (und wohl auch indefiniter) Beschreibungen durch seine logische Theorie der Kennzeichnungen angegeben, mit der ihre natürlichsprachlichen Entsprechungen in Form des bestimmten respektive unbestimmten Artikels in Bezug auf die Ihnen „eigentlich“ unterliegende logische Form hin analysiert werden können.[33] Als einen wesentlichen Anlass für seine Erfindung der Kennzeichnungstheorie darf man das logisch-ontologische Problem der Repräsentation und Behandlung fiktiver (und damit nach klassischem Verständnis eben nicht-referentieller) singulärer Terme innerhalb der formalen Logik ansehen.[34] Hierbei handelt es sich freilich um eine sprachphilosophische Herausforderung, die in der Geschichte der Philosophie sehr weit und in der Tat bis auf Parmenides zurückgeht.

[33] Russell [1919].
[34] In meiner Terminologie ist die Bedeutungslosigkeit eines Terms bzw. die Formulierung „hat keine Bedeutung“ als synonym mit „referiert nicht“ bzw. Russells „non denoting“, „has no denotation“ anzusehen.

Russells „the present King of France“, „the round square“ oder einige Zeit später Quines „Pegasus” qualifizieren sich allem Anschein nach dafür, als geradezu beispielhafte Fälle angeführt zu werden, in denen von fiktiven Gegenständen die Rede ist. Gegenstände können dann als fiktiv bezeichnet werden, wenn wir in Bezug auf sie die Behauptung ihrer Existenz nicht nur nicht bereit wären zu akzeptieren, sondern umgekehrt sogar entschieden ihre Nichtexistenz behaupten würden.[35] Genauer geht es um die Schwierigkeit der korrekten Deutung negativer Existenzsätze und um Argumente Meinongs bezüglich der Präsupposition, d.h. Vorwegnahme der Existenz des logischen Subjekts eines negierten Satzes. Russell führt dazu aus:

> Being is that which belongs to every conceivable term, to every possible object of thought – in short to everything that can possibly occur in any proposition, true or false, and to all such propositions themselves. Being belongs to whatever can be counted. If A be any term that can be counted as one, it is plain that A is something, and therefore that A is. „A is not” must always be either false or meaningless. For if A were nothing, it could not be said not to be; „A is not” implies that there is a term A whose being is denied, and hence that A is.[36]

Nun können allerdings fiktive singuläre Terme sehr wohl in sinnvollen Sätzen verwendet werden, z.B. könnte man seine Überzeugung, dass es Pegasus nicht gibt mit „Pegasus existiert nicht“ zum Ausdruck bringen wollen, was zweifelsohne ein grammatikalisch korrekt gebildeter Aussagesatz ist. Wichtiger muss

---

[35] Quine [1948].

[36] Russell [1937], 455. Dabei können mindestens zwei Interpretationen beim Verständnis des in der Sprachphilosophie notorisch mehrdeutig verwendeten Terminus „Proposition“ getroffen werden, eine Russellsche und eine Fregesche: Es kann unter „Proposition“ ein Aussagesatz verstanden werden, mit dem ein vollständiger Gedanke zum Ausdruck gebracht wird, oder andererseits ein vollständiger Gedanke, ausgedrückt durch einen Satz, der dann als abstrakter Gegenstand (separat von einer konkreten Sprache) zu denken ist und selbst durch verschiedene Sätze in verschiedenen Sprachen ausgedrückt werden könnte. Der ersten, späten Russellschen Deutung nach handelt es sich bei „Proposition“ lediglich um ein besonderes syntaktisches Gebilde, dessen Semantik auf bestimmte Weise charakterisiert ist, während das Wort in der zweiten, Fregeschen Bedeutung als Bezeichnung für eine abstrakte, einfache Entität, den Fregeschen Gedanken, benutzt wird. Diese Variante der Russellschen Deutung passt allerdings eher zum späten Russell, wo es heißt: „A proposition is just a symbol [and it is] a sentence in the indicative“; Russell [1918-1919], 504. Im betrachteten Kontext meint „Proposition“ jedoch mehr das, was der frühe Russell aus der Zeit von *On Denoting* darunter verstand: „A proposition […] does not itself contain words: it contains the entities indicated by words“, also das was Russell „complexes“ nannte; Russell [1937], 48. Demnach handelt es sich modern ausgedrückt extensional um strukturierte Mengen in der Form von n-Tupeln von Individuen (als Elementen eines passenden Trägers) oder eben n-stelligen Relationen bzw. Attributen über n Individuen. Propositionen sind dann die Bedeutungen von Deklarativsätzen – eine Sichtweise die so weniger exotisch klingen, allerdings in manchen Details sicher nicht eins zu eins zu den proto-semantischen Überlegungen Russells passen dürfte. Vgl. Kaplan [1975], 718 für den Ursprung dieser Lesart und technischer dann Barwise/Etchemendy [1987], 25 ff.

erscheinen, dass das Bestehen des durch den Satz Ausgedrückten wohl in den meisten Fällen einen Sachverhalt darstellt, dem wir geneigt sein werden zuzustimmen. Doch es stellt sich dann die Frage, wie es, ohne Widersprüchlichkeit in Kauf nehmen zu müssen, möglich sein kann, von *etwas* zu behaupten, es sei Pegasus, aber es existiere nicht.

Russell schlägt mit seinem neuen Ansatz nun das Folgende vor: Für einen Ausdruck mit bestimmtem Artikel wie „der aktuelle König von Frankreich hat eine Glatze“ wird von ihm eine logische Analyse derart favorisiert, dass die semantische Funktion des bestimmten Artikels in Einklang mit der Intuition durch die Behauptung der Einzigartigkeit des relevanten Gegenstandes der Quantifikation wiedergegeben wird. Dies impliziert, dass es sich bei derartigen Konstruktionen dann auch in der Tat um Ausdrücke handelt, in denen eine Quantifizierung (evtl. auch mehrere) in irgendeiner Weise eine wesentliche Rolle spielt. Schematisiert man das soeben genannte Beispiel mit Russell etwa zu „der K ist G“, wobei K für die Eigenschaft, König von Frankreich zu sein, und G für diejenige, eine Glatze zu haben, stehen soll, so liegt eben genau bis auf den bestimmten Artikel „der“ eine prädikatenlogisch bereits klar analysierbare Form vor.

Die mit „der“ verbundene Forderung der Einzigartigkeit kann formal realisiert werden, indem man erklärt, dass zugleich gilt: a) es gibt mindestens ein K, b) es gibt höchstens ein K und c) alle K sind G.[37] Für sich genommen stellt keiner der Ausdrücke a) bis c) eine adäquate Umsetzung des bestimmten Artikels dar, erst die Konjunktion von a) und b) vermag dies zu leisten [c) selbst wird dann allerdings noch zur Realisierung der Prädikation benötigt]. In der Sprache der Prädikatenlogik mit Identität kommt man so zu einer logisch äquivalenten Formalisierung, die in Form des Ausdrucks $\exists x. Kx \land Gx \ \land (\forall y. Ky \rightarrow x = y)$ angegeben werden kann. Sinngemäß lässt sich dies wiedergeben als: Es gibt ein

[37] Vgl. Russell [1919], 177. Es ist nebenbei bemerkt völlig klar, dass es z.B. im Deutschen wie in anderen natürlichen Sprachen sehr wohl auch Verwendungen des bestimmten Artikels gibt, in denen semantisch gesehen Bezug etwa zu einer Klasse und nicht einem einzelnen Individuum hergestellt wird, wie etwa in „der Mensch ist die Wurzel allen Übels“ oder „die Maus ist wie der Bär ein Säugetier.“ Es ist klar, dass solche Ausdrücke durchaus mehrdeutig sein können, insofern Situationen denkbar sind, in denen unklar sein könnte, ob korrespondierende Äußerungen in individual-kennzeichnender oder eher generisch-kennzeichnender Absicht erfolgt sind. Russell geht es jedoch darum, eine Theorie für Kennzeichnungen und damit für Fälle anzubieten, in denen es um ein und genau ein Individuum geht.

x und x ist König von Frankreich und x hat eine Glatze und für alle y gilt: wenn y König von Frankreich ist, dann sind x und y identisch.

Nach Russell wird so eine Aussage der Form „der *K* ist *G*", in welcher Gegenstandsabhängigkeit – begründet in der Identifizierung der Rolle der definiten Kennzeichnung als grammatisches und zugleich logisches Subjekt des Satzes – zunächst klar gegeben scheint, durch eine komplexe Quantifikation zur Darstellung der logischen Form von „der *K*" ersetzt.

Anders jedoch als Namen und Demonstrativa, die hier als Träger von Bedeutung gar nicht in Frage gestellt werden sollen, können singuläre Nominalphrasen wie die definiten Beschreibungen (als reine Quantorenausdrücke) nach der von Russell vorgeschlagenen und wohl philosophisch wie logikhistorisch durchaus als erfolgreich zu bezeichnenden Theorie semantisch eben auch ganz anders aufgefasst werden:

> This is the principle of the theory of denoting I wish to advocate: that denoting phrases never have any meaning in themselves, but that every proposition in whose verbal expression they occur has a meaning.[38]

Ermöglicht wird dies dadurch, dass die definite Beschreibung rekonstruiert wird als bestehend aus rein logischem Vokabular (Quantoren, logische Konnektive und Gleichheit) und Prädikatausdrücken, so dass Russells Version des Frege-schen Kontext-Prinzips zum Tragen kommen kann, nämlich seine Doktrin der *incomplete symbols*. Danach ist die definite Kennzeichnung für sich genommen bedeutungslos und referiert also nicht, insofern man sie sich nicht einfach als mit einem bestimmten Gegenstand verbundener singulärer Term im Sinne eines Namens denken darf, für den die Verbindung zur Ontologie bestimmt wird durch die logisch-semantische Namensrelation.[39] Dass der definiten Kennzeichnung kein Bedeutungsrelat zukommt, entspricht auf Seiten der Formalisierung ihrer existenzquantifizierten Darstellung, nach der sie semantisch als „ungesättigt" (Freges Terminologie) oder eben *incomplete* (Russell) angesehen werden muss. Die komplexe Quantifikation benötigt, um semantisch vervollständigt zu werden, ein Prädikat – erst dann handelt es sich um eine Proposition, wie sie durch

[38] Russell [1905], 480. Dass Russell allerdings neben definiten Kennzeichnungen auch Namen mit derselben Technik wegzuanalysieren versuchte, wird heute und insbesondere nach Kripkes Kritik in seinem *Naming and Necessity* – sehr vorsichtig ausgedrückt – keineswegs unkritisch betrachtet.
[39] Vgl. Church [1956], 4.

einen assertiven Satz zum Ausdruck gebracht wird. Als quantifizierte Aussage ist sie deshalb Aussage, weil in ihr keinerlei ungebundene Variablen vorkommen und sie ist deswegen objektunabhängig, weil sie eine generelle Behauptung über die Welt (verstanden als Träger der Struktur) ist.

Der Sichtweise, dass dies überhaupt eine (und im Ergebnis sogar attraktive) Möglichkeit der Ausdifferenzierung von linguistischer und logischer Form darstellen könnte, geht voraus, dass es sich im Falle einer definiten Kennzeichnung wie „der K“ und einer einstelligen Prädikation „ist G“ und der durch „der K ist G“ ausgedrückten Proposition auch dann noch um eine Proposition handeln würde, wenn es sich bei der Kennzeichnung um einen nicht-referentiellen Term handeln würde. In Russells zweidimensionaler und insgesamt einfacher Semantik, die – anders als Freges dreidimensionale Konstruktion – keinen Platz für Intensionen (wie Freges „Sinn“ etwa) hat, ist die Bedeutung eines Namens einfach der Gegenstand, für den der Name steht, und die Bedeutung eines Prädikats das Universale, welches durch das Prädikat denotiert wird.

Wie bereits oben angedeutet, kann unter der Proposition, wie Russell sie sich denkt, der (strukturierte) Komplex bestehend aus den Gegenständen verstanden werden, die die semantischen Werte der Worte sind, durch die die Proposition ausgedrückt wird. Russellsche Propositionen sind daher objektabhängig: taucht innerhalb eines Satzes ein leerer Term (ein singulärer Term ohne Bedeutung) auf, so wird keine Proposition ausgedrückt. Falls durch eine Proposition das Prädikat P der Konstanten a zugesprochen werden soll, um das Urteil auszudrücken, dass a ein P ist, wobei a in Pa jedoch nicht referiert, so ist dann auf dem Weg dieser Syntax unangenehmerweise einfach keine Proposition ausgedrückt worden.

Für Russell gibt es nun einen direkten Zusammenhang zwischen der Bedeutung eines Ausdrucks und dem Verstehen eines Ausdrucks durch einen kompetenten Sprachnutzer. Da die Bedeutung *referierender* Ausdrücke für Russell einfach deren Bedeutungsrelata sind, heißt die Bedeutung eines Ausdrucks zu verstehen nichts anderes als zu wissen, wer oder was diese den Bedeutungen entsprechenden Gegenstände sind[40]: „To understand a name you must be acquainted with the particular of which it is a name, and you must know that it is the name of that particular."[41]

In der Hinwendung zur Semantik des gesamten Satzgefüges behauptet Russell erstmals in seinem [1905] das noch wesentlich stärkere *principle of acquaintance*, das er in einer sehr klaren Version in seinem Essay *Knowledge by Acquaintance and Knowledge by Description* 1911 folgendermaßen formuliert: „Every proposition which we can understand must be composed wholly of constituents with which we are acquainted."[42] Der Vollständigkeit halber muss hier ergänzt werden, dass Russells zuletzt genanntem erkenntnistheoretischem Prinzip keinerlei semantische Motivation vorausgeht, sondern diese wie auch die korrespondierende Aussage für echte logische Eigennamen lediglich das Ergebnis seines empiristischen Bildes des menschlichen Geistes darstellen. Es ist daher vielmehr so, dass die Reduktion von Namen auf definite Beschreibungen epistemisch motiviert zu denken ist und nicht verwechselt werden sollte mit seiner technischen, logisch-semantischen Lösung der Darstellung von definiten Beschreibungen als komplexe existenzquantifizierte Ausdrücke. Lehnt man das erkenntnistheoretische Prinzip ab, wird damit auch eine Behandlung von Eigennamen als definite Beschreibungen ungerechtfertigt. Die semantische Überlegung, die in der Literatur manchmal unter der Bezeichnung *Russell's principle* zusammengefasst wird, ist davon getrennt zu betrachten.[43] Dies ist die These, dass a kein singulärer Term ist, der direkt auf einen Gegenstand referiert, falls sein Auftauchen als Subjekt im Satz „a ist P" die Aussage unter der Annahme, dass es ein Objekt a nicht gibt, nicht sinnlos werden lässt. Die Idee ist hier, dass, wenn „a ist P" sinnvoll ist, obwohl es einen Gegenstand a nicht gibt, dann kann es sich bei a auch nicht um einen singulären Term handeln, weil es nichts gibt, mit dem wir direkte empirische Bekanntschaft machen könnten – a hat als Konstante im angedachten Fall schließlich keinen Referenten a.

---

[40] Vgl. Russell [1937], 43, insbesondere 48.
[41] Russell [1918-1919], 34.
[42] Russell [1910-1911], 117.
[43] Die Bezeichnung „*Russell's principle*" stammt von Gareth Evans und hat ihren Ursprung in seinem [1982].

Nun geht es ja aber gerade darum, den Unterschied zwischen Namen und definiten Beschreibungen aufzuzeigen. Für letztere darf es sich natürlich nicht so verhalten, dass wir sie a) als echte Namen verstehen und zudem b) das *principle of acquaintance* gilt, weil dann eben nur noch Meinongs *non-existent objects*, d.h. nicht „real“ existierende, abstrakte Gegenstände, den ontologisch unattraktiven Ausweg darstellen würden. Ein Argument, das Russell dafür bringt, dass beide sich unterschiedlich verhalten, ist zugleich eines der drei Puzzles aus *On Denoting*: In „der Autor von Waverly ist Scott“ sollte man „ist“ – zumindest solange man „der Autor von Waverly“ für einen echten Eigennamen hält – nicht interpretieren als die Kopula der logischen Prädikation, sondern als Zeichen für die logische Gleichheit. Fragt man mit Russell danach, was nun „Der Autor von Waverly“ zur Proposition beiträgt, sind zwei Möglichkeiten denkbar. Einerseits könnte dieser Ausdruck Scott selbst in die Proposition einbringen, wodurch der Satz zur Tautologie würde, was er eindeutig nicht ist: „Yet an interest in the law of identity can hardly be attributed to the first gentleman of Europe.“[44] Andererseits könnte jemand oder etwas anderes als Scott selbst der Proposition damit beigefügt werden – die behauptete Identität würde dann falsch sein.

Russells Lösung besteht nun in der Abkehr von der Sichtweise, dass die grammatische Form, nach der die definite Kennzeichnung Subjekt des Satzes ist, zusammenfallen muss mit seiner logischen, die uns dann ja gerade dazu zwingen würde, sie als notwendig Objektabhängigkeit induzierende syntaktische Kategorie zu identifizieren. Stattdessen wird durch den Satz, in dem die definite Kennzeichnung grammatisches Subjekt ist, keine bestimmte, sondern eine allgemeine Proposition zum Ausdruck gebracht, deren Wahrheitsbedingung in der Interpretation ihrer logischen Form als quantifizierter Ausdruck abgelesen werden kann. Was als grammatisches Subjekt, „der so und so“ als singuläre Nominalphrase, die direkte Verbundenheit mit einem bestimmten Individuum suggeriert, wird durch seine quantifizierte Darstellung kürzest möglich folgendermaßen aufgelöst in: $\exists x. \forall y. \phi y \leftrightarrow x = y$ (wobei ϕ möglicherweise komplex ist). Dieser Ausdruck verfügt über kein logisches Subjekt mehr und er trägt deswegen auch keinen bestimmten Gegenstand zur Proposition bei. Genauer: Es handelt sich um eine allgemeine Aussage über alle Dinge in der Welt.

[44] Russell [1905], 485.

Die semantische Funktion der definiten Kennzeichnung lässt offen, ob der durch sie beschriebene Gegenstand tatsächlich existiert. Hierin besteht für Russell ein weiterer Unterschied zwischen Kennzeichnung und Name:

> It often happens that we know that a certain phrase denotes unambiguously, although we have no acquaintance with what it denotes […]. In perception we have acquaintance with the objects of perception, and in thought we have acquaintance with objects of a more abstract logical character; but we do not necessarily have acquaintance with the objects denoted by phrases composed of words with whose meanings we are acquainted.[45]

Und genau dies weist in erkenntnistheoretischer Hinsicht zusammen mit dem formalen Aspekt der Kennzeichnungstheorie im Falle von „Pegasus“ (oder jedem anderen „vermeintlichen“ logischen Eigennamen) für Russell auch den Ausweg aus einer Konzeption der Welt, in der es ein Reich nicht real existierender Objekte gibt.[46] Dadurch, dass wir durch die Erfahrung keinerlei direkte Bekanntschaft mit einem Individuum Namens Pegasus gemacht haben, sind wir in unserer bereinigten, idealen Sprache dazu angehalten, den Namen „Pegasus“ sozusagen von vornherein mit Vorsicht zu behandeln. So verwenden wir ihn folglich besser nicht als echten logischen Eigennamen, sondern innerhalb eines Satzes als definite Beschreibung, für deren semantische Entsprechung nicht ein bestimmtes Individuum, sondern innerhalb der Proposition nur eine Eigenschaft – möglicherweise komplex – zusammen mit der Behauptung steht, dass diese nur durch einen einzigen Gegenstand im gesamten Diskursuniversum erfüllt wird.

Für Russell und Quine stellen Namen (insbesondere von fiktiven Gegenständen) wie diese daher versteckte oder besser durch die Ungenauigkeit der natürlichen Sprache verdeckte definite Kennzeichnungen dar, die es aus Gründen ontologischer Sparsamkeit entsprechend wegzuanalysieren gilt. Einen Satz mit einem solchen unechten Eigennamen zu verstehen, bedeutet also für den kompetenten Sprecher im einfachsten Fall, der eine vollständige Proposition garantiert, mit einer (möglicherweise komplexen) Eigenschaft (bzw. einem Attribut) empirisch vertraut zu sein derart, dass von ihr eine Erfüllung durch einen einzigen Gegenstand behauptet werden kann.

---

[45] Ebd., 479 f.

[46] Russells *logical proper name* ist ein einfaches Zeichen, dessen Bedeutung genau ein Individuum ist, das es bezeichnet. Ein logischer Eigenname hat eine selbstständige Bedeutung in Unabhängigkeit der Bedeutung aller anderen syntaktischen Partikel.

Wie genau stellen sich nun die vollständigen Lösungen in syntaktischer wie semantischer Hinsicht für die aufgeworfenen Probleme dar, wenn man bereit ist, Russells Kennzeichnungstheorie zusammen mit seiner Behandlung von „unechten“ Namen zu akzeptieren? Insgesamt dürften wohl drei Fälle von Interesse zu unterscheiden sein: Es können erstens nur die Teile von Aussagesätzen in Betracht gezogen werden, in denen definite Artikel, Formulierungen wie „der so und so“, d.h. ausgezeichnete Kandidaten für Kennzeichnungen, vorkommen. Des Weiteren können komplexe Sätze betrachtet werden, die diese beinhalten, und letztlich eben diese Art von Sätzen (einfach oder komplex) zusammen mit dem Wissen (oder besser begründeten Verdacht), dass es für (vermeintliche) Eigennamen, die an Argumentstelle des prädikativen Teils des Satzes stehen, keine Referenten gibt.

Das von Russell betrachtete Beispiel „der aktuelle König von Frankreich hat eine Glatze“ wird um der Einfachheit der Analyse willen wie zuvor zu „der K ist G“ verkürzt. Auch für das Projekt der *Principia Mathematica* (fortan abgekürzt als PM) wollte Russell für die dort verwendete ideale, formalisierte Sprache die Möglichkeit schaffen, ein semantisches Analogon zum umgangssprachlichen „der“ herzustellen. Um die aufwendigen und sperrigen Formalisierungen unter Verwendung von Existenz- und Allquantifikation zu umgehen, die ja zudem noch für die Verwendung an Argumentstellen von Relationen vorgesehen waren, sollte dies durch die Einführung einer allerdings im Ergebnis eher wenig eleganten Notation in Form des Zeichens ℩ (ein invertiertes Iota) ermöglicht werden. Dieses ℩ steht für den kontextuell definierbaren Operator, den Deskriptor, und kann von nun an verstanden werden als intendierter Träger des Sinnes von „der“ (oder anderen definiten Artikeln im Singular bei Russell). So wird aus „der K ist G“, ausführlich formalisiert wie gehabt durch den Ausdruck $\exists x. Kx \wedge Gx \ \wedge \forall y. Ky \rightarrow x = y$, mit Hilfe der neuen Schreibweise und wiedergegeben in Russells ursprünglicher Notation der Ausdruck $G(\iota x)(Kx)$ (gelesen: dasjenige x, das K ist, ist G).

Jedoch kann die relativ dazu verallgemeinerte Form $\psi(\iota x)(\phi x)$ noch nicht in einer impliziten Definition für beliebige definit kennzeichnende Ausdrücke akzeptiert werden. Russell bemerkt nämlich, dass für den Fall eines Auftauchens der bestimmten Kennzeichnung innerhalb einer komplexen Formel Ambiguität die Folge wäre. Unter Verwendung seines Beispiels wäre so mit den zu diesem Zeitpunkt zur Verfügung stehenden syntaktischen Mitteln von PM nicht eindeutig entscheidbar, ob der Ausdruck $\psi(\iota x)(\phi x) . \supset . p$ zu interpretieren wäre als a) $(\exists b): \phi x . \equiv_x . x = b : \psi b : \supset . p$ oder b) $(\exists b):. \phi x . \equiv_x . x = b . \psi b . \supset . p$.[47] In moderner Darstellungsweise ist a) der Ausdruck $(\exists x. \phi x \wedge \psi x \wedge \forall y. \phi y \rightarrow x = y) \rightarrow p$ und b) entsprechend $\exists x. \phi x \wedge (\psi x \rightarrow p) \wedge \forall y. \phi y \rightarrow x = y$. Die Frage ist also die, ob die komplexe von Russell betrachtete Formel, die den Deskriptor enthält, lediglich das Vorderglied der materialen Implikation zum quantifizierten Teil der Kennzeichnung zählt oder sich vollständig über die gesamte Implikation erstreckt – semantisch ein erheblicher Unterschied.

Zur Beseitigung dieser Mehrdeutigkeit wird als technisches Hilfsmittel zur Anzeige des exakten Erstreckungsbereichs einer *bestimmten* definiten Beschreibung innerhalb eines beliebigen komplexen Ausdrucks ein durch eckige Klammern begrenzter Bereich vorangestellt, der den *dazu gehörenden* Deskriptor, die durch diesen gebundene Variable, sowie den (möglicherweise komplexen) Prädikatausdruck der Kennzeichnung enthält. Der Skopus des quantifizierten Kennzeichnungsausdrucks wird dann je nach verwendeter Notation entweder durch den Erstreckungsbereich anzeigende Punkte (Russell) oder eine geeignete Form der Klammerung angezeigt: so wird a) bei Russell zu $[(\iota x)(\phi x)] . \psi(\iota x)(\phi x) . \supset . p$, in meiner Darstellung zu $\psi(\iota x. \phi x) \rightarrow p$ und es ist analog b) dann der Ausdruck $[(\iota x)(\phi x)] : \psi(\iota x)(\phi x) . \supset . p$ und in meiner Notation $\varphi(\iota x. \phi x)$, wobei $\varphi \coloneqq \psi x \rightarrow p$.[48] Mit Satz 14.01 gibt Russell endlich auch das finale Schema der impliziten Definition für ι innerhalb der Sprache von PM an, während durch 14.02 der wesentliche Beitrag für die Behandlung der Problematik nicht-referierender Terme innerhalb existenzbehauptender Sätze erbracht wird.[49]

Für Russell wie wohl für die meisten anderen Logiker ist das natürlichsprachliche „ist" mehrdeutig insofern, als es (mindestens) in der Funktion auftreten kann, Gleichheit auszudrücken, als die Kopula im logischen Schema der Prädikation, die den Zusammenhang zwischen Argument und Prädikat herstellt, oder schließlich um Existenz auszudrücken. In letzterem Fall kann „Existenz" jedoch

[47] Whitehead/Russell [1927], 173.
[48] D.h. ich behandle dann den Deskriptor syntaktisch wie einen Quantor, der mit dem gesamten zur Kennzeichnung gehörenden nicht prädikativen Rest an Argumentstelle einer Prädikation auftritt.
[49] Ebd., 173 f.

nicht als Prädikat verstanden werden, weil – worauf bereits zuvor hingewiesen wurde – es entweder im harmlosen Falle trivial ist oder zu semantisch widersprüchlichen Behauptungen führt. 14.02 führt die Möglichkeit dazu in Form von einer neuen Notation, gegeben durch das Zeichen E! („es gibt/existiert genau ein…“), ein: $E!\,(\iota x)(\phi x) . = : (\exists b) : . \, \phi x \, . \equiv_x . \, x = b$. Es ist leicht zu sehen, wie so ein Aussagesatz wie „Pegasus existiert“ zu interpretieren ist, weil bereits klar ist, dass wir einerseits mit Russell über die technischen Mittel verfügen, einen vermeintlichen logischen Eigennamen in eine definite Beschreibung zu transformieren. Zudem sollten wir uns durch das *principle of acquaintance* hinreichend motiviert fühlen, unseren Mangel an Vertrautheit im Umgang mit Pegasus als eben solchen hinreichenden Anlass zur Inanspruchnahme dieser Möglichkeit der Analyse wahrzunehmen.

Es steht nun noch aus, denjenigen sicherlich interessantesten Fall zu betrachten, in dem von einem fiktiven Gegenstand durch eine geeignete Formulierung behauptet wird, dass er nicht existiert. Um quasi unbedenklich ausdrücken zu können, dass es ein Individuum a nicht gibt, dass es nicht existiert, ist für Russell klar, dass es sich bei a in „a existiert nicht“ aus logisch-semantischen Gründen um keinen logischen Eigennamen, sondern um eine definite Beschreibung handeln muss. Russells These ist, dass es bezogen auf die natürliche Sprache ein analoges Phänomen der Mehrdeutigkeit des Erstreckungsbereichs der definiten Beschreibung gibt oder mit anderen Worten: Der bestimmte Artikel kann in der natürlichen Sprache in bestimmten Fällen als mehrdeutig betrachtet werden. So ist das Paradebeispiel aus *On Denoting*,

> „the present King of France is not bald“, false if it means „There is an entity which is now King of France and is not bald“, but is true if it means „It is false that there is an entity which is now King of France and is bald.“[50]

Im gegebenen Fall liegt die Mehrdeutigkeit also darin begründet, wie der Erstreckungsbereich der definiten Kennzeichnung relativ zur Negation ausgelegt wird. Gemäß der ersten von Russell vorgeschlagenen Deutung (genannt: *primary occurence*) ist der Skopus der Negation wesentlich beschränkter als der des Kenn-

[50] Russell [1905], 490.

zeichnungsausdrucks *und* er liegt zudem innerhalb desselben; die zweite Deutung (*secondary occurence*) dreht dieses Verhältnis um.[51] Da unter den in Frage kommenden Gegenständen der Quantifikation kein Objekt vorkommt, das die Bedingung erfüllt, drückt die erste Variante also etwas aus – eine vollständige und daher sinnvolle Proposition nämlich –, aber das Behauptete entspricht nicht dem, was in der Welt der Fall ist. Die Proposition selbst muss daher den Wahrheitswert „falsch" zugewiesen bekommen. In der alternativen Interpretation dessen, was an Argumentstelle des Negationszeichens stehen soll, kommt durch den so gedeuteten Satz hingegen zum Ausdruck, dass es eben nicht der Fall ist, dass es genau ein Individuum gibt, das der aktuelle König von Frankreich ist und eine Glatze hat – genau deshalb ist dieser Satz wahr.

Auf der Habenseite für die Russellsche Theorie der Kennzeichnung kann aufgelistet werden, dass sie in syntaktischer wie semantischer Hinsicht nicht nur unverdächtig erscheint, sondern schlank und überschaubar bleibt: Angeboten wird ein Werkzeug zur Formalisierung, zur Darstellung „der" logischen Form, (nicht nur) des bestimmten Artikels der „defekten", weil mehrdeutigen Umgangssprache. Will man durch negierte Existenzbehauptungen nicht in die Verlegenheit geraten, die korrespondierenden Sätze zu sinnlosen oder deren Propositionen zu Konstrukten zu zählen, die bei ihrer semantischen Bewertung über keinen Wahrheitswert verfügen, so bietet Russell einen Ausweg an. Dieser hat dann auch durchaus seine Vorzüge.

Ohne ontologische Verwicklungen in Form fiktiver bzw. nicht existierender Entitäten in Kauf nehmen zu müssen, oder komplizierte und notorisch in der Sprachphilosophie mit Misstrauen beäugte mysteriöse Objekte wie Freges Sinn zu seinem Deutungsapparat hinzuzuziehen, erreicht Russells Theorie das Angestrebte. Es ist das logisch-semantische Werkzeug zur Transformation von definiten Artikeln in komplexe quantifizierte (und keine konkreten Individuen mehr involvierende) Ausdrücke, das es gestattet, jeder Referenzproblematik auszuweichen, die sich hinter Sätzen verstecken kann, in denen definite Kennzeichnungen (dann verstanden als Namen) die Rolle von Subjekten spielen. Syntaktisch gesehen funktioniert der ι-Operator wie ein Quantor der Prädikatenlogik erster Stufe, d.h. er bindet – ersichtlich durch seinen ihm unmittelbar folgenden

[51] Ebd., 489.

Index – eine Variable, wird im Ergebnis semantisch über den Träger der jeweiligen Struktur interpretiert, und er verfügt über einen Erstreckungsbereich. So angewendet entsteht dann allerdings in Unterscheidung zu den klassischen Quantoren ein beschreibender singulärer Term neuen Typs, der selbst wieder in einer Formel an Stelle bspw. einer Individuenkonstante auftauchen kann.[52]

Ein Satz, in dem das grammatische Subjekt durch Russells Technik in dieser Weise analysiert wird, hat nicht mehr die Form, die exemplifiziert wird im Schema der Prädikation eines (logischen) Prädikats über ein (logisches) Subjekt. Das scheinbare logische Subjekt wird aufgelöst in eine komplexe Quantifikation mit einem Begriffsnamen, durch den der inhaltliche Teil beigesteuert wird: Anstatt, dass Pegasus als Gegenstand behandelt wird, wird daraus eine Entität in Form einer Eigenschaft, ein Begriff also, unter Zugabe präziser Erfüllungsbedingungen für einen Gegenstand, um in dessen Extension zu fallen. Die Extension der gesamten Konstruktion kann *nicht* als durch irgendeinen bestimmten einzelnen Teil oder mehrere solche Teilstücke des komplexen quantifizierten Ausdrucks (d.h. der sie charakterisierenden logischen Syntax) fixiert gedacht werden. Erst die Einheit aller Teile im Zusammenwirken erreicht dies: Das Subjekt kann semantisch – bildlich gesprochen – vorgestellt werden als verschmiert zwischen Variable(n), Quantoren und den prädikativen Bestandteilen.

Zusammen mit dem *principle of acquaintance*, das natürlich ziemlich generös gewissermaßen die Erlaubnis zur Behandlung von vermeintlichen Eigennamen als definite Kennzeichnungen bereitstellt, wird auch die Schwierigkeit nicht-referierender, scheinbarer singulärer Terme (d.h. vorrangig logischen Namen) beseitigt. Auch Quines berühmtes hypothetisches Streitgespräch mit McX, in welchem er sich zuerst dem Vorwurf ausgesetzt sah, durch die wörtliche Übernahme von Sätzen oder Teilen von Sätzen seines erzplatonistischen Gegners, ungewollt ontologische Verpflichtungen eingegangen zu sein und daher selbst auf eben jene Objekte implizit zurückgegriffen zu haben, die er eigentlich ablehnt, kann so analog gelöst werden. Selbst nominalistischen Bedürfnissen, in denen dann

[52] Die Ausnahme bildet freilich Russells E!, das als Pseudoprädikat per Konvention die Nutzung des Kennzeichnungsausdrucks als Satz lizensiert, sofern es demselben vorangestellt wird.

nicht mehr von einem Universale (als semantischem Wert einer n-stelligen Relation), sondern nur noch von einem so und so viel stelligen Prädikat die Rede ist, steht Russells Ansatz prinzipiell offen zur Verfügung.[53]

Andererseits ist in dem Zusammenhang der Bewertung der Theorie auch immer wieder die Rede davon, dass dieser logische „Trick" Russells, den definiten Artikel sozusagen über den Umweg, der dann eher ein allzu willkommener Ausweg ist, durch seine Analyse als komplexen quantifizierten Ausdruck in die Mehrdeutigkeit „hineinzuretten", nicht vollends unproblematisch erscheinen muss. Denn es ist schließlich die Zweideutigkeit des Kennzeichnungsausdrucks hinsichtlich *primary* und *secondary occurence*, die überhaupt erst für die Möglichkeit des Weganalysierens sorgt. Eine Passage aus *On Denoting* weist auf das Problem hin, mit dem sich auch Mehlberg letztlich konfrontiert sah:

> By the law of excluded middle, either „A is B" or „A is not B" must be true. Hence either „the present King of France is bald" or „the present King of France is not bald" must be true. Yet if we enumerated the things that are bald, and then the things that are not bald, we should not find the present King of France in either list. Hegelians, who love a synthesis, will probably conclude that he wears a wig.[54]

Die Gefahr, auf die Russell hier – abseits der natürlich nicht ernst genommenen Hegelschen Alternative – hinweist, ist klar: Wenn wir bildlich gesprochen unsere *domain of discourse* Element für Element durchsuchen, werden wir feststellen, dass es kein Element gibt, das in die Extension des fraglichen Prädikats oder in dessen Komplement fällt und aktueller König von Frankreich ist. Es würde eintreten, was automatisch für Russell eintritt, wenn ein singulärer Term nicht referiert: Der Satz, in dem dieser an Subjektstelle auftritt, hat weder den Wahrheitswert „wahr" noch „falsch" und es wäre deswegen auch LEM kein logisches Gesetz in dieser Sprache. Wie bei Mehlberg wären die Konsequenzen entsprechend weitreichend: Das Bivalenzprinzip könnte nicht aufrechterhalten werden und LEM würde (bei ansonsten gleichbleibender, d.h. klassischer Interpretation der logischen Konnektive) nicht gelten, entsprechend könnte auch kein Gebrauch mehr (mindestens) von der Regel RAA (*reductio ad absurdum*) gemacht werden.

[53] Vgl. Quine [1948].
[54] Russell [1905], 485.

Obwohl es spekulativ bleiben muss, ob Russell alle diese Faktoren exakt so im Blick hatte, scheint es zumindest plausibel, dass er seine Theorie der Kennzeichnung sicherlich auch als eine willkommene (und möglicherweise sogar bewusste) Vorkehrung gegen „unerwünschte“ Folgen solcher alternativer Logikkonstruktionen verstanden hat. Und die Möglichkeit derartiger Zugeständnisse wurde durch Russells absolutes, universalistisches Verständnis von Logik nicht eben befördert. Ohne andererseits Modifikationen bei der Deutung der logischen Satzkonnektive anzudenken, bliebe ja ansonsten nur – eben wie bei Frege – sich damit abzufinden, dass eine große Zahl von Sätzen ohne Wahrheitswert verbleiben würde und dann außerhalb der Reichweite der Logik stehen würde. So gesehen schafft Russell mit den neuen Werkzeugen also wirklich Großes insofern, als dass die Menge der „behandelbaren“ Sätze durch die so amplifizierte, jedoch klassische Logik größer wird, als sie es ohne Veränderungen an syntaktischen und semantischen Kategorien gewesen wäre.

3. Peter Frederick Strawson: *On Referring*[55]

Wie im unmittelbar vorangegangenen Kapitel dargelegt, handelt es sich bei Russells Theorie der Kennzeichnung, insofern sie verstanden wird als eine Analyse des bestimmten Artikels im Singular, um eine weithin akzeptierte Theorie. Gleiches gilt auch für den Fall des Plurals nach Stephen Neales umfassender und diese Theorie insgesamt nicht unerheblich erweiternder Darstellung in seiner Monografie *Descriptions* von 1990.[56] Gleichwohl gilt heute, dass die Ausweitung ihres Anwendungsbereichs auf (echte logische) Eigennamen überwiegend kritisch gesehen wird und sogar weitgehend auf Ablehnung stößt. Nichts desto trotz sind im Laufe der mehr als einhundert Jahre seit Erscheinen von *On Denoting* verschiedene Kritiken hervorgebracht worden, auf die nun im Rahmen des für uns relevanten Zusammenhanges nicht-referierender Terme zu sprechen zu kommen ist.

Es war P. F. Strawson, der mit seinem Aufsatz *On Referring* 1950 eine direkte Auseinandersetzung mit Russells Standpunkt suchte, wie bereits anhand der Anspielung auf dessen Beitrag im Titel deutlich wird. Strawsons Einwand oder besser seine Einwände sind dabei nicht als genereller Versuch der Widerlegung der zu dieser Zeit bereits zum etablierten Bestand von Logik und Philosophie zu zählenden Theorie zu sehen, sondern vielmehr als Einspruch gegen die Universalität, mit der Proponenten von Russells Theorie definite Kennzeichnungen in der natürlichen Sprache behandeln zu können vorgaben. Dabei ist sein erster Vorwurf im Kern die Unterstellung, Russell würde durch die drei zu erfüllenden Bedingungen,

(1) $\exists x. \phi x$
(2) $\forall y. \phi y \rightarrow x = y$
(3) ψx

die im logischen Sinne konjunktiv verknüpft in der quantifizierten Darstellung der bestimmten Kennzeichnung resultieren, schlechterdings nicht zu einer korrekten Analyse der *Wahrheitsbedingungen* solcher Sätze wie „der aktuelle König von Frankreich hat eine Glatze“ gelangen. Während die Durchführung der

[55] Strawson [1950].
[56] Neale [1990].

von Russell vorgeschlagenen Art der Formalisierung zu dem Ergebnis führt, dass es sich hierbei, wie es auch an Beispielen illustriert wurde, nur um eine falsche Proposition handeln kann, ist es Strawsons Überzeugung, dass dies nicht in Einklang mit unseren sprachlichen Intuitionen zu bringen ist. Dieser argumentiert, anders als Russell, der seine Analyse weitestgehend auf die syntaktische und semantische Dimension von Sprache beschränkt, ganz im Sinne der frühen *ordinary language philosophy* und bezieht nun auch pragmatische Elemente wie Sprecher und Sprachhandlung in seine Überlegungen mit ein.

Was für Russell der Grund ist, die durch sein Standardbeispiel ausgedrückte Proposition für unzutreffend und also falsch zu halten, ist für seinen Kritiker gar der Anlass, das, was dieser als Träger des Wahrheitswertes und entsprechend Objekt der semantischen Bewertungsfunktion versteht, für weder wahr noch falsch zu halten: Wenn es mit Strawson nichts gibt, das die durch (1) bis (3) geforderten Bedingungen erfüllt, kann die Frage nach der Wahrheit oder Falschheit der durch den Satz ausgedrückten Proposition schließlich gar nicht erst entstehen. In einem solchen Fall von Referenzversagen (*reference failure*) ist es nun Strawsons Ansicht nach eben nicht einfach so, dass etwas Falsches ausgesagt wurde:

> So when we utter the sentence without in fact mentioning anybody by the use of the phrase, „The king of France“, the sentence doesn't cease to be significant: We simply fail to say anything true or false because we simply fail to mention anybody by this particular use of that perfectly significant phrase.[57]

Dieser Einwand ist bei näherer Betrachtung im Hinblick auf seine Konsequenzen für eine logische Theorie gewichtig und durchaus komplex. So kann er zwar nicht getrennt werden von einer ganz grundsätzlichen Erweiterung, die zu den Eigenheiten des pragmatischen Teils von Strawsons Sprachphilosophie zählt und indirekt einen weiteren Kritikpunkt an Russell ausmacht. Für ihn sind es eben nicht einfach Propositionen – wie für Russell –, die als Träger von Wahrheitswerten in Frage kommen, sondern es ist die *Äußerung* (*utterance*) eines Satzes, der eine Proposition ausdrückt, der überhaupt ein Wahrheitswert zukommen kann.[58] Was Russell demnach falsch macht, ist, dass er nicht anerkennt, dass die

[57] Strawson [1950], 331.
[58] Im Original spricht Strawson von „uses of sentences“, was allerdings je nach Deutung zu Problemen führen kann. Vgl. Neale [1990], 24-28. Man darf jedoch davon ausgehen, dass Strawson hier lediglich eine Ungenauigkeit unterlaufen ist, das Richtige also gemeint wurde. Ich

durch einen Satz ausgedrückte Proposition in unterschiedlichen Äußerungskontexten (Strawson spricht hier lediglich über zeitliche Kontextbezogenheit, beliebige andere sind natürlich denkbar: Ort, Sprecheridentität, Begrenzung des thematischen Bezugsrahmens bzw. des Gegenstandsbereichs) zu unterschiedlichen Bewertungen führen kann und sicher auch wird. Es wäre *deswegen* sozusagen in letzter Instanz notwendig, Äußerungen von Sätzen zu Trägern von Wahrheitswerten zu machen. Entsprechend kann auch ein und derselbe Satz in unterschiedlichen zeitlich indizierten Zusammenhängen benutzt werden, um etwas Wahres oder etwas Falsches auszusagen, und – vor allem auch – etwas, das *weder wahr noch falsch* ist.[59]

Vor dem 26. August 1850 und beginnend mit der Regentschaft Karls II. würde dem Beispielsatz Russells je nach „faktischer Lage der Dinge" auf den Häuptern der Könige von Frankreich einer der Wahrheitswerte „wahr", „falsch" zukommen müssen, im Jahr 2014 allerdings sähe das anders aus. Wenn es dann einfach keinen König von Frankreich gibt, d.h. wenn in Strawsons Sinne die *Voraussetzung* (*presupposition*) nicht erfüllt ist, dass es einen einzelnen Gegenstand gibt, der König von Frankreich ist, dann würde es dem Sprecher auch nicht gelingen, etwas zu sagen, was wahr oder falsch sein könnte.[60] Es ist zu bemerken, dass Russell wie auch Strawson (dieser zumindest in seinem [1950]) daran festhalten, dass in allen drei Fällen gar nicht bezweifelt werden kann, dass es sich dabei um einwandfrei sinnvolle Sätze handelt.[61] Bezüglich dieses Standpunktes weicht Strawson allerdings in späteren Schriften durchaus ab. Nicht ganz unproblematisch bleibt an dieser Stelle die schon recht früh zu beobachtende Inkohärenz in der genauen Ausprägung von Strawsons Verständnis rund um die Begriffe des Trägers eines Wahrheitswertes, der Äußerung sowie dem

halte mich daher auch (wie in der Literatur üblich) an die seit geraumer Zeit etablierte Bezeichnung „Äußerung" (*utterance*).

[59] In der einschlägigen Literatur wird dies als „Frege-Strawson"-Theorie der Bedeutung bezeichnet, womit dann deutlich gemacht wird, dass für beide Autoren unter bestimmten Umständen Wahrheitswertunbestimmtheit für Sätze folgen kann. Die Bezeichnung „Frege-Strawson"-Ansatz hat ihren Ursprung in Kaplans [1972], 227-244.

[60] In *On Referring* benutzt Strawson das Wort „*presupposition*" so noch nicht, das geschieht erst ab 1952. Der Begriff ist seitdem allerdings als technische Bezeichnung etabliert, weshalb ich ihn ohne Rücksicht auf diesen historischen Zusammenhang durchweg für das entsprechende semantische Phänomen verwenden werde.

[61] Es könnte einerseits der vorausgesetzte Gegenstand existieren und das über ihn Ausgesagte zutreffen, oder er könnte andererseits existieren und das Prädizierte nicht zutreffen oder es würde drittens der Gegenstand gar nicht existieren und sich die Frage nach Wahrheit oder Falschheit der Äußerung daher überhaupt nicht stellen.

der Proposition. Nerlich hat dies in seinem wichtigen Aufsatz *Proposition and Entailment* bereits 1965 aufgedeckt – der Vorwurf lautet dort zusammengefasst, dass Strawsons „doctrine oscillates between two incompatible positions.“[62] Einer Lesart zufolge behauptet jemand, der einen Satz mit einer leeren definiten Beschreibung in einem bestimmten Kontext äußert, eine Proposition, die dann weder wahr noch falsch ist. Bei Zugrundelegung einer Frege-Semantik, die nicht nur in dieser Hinsicht der gängigen Praxis der klassischen mathematischen Logik entspricht, wird die Extension eines Satzes identifiziert mit seinem Wahrheitswert. Da dieser sich für einen Satz wegen des Extensionalitätsprinzips (sprachphilosophisch dann: Kompositionalität in Bezug auf die Bedeutung) rekursiv über alle seine referierenden Bestandteile ergibt, hätte im Falle referierender Bestandteile, die über keinerlei Denotat verfügen, der Satz insgesamt zwangläufig keinen Wahrheitswert. Es gäbe daher Wahrheitswertträger ohne Wahrheitswert – die Konstruktion von Gegeninstanzen zum Prinzip der Bivalenz wäre also keineswegs mehr reine Möglichkeit, sondern gesichert genau dann, wenn es in dieser Hinsicht referentiell unbestimmte Partikel in dieser Sprache geben würde. Einer anderen Deutung lässt sich entnehmen, dass jemand, der einen Satz mit einer leeren definiten Beschreibung in einem bestimmten Kontext äußert, gar keine Proposition auszudrücken vermag. Die Frage nach dem Wahrheitswert erübrigt sich dann in trivialer Weise, aber es ließe sich so der Verstoß gegen das Bivalenzprinzip vermeiden und in Ermangelung eines Gegenbeispiels – zumindest aus dieser Quelle – dasselbe auch aufrechterhalten.

Trotzdem ist dieser Einwand von Strawson, soweit er auf die Unterscheidung von linguistischer Bedeutung eines bestimmten Satzes gegenüber der Proposition, die er durch eine gewisse (und an sich auch keineswegs beschränkt auf eine rein) in zeitlicher Hinsicht kontextgebundene Äußerung ausdrückt, ganz richtig. Es sind Partikel wie „dieses“, „hier“, „heute“, „ich“ usw., also allgemein Elemente der Klasse indexikalischer Ausdrücke, von denen offensichtlich ausgesagt werden kann, dass durch sie in unterschiedlichen Kontexten auch unterschiedliche Dinge, Zeitpunkte, Personen etc. erfasst werden. Ihre Referenz ist also erst relativ zu Orten, Gegenständen, Zeitpunkten als fixiert zu denken. Doch kann dies kaum als schwerwiegender Einwand gegen Russell angesehen werden, was

[62] Nerlich [1965], 33.

sich aus der folgenden Überlegung ergibt. Es ist dem nämlich mit den Worten Neales eigentlich nicht viel mehr zu entnehmen als das Folgende: „All this means is that there are descriptions to which the Theory of Descriptions *and* a theory of indexicality apply.“[63] Es gibt auch mehr als nur Indizien dafür, dass Russell sich der Problematik der indexikalischen Ausdrücke bereits zu Zeiten seines [1905] voll bewusst war.[64] Dass sich keinesfalls zwingend von einer Identität von linguistischem Sinn eines Satztyps auf der einen Seite und der durch eine konkrete Äußerungssituation ausgedrückten Proposition auf der anderen Seite ausgehen lässt, ist also ein Faktum, das Russell nicht in Abrede gestellt hätte. Es ist vielmehr so, dass er auf so eindeutige Weise nicht damit beschäftigt war, Indexikalität theoretisch zu erfassen, sondern er sein Augenmerk ausschließlich auf die Proposition selbst gerichtet hat, dass es in gewisser Hinsicht überraschen mag, wie Strawson überhaupt dazu kam, diesen Punkt als Argument gegen Russell ins Feld zu führen.[65] Der Einwand kann als nicht nur weitgehend unproblematisch angesehen werden, er ist sogar gänzlich substanzlos für einen Angriff auf die Theorie der Beschreibung, solange diese sich – wie es bei Russell klar der Fall ist – allein mit den hierarchisch tieferliegenden Propositionen befasst.

Es ist Strawsons zweiter Einwand, der der eigentlichen Aufmerksamkeit bedarf. Mit diesem behauptet er, dass Formulierungen wie „der K ist G“ die Existenz von etwas voraussetzen, das K ist, während es gemäß Russells Ansatz rein logisch folgt, dass es einen Gegenstand gibt, auf den es zutrifft, dass er K ist. Der Grund hierfür ist, dass für die vollständige definite Beschreibung das gemeinsame Bestehen der Bedingungen (1) bis (3) angenommen werden muss. (1) bis (3) schließt aber eben auch das Schema $\exists \mathrm{x}.\, \phi \mathrm{x}$ ein, dessen (schematische) Einsetzungsinstanz im konkreten Fall lauten würde: $\exists x.\, Kx$. Russells wesentliches Argument dafür, dass es sich bei definiten Beschreibungen nicht um genuin referierende Einheiten gleich echten logischen Eigennamen handelt, liegt – wie wir gesehen haben – darin, dass er sagt, dass es sich bei „der K ist G“ auch eben dann noch um eine sinnvolle Proposition handelt, wenn es keinen Gegenstand gibt, der K ist. Da es einen König von Frankreich nicht gibt, ist die ausgedrückte

[63] Neale [1990], 25 [meine Hervorhebung].
[64] Vgl. Grice [1970], 39.
[65] Vgl. Russell [1957].

Proposition nicht wahr und bei angenommener Gültigkeit der Bivalenzeigenschaft also falsch. Aus Russellscher Sicht drücken Einsetzungsinstanzen von (1) bis (3) jeweils eine Proposition aus, wobei durch (1) eben einfach nichts Wahres (und also etwas Falsches) ausgedrückt wird, infolgedessen die Konjunktion aller drei Propositionen ebenfalls falsch sein muss. Strawson widerspricht dem und hält entgegen, dass, wenn es nichts gibt, das die beschreibende Prädikation erfüllen könnte, sich auch die Frage nach Wahrheit oder Falschheit der Proposition bzw. Äußerung gar nicht erst stellen würde:

> The question of whether [t]his statement [is] true or false simply [does not] arise. […] We simply fail to say anything true or false because we simply fail to mention anybody by this particular use of that perfectly significant phrase.[66]

Aus der soeben zitierten Passage lässt sich die zweite der beiden oben präsentierten Lesarten von Strawsons Theorie erkennen, nach der es also gar nicht erst dazu kommen würde, dass überhaupt etwas vorliegen würde, das Träger eines Wahrheitswerts sein könnte. Die Intuition bezüglich der Verwendung der natürlichen Sprache, auf die er wesentlich seinen Einwand stützt, hängt hiermit unmittelbar zusammen: Wenn uns klar ist – und dies ist natürlich keine logische Angelegenheit –, dass es kein Objekt gibt, das den Ausdruck „der aktuelle König von Frankreich“ erfüllt, so würde dies auch unseren Unwillen erklären, „der aktuelle König von Frankreich hat eine Glatze“ überhaupt für einen legitimen Träger von Wahrheit oder Falschheit zu halten.

Es ist von großer Bedeutung Strawson hier korrekt zu verstehen: Es ist nicht so, dass er direkt einen technischen Einwand, ein im weiteren Sinne etwa formales Gegenargument liefert, sondern es geht ihm einfach darum, unter Anrufung unserer natürlichsprachlichen Eingebung aufzuzeigen, dass die von Russell propagierte Analyse zu kontraintuitiven Konsequenzen führt. Es ist deswegen Strawsons Argument ein Einwurf von Seiten der Philosophie der Sprache, der, wenn er Gewicht haben sollte, dann freilich später einmal Auswirkungen haben wird auf konkrete Bausteine einer logischen Theorie und damit auf die Philosophie der Logik.

[66] Strawson [1950], 330 f.

Man stelle sich nun ein Konversationsszenario zwischen zwei Sprechern A, B vor, ähnlich dem, wie es Strawson entwirft[67]: Wenn A nun den Satz „Glaubst du, dass ‚Der aktuelle König von Frankreich hat eine Glatze' wahr ist oder glaubst du, dass ‚Der aktuelle König von Frankreich hat eine Glatze' falsch ist?" im Jahr 2014 äußert, so ist es nicht ohne Weiteres klar, dass B für seine Entgegnung einzig aus der Klasse der offerierten oder besser suggerierten Optionen schöpfen müsste. Die natürlichste Reaktion von B wäre hier einfach die, jede eine Zuweisung eines Wahrheitswertes implizierende Antwort zu vermeiden unter Berufung darauf, dass das durch A gebotene Dilemma einfach nicht zutrifft, es sozusagen unangemessen oder – dann technischer – vielleicht für diesen Kontext undefiniert sei. Und dies stellte mit Blick auf die Normalbedingung der Einzigartigkeitsforderung (*uniqueness claim*) der bestimmten Kennzeichnung, in der sich Russell wie Strawson einig sind, in der Tat auch eine nachvollziehbare Sicht der Dinge dar. Der Unterschied zwischen beiden liegt dann natürlich darin, wie die Semantik dieser Einzigartigkeitsforderung umzusetzen ist: Russell will uns davon überzeugen, dass „der so und so" *stets* so zu interpretieren ist, dass hier eine Existenzaussage über einen und nur einen Gegenstand mit einer bestimmten (möglicherweise komplexen) Eigenschaft gemacht wird (*uniquely existential assertion*). Strawson stellt dies, wie schon eingangs erwähnt wurde, überhaupt nicht in Frage, bestreitet aber sehr wohl, dass alle Formulierungen von „der so und so" sich exakt in dieses Analyseschema pressen lassen werden. Er glaubt, dass es auch eine sogenannte *identifying reference* gibt, die wir benutzen, nicht um darüber zu informieren, dass es exakt einen Gegenstand gibt, der diese oder jene Eigenschaft hat, sondern es wird so vielmehr (nicht nur in einem trivialen Sinne) *vorausgesetzt*, dass das, was die definite Beschreibung erfüllt, auch existiert. Die Äußerung dient dann einfach dazu, zu berichten, dass mit diesem einen Gegenstand diese oder jene Sache passiert ist. Snowdons Beispiel illustriert dies ausgezeichnet:

> If, standing in front of our familiar car, I say to my family, „The car will not start", I am hardly telling them that we have, or there is, a certain car. Why should I engage in a communicative act of that sort?[68]

[67] Ebd., 330.
[68] Snowdon [2009], 7.

Von einem streng extensionalen Standpunkt aus betrachtet, könnte voreilig argumentiert werden, dass dies im Kern keinerlei Unterschied ausmachen kann: Auch wenn es durchaus die erklärte Absicht des Sprechers gewesen wäre, zum Ausdruck zu bringen, dass es dieses eine uns bereits bekannte Objekt sei, mit dem das und das passiert sei und für dessen semantische Fixierung er zum Hilfsmittel der definiten Kennzeichnung gegriffen habe, um es eindeutig für seine Zuhörer zu bestimmen, wäre dies durch Russells Formalisierung, gegeben durch die drei Propositionen (1) bis (3), völlig korrekt zum Ausdruck gebracht worden. Es würde einfach in beiden Fällen auf dasselbe hinauslaufen.

Es fällt nur eben sehr schwer, sich davon zu überzeugen, dass dieser Sprecher seine Familie gewissermaßen „unter dem Strich“ über nichts anderes in Kenntnis gesetzt hat, als dass es exakt ein Auto gibt, das sich nicht starten lässt. Stattdessen erscheint es wesentlich natürlicher, davon auszugehen, dass der Sprecher im vorliegenden Beispiel mitteilen wollte, dass mit diesem einen Objekt, dessen Existenz nebenbei völlig unbestritten ist und von dem er und alle Familienmitglieder sicher wissen, dass es da ist, etwas Bestimmtes passiert ist. Dass es diesen Gegenstand der Bezugnahme dann gibt, kann hier nicht wirklich mehr das sein, was in Frage steht, sondern es muss sich so verhalten, dass es eben gar nicht in Frage steht, dass es ihn gibt: Genau das würde aber bedeuten, dass seine Existenz Voraussetzung für diese Äußerung ist, um damit etwas Wahres ausdrücken zu können.

Mehr noch: Wenn es für eine Äußerung Bedingung ist, dass der Gegenstand als vorausgesetzt anzunehmen ist, damit die Äußerung wahr sein kann, so wird zu verlangen sein, dass es sich analog im Falle einer Äußerung verhält, damit diese überhaupt falsch sei kann. Denn wie sonst wäre es möglich, auszudrücken, dass diesem einen Ding eine Eigenschaft zukommt, und damit etwas Falsches zu behaupten, gerade weil es sich in der Welt so eben nicht (für dieses Ding) verhält? Wenn es sich so verhält, scheint dies jedoch unmöglich zu machen, dass sich beide Standpunkte, Russells und Strawsons, auch nur bei extensionaler Betrachtung gleichen. Hingegen erscheint transparent, dass bezüglich der Funktionalität von Kennzeichnungsausdrücken ohnehin grundlegende Unterschiede zwischen diesen Ansätzen bestehen. Anders als bei Russell, kann dann nämlich bei Strawson aus einer falschen wie aus einer wahren Äußerung (in einer noch zu klärenden Weise) gefolgert werden, dass es den Gegenstand gibt, der den bestimmt kennzeichnenden Ausdruck erfüllt. Jeder Fall, in dem ferner das Strawsonsche Äquivalent zu Russells *reference failure*, also eine *presupposition failure*, eintritt und es den relevanten Gegenstand nicht gibt, exhibiert dann einen grundlegenden semantischen Defekt: Im Ergebnis bedeutet dies, dass für Strawson möglicherweise eine unbestimmte kontextuell fixierte Proposition vorliegen würde oder (technisch dann klarer) einfach eine mit einer Wahrheitswertlücke.

Hinter dem Begriff der *Voraussetzung* wie Strawson ihn motiviert, muss man sich eine zweistellige logische Relation nicht zwischen syntaktischen oder Gegenständen der Pragmatik, sondern indexikalisch fixierten Propositionen, also demzufolge Objekten der Semantik oder – vorsichtiger gesprochen – zumindest Elementen vorstellen, zu denen semantische Beziehungen bestehen, nämlich mindestens deshalb, weil diese Träger der Wahrheitswerte sind.[69] Ein semantisch verstandener Präsuppositionbegriff beschreibt ein Verhältnis der *Vorbedingung* zwischen zwei Trägern von Wahrheitswerten (Propositionen für Russell und entsprechend Äußerungen bei Strawson) dahingehend, dass für die Wahrheit bzw. Falschheit des einen die Wahrheit des anderen relevant ist. Als Relation kann dieser Begriff explizit charakterisiert werden dadurch, dass für beliebige Propositionen p, q gilt: p *präsupponiert* q genau dann, wenn gilt: falls p wahr (falsch) ist, so ist q wahr (wahr). Wenn es daher mit anderen Worten für die Wahrheit oder Falschheit einer Proposition notwendige Bedingung ist, dass eine andere Proposition wahr ist, so kann davon gesprochen werden, dass letztere von ersterer semantisch vorausgesetzt (präsupponiert) wird. Aus dem soeben besprochenen ergibt sich unmittelbar, dass die Präsuppositionsrelation invariant gegenüber der Negation ist, Präsuppositionen also auch in diesen Fällen erhalten bleiben.

[69] Bei einer semantisch motivierten Interpretation einer Theorie der Präsupposition in Abgrenzung zu späteren (rein) pragmatischen Ansätzen (wie bspw. bei R. Stalnaker) darf natürlich die Frage gestellt werden, wie der Äußerungsbegriff genau zu verstehen ist, wenn Agenten und deren Handlungen bzw. Einstellungen als theoretische Elemente nicht zur Verfügung stehen. Man kann „Äußerung" als *truth-bearer* weiterhin so erklären, dass darunter das durch den Satz Ausgedrückte verstanden wird (die Proposition). Um Strawsons erstem Kritikpunkt gerecht zu werden, müssen nun allerdings noch alle Kontexte als semantisch fixiert hinzugedacht werden. Auf eine einfache Formel gebracht, sind Äußerungen daher bewertete Propositionen plus die semantische Belegung aller im Satz auftauchenden indexikalischen Ausdrücke.

Die Frage der Identifizierung präsuppositionaler Partikel oder Konstruktionen innerhalb der natürlichen Sprache gestaltet sich schwierig, zumal bisher von keinerlei Einigkeit etwa über die Zusammenstellung einer überzeugenden Liste von charakteristischen Eigenschaften die Rede sein kann, die dann von potentiellen Kandidaten erfüllt werden müsste.[70] Beaver unterscheidet in seinem [1997] insgesamt 11 Gruppen von solchen in Frage kommenden und weithin akzeptierten sogenannten *presuppositional triggers*, das sind das diskutierte Phänomen irgendwie „auslösende“ syntaktische Gebilde in einer Sprache.[71] Ein Blick auf die Verschiedenartigkeit der dort präsentierten Präsuppositionsphänomene und ihr jeweiliges Zustandekommen durch die Verwendung sprachlich so unterschiedlicher Mittel bspw. in der deutschen Sprache macht deutlich, mit welchen Problemen innerhalb der Präsuppositionsdiskussion kalkuliert werden muss. Es fehlt hier allerdings an eindeutigen Kriterien.[72] Als akzeptierte Beispiele für *presuppositional triggers* gelten dabei aber zumindest die für uns vorrangig interessanten zwei Gruppen der definiten Nominalphrasen, die so verstanden werden, dass sie die Existenz von Individuen oder die eines einzigen Individuums voraussetzen, sowie die der quantifizierten Nominalphrasen.

Die Kritik Strawsons ist punktuell und durch Berufung auf Intuition als deren Hauptlegitimation wird sie häufig als Einwand eher weicherer Art aufgefasst. Von linguistischer Seite hat sie jedoch großen Zuspruch erhalten und das Konzept der Präsupposition ist in der Sprachwissenschaft dankbar aufgenommen und differenziert untersucht worden. Von philosophischer Seite überwiegen skeptische Haltungen, obwohl Keith Donnellan in seinem [1966] so weit ging, beide Konzeptionen als gleichberechtigt nebeneinander, als attributive (Russell) respektive referentielle (Strawson) Verwendung definiter Kennzeichnung, in der natürlichen Sprache stehen zu lassen. Die Lösung Donnellans kann dann nach der zuerst und natürlich funktional in einem anderen Sinne durch Russell behaupteten Mehrdeutigkeit des bestimmten Artikels darin erblickt werden, dass

[70] Vgl. Beaver [1997], 941-944.
[71] Ebd., 943 f.
[72] Es wurden Tests zur Beantwortung der Frage entworfen, ob eine syntaktische Komponente der natürlichen Sprache Präsuppositionen enthält: Einen klassischen solchen Test bietet Reis in ihrem [1977] an, freilich ohne dabei jedoch ein allgemeines Verfahren angeben zu können. Als entscheidend für die Identifikation erweisen sich insbesondere die Invarianzeigenschaften der Präsuppositionen in Satzgefügen, so dass die Präsuppositionen erhalten bleiben, (1) auch bei Negation eines Satzes, (2) unter variierender Illokution als Assertiv-, Imperativ- bzw. Interogativsatz und (3) in modalisierten Kontexten.

dieser auch zusätzlich mehrdeutig in Hinblick auf seine Strawsonsche bzw. Russellsche Funktion sein könnte oder vielleicht müsste. Kripkes einfacher wie überzeugender Kommentar zu diesem Vorschlag in seinem [1977] bestand darin, unter Rekurs auf die Gricesche Theorie der Bedeutung eine Unterscheidung von einer durch den Sprecher intendierten Bedeutung (*speaker's reference*) und einer wörtlichen Bedeutung (*semantic reference*) vorzunehmen. Kripkes Beitrag ist vielschichtiger und detaillierter und kann nicht einfach heruntergebrochen werden auf eine Auseinandersetzung mit Donnellan allein. Von Bedeutung ist, dass es Kripke in Bezug auf Donnellan vorrangig darum ging, gegen die Proklamation der zweiten Mehrdeutigkeit zu argumentieren und damit auch gegen eine Verkomplizierung einer ohnehin bereits (auch gerade formal) sehr umfangreichen und in ihrer philosophischen Motivation nicht eben leicht zu erfassenden Verfeinerung der klassischen Logik.

Als das bisher letzte Wort in dieser Sache darf immer noch Neales [1990] gelten, das als breit angelegter Versuch der Verteidigung und formalen wie philosophischen Ausweitung und Aufwertung von Russells Kennzeichnungstheorie verstanden werden darf. Neale zeigt – wie dies auch Russell selbst in seiner Entgegnung auf Strawsons Angriff in seinem [1957] erfolgreich getan hatte –, dass die sich aus Strawsons Vorschlag ergebenden Wahrheitsbedingungen für Fälle, die dieser auch durchaus als valide Anwendungsfälle seiner theoretischen Lösung interpretieren müsste, zu erheblichen Irritationen führen können. Wie würde die Präsuppositionstheorie von Strawson mit negierten Existenzsätzen umgehen, deren zufriedenstellende Behandlung für Russell von primärer Bedeutung war? Wäre es nicht mit Neales Beispiel in der Tat so, dass „The king of France does not exist" innerhalb der konkurrierenden Theorie ohne Wahrheitswert verbleiben müsste, weil sich dann als einzig konsequente Lösung nur die Annahme einer *presupposition failure* anbieten würde? Über die Frage, inwieweit diese Lösung im Ergebnis noch als intuitiv bezeichnet werden darf, kann sicherlich gestritten werden. Neale diskutiert zahlreiche solcher Beispiele, die allesamt das Bestehen von Fakten in einer Weise behaupten, die es ausgesprochen schwierig macht, sie in einleuchtender Weise für wahrheitswertlose Behauptungen zu halten: „This morning my father had breakfast with the king of

France“ oder „The King of France shot my cat last night.“[73] Neale hält diese und ähnliche Sätze wohl zu Recht für unbestreitbar falsch – mit Strawsons Ansatz bleibt uns jedoch gar keine Möglichkeit diese materiellen Einsichten analog abzubilden.

Neale wiederum gelingt es, ein theoretisches Desiderat der Strawsonschen Vorbehalte in eine verallgemeinerte Kennzeichnungstheorie insoweit zu integrieren, dass pragmatische Erwägungen in Form von kontextualisierten Sprechakten die in Frage stehende Funktion übernehmen können: Durch Übernahme der Distinktion von einerseits Satzbedeutung und andererseits durch den jeweiligen Sprecher intendierter Bedeutung kann erklärt werden, dass tatsächlich mehrere (und u.U. auch konfligierende) Propositionen ausgedrückt werden. Trotzdem ist es auch an dieser Stelle wieder angebracht, darauf hinzuweisen, dass Strawson vermutlich die letzte Person gewesenen wäre, die seine eigene Theorie als Standardlösung für alle Kontexte, in denen definite Beschreibungen auftauchen, zur Anwendung hätte bringen wollen: Dies nämlich hätte so gar nicht zu seinen Vorstellungen von einer Philosophie der natürlichen Sprache gepasst. Es darf auch bezweifelt werden, dass es ihm, der stets den Standpunkt von der Nicht-Formalisierbarkeit der natürlichen Sprache vertrat, genau darum gegangen wäre, seine eigene Theorie als die richtige über diejenige Russells zu stellen.[74]

Strawsons Einwand kann so allerdings auch sicherlich nicht als vernichtend für die Russellsche Kennzeichnungstheorie bezeichnet werden. Dass es Gegenbeispiele gibt, die die objektunabhängige Interpretation von Russell in Zweifel zu ziehen gestatten, scheint von einem pragmatischen Standpunkt aus klar, wird aber bereits dadurch wieder relativiert, dass es sich bei Strawson in Bezug auf die eigentlich relevante Präsuppositionseigenschaft merkwürdigerweise gar nicht um eine pragmatisch fundierte handelt. Diverse Kritik an einer rein semantisch verstandenen Präsuppositionsbeziehung ist bereits in den Siebzigern laut geworden.[75] Kripkes [1977] und Neales [1990] dürfen dann auch als Beiträge

[73] Neale [1990], 27.
[74] Strawson [1950], 344; vgl. Snowdon [2009].
[75] Stalnaker war mit einer Reihe von Beiträgen in den frühen siebziger Jahren der erste, der mit einer rein pragmatischen Fassung des Präsuppositionsphänomens das philosophische Interesse neu ausrichtete. Für ihn waren die vermeintlichen Träger der Voraussetzungen nun nicht mehr Worte oder Sätze, sondern die Aufmerksamkeit wurde gelenkt auf die als die eigentlichen Verursacher verstandenen Sprecher.

gelesen werden, die eine Mischform aus einer semantischen und einer pragmatischen Konzeption der Präsuppositionsrelation propagieren und so in der Tat den wesentlich intuitiveren Zugang bieten. „Präsupposition“ zu erklären als „Proposition zuzüglich indexikalischer Fixierung“ ist extensional sicherlich unproblematisch, gleichwohl erklärt dies eben nur ausgesprochen unzureichend, dass (und wie) es mitunter die Sprecher sind, die manche Referenz erzwingen. Es ist nämlich gar nicht so klar, warum Indexikalität zwingend präsuppositional gedeutet werden müsste. Stattdessen ist es ja die Intuition bezüglich der natürlichen Sprache in *Äußerungssituationen*, die das Phänomen nahelegt, und wo dann *Sprecher* in entsprechend zu untersuchender Hinsicht auch irgendwie zu berücksichtigen sind. Und dies ist es ja schließlich, worauf Strawson hingewiesen hat. Hier ist dann auch klar, dass seine Analyse mit dem Konzept einer *identifying reference* Gewicht haben muss. Vor diesem Hintergrund ist die Überlegung, ob und inwiefern der Motivation einer rein semantischen Präsupposition auch mit Blick auf die damit verbundenen Schwierigkeiten ihrer Fixierung innerhalb der Syntax so viel Gewicht beigemessen werden muss, durchaus angebracht.

Auch ist die Rede von einer Frege-Strawsonschen Position innerhalb der Diskussion um die Präsuppositionen gar nicht so selbstverständlich, wenngleich sie eben doch sehr weit verbreitet ist: Wenn nämlich pragmatische Erwägungen weitgehend entfallen – wie es bei Frege für sein Projekt einer formalen Sprache für die Zwecke der Mathematik zweifelsohne der Fall war –, die These von einer rein semantisch motivierten Theorie der Präsupposition für die natürliche Sprache eventuell keine allzu große Überzeugungskraft zu generieren vermag, worin genau besteht dann die Gemeinsamkeit der Positionen beider? Es scheint, dass sich diese im Zugeständnis der Existenz von Wahrheitswertlücken manifestiert, zu denen Strawson allerdings auch keine allzu eindeutige Position bezogen hat, deren bloßes Vorhandensein er dann allerdings in Bezug auf die Umgangssprache wohl anerkannte.

Die natürliche Sprache weist aus der Sicht Freges einfach zahlreiche Unzulänglichkeiten bezüglich Präzision und Eindeutigkeit auf, die eine adäquate logische Behandlung – und dies freilich in einem universalen idealsprachlichen Sinne verstanden – mindestens fraglich erscheinen lassen.[76] Nun ging es Frege

[76] Vgl. insbesondere Puryear [2013], Kutschera [1989], 88; Rein [1985].

nachweislich nicht um die logische Analyse und Begründung der natürlichen Sprache, sondern um die einer exakten, formalisierten Sprache für die Sache der Mathematik allein. Für Frege waren Wahrheitswertlücken eher in einem konditionalen Sinne bedingte, theoretische Möglichkeiten, mit denen einfach zu kalkulieren ist, falls gegen bestimmte Festlegungen für eine Sprache verstoßen würde. Genauer waren es ganz allgemein die Ungenauigkeiten der natürlichen Sprache – und dazu gehört neben dem Vorkommen von Vagheit bei generellen Termen klar auch die Existenz von leeren Namen, also singulären Termen in einer Sprache –, die ihn dazu veranlasst haben, zu erklären, dass bestimmte Satzkonstruktionen dann *aus Sicht der Logik* ohne Wahrheitswert verbleiben müssten, *wenn* mit diesen innerhalb einer exakten Sprache gerechnet würde. Dies ergibt sich unmittelbar aus den Grundforderungen seiner Philosophie der Sprache, nämlich einerseits daraus, dass er forderte:

> Wenn man etwas behauptet, so ist immer die Voraussetzung selbstverständlich, daß die gebrauchten einfachen oder zusammengesetzten Eigennamen eine Bedeutung haben.[77]

Mit der für Prädikate analogen Forderung der Bestimmtheit, dass für alle Begriffe und Gegenstände stets festgelegt ist, ob ein Gegenstand unter einen Begriff fällt, oder er nicht unter den Begriff fällt, sind die wesentlichen der Prädikatenlogik zur Verfügung stehenden Bausteine für die Konstruktion atomarer Sätze bereits abgedeckt.[78] Es ergibt sich schließlich direkt aus der Sichtweise, dass als die Extension eines assertorischen Satzes einzig sein Wahrheitswert in Betracht zu ziehen ist, zusammen mit Freges wohlbekannter Forderung nach der Kompositionalität der Bedeutung, dass, falls irgendwelche Bestandteile von Sätzen ohne Referenten sind, der Satz selbst ohne Wahrheitswert verbleiben muss.[79] Denn, wenn die Bedeutung eines einfachen Satzes ausschließlich bestimmt ist durch die Bedeutung seiner Bestandteile, d.h. durch die semantischen Werte derselben sowie der Art ihrer Zusammensetzung, dann ergibt sich daraus für den Fall des Auftauchens bspw. eines leeren Namens im Satzgefüge, dass der Satz keinen Referenten hat. Der Satz selbst ist dann mit Freges Worten weder ein Name von „wahr“ noch von „falsch“, und wenn es nur diese Gegenstände gibt,

---

[77] Frege [1892], 154.
[78] Frege [1892-1895], 133.
[79] Frege [1891], 131-134; Frege [1892], 148-151; Frege [1897/98], 168; Frege [1914], 262.

die ein Satz benennen kann, dann benennt er offenbar keinen von beiden und ist deswegen unbestimmt. Dieser Satz weist dann deshalb zwangsläufig eine Wahrheitswertlücke auf.

Für Frege war es auf der Suche nach einem idealen Kandidaten einer präzisen, den strengen Anforderungen der Mathematik genügenden Sprache erstes Gebot, die dafür nötige Klarheit, Einfachheit, Strenge zu erreichen und derselben dabei zugleich einen möglichst sparsamen logischen Kalkül zur Seite zu stellen.[80] Dabei galt es eben genau die Unwägbarkeiten der Umgangssprache zu vermeiden, die sich für seine Zwecke als völlig ungeeignet herausgestellt hatte.[81] Für Strawson war es wiederum die natürliche Sprache und nicht eine künstliche, die im Zentrum der Aufmerksamkeit stand: Strawson glaubte gerade mit seinem Aufzeigen, dass in der Umgangssprache im Bereich definiter Beschreibungen in der Tat so etwas wie Gegenbeispiele existieren zu einer bivalenten logischen Behandlung, wie sie von Russell vorgeschlagen wurde, seine These von der Nicht-Formalisierbarkeit der natürlichen Sprache zu stützen. Der eine erkannte Wahrheitswertlücken für Sätze innerhalb des Bereichs natürlicher Sprache an, der andere wollte diese für den Bereich, der für ihn relevant war, eben gar nicht erst riskieren. Oder anders: Frege fürchtete offenbar vielmehr, dass, wenn nicht die von ihm geforderten konkreten Bedingungen an die Konstruktion einer formalen Sprache und an ihre Elemente entsprechend beachtet werden, Wahrheitswertlücken Einzug auch in die Sprache der Mathematik halten würden.

---

[80] Frege [1883], 97; Frege [1896], 227.

[81] Frege [1879], XI.

4. Von der *Free Logic* zum Supervaluationismus

4.1 „Voraussetzungen“ für freie Logiken

Mitte der sechziger Jahre hat sich auch Bas van Fraassen durch eine Reihe von Aufsätzen mit dem Problem nicht-referierender singulärer Terme aus einer anderen als den bisher diskutierten Perspektiven auseinandergesetzt. In seinem Beitrag *Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic* bietet er 1966 die historisch erste Formalisierung einer nichtklassischen, da quasi-mehrwertigen Semantik mit Wahrheitswertlücken durch die Technik der – hier nun auch erstmals so benannten – Supervaluierungen oder Superbewertungen (*supervaluations*) an.[82] Der Anlass hierfür besteht für ihn in der Frage nach den Konsequenzen, die syntaktisch wohlgeformte Ausdrücke, die nicht-referierende Terme als Bestandteile enthalten, für Logik und formale Semantik haben, falls diese Aussagen genau so verstanden werden, dass ihnen keiner der klassischen Wahrheitswerte zukommt und sie – wie von Strawson in seinem [1950] angestoßen – so weder wahr noch falsch sind. Es wird also mit anderen Worten zumindest in dieser konkreten Hinsicht einerseits die These Strawsons auf die Probe gestellt, dass der natürlichen Sprache keine exakte Logik unterliegen würde. Andererseits auch in gewisser Hinsicht die These Freges, dass Sätze ohne Wahrheitswert, als Ergebnis der referentiellen Unbestimmtheit mancher ihrer Bestandteile, außerhalb der Logik verbleiben müssten. Dabei ist es just in den Jahren vor van Fraassens Artikel die Erfindung und immer weiter voranschreitende Ausarbeitung der sogenannten *free logic* durch ihre Proponenten Henry Leonard, Karel Lambert, Rolf Schock und andere, in deren Stoßrichtung sich auch van Fraassens Beitrag einreihen lässt.[83]

Traditionell gilt für die klassische Quantorenlogik stets (und in der Regel auch realisiert durch explizites Einfordern) die Voraussetzung, a) dass der Bereich, über den die Variablen interpretiert werden, nichtleer ist und dieser also mindestens einen Gegenstand enthält. Ebenso zählt zu den Grundvoraussetzungen der klassischen Konzeption der Logik mit Quantoren, b) dass, falls eine

[82] Van Fraassen [1966].
[83] Vgl. Nolt [2011], 38 f.

Sprache das syntaktische Pendant von Namen in Form singulärer Terme (insbesondere, aber nicht nur Konstanten) enthält, diese auch jeweils ein mit ihnen in besonderer Weise direkt assoziiertes Objekt bezeichnen, das dann Element des nichtleeren Gegenstandsbereichs der Quantifikation ist. Ein Verstoß gegen eine dieser beiden Bedingungen bietet sich aus nachfolgend darzulegenden Gründen dann bereits als konstitutives Kriterium dafür an, dass eine solche logische Theorie nicht mehr als klassisch und also als nichtklassisch einzuordnen ist.

Historischen Vorrang hat die philosophische Überlegung, dass es nicht unbedingt eine Angelegenheit der Logik sei, dass es ein Universum von Dingen überhaupt gibt, die in ihrer Gesamtheit als der Diskursbereich für eine formalisierte Sprache verstanden werden können. Im Rahmen eines frühen, modernen Verständnisses der mathematischen Logik war es Russell, der genau das im letzten Kapitel seines [1919] angesprochen hat. Hier wurde auch zuerst allgemein die Frage nach der Kardinalität dieses Bereichs gestellt, wobei natürlich besonders der im vorangegangenen Satz erwähnte dazu extensional äquivalente Grenzfall eines Bereichs mit der Mächtigkeit gleich 0 interessiert. Was für Russells universalistische Auffassung der Logik als Makel in logischer Hygiene erscheinen musste, einem „defect in logical purity“ gleichkam, wurde von Andrezej Mostowski, Theodore Hailperin, Czeslaw Lejewski und anderen später als durchaus gangbarer Weg für die Konzeption einer Logik ausgewiesen. Um die Mitte der fünfziger Jahre wurde diese Konzeption von Quine auf den Namen *inclusive logic* getauft.[84]

Kerngedanke ist hier der natürlich intendierte Verstoß gegen die soeben genannte Bedingung a), d.h. die Idee, dass der Träger D_0 (als Bereich der Quantifikation) der zugehörigen Struktur in einem strengen Sinne leer ist, so dass mit anderen Worten gilt: $D_0 = \emptyset$. Genauer sollte gesagt werden, dass eine *inclusive logic* auch die Bedingung b) ablehnen muss, falls singuläre Terme (Konstanten, Funktionen, freie Variable) auftreten, da diese nicht so interpretiert werden können, dass ihnen gemäß der klassischen Herangehensweise Objekte aus dem Träger überhaupt zugeordnet werden könnten. Der Vertreter der *inclusive logic* muss von daher auch darauf bestehen, dass seine singulären Terme nicht referieren. Es ist genau diese Eigenschaft, die dafür verantwortlich ist, dass diese Logik

[84] Russell [1919], 203. Vgl. Nolt [2011] für historische Bemerkungen zur Entstehung der *inclusive logic*.

auch *universally free logic* genannt wird. *Free logic* in Aussparung dieser besonderen Maximierung wiederum erfüllt nur b) nicht, verstößt jedoch nicht zusätzlich gegen a). In diesem Sinne kann man die *inclusive logic* auch als „maximal freie" Logik verstehen, insofern es um die größtmögliche Beseitigung von Existenzannahmen geht, wie im Fortgang deutlich werden wird. Abgesehen von diesem Sonderfall handelt es sich aber bei den verschiedenen *free logic*-Varianten durchaus auch um nichtklassische Logiken, in denen dann allerdings ganz klassisch nichtleere Träger angenommen werden und ansonsten nichtklassisch die Einhaltung der Bedingung a) aufgegeben wird.

4.2 Klassische und nichtklassische Logik

Eine sehr grundlegende Möglichkeit, Logiken untereinander zu vergleichen, besteht darin, bei direkter Bezugnahme auf das Alphabet als der Menge der Zeichen einer Sprache L und der gegebenen syntaktischen Formierungsregeln für wohlgeformte Ausdrücke in L, die Menge von wohlgeformten Ausdrücken $A(L)$ dieser Sprache mit bestimmten interessanten Eigenschaften zu betrachten.[85] Sodann kann $A(L)$ mit der Bedingung, dass alle Objekte, die der Ausdruckseigenschaft genügen und zugleich eine weitere noch zu spezifizierende Eigenschaft erfüllen, in Relation zu derjenigen Menge wohlgeformter Ausdrücke einer anderen Sprache gesetzt und so verglichen werden, die ebenfalls diese weitere Eigenschaft erfüllen. Es ist also vorerst die Ausdruckseigenschaft für syntaktische Objekte zu betrachten. Diese trifft üblicherweise auf bestimmte syntaktische Entitäten zu, die aus einer finiten Sequenz von Zeichen bestehen, die über einem Alphabet als dem Zeichenvorrat dieser Sprache durch rekursive Anwendung der

[85] Eine für diesen Zusammenhang betrachtete elementare Sprache L lässt sich durch vollständige Angabe des Vokabulars (logischer und nichtlogischer Zeichen), d.h. durch Auflistung der überhaupt in dieser Sprache vorkommenden Zeichen, bestimmen als bestehend aus: a) Variablen wie $x, y, z, ...$; b) den Zeichen $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ für die logischen Konnektive; c) den Zeichen $\forall, \exists$ für die Quantoren; d) dem Gleichheitszeichen $=$; e) Klammersymbolen $)$, $($; f) einer (eventuell leeren) Menge von Konstantensymbolen wie a, b, c; g) einer (eventuell leeren) Menge n-stelliger Funktionszeichen mit $n \geq 1$; h) einer (eventuell leeren) Menge von n-stelligen Relationszeichen mit $n \geq 1$. Es ist dann entsprechend a) bis e) die Menge der logischen Zeichen, f) bis h) die Menge der nichtlogischen Zeichen von L. Zusammen mit Angabe der Stelligkeit jedes in g) und h) auftauchenden Symbols lässt sich daraus die jeweilige Signatur für L festlegen.

gegebenen Formierungsregeln bestimmbar sind. Genauer geht es um die überhaupt durch iterative Anwendung der Regeln für logische Operatoren und Funktoren auf beliebige Elemente der anderen syntaktischen Kategorien, das sind Namen und Sätze, erzeugbaren syntaktischen Gegenstände. Von hervorragender Bedeutung ist für eine rein syntaktische Untersuchung ferner die Klasse der Theoreme von L, d.h. diejenigen Ausdrücke, die sich aufgrund der Existenz eines Beweises für ihre *Ableitbarkeit* aus einer (ausgezeichneten) Satzmenge X der Menge aller Ausdrücke $A(L)$ bestimmen lassen. Diese als Ableitbarkeitsmenge bezeichnete Menge $Abl(X)$ ist die kleinste Menge aller Ausdrücke von L, die X umfasst und abgeschlossen ist hinsichtlich der (üblicherweise endlichen) Menge Σ, deren Elemente $\sigma_1, \dots, \sigma_k$ die formalen Schlussregeln des korrespondierenden Kalküls sind. Es gilt für diese auch als Ableitungshülle bezeichnete Menge daher genauer: $Abl_\Sigma(X) = \{\varphi : X \vdash_\Sigma \varphi\}$. Für die induktiv definierte Ableitbarkeitsrelation, die zwischen X und φ besteht, gilt ohne Spezifizierung irgendwelcher konkreter Schlussregeln ganz allgemein:

(1) für alle φ: wenn $\varphi \in X$, dann $X \vdash_\Sigma \varphi$;
(2) wenn $X \vdash_\Sigma \varphi^v$ mit $v = 1, \dots, n_x$, dann $X \vdash_{\Sigma^{\sigma_x}} \varphi^1, \dots, \varphi^{n_x}$, so dass mit $\varphi^1, \dots, \varphi^{n_x}$ aus X auch immer der durch Anwendung der Schlussregel σ_x resultierende Ausdruck $\sigma_x(\varphi^1, \dots, \varphi^{n_x})$ ableitbar ist mit n_x für die Stelligkeit der jeweiligen Schlussregel und $x = 1, \dots, k$;
(3) die Abschlussklausel, nach der die und nur die Elemente zu der durch die Ableitbarkeitsrelation generierten Klasse gehören, die die Bedingungen (1) oder (2) erfüllen.

Lax gesprochen ist φ aus X genau dann ableitbar, wenn φ bereits in X enthalten ist oder durch endlich wiederholte Anwendung einer oder mehrerer Schlussregeln aus Σ auf einen Ausdruck, der bereits als ableitbar ausgezeichnet wurde, erzeugt werden kann. Es sollte noch bemerkt werden, dass im vorliegenden Kontext offenbar daran gedacht wird, dass X identisch ist mit der Menge Δ der Axiome der Theorie.[86]

[86] Unter einer Theorie wird entsprechend des im unmittelbaren Fortgang erläuterten Begriffes des deduktiven Abschlusses eine eben solche deduktiv abgeschlossene Menge der Ausdrucksmenge Δ (das Axiomensystem der Theorie) verstanden. Allgemein heißen zwei Theorien genau dann äquivalent, wenn ihre deduktiven Abschlüsse identisch sind.

Nun gibt es natürlich Zusammenhänge, in denen davon entsprechend abweichende Betrachtungen die Hinzuziehung einer weiteren nichtleeren Menge von Annahmen zusätzlich zu Δ für die formale Untersuchung wünschenswert oder praktisch erscheinen lassen. Für die geschilderte Definition erzeugt $Abl(X)$ jedoch die und nur die Ausdrücke φ aus L, für die hinsichtlich zusätzlicher Annahmen gilt, dass $\emptyset \vdash \varphi$ und diese Ausdrücke sind dann nach dem klassischen Verständnis auch die Theoreme, d.h. die semantisch gesehen allgemeingültigen Ausdrücke, gerade weil $X = \Delta$.

Der syntaktischen Charakterisierung entspricht das semantische Konzept des sogenannten deduktiven Abschlusses als der Menge der logisch gültigen Folgerungen, die in einem streng formalen Sinne maximal aus einer Menge von Ausdrücken gefolgert werden können. Für die Untersuchung (nicht nur) des Verhältnisses formaler Theorien zueinander ist diese besondere Menge aus verschiedenen Gründen von zentraler Bedeutung. Für die Erzeugung dieser gesuchten, semantisch bestimmten Satzmenge ist der fundamentale Begriff der Interpretation grundlegend, mit dem es durch Deutung aller nichtlogischen Zeichen der Sprache gelingt, den Wahrheitswert eines beliebigen Ausdrucks dieser Sprache zu bestimmen. Eine solche Interpretation $\mathfrak{I}$ ist ein geordnetes Paar und besteht aus einer Struktur $\mathfrak{A}$, die (neben möglicherweise anderem) in jedem Fall einen nichtleeren Träger D enthält, und einer Funktion β, der sogenannten Belegungsfunktion.[87]

[87] Zur Struktur: Die Ausstattung einer Struktur mit Objekten (Elemente für Konstanten, Funktionen für Funktionszeichen, Relationen für Relationszeichen) jenseits der Angabe eines Trägers, erfolgt üblicherweise durch direkte Auflistung der Elemente eines n-Tupels von – verallgemeinert gesprochen – Trägern und ausgezeichneten Elementen aus einem oder mehreren dieser Träger, Funktionen und Relationen über einen oder mehrere dieser Träger. Alternativ dazu wird dies manchmal durch eine Funktion $\mathfrak{a}$ geregelt, die als Argumente Konstanten c, Funktions- oder Relationszeichen f oder R aufnimmt und deren Werte $\mathfrak{a}(c), \mathfrak{a}(f), \mathfrak{a}(R)$ dann als eben diese Objekte der Struktur aufgefasst werden können.
Zur vollständigen Angabe einer Struktur $\mathfrak{A}$ für die klassische prädikatenlogische Sprache L gehören: a) der Träger D der Struktur, d.h. eine nichtleere Menge, die als Grundbereich dient; b) ein Element a^D für jede Konstante a; c) eine auf D definierte, n-stellige Funktion f^D für jedes n-stellige Funktionssymbol; d) eine auf D definierte, n-stellige Relation R^D für jedes n-stellige Relationssymbol. Prinzipiell gilt, dass beliebige Kombinationen aus b), c) und d) leer sein dürfen. Eine auf diese Weise erbrachte Angabe einer Struktur zusammen mit der Festlegung der Stelligkeit ihrer Elemente (wo anwendbar) heißt dann die Signatur der vorliegenden Struktur.
Zur Belegungsfunktion: Innerhalb einer Interpretation bzw. eines Modells ist es die Aufgabe der Belegungsfunktion β, als Argumente Elemente der Menge $\mathcal{v}$ aller (freien) Variablen $\mathcal{V}$ aufzunehmen und diesen Elemente aus dem Träger D zuzuordnen: $\beta: \{\mathcal{v}_n : n \in \mathbb{N}\} \longmapsto D$.

Es interessiert nun zuallererst, wie die gewissermaßen grundlegendsten Bestandteile, die Terme t, zu deuten sind. Entsprechend der durch die Signatur für die betrachtete Sprache L festgelegten Stelligkeit der nichtlogischen Symbole, wird $\mathfrak{I}(t)$ rekursiv bestimmt.[88] Für alle (frei vorkommenden) Variablen, Konstanten-, Funktions- und Relationssymbole wird ihre Bedeutung in D in klassischer Weise folgendermaßen zugeordnet:

a) für eine Variable x ist $\mathfrak{I}(x) \coloneqq \beta(x)$;
b) für eine Konstante $a \in L$ ist $\mathfrak{I}(a) \coloneqq \mathrm{a}^D$;
c) für ein n-stelliges Funktionszeichen $f \in L$ und Terme $t_1, \dots, t_n$ ist $\mathfrak{I}(ft_1, \dots, t_n) \coloneqq \mathrm{f}^D(\mathfrak{I}(t_1), \dots, \mathfrak{I}(t_n))$;
d) für ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L$ und Terme $t_1, \dots, t_n$ ist $\mathfrak{I}(Rt_1, \dots, t_n) \coloneqq \mathrm{R}^D(\mathfrak{I}(t_1), \dots, \mathfrak{I}(t_n))$.

Demnach ist die Interpretation einer freien Variable genau das, was durch die Belegungsfunktion als Abbildung von der Menge der freien Variablen in die Menge D, die auch der Träger von $\mathfrak{I}$ ist, festgelegt wird. Das Denotat eines Konstantensymbols ist ein eindeutig zugeordnetes Element aus D, ferner ist das semantische Korrelat eines beliebigstelligen Funktionssymbols eine n-stellige Verknüpfung auf D, also $f^{\mathfrak{I}}\colon D^n \longmapsto D$.

Das Ziel der vollständigen Deutung der Sprache L durch $\mathfrak{I}$ liegt – wie zuvor angedeutet – darin, die Bedingungen für die Wahrheit von Ausdrücken der in Rede stehenden Sprache hinsichtlich dieser Interpretation zu erklären. Genauer kann nun streng definiert werden, was es heißt, dass ein beliebiger, d.h. einfacher (atomarer) oder komplexer Ausdruck φ aus L wahr wird relativ zur vorgenommenen Deutung gegeben durch $\mathfrak{I}$. Hierfür wird die binäre Beziehung der Erfüllung, die zwischen einer Interpretation $\mathfrak{I}$ und Ausdrücken φ aus der betrachteten

[88] Unter einer Signatur für eine Sprache L ist nun präzise eine Abbildung α zu verstehen, die die Menge aller Funktions- und Relationssymbole in die Menge $\mathbb{N}$ abbildet. Dabei können aus Bequemlichkeit Konstantensymbole als nullstellige Funktionszeichen und dann ggfs. auch nicht weiter analysierte Sätze als nullstellige Prädikatzeichen im Sinne einer Extrapolation der generellen Festsetzung aufgefasst werden. Es wird so jedem Zeichen eine natürliche Zahl zugeordnet, die typographisch in einem mit diesem Zeichen verbundenen Index (an Superpositionsstelle) festgehalten wird und dessen Adizität anzeigt: $\alpha\colon \{c_1, \dots, c_n, f_1, \dots, f_n, R_1, \dots, R_n\} \longmapsto \mathbb{N}$. (Die so spezifizierte Menge nichtlogischer Zeichen bezeichnet man dann üblicherweise als nichtlogische Signatur relativ zur betrachteten Sprache.)

Sprache vorzustellen ist (in Zeichen $\mathfrak{I} \vDash \varphi$), relativ zu einer Belegung der freien Variablen durch β rekursiv über den Aufbau von φ folgendermaßen bestimmt:

(1) für atomare Ausdrücke:

a) ist R ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L$ und sind $t_1, \dots, t_n$ Terme, so $\mathfrak{I} \vDash Rt_1, \dots, t_n \coloneqq \mathrm{R}^D(\mathfrak{I}(t_1), \dots, \mathfrak{I}(t_n))$;

b) sind t_1, t_2 Terme, dann $\mathfrak{I} \vDash t_1 = t_2 \coloneqq \mathfrak{I}(t_1) = \mathfrak{I}(t_2)$.

(2) für Ausdrücke der Form $\neg\varphi$, $\varphi \wedge \psi$, $\varphi \vee \psi$, $\varphi \rightarrow \psi$, $\varphi \leftrightarrow \psi$:

a) $\mathfrak{I} \vDash \neg\varphi \coloneqq$ nicht $\mathfrak{I} \vDash \varphi$;

b) $\mathfrak{I} \vDash \varphi \wedge \psi \coloneqq \mathfrak{I} \vDash \varphi$ und $\mathfrak{I} \vDash \psi$;

c) $\mathfrak{I} \vDash \varphi \vee \psi \coloneqq \mathfrak{I} \vDash \varphi$ oder $\mathfrak{I} \vDash \psi$;

d) $\mathfrak{I} \vDash \varphi \rightarrow \psi \coloneqq$ wenn $\mathfrak{I} \vDash \varphi$, so $\mathfrak{I} \vDash \psi$;

e) $\mathfrak{I} \vDash \varphi \leftrightarrow \psi \coloneqq \mathfrak{I} \vDash \varphi$ genau dann, wenn $\mathfrak{I} \vDash \psi$.

(3) für Ausdrücke der Form: $\forall x.\varphi$, $\exists x.\varphi$:

a) $\mathfrak{I} \vDash \forall x.\varphi \coloneqq$ für alle $\mathrm{a} \in D$ gilt $\mathfrak{I}\frac{\mathrm{a}}{x} \vDash \varphi$;

b) $\mathfrak{I} \vDash \exists x.\varphi \coloneqq$ es gibt ein $\mathrm{a} \in D$ mit $\mathfrak{I}\frac{\mathrm{a}}{x} \vDash \varphi$.[89]

Gegeben sei die Interpretation $\mathfrak{I}$: Diese erfüllt einen Ausdruck φ aus L, d.h. es gilt $\mathfrak{I} \vDash \varphi$ definitionsgemäß genau dann, wenn φ in $\mathfrak{I}$ zu einer wahren Aussage wird (daher auch die Redeweise: φ ist wahr in $\mathfrak{I}$ bzw. $\mathfrak{I}$ ist Modell von φ). Analog gilt für eine Menge von Ausdrücken X aus L, dass $\mathfrak{I} \vDash X$, wenn für alle φ aus X gilt: $\mathfrak{I} \vDash \varphi$.

Um nun von der Definition der Wahrheit für (atomare oder beliebig komplexe) Ausdrücke einer Sprache relativ zu einer vorliegenden Interpretation und Belegung der freien Variablen hin zu der insbesondere interessierenden Beantwortung der Frage danach zu gelangen, wann ein Ausdruck dieser Sprache aus einem anderen (oder einer Menge von solchen Ausdrücken) gefolgert werden kann, muss das Folgende beachtet werden. Traditionell wird für beide diese

[89] Ist β die Belegungsfunktion in D, $\mathrm{a} \in D$ und x eine Individuenvariable, so ist $\beta\frac{\mathrm{a}}{x}$ ein Name für eine Belegung in D wie β. $\beta\frac{\mathrm{a}}{x}$ ist identisch mit β bis auf den Unterschied, dass $\beta\frac{\mathrm{a}}{x}(x) = \mathrm{a}$. Dann ist $\beta\frac{\mathrm{a}}{x}(y) = \begin{cases} \mathrm{a}, \mathit{für}\ y = x \\ \beta(y), \mathit{für}\ y \neq x \end{cases}$ die abschnittsweise definierte Darstellung dieser Funktion. $\mathfrak{I}\frac{\mathrm{a}}{x}$ ist dann so zu verstehen, dass, wenn $\mathfrak{I} = (\mathfrak{A}, \beta)$, so ist $\mathfrak{I}\frac{\mathrm{a}}{x} \coloneqq (\mathfrak{A}, \beta\frac{\mathrm{a}}{x})$.

zweistelligen Relationen das Zeichen $\vDash$ verwendet, obwohl erstere eine bestimmte (und gewissermaßen auch eine direkte) Verbindung zwischen den jeweils betrachteten Elementen der Ontologie (Gegenständen, Funktionen, Relationen, Teilmengen von diesen Gegenständen usw.) und Objekten der Syntax einer Sprache herstellt, zwei in vielerlei Hinsicht also unterschiedlichen Gegenstandsbereichen. Im Gegensatz dazu verknüpft die zweite Beziehung Objekte aus der gleichen (und eben einer syntaktischen) Kategorie, nämlich Ausdrücke bzw. Mengen von Ausdrücken, miteinander. Diese zentrale Relation der logischen Folgerung kann durch die Modellbeziehung nun so definiert werden: Für einen Ausdruck φ und eine Menge X von Ausdrücken gilt: φ folgt aus X ($X \vDash \varphi$) genau dann, wenn jede Interpretation, die Modell von X ist, auch Modell von φ ist.

Die Gesamtheit aller Ausdrücke φ mit $\varphi \in A(L)$, für die gilt, dass ihre Elemente aus einer Menge von Ausdrücken X von L in genau dem vorangehend besprochenen Sinne folgen, heißt Folgerungsmenge oder deduktiver Abschluss relativ zu X. $Ded(X)$ bildet das semantische Gegenstück zur vorangehend beschriebenen syntaktisch bestimmten Ableitbarkeitsmenge $Abl(X)$. Es interessiert wie zuvor insbesondere der Spezialfall, in dem sämtliche Folgerungen aus einer Menge X betrachtet werden, die leer ist. Die Frage geht also dahin, was gewissermaßen voraussetzungslos und daher aus der leeren Satzmenge gefolgert werden kann und dies ist genau enthalten in der Menge $Ded(\emptyset)$.

Für ein solches Element φ von $Ded(\emptyset)$ gilt, dass φ genau dann aus der leeren Menge folgt (in Zeichen: $\vDash \varphi$), wenn für jede Interpretation $\mathfrak{I}$ gilt, dass, wenn $\mathfrak{I}$ Modell ist von X, $\mathfrak{I}$ auch zugleich Modell von φ ist. Nun ist $X = \emptyset$ und jede Interpretation ist ein Modell der leeren Menge, weil jedes Element von $\emptyset$ gerade durch beliebige Interpretationen wahr gemacht wird. Weniger formal kann man dies auch so sehen: Da die leere Menge keinerlei Ausdrücke enthält, „gelingt" es sozusagen keinem Modell den Widerlegungsfall herbeizuführen, das Gegenbeispiel also zu erzeugen, was allerdings der Fall sein müsste, damit überhaupt die Gültigkeit der Folgerung in Abrede gestellt werden könnte. Diejenigen Ausdrücke φ, die durch jede Interpretation erfüllt werden, entsprechen per Definition genau den Ausdrücken, die intuitiv „bedingungslos" wahr sind, d.h. den logisch allgemeingültigen Ausdrücken oder eben (im vorliegenden Fall prädikatenlogischen) Tautologien. $Ded(\emptyset)$ und die Menge der Tautologien $Taut(X)$ sind deswegen identisch mit der Menge $\{\varphi: X \vDash \varphi \wedge X = \emptyset\}$ und bilden das zentrale Untersuchungsobjekt des nicht interpretierten Prädikatenkalküls der ersten Stufe mit Identität und mit Funktionssymbolen. Mehr noch, es gilt insbesondere für den hier betrachteten Ableitbarkeitsbegriff, dass für $Abl(X)$ mit $X = \Delta$ wegen der *Adäquatheitseigenschaft* ebenfalls gilt: $Abl(X) = Ded(\emptyset)$.[90]

Für einen Vergleich von zwei logischen Theorien Δ_1 und Δ_2 ist die Unterscheidung von insgesamt drei jeweils zu betrachtenden Fällen, die darüber Auskunft geben, wie diese sich in charakteristischer Weise zueinander verhalten können, hinreichend.[91] Unterschiede können auftreten in der Menge der Folgerungen unter Beibehaltung einer gegebenen Sprache für beide Theorien oder bei zusätzlicher Ungleichheit in Bezug auf die zugrunde gelegten Sprachen. Hierfür werden die unmittelbar vorausgehend erläuterten theoretischen Konzepte Hilfestellung leisten, namentlich die Mengen $A(L)$, $Abl(X)$ bzw. $Ded(X)$ (wobei X dann entsprechend zu ersetzen ist mit Δ_1, Δ_2), die die Basis für die Unterscheidungen bereitstellen werden.

(1) Es kann zum einen eine Sprache L_1 sich zu einer anderen L_2 so verhalten, dass die Menge der in Übereinstimmung mit den syntaktischen Formierungsregeln erzeugbaren Ausdrücke $A(L_2)$ die korrespondierende

[90] D.h. es liegt sowohl die Vollständigkeits- als auch die Korrekheitseigenschaft für die volle Prädikatenlogik erster Stufe vor, wie Gödel in seinem [1930] zeigen konnte. Es gilt daher für alle Ausdrücke φ und Mengen von Ausdrücken X: wenn $X \vDash \varphi$, dann $X \vdash \varphi$ (Vollständigkeit) einerseits und andererseits, dass, wenn $X \vdash \varphi$, so auch $X \vDash \varphi$ (Korrektheit). Daraus folgt unmittelbar, dass $X \vdash \varphi$ genau dann, wenn $X \vDash \varphi$ (Adäquatheit).
Dieses wichtige metalogische Grenzresultat charakterisiert das Verhältnis von Ableitbarkeit und Folgerung in der folgenden Weise: Ist ein Ausdruck ableitbar nur dann, wenn er logisch folgt, kann man sagen, dass das deduktive System als Menge von Schlussregeln als ausreichend verstanden werden kann. Dies gibt insbesondere Auskunft darüber, dass das deduktive Gerüst reichhaltig genug ist, um auch alle logisch gültigen Aussagen beweisen zu können: Wenn also etwas wahr ist, kann es auch bewiesen werden. Die dazu konverse Relation stellt dann die Brücke aus umgekehrter Richtung her, also von der Syntax hin zur Semantik. Folgt ein Ausdruck logisch nur dann, wenn er auch beweisbar ist, heißt das, dass das deduktive System korrekt ist, weil es gleichsam nicht „gelingen“ kann, mittels dieser Regeln einen Ausdruck abzuleiten, der nicht logisch folgt. Mit anderen Worten: Keine Deduktion erlaubt den Schluss von wahren Prämissen auf eine falsche Konklusion. Man spricht dann davon, dass der Vorgang der Deduktion in diesem System wahrheitserhaltend ist, es gibt gewissermaßen nicht zu viele Ableitungen.
[91] Wobei eine Ausdrucksmenge Δ einfach als Axiomensystem der Theorie zu verstehen ist und nicht – wie es manchmal gemacht wird – mit der Gesamtheit der Folgerungen (deduktiver Abschluss) identifiziert werden soll, die aus einer Menge deduzierbar sind.

Menge $A(L_1)$ *echt umfasst*, d.h. es gilt dann: $A(L_1) \subset A(L_2)$. [92] Analog kann es sich hinsichtlich eines Verhältnisses der Menge der Theoreme bzw. des deduktiven Abschlusses aus den Mengen Δ_1 und Δ_2 verhalten: Es kann nämlich $Abl(\Delta_1) \subset Abl(\Delta_2)$ bzw. $Ded(\Delta_1) \subset Ded(\Delta_2)$ sein.[93] Zudem soll hier der Fall betrachtet werden, dass alle zusätzlichen Theoreme von $Ded(\Delta_2)$ auch Elemente der Menge $A(L_2) \setminus A(L_1)$ sind. Hier ist dann die Theorie Δ_2 eine sogenannte *(echte) Erweiterung* von Δ_1, insofern als für alle Theoreme von Δ_1 gilt, dass sie Theoreme von Δ_2 sind und ein analoges Verhältnis ebenfalls für wohlgeformte Ausdrücke zutrifft. (Natürlich kann man auch den Fall $Ded(\Delta_1) = Ded(\Delta_2)$ zulassen, wo Δ_1 dann eine *einfache Erweiterung* von Δ_2 heißt und andersherum ebenso.) Umgekehrt gilt dann natürlich, dass Δ_1 eine echte Teiltheorie von Δ_2 ist.

(2) Es ist jedoch Vorsicht geboten hinsichtlich des zusätzlichen Vokabulars, über welches L_2 ohne die in (1) vorgenommene Einschränkung verfügen könnte: Genauso könnte es sich im allgemeineren Fall nämlich so verhalten, dass die Sprache L_2 in der Menge ihrer zusätzlichen Theoreme $Ded(\Delta_2) \setminus Ded(\Delta_1)$ Elemente enthält, die nicht in $A(L_2) \setminus A(L_1)$ liegen, wobei ansonsten weiterhin gilt: $A(L_1) \subset A(L_2)$ und $Ded(\Delta_1) \subset Ded(\Delta_2)$. Es muss also gar nicht der Fall sein, dass die zusätzlichen Theoreme nur genau diejenigen Ausdrücke sind, in denen das neue Vokabular von L_2 auftritt, wie dies für (1) allerdings exklusiv betrachtet wurde.

---

[92] Wobei diese zusätzlichen Elemente relativ zur anderen Sprache einfach durch differierende Regeln zur Erzeugung wohlgeformter Ausdrücke über identischen (oder eben unterschiedlichen) Alphabeten generiert worden sein könnten. Zusätzlich verkomplizierend kommt hinzu, dass „differierend“ im Sinne der Ungleichheit von zwei Mengen hier hinsichtlich der Konsequenzen entsprechend genau zu interpretieren ist. So könnten nämlich:
(1) alle syntaktischen Formierungsregeln identisch sein bis auf die Besonderheit, dass eine der Sprachen über (mindestens) eine zusätzliche solche Regel verfügt, die neue wohlgeformte Ausdrücke aus dem Alphabet zu erzeugen erlaubte, das identisch mit dem der anderen Sprache ist;
(2) alle syntaktischen Formierungsregeln identisch sein bis auf die Besonderheit, dass eine der Sprachen über (mindestens) eine zusätzliche solche Regel verfügt, die neue wohlgeformte Ausdrücke aus dem Alphabet zu erzeugen erlaubte, das nicht identisch mit dem der anderen Sprache ist.

[93] Es muss natürlich vorausgesetzt werden, dass Korrektheit und Vollständigkeit Eigenschaften aller so untersuchten Systeme sind. Falls dem so ist, ist klar, dass die Berücksichtigung einer der beiden Mengen $Abl(X)$, $Ded(X)$ ausreichend ist, weshalb ich in den folgenden Ausführungen lediglich auf den deduktiven Abschluss eingehen werde.

Denn es kann für diejenigen Ausdrücke φ, die zu den zusätzlichen Elementen des deduktiven Abschlusses von Δ_2 gegenüber Δ_1 gehören auch solche geben, die diesen Status anderen als den Gründen verdanken, dass es etwa *zusätzliche* Regeln für *zusätzliche* Zeichen sind, denen dies verschuldet wäre. Hier geht es nun darum, dass sich auch bei Betrachtung ausschließlich derjenigen Theoreme, bezüglich derer sich beide Theorien mit Blick auf das Vokabular der je verwendeten Sprachen einig sind, Unterschiede, d.h. Ungleichheit dieser Teile ihrer Folgerungsmengen, feststellen lassen werden. Hier gibt es dann Ausdrücke, die offensichtlich nur durch Abweichungen im Ergebnis der Anwendungen der Schlussregeln beider Systeme auf die gleichen (wohlgeformten) Zeichenverbindungen erzeugt worden sein könnten. In einem solchen Fall verhalten sich die beiden Theorien zueinander einfach *abweichend*: Ist eine von ihnen die klassische Prädikatenlogik, nenne ich die andere eine nichtklassische Prädikatenlogik.

(3) Es kann ferner auch vorkommen, dass $A(L_1) = A(L_2)$ und doch $Ded(\Delta_1) \neq Ded(\Delta_2)$. In diesem Fall kann der Unterschied zwischen den Mengen, die die deduktiven Abschlüsse bilden, nicht mehr auf zusätzliche Theoreme geschoben werden, die durch Hinzufügung sprachlicher Ausdrucksmittel zu einer der Sprachen entstehen können. Wenn also nicht Regeln im Zusammenhang mit neuen Zeichen im Verdacht stehen können, so müssen es offenbar Abweichungen bei Schussregeln im Zusammenhang mit Zeichen sein, über die beide Sprachen verfügen. Insbesondere ist dies interessant, falls entweder Δ_1 oder Δ_2 irgendeine Ausbaustufe des klassischen Prädikatenkalküls darstellen: Bei der entsprechend anderen Theorie handelt es sich dann nämlich im denkbar einfachsten Sinne um eine nichtklassische (Prädikaten-)Logik. In allen sonstigen Fällen, heiße Δ_1 eine *Alternative* von Δ_2 und umgekehrt.

4.3 Semantiken für freie Logiken

Hinsichtlich der vorangegangenen technischen Erläuterungen können nun Eigenschaften und Besonderheiten der verschiedenen Konzeptionen der freien Logik einschließlich des Sonderwegs, den van Fraassen mit seiner Methode des Supervaluationismus beschreitet, diskutiert werden. Vorausgeschickt werden muss hier die nüchterne, rein mathematische Überlegung, dass im logischen Sinne eine Welt und damit alles, was ist, identifiziert wird mit der für die jeweilige Interpretation im modelltheoretischen Sinne anzunehmenden Menge D, die der Träger der assoziierten Struktur ist.

Dasjenige, worüber dann im exakten Sinne des Wortes überhaupt mittels der korrespondierenden Sprache gesprochen werden kann, erfüllt die Bedingung, Element oder (gleichwohl keineswegs zwingend echte) Teilmenge dieses Trägers zu sein. Das ist es auch, was es für eine Sprache mit nichtlogischen Symbolen überhaupt ausmacht, interpretiert zu heißen: Ihren nichtlogischen Zeichen, d.h. konkreten Konstanten-, Funktions- und Relationssymbolen werden in der Struktur bestimmte Elemente aus D, Verknüpfungen auf D und Mengen von n-Tupeln aus D zugewiesen. Dieser formal-semantisch klassischen Auffassung gemäß, wird durch einen singulären Term die Existenz von demjenigen Objekt angenommen, was er bezeichnet (als Term weist er dann einen *existential import* auf), und als Ort für die Lokalisierung dieses Objekts kommt dann nur D in Frage. Es ist genauer ein Erfordernis für die klassische (Prädikaten-)Logik, dass ihre singulären Terme referieren, wenn sie nicht andernfalls zur Inkaufnahme der Ungültigkeit zentraler, klassisch logisch gültiger Gesetze durch die Existenz von Gegeninstanzen zu eben diesen bereit ist. Der Platz für die Umsetzung dieser klassischen Bedingung ist, wie oben bereits gezeigt wurde, schon in der Struktur $\mathfrak{A}$ und der Art, wie diese formal aufgebaut wird, zu verorten: Die Bedingung b) fordert für *jede* Konstante a der betrachteten Sprache ein und nur ein mit dieser durch die Denotationsbeziehung verbundenes Element a^D des Trägers ein.

Sehr vereinfacht ausgedrückt, propagieren die Vertreter der *free logic* eine Sichtweise, die es sich zum Ziel gesetzt hat, dieses semantische Verhältnis von Termen und den durch sie bezeichneten Objekten in nicht unerheblicher Weise zu modifizieren. Ihrer Sicht gemäß, ist dies freilich das Unternehmen, den Standpunkt der klassischen Logik in dieser Weise zu „befreien“. Im Ergebnis soll nämlich gelten, dass singuläre Terme, auch falls durch diese keine Existenzannahmen gemacht werden sollten, damit nicht zwangsweise bedeutungslos, also ohne Referenten, verbleiben müssen. Interessant ist, wie diese philosophisch angesichts der Häufigkeit von fiktiven oder theoretischen Objekten im natürlichsprachlichen Diskurs durchaus reizvolle Position technisch realisiert werden kann.

Im Fortgang wird dann deutlich werden, dass die Möglichkeiten der Konstruktion logischer Theorien, angesichts der handfesten Unterschiede der betrachteten Systeme untereinander, diejenigen ihrer philosophischen Rechtfertigung zwar vielleicht nicht übersteigen, aber letztere doch zumindest – vorsichtig gesprochen – hinsichtlich der zu leistenden Begründung in nicht unerheblicher Weise herausgefordert werden. Letzten Endes kann dies jedoch nicht mehr als unmittelbare Aufgabe zumindest der in Frage stehenden Logik verstanden werden. Die Diskussion der Grundbegriffe und Eigenschaften kann zwar u.U. in einer formalen oder halbformalen (möglicherweise insgesamt sehr „ähnlichen“ und insofern auch logisch verwandten) Sprache erfolgen, doch kann dieses Vorgehen aus offensichtlichen Gründen der Regressproblematik nicht allein als zureichende philosophische Begründung angesehen werden. Solange es hierbei nämlich um die Wahl der Gegenstände, theoretischen Begrifflichkeiten und intendierten Eigenschaften geht, können sicherlich deren formale Eigenschaften so untersucht, aber nicht philosophisch fundiert werden. Disziplinen, die in den Zuständigkeitsbereich für derartige Begründungsleistungen fallen, dürfen vielmehr vermutet werden in der Philosophie der Logik oder Sprachphilosophie. Dort sind freilich Argumentationsgänge und deren Ergebnisse in der Regel wieder weit weniger konklusiv und final als es für intralogische oder metalogische Fragestellungen der Fall ist.

Je nachdem, wie in der zugrundeliegenden Sprache die Wahrheit der atomaren Sätze frei von Existenzannahmen berechnet werden soll, ergeben sich für die *free logic* drei sehr unterschiedliche Wege, dies zu realisieren. Dies gilt wenigstens für den Fall, dass lediglich an die klassischen Wahrheitswerte für die Semantik gedacht wird – ein Vertreter eines der etwas exotischeren quasimehrwertigen Systeme ist nebenbei bemerkt Bas van Fraassen mit seinem klassischen Beitrag von 1966.[94]

Schnell erfasst sind die drei Spielarten der freien Logik, wenn ihre wesentlichen Unterschiede verstanden werden anhand folgenden Beispiels: Es wird hierfür eine einfache Termgleichung, ein atomarer Satz also, $t = t$ betrachtet, wobei im konkreten Fall für die Einsetzung für Terme t hier lediglich an die Individuenkonstanten a, b, c gedacht wird, die zudem als Namen für existierende oder aber nicht existierende Gegenstände (wie bspw. Pegasus) aufgefasst werden dürfen. Seien a, b mit $a \neq b$ Namen für fiktive Gegenstände, denen wir Existenz also nicht zusprechen würden, ferner bezeichne c einen real existierenden Gegenstand.

Eine sogenannte *negative free logic* ist nun genau diejenige Logik, die für die Bewertung ihrer atomaren Sätze durch ihre semantische Theorie die Gleichungen $a = a$, $a = b$ und $a = c$ derart evaluiert, dass einfach schlechthin jeder dieser Sätze den Wahrheitswert „falsch“ bekommt.[95] Für die Falschheit eines Satzes kann daher als hinreichende Bedingung für diese Logik gelten, dass in diesem mindestens ein singulärer Term vorkommt, der keinen Referenten aufweist. Wir kennen diese Sichtweise auch bereits von Russell, der durch seine Theorie der definiten Beschreibung exakt diese Intuition verteidigt hat, nämlich, dass etwas Falsches ausgedrückt wird, wann immer an (logischer) Subjektstelle des Aussagesatzes ein denotationsloser Term steht. Der wesentliche Unterschied ist hier sozusagen der logische Ort innerhalb der Theorie, dies dann umzusetzen.

Die zweite sich aus semantischer Perspektive natürlich anbietende Option, die durch die *positive free logic* umgesetzt und untersucht wird, ist diese: Es wird die analytische Identitätsaussage $a = a$ jedenfalls mit „wahr“ bewertet, wobei manche Proponenten insgesamt alle solche atomaren Sätze mit „wahr“ bewerten, sofern diese nur singuläre Terme enthalten, die zumindest etwas nicht Existierendes bezeichnen.[96]

---

[94] Van Fraassen [1966].

[95] Eine Art von Sätzen muss aus dieser Generalisierung jedoch herausgenommen werden, nämlich Sätze der Form $\exists x. x = t$. Im Fortgang wird dieser Zusammenhang erläutert werden.

[96] Vgl. Lambert [2001], Meyer/Lambert [1968] für Varianten bei der Realisierung einer *positive free logic*. Will man hier die Rede von „analytisch“ bzw. „synthetisch“ vermeiden, genügt es im vorliegenden Fall einfach auf die Absicht zu verweisen, die Reflexivität der Identitätsrelation über Termen zu erhalten.

Letztlich wird mit der *neutral free logic* ein System angeboten, in dem für alle atomaren Sätze, in denen nicht auf reale Gegenstände (und das sind nach klassischer Sicht diejenigen, die die Elemente des Trägers ausmachen) referierende Terme enthalten sind, eine Bewertung durch „wahr", „falsch" gänzlich ausbleibt. Falls nur die klassischen Wahrheitswerte „wahr", „falsch" bekannt sind, wird dann eine Wahrheitswertlücke für jeden dieser Sätze in Kauf genommen.[97] Mit Blick auf den Grund für das Vorhandensein solcher Wahrheitswertlücken ist diese Position zumindest kompatibel mit dem bereits erläuterten sogenannten Frege-Strawson-Standpunkt.

Wie zu Beginn des Kapitels angedeutet, ist bei der Diskussion freier Logiken zu unterscheiden, ob an einen Verstoß gegen beide klassischen Diktate gedacht wird, also dass alle singulären Terme referieren müssen [Bedingung b)] und zugleich der Träger der Struktur nichtleer sein muss [Bedingung a)], oder nur an eine Absage an die Bedingung b). Je nachdem wie relativ dazu ein System der Logik aufgebaut wird, handelt es sich dann um eine universell freie oder einfach um eine freie Logik – die resultierenden Unterschiede für die Mengen der Folgerungen solcher Theorien sind erwartungsgemäß als signifikant zu bezeichnen. Gemein ist allen allerdings das Bestreben, wie Lambert betont, eine Logik zu konstruieren „free of existence assumptions with respect to its terms, singular and general, […] whose quantifiers are treated exactly as in standard logic."[98]
Es geht genauer darum, die Rolle dieser Existenzvoraussetzung in Quantorenausdrücken wie $(\forall x. Px) \rightarrow Pa$ zu kritisieren. Es sei bereits jetzt explizit darauf hingewiesen, dass die Wahrheit des vorangegangenen Ausdrucks unmittelbar von der universellen Gültigkeit der logischen Regel der Universalinstantiierung abhängt. In der klassischen Quantorenlogik handelt es sich bei dem vorangegangenen, formalisierten Beispiel um einen logisch wahren Ausdruck, d.h. eine Tautologie, und damit modelltheoretisch erwartbar um einen Ausdruck, der in allen Interpretationen wahr wird. Die Wahrheit des Konditionals hängt bekanntlich davon ab, dass nicht der Fall eintritt, der das Vorderglied wahr und das Hinterglied falsch werden lässt. Es ist $\forall x. Px$ definitionsgemäß genau dann wahr, wenn alle Elemente des Trägers die durch P bezeichnete Eigenschaft besitzen. Es muss

[97] Auch hier gilt wie für die *negative free logic* die Ausnahme für Sätze der Form $\exists x. x = t$.
[98] Lambert [2001], 258.

also mit anderen Worten für alle Elemente a aus dem Träger D gelten: $\mathfrak{I}\frac{\mathrm{a}}{x} \vDash \varphi$, wobei φ hier von der Gestalt $Rt_1, \dots, t_n$ ist. Demnach ist genauer für das einstellige Relationszeichen P und für alle a $\in D$ die Beziehung $\mathfrak{I}\frac{\mathrm{a}}{x} \vDash Px$ genau dann wahr, wenn für alle a $\in D$ gilt: $\mathrm{P}^D(\mathfrak{I}\frac{\mathrm{a}}{x}(x))$. Da nun, falls $\forall x. Px$ wahr ist, für alle a $\in D$ gilt: a $\in P^D$, so ist auch klar, dass für denjenigen Wert a^D von $\mathfrak{I}(a)$ gelten muss, dass $\mathrm{a}^D \in \mathrm{P}^D$ genau dann, wenn $\mathfrak{I} \vDash Pa$. Wann immer also das Antezedenz hier wahr werden würde – und dies ist der einzige Fall, auf den aufgrund des Wahrheitswerteverlaufs des Hauptjunktors Rücksicht genommen werden muss –, würde allerdings auch das Sukzedenz wahr werden. Nun kommt es freilich auf den präzisen Sinn von „wann immer“ an: Die formal-semantische Entsprechung, an die hier zu denken ist, ist natürlich, dass alle Interpretationen, die den Ausdruck $\forall x. Px$ erfüllen, zugleich auch den Ausdruck Pa erfüllen – die konverse Beziehung gilt hier erwartungsgemäß nicht.[99]

Interessanterweise gibt es nun zwei Faktoren, die zwar miteinander in gewisser Weise verwandt sind, aber doch semantisch voneinander unabhängig motiviert werden können und infolge deren Gültigkeit wiederum die logische Gültigkeit des betrachteten Beispiels in Frage gestellt werden kann. Es kann nämlich einerseits an eine solche Interpretation gedacht werden, in der der Träger $D_0 = \emptyset$ ist und deswegen der allquantifizierte Teilausdruck, der das Vorderglied des Konditionals ist, mangels Gegeninstanz zwingend wahr wird.[100] Zugleich ist jede Konstante und also insbesondere a in Pa dazu verdammt, leer und somit denotationslos zu sein, einfach weil es keinen Wert gibt, so dass $\mathfrak{I}(a)$ diesen ausgeben könnte. Dann verwundert es nicht, dass es auch kein Element aus D_0

---

[99] Dies läuft innerhalb der klassischen Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität einfach darauf hinaus, dass (unter freilich gerechtfertigter Annahme der Adäquatheit derselben) in einem geeigneten System natürlichen Schließens zu zeigen bleibt, dass gilt: $\vdash (\forall x. Px) \to Pa$.

Beweis.		$\vdash (\forall x. Px) \to Pa$	
1	(1)	$\forall x. Px$	Hyp.
1	(2)	Pa	B∀ (1)
	(3)	$\forall x. Px. \to Pa$	EI (1,2)

[100] Die daraus resultierenden Logiken sind universell freie Logiken, für die ganz allgemein gilt: Alle allquantifizierten Ausdrücke sind wahr, alle existenzquantifizierten Ausdrücke falsch. Quine hat in seinem [1954] einen simplen Test zur Ermittlung der Gültigkeit von Ausdrücken in einer *inclusive logic* angegeben: „An easy supplementary test enables us anyway, when we please, to decide whether a formula holds for the empty domain. We have only to mark the universal quantifications as true and the existential ones as false, and apply truth-table considerations”; Quine [1954], 177.

gibt, so dass die Bedingung für die Wahrheit von Pa, nämlich $a^{D_0} \in P^{D_0}$, erfüllt werden könnte. Pa ist daher als Hinterglied immer falsch, während das Vorderglied immer wahr ist: Die Konditionalaussage insgesamt nimmt somit immer den Wahrheitswert „falsch“ an.

Es kann andererseits eine Interpretation mit einem *nichtleeren* Individuenbereich zu einem bezüglich der Gültigkeit der in Frage stehenden klassischen Regeln identischen Ergebnis führen, wenn explizit zugelassen wird, dass für singuläre Terme zumindest keine Objekte aus dem Träger zugeordnet werden *müssen*. Solche Terme können dann die Rolle leerer Namen, bspw. für fiktive Gegenstände, übernehmen.

Dies sind auch die beiden philosophisch-ontologisch unterschiedlichen, durch die *free logic* diskutierten Ansätze. Es ergeben sich daraus bedeutende Konsequenzen für die Regeln zur Beseitigung des Allquantors und zur Einführung des Existenzquantors.[101] Während die klassischen Entsprechungen der Ableitungsregeln der Universalinstanziierung (B∀) und der Existenzeinführung (E∃) die folgenden beiden Schemata

(B∀) $$\forall x.\varphi \vdash \varphi\frac{t}{x},$$

(E∃) $$\varphi\frac{t}{x} \vdash \exists x.\varphi$$

sind, erfordert die von ihnen verlangte universelle Gültigkeit innerhalb der *free logic* die Hinzufügung der Bedingung, dass das durch t bezeichnete Objekt auch Element des betrachteten Trägers der relevanten Interpretation ist. Intuitiv versagt die klassische Regel im Falle von $(\forall x.Px) \rightarrow Pa$ einerseits deswegen, weil, selbst wenn alle Gegenstände des Trägers diese oder jene Eigenschaft erfüllen, es keinen Garant dafür gibt, dass das durch a bezeichnete Objekt auch in D liegt. Andererseits deshalb, weil, obwohl jeder allquantifizierte Satz bei angenommenem leeren Träger D_0 wahr wird, a kein Objekt in D_0 bezeichnen kann. Die formale Umsetzung der Modifikation der Regeln findet ihren Niederschlag in dem

[101] Das ergibt sich natürlich aus der wechselseitigen Definierbarkeit aufgrund des dualen Verhältnisses der Quantoren zueinander. Das Beispiel für die Ungültigkeit der Regel zur Einführung des Existenzquantors ist analog: Ist ein a ein P und daher Pa wahr, so sichert dies nicht die universelle Gültigkeit von $Pa \vdash \exists x.Px$, gerade weil eben *nicht* sicher ist, ob der von a denotierte Gegenstand überhaupt Element des Trägers ist. Also ist auch hier eine Revision der Regel unumgänglich.

Schema $\exists x. x = t$, welches diese Zusatzbedingung zum Ausdruck bringt, die erst die Gültigkeit ihrer Entsprechungen in der *free logic* garantiert. Auf diesem Weg ist auch eine (zumindest semantische) Unterscheidbarkeit von Termen, die Elemente des Trägers bezeichnen und solchen, für die dies nicht der Fall ist, gewährleistet.[102] Die entsprechend supplementierten Regeln der beschränkten Universalinstantiierung (*restricted universal instantiation*) und beschränkten Existenzeinführung (*restricted existential generalization*) lauten dann wie folgt:

(bB∀) $$\forall x. \varphi, \exists x. x = t \vdash \varphi \frac{t}{x};$$

(bE∃) $$\varphi \frac{t}{x}, \exists x. x = t \vdash \exists x. \varphi.$$

Demnach wird für den gültigen Schluss, der von der allquantifizierten Prämisse $\forall x. \varphi$ auf die Konklusion, dass es einen Gegenstand (bezeichnet durch t) gibt, der φ erfüllt, die zusätzliche „Versicherung“ benötigt, dass dieser Gegenstand auch Element des Trägers ist, was durch die Wahrheitsbedingungen von $\exists x. x = t$ repräsentiert wird. Analoges gilt dann für t in (bE∃).

Was die semantischen Theorien betrifft, die mit den drei unterschiedlichen philosophischen Grundmotivationen freier Logiken korrespondieren, so kann vorerst unterschieden werden zwischen: 1) den Freie-Modelle-Semantiken basierend auf den nichtklassischen sogenannten *free models* ($\mathfrak{I}_{\mathrm{F}}$); 2) der Methode der Superbewertungen (*supervaluation semantics*). Es ist zu beachten, dass manche dieser Theorien für mehrere der Konzeptionen freier Logiken Verwendung finden können. Dies kann illustriert werden wie folgt:

1) Ein freies Modell $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ stimmt mit dem klassischen Modell $\mathfrak{I}$ weitgehend überein, d.h. es handelt sich zuallererst um ein geordnetes Paar $\langle \mathfrak{A}_1, \beta_1 \rangle$, bestehend aus einer Struktur $\mathfrak{A}_1$, die jedoch mit einem *möglicherweise leeren* Träger D_1 und einer Belegungsfunktion β_1 ausgestattet ist. Die Besonderheit ist, dass die Zuordnung von bestimmten Objekten der Syntax der verwendeten Sprache zu Elementen der Struktur $\mathfrak{A}_1$ keine totale, sondern eine partielle Funktion ist. Es handelt sich also um eine Abbildung, die nicht linkstotal und rechtseindeutig

[102] In einer prädikatenlogischen Sprache ohne Gleichheit, wird zum Ausdruck singulärer Existenz anstatt $\exists x. x = t$ das Zeichen $E!$ als undefinierter Grundbegriff eingeführt – im anderen Fall wird es kontextuell definiert als $E!\, t \coloneqq \exists x. x = t$.

zugleich ist.[103] Es wird nun genauer allen Elementen des Vorbereichs der Funktion (den freien Variablen und Konstanten) zwar maximal, jedoch nicht minimal ein Element aus D_1 zugeordnet: Es kann daher singuläre Terme geben, die kein solches Element des Trägers bezeichnen. Dies sorgt dann von der Perspektive der Semantik ausgehend für eine Möglichkeit, in dieser Hinsicht das formale Pendant leerer Namen einzuführen. Für Terme t und Relationen R der zugrunde gelegten Sprache L_{F} heißt dies in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$, dass:

a) falls t eine Variable x ist und β_1 für x definiert ist, so ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(x) \coloneqq \beta_1(x) = \mathrm{a}^{D_1}$;
b) falls t eine Konstante $a \in L_{\mathrm{F}}$ ist und $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ für a definiert, so ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(a) \coloneqq \mathrm{a}^{D_1}$;
c) falls R ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L_{\mathrm{F}}$ ist und $t_1, \ldots, t_n$ Terme sind mit $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1), \ldots, \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_n) \in D_1$, so ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(Rt_1, \ldots, t_n) \coloneqq \mathrm{R}^{D_1}(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1), \ldots, \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_n))$.[104]

Da solch ein Modell der freien Logik für alle drei Konzeptionen, d.h. positive, negative und neutrale freie Logik, verwendet werden kann (und so auch verwendet wird), sind relativ zu dieser Wahl die einzelnen Schritte, die die Definition der Wahrheit für beliebige Ausdrücke φ von L_{F} ergeben, entsprechend zu ergänzen.[105]

1.1) Betrachtet wird der Fall einer negativen freien Logik erster Stufe ohne Gleichheit und ohne Funktionszeichen NFL2.[106] In diesem Fall muss dann für

---

[103] Es ist klar, dass in dem Fall, in dem die über den Träger definierte Abbildung $\mathfrak{a}$ keine totale Funktion ist, die vollständige Präsentation der Ontologie durch Angabe der Bestandteile der Struktur unter Verwendung von $\mathfrak{a}$ – so wie ursprünglich eingeführt – nicht mehr als verlässliche Methode gelten kann. Dies liegt offensichtlich daran, dass unter Rückgriff auf nichtlogische syntaktische Elemente für dieses Unterfangen eben nicht garantiert ist, dass alle diese Elemente über den Träger interpretiert sind.

[104] Wobei für die (relativ zu L etwas ärmere) zugrundeliegende Sprache L_{F} ohne Gleichheit gelten soll, dass die Menge aller Terme $\mathcal{T}$ identisch ist mit der Menge aller Variablen $\mathcal{V}$ und Konstanten $\mathcal{C}$, d.h. $\mathcal{T} = \mathcal{V} \cup \mathcal{C}$. Auch wird hier zur Vereinfachung der Darstellung und ohne Einschränkung funktionaler Vollständigkeit die Menge der logischen Zeichen reduziert werden auf die folgende Zusammenstellung: $\{\neg, \rightarrow, \forall\}$.

[105] Für diverse von den hier dargestellten *free logics* abweichende Logiken (insbesondere hinsichtlich der sehr vielfältigen semantischen Möglichkeiten, die dafür vorgeschlagen wurden) vgl. Nolt [2011] und Lambert [2001].

[106] Vgl. Lambert [2001], 267 ff. für die an seiner Darstellung orientierte und nachfolgend verwendete Nomenklatur. Anders jedoch als es dort geschieht, führe ich die Objektinterpretation

die rekursive Definition die folgende Bedingung an entsprechenden Stellen in der Definition hinzugefügt werden: „und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$." Es wird sich zeigen, dass atomare Ausdrücke genau dann falsch werden – und dies entspricht der Russellschen Sicht in der *negative free logic* – falls sie denotationslose singuläre Terme enthalten. Die Beziehung der Erfüllung zwischen $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ und Ausdrücken φ von L_{F} kann nun entsprechend bestimmt werden als bestehend aus den nachfolgenden Klauseln:

(1) für atomare Ausdrücke:

a) ist R ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L_{\mathrm{F}}$ und sind $t_1, \dots, t_n$ Terme, so $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash Rt_1, \dots, t_n \coloneqq \mathrm{R}^{D_1}(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1), \dots, \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_n))$, falls $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1), \dots, \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_n) \in D_1$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$;

b) ist t ein Term, dann $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash E!\,t \coloneqq \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t) \in D_1$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$;

(2) für Ausdrücke der Form $\neg\varphi$, $\varphi \rightarrow \psi$:

a) $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash \neg\varphi \coloneqq$ nicht $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash \varphi$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$;

b) $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash \varphi \rightarrow \psi \coloneqq$ wenn $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash \varphi$, so $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash \psi$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$;

(3) für Ausdrücke der Form $\forall x.\,\varphi$:

a) $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash \forall x.\,\varphi \coloneqq$ für alle $\mathrm{a} \in D_1$ gilt $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}\frac{\mathrm{a}}{x} \vDash \varphi$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$.

Die resultierende negative freie Logik ist bivalent und die Modifikationen an den Modellen sind relativ zu deren klassischen Entsprechungen zwar auf den ersten Blick minimal, trotzdem existieren Abweichungen, auf die nach der anschließenden Darstellung der übrigen Semantiken noch einzugehen sein wird. Für die Frage nach der Adäquatheitseigenschaft solcher negativer freier Logiken basie-

der Quantoren – so wie für den klassischen Fall bereits durchgeführt – fort, was aus naheliegenden Gründen in der *free logic* eher seltener anzutreffen ist. Für eine solche gegenständliche Interpretation sei jedoch verwiesen auf Lehmanns [2002].

rend auf $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ gibt es für Varianten mit und ohne $E!$ (NFL2, NFL2$^=$) entsprechende Nachweise der Korrektheit und Vollständigkeit dieser (und anderer) freier Logiken. Es war Rolf Schock, der diese in seiner frühen Monographie zum Thema zeigen konnte.[107]

1.2) Für eine positive freie Logik ist es der Fall, dass sie einige ihrer atomaren Ausdrücke mit denotationslosen Termen mit „wahr“ bewertet, nämlich zumindest analytische Termgleichungen der Form $t = t$. Es gibt allerdings – wie sich zeigen wird – Entwürfe solcher Logiken, die dann, bedingt durch ihre semantischen Eigenheiten, das Prinzip der Bivalenz nicht mehr anerkennen. In einer zweiwertigen Variante einer positiven freien Logik mit Identität PFL1$^=$, in der die ontologisch motivierte Unterscheidung zwischen real existierenden und nicht real existierenden Gegenständen semantisch unmittelbarer als in NFL2 umgesetzt werden soll, kann hierzu eine 2-Träger-Semantik (*dual domain semantics*) konstruiert werden.[108]

In einer solchen mehrsortigen Welt, gegeben durch die Struktur $\mathfrak{A}_2$, wird dann dem angenommenen Unterschied des Typs der logischen Gegenstände der Quantifikation durch Angabe eines Bereichs der existierenden Gegenstände einerseits und eines Bereichs der nicht existierenden (fiktiven, abstrakten oder allgemein derjenigen Objekte, für die eine reale Existenz auch nur zweifelhaft erscheinen mag) andererseits Rechnung getragen. Das Ergebnis einer Logik, die aus einer solchen Semantik hervorgeht, ist dann eine *Meinongian logic*: Der Träger D_1, der die realen Gegenstände beherbergt, heißt *inner domain*, der andere Träger D_2, der die nicht realen Objekte beinhaltet, *outer domain*.

Anders als in einer einsortigen negativen freien Logik kann so nämlich verhindert werden, dass das Versagen der Referenz eines singulären Terms zwingend die Partialität der Denotationsfunktion nach sich zieht. Für bestimmte technische Belange kann dies von Vorteil sein. Falls hier ein solcher Term nämlich nicht ein Element aus D_1 (der Menge der existierenden Dinge) bezeichnet, bezeichnet er dann ein nicht existierendes Element aus D_2 ebensolcher Elemente. D_1 und D_2 können streng disjunkte Mengen sein, genauso ist allerdings denkbar, dass D_1 als Teilmenge von D_2 aufgefasst wird. Diesbezügliche Entscheidungen

[107] Vgl. Schock [1968].
[108] Für PFL1$^=$ wird eine Sprache $L_{\mathrm{F}=}$ verwendet, die sich von L_{F} lediglich darin unterscheidet, dass das logische Gleichheitssymbol für Terme hinzugefügt wurde.

sind abhängig davon (oder machen zumindest offensichtlich), welche ontologische Position zugrunde gelegt werden soll.

Im vorliegenden Fall soll für PFL1$^{=}$ lediglich gelten, dass $D_1 \cup D_2 \neq \emptyset$ und ansonsten $\neg\exists x. x \in D_1 \wedge x \in D_2$. Als Konsequenz aus den unmittelbar vorangehenden Bemerkungen ergibt sich, dass für alle singulären Terme t gilt, dass das, was die Interpretationsfunktion ihnen zuweist, zumindest Element der Vereinigungsmenge von D_1 und D_2 sein muss. Es kann also prinzipiell Terme geben, die reale Objekte bezeichnen, solche die fiktive bezeichnen, oder – in den berücksichtigten Grenzfällen – nur erstere bzw. nur letztere.

Ein freies Modell $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}$ für eine solche Logik PFL1$^{=}$ ist also ein Tupel $\langle \mathfrak{A}_2, \beta \rangle$ bestehend aus der Struktur $\mathfrak{A}_2$, die einen möglicherweise leeren Träger D_1 und einen möglicherweise leeren Träger D_2 (wobei D_1 und D_2 disjunkte Mengen sind) enthält, sowie einer (klassisch totalen) Belegungsfunktion β. Es gilt nun für beliebige Terme t und Relationen R der Sprache $L_{\mathrm{F}=}$ von PFL1$^{=}$ in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}$:

a) falls t eine Variable x ist, so ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}(x) \coloneqq \beta(x) = \mathrm{a}^{D_1 \cup D_2}$;
b) falls t eine Konstante $a \in L_{\mathrm{F}=}$ ist, so ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}(a) \coloneqq \mathrm{a}^{D_1 \cup D_2}$;
c) falls R ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L_{\mathrm{F}=}$ ist und $t_1, \ldots, t_n$ Terme sind, so ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}(Rt_1, \ldots, t_n) \coloneqq \mathrm{R}^{D_1 \cup D_2}(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}(t_1), \ldots, \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}(t_n))$.

Für die Bestimmung der Erfüllungsbeziehung zwischen Ausdrücken der dazu gehörenden Sprache $L_{\mathrm{F}=}$ und Objekten der Struktur $\mathfrak{A}_2$ müssen die einzelnen Klauseln der nachfolgenden Definition ergänzt werden durch die folgende Bedingung: „und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}$." Die rekursive Definition der Wahrheit für beliebige Ausdrücke φ von $L_{\mathrm{F}=}$ in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}$ kann sodann angegeben werden wie folgt:

(1) für atomare Ausdrücke:
   a) ist R ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L_{\mathrm{F}=}$ und sind $t_1, \ldots, t_n$ Terme, so $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2} \vDash Rt_1, \ldots, t_n \coloneqq \mathrm{R}^{D_1 \cup D_2}(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}(t_1), \ldots, \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}(t_n))$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}$;
   b) sind t_1, t_2 Terme, dann $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2} \vDash t_1 = t_2 \coloneqq \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}(t_1) = \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}(t_2)$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}$;
(2) für Ausdrücke der Form $\neg\varphi$, $\varphi \rightarrow \psi$:

a) $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2} \vDash \neg\varphi \coloneqq$ nicht $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2} \vDash \varphi$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}$;

b) $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2} \vDash \varphi \rightarrow \psi \coloneqq$ wenn $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2} \vDash \varphi$, so $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2} \vDash \psi$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}$;

(3) für Ausdrücke der Form $\forall x.\varphi$:

a) $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2} \vDash \forall x.\varphi \coloneqq$ für alle a $\in D_1$ gilt $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}\frac{\mathrm{a}}{x} \vDash \varphi$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_2}$.

Für die resultierende zweiwertige Logik PFL1$^{=}$ kann ebenfalls ein Adäquatheitsnachweis zur Verfügung gestellt werden, der erstmals 1982 durch Hugh Leblanc erbracht worden ist.[109]

2) Eine ganz andere Art, eine *positive free logic* semantisch unter Zuhilfenahme von klassischen Interpretationen wie $\mathfrak{I}$ (s.o.) zu realisieren, bietet Bas van Fraassen mit seiner Methode der *supervaluations* an. Gemäß der klassischen Verfahrensweise werden alle Terme und Relationszeichen (wie oben für die Sprache *L* durchgeführt) vollständig mit Bedeutungen durch die Semantik ausgestattet. Alle diese Elemente weisen dann also auch durchweg Gegenstandsbezug (*existential import*) auf. Es ist daher die Denotationsfunktion auch eine totale Funktion in den Träger der Struktur $\mathfrak{A}$, wobei wie bisher $\mathfrak{A} = \langle D, \mathfrak{a}\rangle$. Die korrespondierende Interpretation ist die der klassischen Prädikatenlogik und entsprechend der Festlegung bestimmt als Tupel mit $\mathfrak{I} = \langle \mathfrak{A}, \beta\rangle$.

Van Fraassens einfallsreiche Technik besteht nun darin, dass genau solche klassischen Interpretationen *unter Beachtung gewisser Bedingungen* Verwendung finden können, um semantisch das Phänomen leerer singulärer Terme zu deuten und formal zu implementieren. Dabei ist der intuitive Grundgedanke der, dass eine solche klassische Interpretation verstanden werden kann als eine Möglichkeit, Ausdrücke, in denen singuläre Terme ohne Gegenstandsbezug vorkommen, so doch noch mit einem bestimmten der klassischen Wahrheitswerte versehen zu können. Hierfür ist es Voraussetzung, genau diese Sätze qua Konvention mit einem der klassischen Wahrheitswerte zu versorgen: Der Punkt ist hier, dass die Zuweisung eines Wahrheitswertes einfach beliebig stattfinden soll, so

[109] Vgl. Leblanc [1982].

dass eine Bewertung mit „wahr“ keine wie auch immer geartete Priorität gegenüber einer Bewertung mit „falsch“ einnehmen kann und umgekehrt.[110] Einer Konvention dieser Art, in der zum Ausdruck gebracht wird, wann Sätze mit denotationslosen singulären Termen so und so zu bewerten sind, entspricht im Geiste der freien Logik die Unterscheidung zwischen ihren positiven, negativen und neutralen Ausprägungen. Sie ist verwandt mit der, die wir zuvor bereits durch die Supplementierungen der Klauseln für die Wahrheitsdefinitionen in freien Modellen kennengelernt haben. Für beide Konventionen müssen dann freilich sprachphilosophische Begründungen angegeben werden, und diese gehören dann zumindest nicht mehr unmittelbar in den Aufgabenbereich der Logik.[111] Man kann, wie ihn Ermanno Bencivenga auch geäußert hat, bezüglich der arbiträren Bewertung zunächst unbestimmter Sätze, auch den Standpunkt vertreten, dass die Logik sich dann durchaus zu beschäftigen hat mit dem logischen Produkt aller solcher Konventionen, mit dem also, was das logisch-semantische Substrat aller solcher Standpunkte ausmacht.[112]

Als Grundlage dient auch für eine supervaluationistische semantische Theorie zuerst die freie Interpretation des Typs $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$, die bestimmt ist exakt so wie sie in 1) eingeführt worden ist und dann in 1.1) bereits Verwendung gefunden hat: $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ ist das geordnete Paar $\langle\mathfrak{A}_1, \beta_1\rangle$, wobei $\mathfrak{A}_1$ ausgestattet ist mit einem möglicherweise leeren Träger D_1 und der (partiellen) Belegungsfunktion β_1. Innerhalb der supervaluationistischen Semantik kann man $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ dann auch als unvollständiges freies Modell bezeichnen relativ zu seiner sogenannten Vervollständigung (*completion*). Unvollständig ist es deshalb, weil ja die (semantisch verstandene) Bedeutung singulärer Terme, falls für einige von ihnen die Denotationsfunktion undefiniert sein sollte, natürlich nicht wie im klassischen Fall als bestimmt angesehen werden kann. Die Vervollständigung ist nun ihrerseits eine Interpretation (im oberen Index angezeigt durch c), die definiert ist wie folgt: $\mathfrak{I}^{c}_{\mathrm{F}_1} = \langle\mathfrak{A}^{\mathrm{c}}_1, \beta^{\mathrm{c}}_1\rangle$, wobei $\mathfrak{A}^{\mathrm{c}}_1$ jedenfalls den nichtleeren Träger D^{c}_1 enthält, der wiederum D_1 als (möglicherweise leere) Teilmenge umschließt, sowie eine (totale) Belegungsfunktion β^{c}_1. Es wird also mit anderen Worten ein Modell über ein

[110] Van Fraassen [1966], 482.
[111] Eine einführende Diskussion einiger der Unterschiede in dieser Sache liefert Lambert [2003], 122-175.
[112] Vgl. Bencivenga [2002], 173.

Modell konstruiert, um dieses zu vervollständigen, was genau dann als gelungen betrachtet wird, wenn es dabei bestimmten noch zu spezifizierenden Bedingungen gehorcht.

Zugrunde gelegt wird für das Ziel, eine positive freie Logik PFL2$^{=}$ zu erzeugen, auch hier wieder die Sprache $L_{\mathrm{F}=}$ mit Gleichheitssymbol und ohne Funktionszeichen. Für beliebige Terme t sowie Relationssymbole R von $L_{\mathrm{F}=}$ in dieser Logik soll in $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ gelten:

a) falls t eine Variable x ist, so ist $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}(x) \coloneqq \beta^{\mathrm{c}}_1(x) = \mathrm{a}^{D^{\mathrm{c}}_1}$;

b) falls t eine Konstante $a \in L_{\mathrm{F}=}$ ist, so ist $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}(a) \coloneqq \mathrm{a}^{D^{\mathrm{c}}_1}$;

c) falls $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(a) = \mathrm{a}^{D_1}$ bzw. $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(x) = \mathrm{a}^{D_1}$, so sind $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}}(a) = \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(a)$ bzw. $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}}(x) = \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(x)$;

d) falls R ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L_{\mathrm{F}=}$ ist und $t_1, \dots, t_n$ Terme sind, so ist $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}(Rt_1, \dots, t_n) \coloneqq \mathrm{R}^{D^{\mathrm{c}}_1}(\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}(t_1), \dots, \mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}(t_n))$;

e) $\mathrm{R}^{D_1}(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1), \dots, \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_n)) \subseteq \mathrm{R}^{D^{\mathrm{c}}_1}(\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}(t_1), \dots, \mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}(t_n))$.

Das so charakterisierte Verhalten der Interpretationsfunktion $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ des Modells (bzw. dieses Modell selbst in Relation zu $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$), das als Vervollständigung eines regulären freien Modells $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$verstanden werden soll, legt bereits formal die inhaltlichen Grundbedingungen dafür fest, auf welche Weise die Bedeutung der nichtlogischen Zeichen der Sprache überhaupt vervollständigt werden darf. Es erhält so auch die Redeweise von einer Vervollständigung eines Modells durch ein anderes einen expliziten Sinn. Um ermessen und beurteilen zu können, wie sich dies im Gesamtergebnis einer vollständigen Semantik insgesamt auswirken wird, sind nun noch einige weitere Schritte im Detail zu erkunden. Auf dem Weg hin zu der finalen Definition der Wahrheit, die insgesamt etwas komplexer ist, als es in vorangehend betrachteten Ansätzen der Fall war, ist nun zunächst die Erfüllungsbeziehung für die hierarchisch gesprochen ersten Interpretationen, die unvollständigen freien Modelle, anzugeben.

Die Bestimmung der Wahrheit nur für *atomare* Ausdrücke von $L_{\mathrm{F}=}$ (*nicht* beliebige Ausdrücke) kann innerhalb von $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ wie gewohnt rekursiv angegeben werden, wobei hier nun anders als zuvor erstmals auch Wahrheitswertlücken zugelassen werden sollen. Es gibt also neben den klassischen Wahrheitswerten

„wahr“, „falsch“ auch das Ausbleiben der Zuweisung eines solchen, was dann gekennzeichnet wird durch „undefiniert“. Es sei hier noch kurz angemerkt, dass eine Wahrheitswertlücke natürlich nicht einfach als dritter (oder weiterer) Wahrheitswert verstanden werden kann.[113]

Da das Modell $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ für denotationslose singuläre Terme enthaltende einfache Ausdrücke den neutralen Standpunkt einer freien Logik repräsentiert, ist nun anders als zuvor in der nachfolgenden Definition an entsprechenden Stellen hinzuzufügen „und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$“ bzw. „dann ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$“ und „dann ist der so bestimmte Ausdruck undefiniert in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$.“ Man kann dies natürlich als etwas ungelenk ansehen, allerdings ist es in der Tat nicht vermeidbar. Für beliebige *atomare* Ausdrücke φ von $L_{\mathrm{F}=}$ gilt dann in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$:

a) ist R ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L_{\mathrm{F}=}$ und sind $t_1, \dots, t_n$ Terme, so $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash Rt_1, \dots, t_n \coloneqq \mathrm{R}^{D_1}(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1), \dots, \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_n))$, falls $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1), \dots, \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_n) \in D_1$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$;

b) ist R ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L_{\mathrm{F}=}$ und sind $t_1, \dots, t_n$ Terme, dann ist der so bestimmte Ausdruck undefiniert in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$, falls $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1) \vee \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_2) \vee \dots \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_n) \notin D_1$;

c) ist t ein Term, dann $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash E!\,t \coloneqq \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t) \in D_1$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$;

d) sind t_1, t_2 Terme und $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1) \in D_1$ und $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_2) \in D_1$, dann $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash t_1 = t_2 \coloneqq \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_1) = \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(t_2)$ und andernfalls ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$;

[113] Versteht man – wie es in der klassischen mathematischen Logik der Fall ist – unter der Extension eines Satzes den ihm durch die Interpretationsfunktion (oder aussagenlogisch dann durch die Bewertungsfunktion) zugewiesenen Wahrheitswert, so wird schnell klar, dass im vorliegenden Fall lediglich an eine Abbildung in die Menge der klassischen Wahrheitswerte $\mathcal{W}$ gedacht wird, bestehend aus $\{\mathrm{T}, \mathrm{F}\}$ mit T als Abkürzung für „wahr“ und F entsprechend für „falsch“. Es leuchtet sofort ein, dass eine Wahrheitswertlücke dann eben kein Objekt in der Menge $\mathcal{W}$ bezeichnet, sondern die Denotationsfunktion an der in Frage stehenden Stelle (der Einsetzung eines bestimmten Satzes) undefiniert ist. Es ist genau dies, was mit „undefiniert“ benannt wird. Andererseits kann die Rede von einem Quasiwahrheitswert aus genau diesen Gründen auch nachvollzogen werden: Dadurch nämlich, dass ein bestimmter Satz dann eben weder den einen noch den anderen Wahrheitswert „trägt“, sondern quasi etwas anderes, Drittes, vorliegt, was allerdings kein Wahrheitswert sein kann.

e) sind t_1, t_2 Terme und entweder $\Im_{F_1}(t_1) \notin D_1$ oder $\Im_{F_1}(t_2) \notin D_1$, dann ist der so bestimmte Ausdruck falsch in $\Im_{F_1}$;
f) sind t_1, t_2 Terme und $\Im_{F_1}(t_1) \notin D_1$ und $\Im_{F_1}(t_2) \notin D_1$, dann ist der so bestimmte Ausdruck undefiniert in $\Im_{F_1}$.

Wenn man die für die klassische Prädikatenlogik verwendete modelltheoretische Semantik als Standardsemantik versteht, lässt sich leicht argumentieren, dass diese – wie bisher dargestellt und verwendet – in ihren elementarsten Merkmalen übereinstimmt mit denen der verschiedenen korrespondenztheoretischen Konzeptionen der Bedeutung. Gemein ist ihnen allen nämlich, dass Bedeutung zuallererst verstanden wird als eine Relation zwischen Symbolen einer Sprache und bestimmten (dann freilich weiter zu spezifizierenden) Entitäten, die normalerweise auch einen klar anderen ontologischen Status haben als den, den die eben erwähnten Zeichen der Sprache aufweisen.

Der reduzierte, neutrale Kern der Gemeinsamkeiten wird manchmal als referentielle Theorie der Bedeutung bezeichnet: Als Vertreter dieses Standpunktes verpflichtet man sich auf eine einfache realistische Position, nach der die Gegenstände, die mit den Zeichen verbunden sind, alle zur aktualen, d.h. realen Welt gehören.[114] Es handelt sich dann etwa um Objekte, Eigenschaften, Tatsachen usw., die dieser noch sehr losen Bestimmung gehorchen oder sich zumindest prinzipiell dafür qualifizieren müssen. Bedeutung von etwas Sprachlichem fällt so zusammen mit dem Objekt der Referenz, das für nichtlogische Zeichen einer Sprache durch die Interpretationsfunktion fixiert wird. Bedeutung ist letztlich Referenz schlechthin nach dieser minimalistischen Position. Diese Sicht wird in der Tat auch von der formalen Semantik angenommen, insoweit es die klassische Logik betrifft.[115]

Es ist eine immense Menge an Literatur und entsprechend verschiedenen Auffassungen hervorgegangen aus der Diskussion um die so verstandene Relation der Bedeutung. Dies betrifft sowohl Art und Zustandekommen der Relation als auch die Metaphysik der Gegenstände, auf die sich die Zeichen als Argumente

[114] Vgl. bspw. Gamut [1991], 4 f.
[115] Es ist nebenbei bemerkt diese Sicht, die bspw. von einer 2-Träger-Semantik, wie sie in 1.2) vorgestellt wurde, dann nicht mehr uneingeschränkt vertreten werden kann. Hier sollte man dann auch über Antworten auf Fragen nach (qualitativen oder anderen) Unterschieden der Gegenstände beider Bereiche verfügen.

der Relation jeweils beziehen. Es soll hier keinesfalls der Eindruck erweckt werden, dass selbst über einen Grundbestand dieser Fragestellungen diesbezüglich von philosophischer Seite ein Konsens bestehen würde. Wenn nun im Folgenden die Rede sein wird vom Begriff des Faktischen, soll darunter lediglich dasjenige – abstrahierend von jeglichen metaphysischen oder ontologischen Fragenstellungen – verstanden werden, was der Fall sein muss, damit ein bestimmtes sprachliches Konstrukt in einem Modell als erfüllt gelten kann und also damit wahr ist in diesem Modell. Modelltheoretisch kann dies einfach als dasjenige aufgefasst werden, was durch die Klauseln für die Wahrheit von Ausdrücken in einem Modell ausgedrückt wird. Ich betrachte diese Verwendung von „faktisch" als unproblematisch, insofern darunter nicht mehr als Mengen, Elemente von Mengen und Ordnungen auf diesen verstanden werden. Wenn man dies vorausschickt, darf man in der soeben angegebenen Definition der Wahrheit für die elementaren Bestandteile der Sprache $L_{\mathrm{F}=}$ dann auch so etwas wie die faktischen Minimalinformationen dafür erblicken, was genau der Fall sein muss, damit diesen bestimmten Elementen der Sprache Wahrheit, Falschheit zugesprochen werden kann oder sie undefiniert verbleiben. Bereits im nachfolgenden Schritt wird transparent werden, dass diese oder genauer der Umgang mit diesen innerhalb der supervaluationistischen Semantik eine Besonderheit darstellt hinsichtlich der Art, wie die Wahrheit von Ausdrücken in einer Sprache letztlich berechnet wird.

Die Angabe der Definition zur Berechnung des Wahrheitswertes *beliebiger* Ausdrücke φ von $L_{\mathrm{F}=}$ innerhalb der Vervollständigung $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ des freien Modells $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ kann nun nicht etwa unter Berücksichtigung *nur* der Vervollständigungen der freien Interpretationen der Syntax durch die sich rein klassisch verhaltenden Interpretationen $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ erfolgen. Der Grund hierfür wird klar, wenn man sich vor Augen führt, was dies andernfalls für einen atomaren Satz wie $E!\,a$ mit $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(a) \notin D_1$ heißen würde, der in einem neutralen Modell wie $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ mit „falsch" bewertet werden würde. Im Falle der Berücksichtigung nur der Vervollständigung $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ von $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ würde, da es dort keine nicht-referierenden Terme gibt, $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}(a) \in D^{\mathrm{c}}_1$ und daher $E!\,a$ selbst wahr werden. Genau dies würde aber beim Übergang von $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ zu $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ der Erhaltung der faktischen Information, gegeben durch die Wahrheitsdefinitionen für atomare Ausdrücke in $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$, direkt widersprechen.

Um diesem unerwünschten Ergebnis zu entgehen, wird statt der exklusiven Berücksichtigung der klassischen Vervollständigungen $\mathfrak{I}^{c}_{F_1}$ über $\mathfrak{I}_{F_1}$ das folgende Konstrukt favorisiert: Die Vervollständigungen $\mathfrak{I}^{c}_{F_1}$ freier Modelle wie $\mathfrak{I}_{F_1}$ sollen nun *relativ zu* $\mathfrak{I}_{F_1}$ – oder in Bencivengas Worten buchstäblich „from the point of view of" $\mathfrak{I}_{F_1}$ –, also unter direkter Bezugnahme auf zwei Klassen von Modellen erfolgen, um so die Bildung der semantischen Klauseln für die Bewertung beliebiger Ausdrücke in $L_{F=}$ zu konstruieren.[116] Um diese relative Abhängigkeit in der Notation möglichst suggestiv zu berücksichtigen, verwende ich dafür, dass in einem solchen Modell ein Ausdruck φ erfüllt wird durch $\mathfrak{I}^{c}_{F_1}$ *relativ zu* $\mathfrak{I}_{F_1}$, die Schreibweise $\mathfrak{I}^{c}_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash \varphi$.

Wie man sich die Zusammensetzung der einzelnen Klauseln für $\mathfrak{I}^{c}_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1}$ vorzustellen hat, kann am besten folgendermaßen illustriert werden: Für alle atomaren Ausdrücke, die – interpretiert wie durch $\mathfrak{I}_{F_1}$ vorgegeben – zu wahrheitswertbestimmten atomaren Ausdrücken werden (ein Ausdruck also, der einen der klassischen Wahrheitswerte aufweist), gilt, dass ihr Wahrheitswert auch entsprechend (nichtklassisch) berechnet wird wie für $\mathfrak{I}_{F_1}$ festgelegt. Für möglicherweise vorhandene Ausdrücke, die nach dieser Bewertung durch $\mathfrak{I}_{F_1}$ ohne Wahrheitswert und also mit einer Wahrheitswertlücke verbleiben, werden dann allerdings die semantischen Klauseln verwendet, wie sie für das Verhalten der Interpretationsfunktion als der Vervollständigung $\mathfrak{I}^{c}_{F_1}$ von $\mathfrak{I}_{F_1}$ dargelegt wurden. Die bestehenden Wahrheitswertlücken werden dadurch – bildlich gesprochen – aufgefüllt oder geschlossen durch deren klassische Behandlung in $\mathfrak{I}^{c}_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1}$ [im Sinne der Bestimmungen a) bis e) für $\mathfrak{I}^{c}_{F_1}$].

Präzise ergibt sich dann eine Angabe der Wahrheitsbedingungen für beliebige Ausdrücke φ von $L_{F=}$ in einem Modell $\mathfrak{I}^{c}_{F_1}$ *relativ zu* $\mathfrak{I}_{F_1}$:

(1) für atomare Ausdrücke:

a) ist R ein n-stelliges Relationszeichen $R \in L_{F=}$ und sind $t_1, \dots, t_n$ Terme, so $\mathfrak{I}^{c}_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash Rt_1, \dots, t_n \coloneqq \mathfrak{I}_{F_1} \vDash Rt_1, \dots, t_n$ und ist $Rt_1, \dots, t_n$ falsch in $\mathfrak{I}_{F_1}$, so $\mathfrak{I}^{c}_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \nvDash Rt_1, \dots, t_n$ und ist

[116] Bencivenga/Lambert/van Fraassen [1991], 95.

$Rt_1, \dots, t_n$ undefiniert in $\mathfrak{I}_{F_1}$, so $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash Rt_1, \dots, t_n \coloneqq \mathfrak{I}^c_{F_1} \vDash Rt_1, \dots, t_n$ und $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \nvDash Rt_1, \dots, t_n \coloneqq \mathfrak{I}^c_{F_1} \nvDash Rt_1, \dots, t_n$;

b) sind t_1, t_2 Terme, dann $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash t_1 = t_2 \coloneqq \mathfrak{I}_{F_1} \vDash t_1 = t_2$ und ist $t_1 = t_2$ falsch in $\mathfrak{I}_{F_1}$, so $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \nvDash t_1 = t_2$ und ist $t_1 = t_2$ undefiniert in $\mathfrak{I}_{F_1}$, so $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1}(t_1 = t_2) \coloneqq \mathfrak{I}^c_{F_1}(t_1 = t_2)$;

c) ist t ein Term, dann $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash E!\,t \coloneqq \mathfrak{I}_{F_1}(t) \in D_1$ und ist $E!\,t$ falsch in $\mathfrak{I}_{F_1}$, so $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \nvDash E!\,t$ und ist $E!\,t$ undefiniert in $\mathfrak{I}_{F_1}$, so ist $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1}(E!\,t) \coloneqq \mathfrak{I}^c_{F_1}(E!\,t)$;

(2) für Ausdrücke der Form $\neg\varphi$, $\varphi \to \psi$:

a) $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash \neg\varphi \coloneqq$ nicht $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash \varphi$;

b) $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash \varphi \to \psi \coloneqq$ wenn $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash \varphi$, so $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash \psi$;

(3) für Ausdrücke der Form $\forall x.\varphi$:

a) $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash \forall x.\varphi \coloneqq$ für alle a $\in D^c_1$ gilt $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1}\frac{\mathrm{a}}{x} \vDash \varphi$.[117]

Die Klauseln unter (1) a) bis c) sind die exakten Entsprechungen der zuvor bereits mehrfach angeführten Bedingung, dass in Vervollständigungen relativ zu unvollständigen Modellen der Vorgang der Vervollständigung selbst nicht arbiträr durchgeführt werden kann bzw. soll. Unter der *Beachtung der Fakten* – und diese bestehen dann in den semantischen Korrelaten der Bedingungen für Wahrheit und Falschheit von atomaren Ausdrücken in $\mathfrak{I}_{F_1}$ – soll die Vervollständigung stattdessen vollzogen werden so, wie es für $\mathfrak{I}^c_{F_1}$ festgelegt wurde. In anderen Worten: Was bei der Erstbewertung in $\mathfrak{I}_{F_1}$ wahr (falsch) ist, wird durch eine Vervollständigung stets wahr (falsch) bleiben, es sind lediglich die Ausdrücke, die eine Wahrheitswertlücke aufweisen, denen neue Bedeutungen in $\mathfrak{I}^c_{F_1}$ zugewiesen werden können.

[117] Wie es sich in allen Fällen mehrwertiger oder quasimehrwertiger Systeme verhält, darf das Verhältnis der klassischen Übereinstimmung für Ausdrücke von Wahrheit und Erfüllbarkeit in einem Modell und Falschheit und Nichterfüllbarkeit in diesem Modell, auch hier nicht einfach angenommen werden. Es ist einerseits nie zu befürchten, dass, wenn bspw. $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash \varphi$ oder auch $\mathfrak{I}_{F_1} \vDash \varphi$, eine Unklarheit in Bezug auf den Wahrheitswert von φ resultiert. Gleiches gilt zwar auch für $\mathfrak{I}^c_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \nvDash \varphi$, jedoch eben nicht für $\mathfrak{I}_{F_1} \nvDash \varphi$. Die Vererbung von Wahrheitswerten über die betrachteten Modelle hinweg kann daher eben nicht einfach durch Bestehen bzw. Nichtbestehen der Erfüllungsbeziehung realisiert werden. Es müssen also die Klauseln für die Wahrheitsdefinition in $\mathfrak{I}^c_{F_1}$ *relativ zu* $\mathfrak{I}_{F_1}$ unter direktem Rückgriff auf den Wahrheitswert eines Ausdrucks erzeugt werden, obwohl sich diese Modelle selbst klassisch verhalten.

Es sind erst jetzt alle Bestandteile dafür gegeben, um zeigen zu können, was unter dem Begriff einer Superbewertung für das freie Modell $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$zu verstehen ist. Um die Frage zu beantworten, was die *supervaluations* denn nun im Kern darstellen, ist etwa das folgende Bild hilfreich: Eine Supervaluation bildet die Gemeinsamkeiten klassischer Bewertungen ab, indem sie wahre und falsche Ausdrücke, deren Wahrheitswerte schließlich über Vervollständigungen relativ zu unvollständigen Modellen stabil bleiben, genauso übernimmt wie sie sie vorfindet. Den zuerst undefinierten und dann gemäß den Regeln der Vervollständigung reinterpretierten Ausdrücken, die in manchen Vervollständigungen mit „wahr", in anderen mit „falsch" bewertet werden, ordnet sie dagegen keinen Wahrheitswert zu und sie verbleiben undefiniert. Formal handelt es sich bei der betrachteten Supervaluation um eine Funktion, die Ausdrücke φ der Sprache $L_{\mathrm{F}=}$ an Argumentstelle aufnimmt und ihnen Wahrheitswerte in einer bestimmten Weise zuordnet. Dabei nimmt sie Bezug auf die Menge aller Vervollständigungen von $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ – dieser Aspekt wird später noch eine wichtige Rolle spielen – oder bei mengentheoretischer Charakterisierung: „A supervaluation S over M [dies ist unser $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$] is the set of all completions of M."[118] Eine Supervaluation ist daher eine Funktion s über $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ [in Zeichen: $s(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1})$] zur Berechnung der Wahrheit und Falschheit beliebiger Ausdrücke φ von $L_{\mathrm{F}=}$, so dass nicht für alle φ gilt, dass sie in die Menge der (klassischen) Wahrheitswerte $\mathcal{W} = \{\mathrm{T}, \mathrm{F}\}$ abgebildet werden (sie ist damit also wiederum eine partielle Funktion). Die einzelnen Bestandteile der Funktionsvorschrift von s lauten wie folgt:

a) $s(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(\varphi)) = \mathrm{T} :=$ für alle $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ über $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ gilt $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1} / \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash \varphi$;
b) $s(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(\varphi)) = \mathrm{F} :=$ für alle $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ über $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ gilt $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1} / \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \nvDash \varphi$;
c) $s(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(\varphi)) =$ undefiniert $:=$ nicht für alle $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ über $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ gilt: entweder $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1} / \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash \varphi$ oder $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1} / \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \nvDash \varphi$.

Die resultierenden Bewertungen sind dann genau die zulässigen Bewertungen der Elemente von $A(L_{\mathrm{F}=})$ der Ausdrücke dieser Sprache insofern, als dass nur für diese gilt, dass ihre Wahrheit, Falschheit und Undefiniertheit zustande gekommen ist unter Beachtung aller und nur der faktischen Informationen.

118 Lambert [2001], 269.

Alle sich im unmittelbaren Anschluss an die Wahrheitsdefinition anschickenden Definitionen semantischer Begriffe werden nun meist unter Verwendung der Vorsilbe „super“ bestimmt. Natürlich ist dies dann nicht einfach ein leerer Zusatz, sondern es soll ganz gegenteilig die substanzielle Tatsache reflektiert werden, die die Besonderheit dieser Semantik darstellt: Die Bewertung ihrer wohlgeformten Ausdrücke erfolgt mit Rücksicht auf *Möglichkeiten* der Interpretation einiger ihrer sprachlichen Elemente, d.h. *über* mehrere Modelle hinweg wird aus Sicht der Erstbewertung in $\mathfrak{I}_{F_1}$ reinterpretiert und eben unter Bezugnahme auf die Gesamtheit der so entstehenden Modelle der Wahrheitswertstatus eines Ausdrucks bestimmt. Für die im Ergebnis positive freie Logik $\mathrm{PFL2}^{=}$ gilt das Bivalenzprinzip natürlich nicht mehr uneingeschränkt, da Wahrheitswertlücken zugelassen werden. Positive Resultate für Untersuchungen zu Fragen der Korrektheit und Vollständigkeit wurden für eine solche Logik mit undefiniertem Grundsymbol $E!$ und also ohne Identität vorgelegt 1980 in der ersten Edition von Bencivenga/Lambert/van Fraassen [1991].[119]

[119] Bencivenga/Lambert/van Fraassen [1991], 157 ff.

5. Probleme für freie Logiken und van Fraassens Technik

5.1 Allgemeine Einwände gegen die Familie freier Logiken

Schließlich sollte zumindest in kompakter Form eingegangen werden auf die generischen Anomalien vom Standpunkt der klassischen Logik bezüglich der meisten bzw. fallbedingt sogar aller freien Logiken. Es betrifft dies im Wesentlichen drei Problemfelder, in denen im Einzelnen Schwierigkeiten im Zusammenhang mit der Behandlung atomarer Sätze bestehend aus denotationslosen Termen und undefinierten nichtlogischen Zeichen (n-stellige Relationen) entstehen. Des Weiteren ist das Substitutionsversagen offener Formeln zu beklagen, sowie letztlich der Umstand, dass die Unausdrückbarkeit von Existenzbedingungen unangenehme Konsequenzen mit sich bringt.[120]

Im ersten wie im zweiten Problemfall geht es um Schwierigkeiten, die entstehen, wenn extensionsgleiche Ausdrücke bzw. Teilausdrücke in Ausdrücken durch andere ersetzt werden. Für den Fall einer negativen oder neutralen freien Logik kann beobachtet werden, dass Ersetzungsinstanzen gültiger Ausdrücke nach der Durchführung bestimmter Ersetzungen zu ungültigen Ausdrücken werden. In der klassischen Logik ist dies niemals der Fall.

Betroffen sind nun genau Ersetzungen von undefinierten nichtlogischen Zeichen durch möglicherweise komplexe Ausdrücke, die demselben syntaktischen und semantischen Typ angehören. Dabei sollen an allen Stellen ihres Auftauchens in Ausdrücken n-stellige Relationsausdrücke durch offene Formeln mit n Variablen einerseits und andererseits Individuenkonstanten durch singuläre Terme ersetzt werden. Genauer sollen Ersetzungen in nachfolgender Weise ermöglicht werden: Ein undefiniertes n-stelliges Relationssymbol R mit unmittelbar folgenden singulären Termen $t_1, \dots, t_n$, welche in einem (wohlgeformten) Ausdruck ψ vorkommen, kann ersetzt werden durch einen offenen Ausdruck φ, der die freien Variablen $x_1, \dots, x_n$ enthält, wenn $Rt_1, \dots, t_n$ in ψ ersetzt wird durch $\psi\frac{t}{x}$. Es ist $\psi\frac{t}{x}$ der Ausdruck, der entsteht, wenn in ψ x_i durch t_i ersetzt wird für alle i mit $1 \leq i \leq n$.

[120] Vgl. Nolt [2011], 19 f.

Nolt [2011] diskutiert das Beispiel, in dem für R das einstellige undefinierte Prädikat P betrachtet wird. In dem Beispielausdruck $Pt \rightarrow E!t$ kann nun gemäß der obigen Anleitung P ersetzt werden durch den Ausdruck $\neg P$ mit dem Ergebnis: $\neg Pt \rightarrow E!t$. Doch während sowohl in einer negativen wie auch in einer positiven freien Logik der Ausdruck $Pt \rightarrow E!t$ gültig ist auch dann, wenn es sich bei t um einen denotationslosen Term handeln sollte, gilt dies in beiden Logiken nicht mehr nach so erfolgter Ersetzung.

Der Ausdruck $\neg Pt \rightarrow E!t$ ist weder in der negativen noch in der positiven freien Logik gültig. Der Grund dafür ist, dass bei negativer Deutung der Semantik in Übereinstimmung mit der Konvention alle atomaren Ausdrücke, die mindestens einen leeren singulären Term enthalten, als falsch zu bewerten sind. Der vorliegende Konditionalausdruck kann dann nur wahr werden, nach Ersetzung allerdings nur falsch werden.

Zwar verbleiben atomare Ausdrücke, die denotationslose Terme enthalten, in der neutralen Semantik wahrheitswertlos, jedoch trifft dies, wie wir gesehen haben, ebenfalls per Konvention nicht auf atomare Ausdrücke zu, die von der Form $E!t$ sind. Es ist dann das Sukzedenz des Konditionals stets wahr, wodurch der Ausdruck insgesamt nie falsch (und deswegen also wahr) wird, solange in dieser Semantik der Sinn der materialen Implikation in der Weise klassisch interpretiert wird, so dass der Konditionalausdruck wahr wird genau dann, wenn das Sukzedenz wahr ist.[121]

Für negative freie Logiken wird darüber hinaus das zugrunde gelegte Prinzip zur Bewertung atomarer Aussagen auch in besonderer Weise zur Quelle wenig intuitiver Ergebnisse in Bezug darauf, ob eine Relation als definiert oder undefiniert in die verwendete Sprache eingeführt werden kann oder nicht. Wenn nämlich alle solchen atomaren Ausdrücke, in denen leere Namen vorkommen, mit „falsch“ bewertet werden, hängt die Wahrheit oder Falschheit atomarer Ausdrücke, in denen Relationssymbole vorkommen, die definiert werden können, in irritierender Weise davon ab, welche Relationssymbole als undefiniert für diese Logik angenommen werden. Auf diesen Zusammenhang weist Nolt [2011] mit dem folgenden Beispiel hin:

[121] In einer Logik, die nicht das Bivalenzprinzip anerkennt, ist die Erwähnung dieser Zusatzbedingung angebracht, weil nicht von vornherein klar sein kann, dass der Sinn der logischen Konnektive trotz dieser Abweichung von der klassischen Logik unverändert bleibt.

> Consider, for example, a negative free logic interpreted over a domain of people that takes as primitive the one-place predicate „A“, meaning „is an adult“, and defines „is a minor“ by this schema: $Mt =_{df} \neg At$. For any non-denoting name t, At is false in this theory; hence Mt is true.[122]

Für die Bewertung von Sätzen sollte die Frage, welche Relationssymbole als undefinierte Elemente in die Sprache aufgenommen werden und welche durch sie erst definiert werden, an sich keine Rolle spielen dürfen. Genau dies gilt für eine negative freie Logik dann allerdings eben nicht mehr, weil das für diese Art freier Logiken charakteristische Prinzip für die Bewertung von Ausdrücken mit denotationslosen Termen hier in unnatürlicher Weise mit der Funktionsweise der Negation in Bezug auf die Wahrheitswerte von Sätzen interferiert.

Würde man mit Nolt anstatt A das einstellige Relationssymbol M als undefiniert annehmen und entsprechend definieren, dass $At =_{df} \neg Mt$, würden genau umgekehrte Wahrheitswerte für die Sätze At, Mt resultieren. Es ist dann in einer negativen freien Logik offensichtlich der Fall, dass die Wahl der Elemente für die Menge der undefinierten Relationszeichen sich relativ zu den definierten Relationssymbolen in direkter Weise auswirkt auf die Wahrheitswerte von Ausdrücken. Allerdings ist überhaupt nicht klar, warum dieser Umstand einleuchten sollte, und es ist eher anzunehmen, dass es sich hierbei um ein vollends unerwünschtes Ergebnis handelt, das als problematisch einzuordnen ist.

In der positiven freien Logik sind solche Schwierigkeiten nicht zu befürchten, allerdings stellt sich ein anderes Begründungsproblem, das eine philosophische Relevanz hat. Solange in der Logik das Bivalenzprinzip respektiert wird, müssen Ausdrücke, in denen nicht-denotierende Terme vorkommen, nach wie vor nach einem plausibel zu machenden Prinzip bewertet werden. Genau dies scheint hier allerdings zum Problem zu werden, weil Alternativen zu irgendeinem gegebenen Weg, eine solche Bewertung von Ausdrücken durchzuführen, nicht einsichtig gegenüber irgendwelchen beliebigen anderen auszuzeichnen sind. Es muss von daher schwerfallen, die Wahl eines Favoriten entsprechend zu rechtfertigen.

[122] Nolt [2011], 20.

Betrachtet man mit Nolt [2011] folgende Termgleichungen (mit dem Bruchstrich als Symbol für den arithmetischen Divisionsoperator, $>$ als Zeichen für die Relation „ist größer als“ und $\leq$ als Zeichen für die Relation „ist kleiner oder gleich“), so kann dies – freilich vor dem Hintergrund der Annahme elementarer arithmetischer Gesetzmäßigkeiten und der Interpretation der singulären Terme über die Menge der natürlichen Zahlen – gut veranschaulicht werden, wenn man die folgenden Beziehungen zwischen Termen betrachtet:

(a) $\frac{1}{0} = \frac{1}{0}$;

(b) $\frac{1}{0} > \frac{1}{0}$;

(c) $\frac{1}{0} \leq \frac{1}{0}$.

Da (a) der Form $t = t$ entspricht und jede positive freie Logik Ausdrücke von dieser Form mit „wahr“ bewertet unbeachtet dessen, ob der Ausdruck denotationslose Terme enthält oder nicht, ist (a) wahr. Es stellt sich nun das Problem, wie ein Prinzip der Bewertung atomarer Aussagen für (b) und (c) in dieser Logik inhaltlich nachvollziehbar angewendet werden könnte.

Hier beginnen dann auch die Schwierigkeiten für eine Begründung, denn, wenn (a) wahr sein soll, dann liegt dies klar an der ausgezeichneten Rolle, die der prädikative Teil des Satzes ausdrückt. Dieser ist die besondere Relation der Gleichheit für Gegenstände, die durch das Gleichheitszeichen ausgedrückt wird und in der die involvierten Terme, unabhängig davon, ob sie abstrakte, fiktive oder anderweitig exotische Gegenstände bezeichnen, *in jedem Fall* zu sich selbst stehen können sollen. Dies ist die unterliegende philosophische Überzeugung und deswegen auch angenommene Konvention innerhalb einer positiven freien Logik.

Die Strategie sollte also die sein, dass, in Ermangelung von Fakten als etwas, das zumindest einen Bezug zur *aktualen* Welt voraussetzt, auf die man sich dann gerade wegen der involvierten denotationslosen Terme nicht berufen kann, eine Konvention zur Bewertung solcher atomarer Sätze gefunden wird. Für Satz (c) sieht es so aus, dass die durch $\leq$ ausgedrückte ordnende Relation insgesamt schwächer ist als die der Gleichheit genau in der Hinsicht, dass für die Objekte, für die die in die freien Argumentstellen einzusetzenden Terme t stehen, gelten muss, dass sie *entweder* $t = t$ *oder* $t < t$ erfüllen. Es kann dann argumentiert werden, dass, wenn Sätze der Form $t = t$ mit „wahr“ bewertet werden, dies deswegen auch für Sätze der Form $t \leq t$ gelten sollte.

Nur fragt sich bei einem zweiten Blick, worauf diese Argumentation angesichts der durch die leeren Namen eingebrachten nicht realen Gegenstände eigentlich basiert. Denn klar ist bisher nur, dass die Gültigkeit von bestimmten (vielleicht den und nur den) Theoremen der prädikatenlogischen Identitätstheorie auch für eine solche Logik (und die entsprechenden abstrakten oder fiktiven Gegenstände) antizipiert oder eher intendiert wird. Dies stellt für sich genommen bereits eine Kuriosität dar, die es entsprechend zu begründen gilt. Wenn man für andere Relationen analog und mit Rekurs auf genau die Begründungen verfahren würde, die man für den klassischen Fall und die realen Gegenstände heranziehen würde, nivellierte (oder negierte) man dann nicht möglicherweise den ontologischen Unterschied um dessentwillen man eine freie Logik überhaupt erst in Betracht gezogen hat?

Wenn Wahrheit und Falschheit für atomare Aussagen in einer positiven freien Logik genau aus den Gründen zu- bzw. abgesprochen werden würde, wie sie für eine klassische Prädikatenlogik angeführt würden, wäre diese Praxis in der Tat merkwürdig, weil wir dann offenbar doch nicht bereit wären, den ansonsten als bedeutend wahrgenommenen Unterschied in der Qualität realer und nicht realer Gegenstände ernst zu nehmen. Andererseits kann es auch nicht darum gehen, *das*, sozusagen das in irgendeiner Weise material adäquate, Kriterium für die Bewertung zu finden. Dies ergibt sich einfach daraus, dass in den zu betrachtenden Fällen Terme involviert sind, mit denen in der aktualen Welt keinerlei Gegenstände verbunden sind: Den Fakten formal-semantischer Erwägungen geht ja aber eben doch das wesentliche Merkmal empirischer Erfahrbarkeit ab. Das heißt, dass es nicht wie im klassischen Fall um eine Korrespondenz mit *wirklichen Fakten* in der Welt gehen kann, deren formale Entsprechung gegeben sind durch das korrespondierende negativ-freie Modell, in dem die Erstbewertung vorgenommen wird.[123]

[123] Durch die Unterscheidung von aktualen bzw. möglichen Welten, repräsentiert durch die entsprechenden Modelle, bekommt dann die Rede von *wirklichen Fakten* im vorliegenden Fall auch einen unverdächtigen und sogar präzisen Sinn.

Die zweite dieser angekündigten Anomalien betrifft den Umstand, dass – anders als es in der klassischen Logik der Fall ist – das sogenannte Substitutionstheorem seine Gültigkeit für nahezu alle freien Logiken mit Gleichheit verliert. Das Substitutions- oder auch Ersetzungstheorem besagt in seiner syntaktischen Fassung und in formaler Darstellung: Wenn $\vdash \psi_i \leftrightarrow \psi_i'$ für $i = 1, \dots, n$ und die Formel φ' aus φ entsteht, indem in φ einige (oder alle) Teilformeln der Form ψ_i durch ψ_i' ersetzt werden, so $\vdash \varphi_i \leftrightarrow \varphi_i'$. D.h. ersetzt man innerhalb einer Formel φ eine Teilformel durch eine zu dieser äquivalenten, so erhält man wiederum eine zu φ äquivalente Formel, wobei die erwähnte Teilformel nicht an allen Stellen ihres Vorkommens ersetzt werden muss. John Nolt diskutiert dazu erhellend das nachfolgende Beispiel hinsichtlich der freien Logiken:

> Consider, for example, the formula $t = t$, where t is empty, which is an instance of the open formula $x = x$. Now $x = x$ is coextensive with both $(x = x \,\&\, E!x)$ and $(E!x \rightarrow x = x)$, since all three formulas are satisfied by all members of D. Hence if co-extensive open formulas could be exchanged *salva veritate*, $(t = t \,\&\, E!t)$ and $(E!t \rightarrow t = t)$ would have the same truth value as $t = t$. But on nearly all free logics this is not the case. Positive free logic and the supervaluations […] make $t = t$ true and $(t = t \,\&\, E!t)$ false; negative free logic makes $t = t$ false and $(E!t \rightarrow t = t)$ true; and any ordinary neutral free logic whose conditionals are true whenever their antecedents are false makes $t = t$ truth-valueless and $(E!t \rightarrow t = t)$ true.[124]

Das Versagen der Ersetzbarkeit unter Beibehaltung oder Erhaltung des Wahrheitswertes, das Versagen der sogenannten Substitution *salva veritate*, zeigt sich daran, dass bei der Erzeugung von Ersetzungsinstanzen gültiger Formeln ungültige Formeln entstehen können. Der Grund hierfür ist direkt im Verstoß gegen eines der beiden folgenden Prinzipien zu sehen, nämlich dass a) die Extension beliebig komplexer syntaktisch wohlgeformter Ausdrücke letztlich als eine Funktion vorgestellt werden kann von der Extension aller ihrer syntaktischen Bestandteile; und b) dass die Extension eines Satzes sein Wahrheitswert ist.

In beiden Fällen handelt es sich um elementare Ansichten, die in der klassischen mathematischen Logik seit ihrer modernen Darlegung durch Gottlob Frege vertreten werden. Gleichwohl sind beide in Bezug auf die natürliche Sprache gerade wegen der Probleme, die sie dort für die logische Handhabung charakteristischer natürlichsprachlicher Phänomene aufwerfen, immer wieder in Frage gestellt worden.

[124] Ebd. [Hervorhebungen im Original].

Im diskutierten Beispiel von Nolt ist eine Absage an mindestens eines dieser klassischen Diktate dann auch zwingend der Fall. Jedoch bemerken wir dies gewissermaßen erst im Nachhinein und es stellt eine Überraschung dar, weil die Aufgabe eines dieser Prinzipien zumindest nicht erklärtes Ziel bei der Konzeption dieser Logiken war. Eine uneingeschränkte Substituierbarkeit *salva veritate* liegt dort dann nicht mehr vor und dies rührt daher, dass es sich nicht mehr um eine rein extensionale Logik handelt. Eine Logik ist genau dann extensional, wenn der Wahrheitswert von Sätzen ihrer Sprache erhalten bleibt bei Ersetzung von syntaktischen Bestandteilen durch koextensive andere von gleichem syntaktischen Typ (bspw. singuläre Terme durch singuläre Terme, n-stellige Prädikate durch entsprechend n-stellige Prädikate) innerhalb dieser Sätze an manchen oder allen Stellen ihres Auftauchens, bzw. wenn koextensive Sätze als Ganzes in (komplexeren) Ausdrücken analog ersetzt werden können.

Die Ungültigkeit der Regel der Universalinstanziierung in der *free logic* führt direkt dazu, dass das Prinzip zur Ersetzung koextensiver Prädikate, das für den klassischen Fall gilt, ebenfalls seine Gültigkeit verliert. So gilt für n-stellige Prädikationen über n Variablen nicht mehr, dass, falls diese extensionsgleich sind, nach Termersetzungen von Variablen durch Variablen, die in ihnen durchgeführt werden, ihre Extensionen insgesamt gleich bleiben werden. D.h. es gilt *nicht* mehr uneingeschränkt für die *offenen* Formeln φ, ψ, in denen x ungebunden vorkommt: $\forall x. \varphi \leftrightarrow \psi \ \rightarrow \varphi \frac{t}{x} \leftrightarrow \psi \frac{t}{x}$.[125]
Intensionale Logiken entstehen, resümiert Lambert in seinem [2001], offensichtlich also auch dann, wenn nicht die üblichen Verdächtigen in Form modaler Satzoperatoren wie „es ist möglich, dass" oder „glaubt, dass" zur Sprache der Logik hinzugefügt werden. Extensionalitätsprinzipien im klassischen Sinn müssen schon dann aufgegebenen werden, wenn singuläre Terme der Sprache semantisch so gedeutet werden, dass ihre ontologische Verpflichtung in der Weise liberalisiert wird, wie es in der freien Logik der Fall ist.[126]

Eine alternative Sicht, wie sie Leeb in seinem [2006] präsentiert, wo eine positive freie Logik diskutiert wird, die das Prinzip aufgibt, nach dem die Extension

[125] Vgl. Lambert [1974].
[126] Vgl. Lambert [2001].

eines Satzes sein Wahrheitswert sei, identifiziert mit diesem stattdessen abstrakte Sachverhalte (*abstract states of affairs*).[127] Es kann so zumindest eine (insgesamt schwächere) Version der Ersetzung *salva veritate* aufrechterhalten werden. Dies kann allerdings nur gelingen, wenn man darauf verzichtet, die für diesen Zusammenhang eines alternativen Ersetzbarkeitsprinzips ersatzweise konstruierte neue Eigenschaft der Kokomprehensivität auch innerhalb dieser Sprache ausdrücken zu können. Oder aber es gelingt, den Mangel an Ausdrucksstärke durch Anreicherung der expressiven Möglichkeiten der Sprache zu beseitigen, allerdings nur auf Kosten einer noch deutlicheren Entfernung vom Theorembestand der klassischen Logik.[128]

Verwandt genau in direkt vorangehend präsentierter Hinsicht ist letztlich das dritte Problemfeld, das sich für freie Logiken allgemein stellt. In allen diesen Logiken – mit Ausnahme der Logik in Leeb [2006] – werden die Quantoren klassisch gedeutet dahingehend, wie ihre „Reichweite", also die Art wie Objekte aus dem Träger mit ihnen verknüpft zu denken sind, zu verstehen ist, und auch in der Hinsicht, um welche Gegenstände es sich dabei bezüglich der intendierten Ontologie handelt. Es entstehen jedoch trotzdem gewisse Lücken für die Ausdrucksstärke der Logik in besonders überraschenden Fällen.

Die Interpretation des Allquantors wird stets begrenzt auf den Bereich der aktualen Welt, d.h. den Träger, der die Zusammenfassung der eigentlich existierenden Dinge repräsentiert. Dasselbe gilt natürlich auch für einen existenzquantifizierten Ausdruck, für den die Elemente dieses Trägers insgesamt alle Möglichkeiten darstellen, überhaupt erfüllt zu werden. All dies hat die unangenehme Konsequenz, dass die Formulierung hinreichender Bedingungen für die Existenz eines Gegenstandes in der freien Logik allgemein nicht gelingen kann.

Alle Instanzen des Schemas $\forall x.\varphi \rightarrow E!\,x$ sind nicht nur wahr, sondern immer wahr, genau deswegen, weil die Quantoren genauso interpretiert werden: Jede beliebige Deutung des Teils des allquantifizierten Ausdrucks führt zur Wahrheit desjenigen, der existenzquantifiziert wird – ein Ausdruck dieser Form ist eine Tautologie der freien Logik. Ein Problem liegt nun vor, wenn mittels Deduktion

[127] Leeb [2006].
[128] Vgl. ebd. für den Begriff der Kokomprehensivität; vgl. Nolt [2011], 35 f. für einen Überblick über die Strategie auf Basis der nicht-standard Quantoren.

– bei gegeben wahrer partikulär erfüllter Antezedenzinstanz in der Prämissenmenge – auf ein konkretes Individuum aus dem Sukzedenz dieses Ausdrucks geschlossen werden soll, weil dann einfach kein gültiger Schluss mehr vorliegt. In Zeichen entspricht dies dem ungültigen Schema: $\phi a, \forall x. \phi x \rightarrow E!\, x \vdash E!\, a$. Die Frage, warum es sich hierbei um kein gültiges Schema mehr handelt, ist schnell beantwortet: Dies liegt daran, dass in der Ableitung des in Frage stehenden Ausdrucks nicht Gebrauch gemacht werden kann von der Regel der beschränkten Universalinstantiierung (bB∀), weil die Bedingungen zur Benutzung der Regel nicht erfüllt sind. Wichtig ist, genau zu verstehen, warum der Schluss ungültig ist: Für eine Beseitigung des Allquantors in der Prämisse $\forall x. \phi x \rightarrow E!\, x$ durch die Regel der beschränkten Universalinstanziierung ist es unumgänglich, dass bei der Festlegung des Individuums a für die Spezifizierung sichergestellt ist, dass gilt: $\exists x. x = a$. Genau das kann allerdings nicht erbracht werden und dabei hilft es leider gar nicht, dass zusätzlich vorliegt, dass gilt: ϕa. Denn auch aus ϕa kann nicht abgeleitet werden, dass gilt: $\exists x. x = a$. Eine Möglichkeit des Auswegs aus dieser unerfreulichen Lage kann auch hier darin bestehen, dass sprachliche Mittel bereitgestellt werden, um über Gegenstände direkt sprechen zu können, die sich in einem anderen als dem Träger für die aktuale Welt befinden.[129]

5.2 Kritische Einwände gegen van Fraassens Theorie der Superbewertungen

Van Fraassen ging es insbesondere in seinem [1968] in erster Hinsicht um eine Formalisierung der semantisch verstandenen Präsuppositionsbeziehung, wie er sie bei Strawson vorgefunden hat, für bestimmte Zwecke.[130] Angestrebt wurde eine Lösung, mit der man diese Relation auch als eigenständige Folgerungsbeziehung in einem System der Logik etablieren konnte.

[129] Vgl. ebd.
[130] Van Fraassen [1968].

Wie im Kapitel zu Strawson dargelegt, kann die Relation der Präsupposition, wenn man diese semantisch deutet, so verstanden werden, dass ein Satz p einen Satz q präsupponiert genau dann, wenn p nur dann entweder wahr oder falsch ist, wenn q wahr ist. Im Einzelnen lassen sich daraus zwei Bedingungen für das Bestehen der Präsuppositionsbeziehung zwischen Sätzen extrahieren. Bei angenommener klassischer Deutung der Negation ist das Negat einer Aussage p genau dann wahr, wenn p falsch ist. Es präsupponiert danach p die Aussage q genau dann, wenn

a) falls p wahr ist, so ist q wahr;
b) falls $\neg p$ wahr ist, so ist q wahr.

Im Unterschied zur Beziehung der logischen Folgerung verfügt jedoch die Präsuppositionsrelation über einige Eigenschaften, die ersterer Relation nicht zukommen. Bekanntlich gelten für die klassische Folgerungsbeziehung die zentralen Regeln Modus ponens (MP) und Modus tollens (MT):

(MP) $\varphi \to \psi, \varphi \vdash \psi;$

(MT) $\varphi \to \psi, \neg\psi \vdash \neg\varphi.$

Zwar behält (MP) auch für die Präsuppositionsbeziehung seine Gültigkeit, nicht jedoch (MT).[131] Es gilt andererseits für die klassische Beziehung der Folgerung nicht, dass, wenn $\varphi \to \psi$ und $\neg\varphi$, so ψ, jedoch gilt genau dies für die Präsuppositionsbeziehung. Durch Verwendung einer rein semantischen Beziehung, die van Fraassen *necessitation* (Erforderung) genannt hat, soll ausgedrückt werden, worin die Gemeinsamkeiten zwischen der Folgerungsbeziehung einerseits und der Präsuppositionsbeziehung andererseits bestehen. Er definiert die Relation der *necessitation* N zwischen Sätzen p, q [in Zeichen: $N(p, q)$] folgendermaßen:

[131] Und genau das ist auch für eine so verstandene Präsuppositionsbeziehung wünschenswert, weil ansonsten bei Gültigkeit von (MT) die und nur die klassischen Tautologien präsupponiert werden können und darüber hinaus nichts. Vgl. Gazdar [1979], 90 f. Daraus ergibt sich dann auch unmittelbar, dass die Kontraposition nicht mehr gültig ist, d.h. dass für beliebige Sätze p und q nicht mehr gilt, dass es sich bei den folgenden Ausdrücken

(K1) $\varphi \to \psi \vdash \neg\psi \to \neg\varphi$
(K2) $\varphi \to \neg\psi \vdash \psi \to \neg\varphi$
(K3) $\neg\varphi \to \psi \vdash \neg\psi \to \varphi$
(K4) $\neg\varphi \to \neg\psi \vdash \psi \to \varphi$

um die vier logisch gültigen Schemata der Kontraposition handelt.

Es ist $N(p, q)$ genau dann, wenn gilt, falls p wahr ist, so ist q wahr. Daher besteht die Präsuppositionsrelation zwischen p und q wie intendiert genau dann, wenn a) $N(p, q)$ bzw. b) $N(\neg p, q)$.

Ziel ist es nun innerhalb der aussagenlogischen Sprache L_P Präsuppositionen und insbesondere Präsuppositionsversagen durch eine geeignete Semantik, nämlich die des Supervaluationismus, sichtbar zu machen, so dass die korrespondierenden Phänomene in dieser Sprache auch ausdrückbar sind.[132]

Der Aufbau der Semantik findet sogleich unter Verwendung der eingeführten Erforderungsrelation statt, mit deren Hilfe diejenigen Fälle abgedeckt werden sollen, die nicht mehr Instanzen der klassischen Folgerungsbeziehung sind. In der Semantik existieren neben Sätzen, die mit einem der klassischen Wahrheitswerte „wahr", „falsch" versorgt wurden, sodann auch Sätze, die wegen nicht erfüllten Präsuppositionen undefiniert sind und daher keinen dieser Wahrheitswerte zugewiesen bekommen.

Van Fraassen bestimmt eine klassische Bewertung $\mathscr{v}$ für die Sprache L_P als Funktion, in der für beliebige Sätze p, q dieser Sprache gilt:

a) $\mathscr{v}(p) = \mathrm{T}$ oder $\mathscr{v}(p) = \mathrm{F}$;
b) $\mathscr{v}(\neg p) = \mathrm{F}$ genau dann, wenn $\mathscr{v}(p) = \mathrm{T}$;
c) $\mathscr{v}(p \vee q) = \mathrm{F}$ genau dann, wenn $\mathscr{v}(p) = \mathscr{v}(q) = \mathrm{F}$.

Bei einer vollständigen Bewertung aller Sätze der Sprache L_P entstehen nun genau drei Mengen von Sätzen. In der Menge G werden diejenigen Sätze zusammengefasst, die wahr sind – Sätze also, für die es per Definition kein Präsuppositionsversagen gibt – und für die daher die nachfolgenden Bedingungen gelten:

a) es existiert eine klassische Bewertung, die alle Elemente von G erfüllt;
b) falls jede klassische Bewertung, die alle Elemente von G erfüllt, auch q erfüllt, so gilt für q: $q \in G$;
c) falls $N(p, q)$ und $p \in G$, dann $q \in G$.

[132] Dabei enthalte L_P die aussagenlogischen Konnektive $\neg$ als Zeichen für die klassische Negation und $\vee$ als Zeichen für die klassische Disjunktion. Andere Konnektive werden bei Bedarf in herkömmlicher Weise kontextuell definiert. Vgl. van Fraassen [1968], 140.

Im Einzelnen heiße eine Menge von Sätzen, für die die unmittelbar vorangehend dargelegte Eigenschaft unter a) zutrifft „klassisch erfüllbar" (*classically-satisfiable*) und „erforderungsgesättigt" (*necessitation saturated*), falls b) und c) zusammen zutreffen.

Es ist dann eine Menge von Sätzen, die in einer aktualen Situation (*actual situation*) – van Fraassens Formulierung für das aussagenlogische Pendant zur realen Welt für die Prädikatenlogik – wahr ist, zugleich klassisch erfüllbar und gesättigt hinsichtlich der Erforderungsrelation.[133] Dem zur Seite stellt van Fraassen die zulässigen Bewertungen (*admissible valuations*), die mögliche Situationen (*possible situations*) abbilden sollen. Wenn es eine nichtleere Menge G von Sätzen von L_P gibt, dann ist eine zulässige Bewertung $\mathscr{s}$ für diese Sprache eine Funktion, in der für beliebige Sätze p dieser Sprache gilt:

a) wenn $p \in G$, dann ist $\mathscr{s}(p) = \mathrm{T}$;
b) wenn $\neg p \in G$, dann ist $\mathscr{s}(p) = \mathrm{F}$;
c) andernfalls ist $\mathscr{s}$ an der Stelle $\mathscr{s}(p)$ undefiniert.

Eine *supervaluation* induziert durch G liegt nun genau dann vor, wenn diese Funktion

a) für p „wahr" ausgibt, wenn alle klassischen Bewertungen, die G erfüllen, für p „wahr" ausgeben;
b) für p „falsch" ausgibt, wenn alle klassischen Bewertungen, die G erfüllen, für p „falsch" ausgeben;
c) für p undefiniert ist in allen anderen Fällen.

Das Ergebnis ist, dass das Bivalenzprinzip für diese Logik offensichtlich aufgegeben werden muss, da es Aussagen gibt, die weder wahr noch falsch sind. Allerdings behält LEM seine Gültigkeit, da für jede Ersetzungsinstanz von LEM gilt, dass ihr in allen zulässigen Bewertungen „wahr" zugeordnet wird und sie genau deswegen durch die Superbewertung ebenfalls wahr wird.

Van Fraassens Vorschlag zur Behandlung des semantisch verstandenen Präsuppositionsphänomens darf als technisch durchaus erfolgreich, aber intuitiv als

[133] Ebd., 141.

weniger überzeugend betrachtet werden. In ihrem [1990] tragen Kreiser, Gottwald und Stelzner hierfür einige Argumente zusammen.[134] Zum einen darf angezweifelt werden, dass van Fraassens Ansatz durchweg für eine semantische Theorie des Präsuppositionsphänomens in der natürlichen Sprache zu befriedigenden Ergebnissen führt, wenn es sich bspw. bei den folgenden Aussagen um formal gültige Sätze (formuliert in der Metatheorie dieser Sprache) handelt:

(1) Wenn p sich selbst präsupponiert, dann ist p niemals falsch.
(2) Wenn p $\neg p$ präsupponiert, dann ist p niemals wahr.
(3) Wenn p einen Widerspruch präsupponiert, dann ist p immer weder wahr noch falsch.
(4) Wenn p eine gültige Aussage präsupponiert, dann ist p ebenfalls gültig.[135]

Es sollte transparent sein, dass sich in diesem System auch ohne konkrete Exemplifizierungen für (1) bis (4) zu bemühen, erheblich kontraintuitive bis hin zu schlechthin absurden Aussagen gewinnen lassen. George Gazdar diskutiert passend dazu in seinem [1979] zahlreiche Beispiele auch für andere semantische Theorien neben der van Fraassens, in denen die Präsuppositionsbeziehung semantisch verstanden wird, und wo solche kaum zu tolerierenden Ergebnisse folgen.[136]

Es existieren allerdings auch Einwände technischerer Art von Karttunen und Kutschera. In Karttunen [1973] zeigt der Autor, dass van Fraassens Semantik bei einer quasi-dreiwertigen Deutung mit der (echt) dreiwertigen Logik von Łukasiewicz viele Gemeinsamkeiten hat und wesentliche Unzulänglichkeiten, die diese hinsichtlich einer Semantik für die Präsuppositionsbeziehung in der natürlichen Sprache aufweist, erbt. So ist es eine wesentliche Schwäche beider Systeme, dass in komplexen Sätzen relativ zum Hauptjunktor Präsuppositionen von atomaren Sätzen anerkannt bzw. nicht anerkannt werden in Abhängigkeit von dem Wahrheitswert der anderen involvierten Sätze in diesem komplexen Verbund. Präsuppositionen können und werden dann ignoriert für den Fall, dass

[134] Kreiser/Gottwald/Stelzner [1990], 374.
[135] Ebd., 374 f.
[136] Vgl. Gazdar [1979], 91-103.

durch andere Faktoren als den atomaren Satz, für den klar ein Präsuppositionsversagen vorliegt, der komplexe Verband klassisch wahrheitswertbestimmt entweder wahr oder falsch wird. Dies genau heißt allerdings, dass für den komplexen Satz überhaupt kein Präsuppositionsversagen mehr vorliegen kann. Für die Formalisierung oder Teilformalisierung einer natürlichen Sprache ist dies dann klar keine zufriedenstellende Situation, da solche Zusammenhänge dort eher als semantische Relationen gerade zwischen den involvierten Sätzen begriffen werden.[137]

Hinsichtlich des Zustandekommens unvollständig definierter Funktionen innerhalb von van Fraassens Semantik, gibt es in Kutschera [1976] den Hinweis darauf – dies trifft nun supervaluationistische Semantiken wieder insgesamt –, dass dies zu unüberwindbaren Schwierigkeiten bei der Realisierung höherstufiger Prädikationen in dieser Semantik führen wird. Partiell definierte Funktionen können nicht als Argumente für Funktionen höherer Stufe herhalten. Die technische Umsetzung der Semantik begrenzt hier also in prinzipieller Hinsicht die Möglichkeiten der Erweiterbarkeit der Sprache und damit zugleich den Spielraum für die Vermehrung der Ausdrucksstärke insgesamt.[138]

Schwerwiegender noch als die angeführten Einwände dürfte vom formalen Standpunkt aus das Ergebnis von Peter Woodruffs Untersuchung in seinem Artikel *On Supervaluations in Free Logic* wiegen.[139] Dieser hat gezeigt, dass die supervaluationistische Prädikatenlogik insgesamt viele Gemeinsamkeiten mit der Prädikatenlogik der zweiten Stufe hat. So fehlt der supervaluationistischen Ableitbarkeitsrelation auch die wichtige Eigenschaft der Kompaktheit. Eine Logik ist kompakt genau dann, wenn es eine Prämissenmenge X und eine Konklusion φ gibt, so dass, wenn $X \vDash \varphi$, dann existiert auch eine endliche Teilmenge X^* von X, so dass $X^* \vDash \varphi$.

Es ist diese formale Eigenschaft einer Logik, die neben zahlreichen anderen Anwendungsmöglichkeiten die beruhigende (nicht nur) philosophische Konsequenz mit sich bringt, dass in formalen Beweisen, in denen Bezug genommen wird auf eine unendliche Prämissenmenge, stets auch eine endliche Teilmenge dieser Menge bereits für den Beweis hinreichend gewesen wäre. Mit anderen

[137] Vgl. Karttunen [1973], 186 f.
[138] Kutschera [1976], 141.
[139] Woodruff [1984].

Worten: Wenn eine Aussage aus unendlich vielen Annahmen ableitbar ist, so bedeutet dies für den korrespondierenden Beweis, dass wir uns darauf verlassen können, dass lediglich von endlich vielen dieser Annahmen im Verlauf desselben Gebrauch gemacht worden ist. Auch ist in umgekehrter Richtung die Vermutung gerechtfertigt, dass sozusagen die Schuld dafür, dass eine unendliche Satzmenge unerfüllbar ist, schon in der Unerfüllbarkeit einer endlichen Teilmenge ihrer Elemente gefunden werden kann. Es geht hier allgemein gesprochen um die beweisbare Übertragbarkeit von Eigenschaften (in beide Richtungen) von endlichen auf unendliche Mengen – und auf genau diese Brücke kann nun in der supervaluationistischen Logik nicht mehr zurückgegriffen werden.

Des Weiteren hat Woodruff [1984] neben der negativen Antwort auf die Frage nach der Kompaktheitseigenschaft für diese Logik auch eine weitere wichtige Erkenntnis mitteilen können. Vor dem Hintergrund, dass die supervaluationistische Prädikatenlogik van Fraassens lediglich die formale Eigenschaft der sogenannten schwachen Vollständigkeit im Gegensatz zur starken Vollständigkeit vorweisen konnte, stellte sich nämlich parallel zur Frage nach der Kompaktheit auch das Problem der Möglichkeit einer (finiten) Axiomatisierbarkeit.[140] Unter der starken Vollständigkeit eines formalen Systems wird verstanden, dass, wenn φ ein Ausdruck der Sprache dieses Systems ist und φ nicht aus einer Satzmenge X dieses Systems beweisbar ist, dann wird X durch Hinzufügung von φ zu dieser Menge inkonsistent. Demgegenüber wird unter der schwachen Vollständigkeit eines formalen Systems diejenige Eigenschaft verstanden, nach der eine Logik relativ zu ihrer Semantik vollständig ist genau dann, wenn für einen beliebigen Ausdruck φ der unterliegenden Sprache gilt: Wenn $\vDash \varphi$, dann auch $\vdash \varphi$. Das heißt, dass, falls ein Ausdruck wahr ist, so gibt es auch eine entsprechende Ableitung dieses Ausdrucks in einem Beweis. Allgemein gilt nun, dass starke Vollständigkeit vorliegt, falls schwache Vollständigkeit plus Kompaktheit nachgewiesen werden kann. Während für die klassische Prädikatenlogik die starke Vollständigkeit zusammen mit der Kompaktheit nachgewiesenermaßen gilt, ist dies für eine supervaluationistische Prädikatenlogik also nicht mehr der Fall. Als Konsequenz daraus ergibt sich, dass keine finite und damit im strengen

[140] Ebd., 945.

Sinne überhaupt keine Axiomatisierung für die von van Fraassen vorgeschlagene und von Woodruff untersuchte supervaluationistische Prädikatenlogik existiert. Dies zeigt erneut die Parallelen zwischen der supervaluationistischen Logik und der Prädikatenlogik der zweiten Stufe auf.

Nach einer ersten Rückschau auf die vorangegangene Darlegung des überwiegend formal-semantischen Apparats, der die Semantik des Supervaluationismus ausmacht, wird es mit anzunehmender Sicherheit nicht zu den allerersten Eindrücken gehören, dass es sich bei dieser Theorie um eine sich in besonders natürlicher Weise ergebende Strategie zur Lösung des Problems nicht-referentieller Terme handelt. Dazu bedarf es dann doch noch einiger unterstützender Interpretation.

Ein Ansatzpunkt hierfür kann in Folgendem gesehen werden: Man kann in der jeweils entgegengesetzt motiviert zu verstehenden sprachphilosophischen Position der positiven freien Logik und der negativen freien Logik es buchstäblich als Durchsetzung eines (auch philosophisch) neutralen Standpunktes bezeichnen, wenn für die Wahl der elementaren Bewertungen innerhalb der Modelle $\mathfrak{I}_{F_1}$ – wie bei van Fraassen – Wahrheitswertlücken zugelassen werden. Modelle $\mathfrak{I}_{F_1}$ mit Wahrheitswertlücken sind de facto das neutrale Desiderat von positiven und negativen Konventionen für die Bewertung von atomaren Sätzen und sie sind auch klar als das formale Pedant des Frege-Strawson-Standpunktes (kontra Russell) zu sehen. Andererseits ist diese Wahl dann kaum mehr als zufällig zu bezeichnen, denn dass es auf diese Weise zu atomaren Ausdrücken kommt, deren Wahrheitswertstatus sozusagen gerne noch weiter zur Erörterung zur Verfügung steht – schon dies stellt ja bereits eine starke Abweichung vom klassischen Verfahren dar –, ist gewissermaßen die notwendige Voraussetzung für den Erfolg des gesamten semantischen Unternehmens.

Die Theorie der Wahrheit im Supervaluationismus wurde prominent und zugespitzt einmal umschrieben von Ermanno Bencivenga als „counterfacual theory of truth."[141] Die unproblematische Teilmenge der Menge aller Sätze – und damit sind Ausdrücke gemeint, in denen nur referentiell bestimmte Bestandteile vorkommen – wird demnach in der Weise der klassischen mathematisch-logischen

[141] Bencivenga [2002], 177.

Semantik in Übereinstimmung mit der Minimalvariante der korrespondenztheoretischen Wahrheitstheorie behandelt. Für einen komplizierteren Rest von atomaren Sätzen wird jedoch eine zwar modelltheoretisch im Einzelnen jeweils klassische Art der Bewertung hinzugenommen, diese kann allerdings im Gesamtprogramm des Zustandekommens des deduktiven Abschlusses für $PFL2^{=}$ kaum mehr als klassisch angesehen werden. Wahrheit hängt für Elemente dieser Menge von Ausdrücken essentiell nämlich davon ab, wie diese in anderen möglichen Welten – und genau darum handelt es sich bei Modellen – interpretiert und bewertet werden.

Das Kontrafaktische daran besteht nach Ansicht von Bencivenga darin, dass die Bewertung von Sätzen, die denotationslose Terme enthalten, letztlich entgegen der „eigentlichen" faktischen Lage der Dinge, der faktischen Informationen, die bereits vorliegen, vollzogen wird. „Eigentlich" verweist hier auf das für den Supervaluationismus neutral bestimmte Modell $\mathfrak{I}_{F_1}$, das man im modallogischen Sinne als aktuale Welt – das ist also die mögliche Welt, in der wir leben – verstehen muss und das genau deswegen eine besondere Position relativ zu den anderen involvierten Modellen einnimmt. Hier in $\mathfrak{I}_{F_1}$ wird schließlich die Erstbewertung vorgenommen aufgrund der in den Klauseln für die Wahrheit, Falschheit oder Unbestimmtheit von atomaren Ausdrücken festgehaltenen faktischen Bedingungen. Wenn dann bestimmte Bestandteile, weil sie keine Objekte im Träger von $\mathfrak{I}_{F_1}$ bezeichnen, die atomaren Sätze, in denen sie vorkommen, wahrheitswertunbestimmt werden lassen, so gibt es dennoch einen Weg, der zu ihrer Wahrheit, Falschheit oder wiederum (bzw. immer noch) Wahrheitswertunbestimmtheit führt: Solch ein Satz ist nämlich wahr (falsch) genau dann, wenn er wahr (falsch) wäre, *würden die in ihm vorkommenden denotationslosen Terme referieren unabhängig von der Identität des einzelnen Gegenstandes der Referenz*. Es ist der hervorgehobene Teil der Definition, der den Bereich des Kontrafaktischen umreißt, denn hier wird der Bezug hergestellt zu den Reinterpretationen der Sätze mit Wahrheitswertlücken durch Modelle, in denen eine „beliebige" Interpretation der in Frage stehenden Terme genau dieser Sätze vorgenommen werden soll. Will man dies herunterbrechen auf eine möglichst einschlägige

Formulierung, so könnte man sagen, dass die Wahrheit (Falschheit) der Problemfälle von Sätzen abhängt davon, ob sie wahr (falsch) werden bei allen Möglichkeiten sie zu interpretieren.

Das überzeugendste intuitive Argument für diese Sichtweise kann für den Supervaluationismus am Beispiel einer Instanz des Schemas $\varphi \vee \neg\varphi$ gezeigt werden. Setzt man für φ einen atomaren Satz p ein, dessen Wahrheitswert undefiniert ist aufgrund einer denotationslosen Individuenkonstante a, die er enthält, so bietet sich durch die nichtklassische Semantik nun eine neue interessante Lösung an. Zwar ist $p \vee \neg p$ selbst in Bezug auf den Wahrheitswert undefiniert, solange nur ein Bestandteil undefiniert ist, doch wäre man im Supervaluationismus ja gerade dazu angehalten, p durch eine klassische Interpretation entsprechend zu vervollständigen. Dies kann dann nur heißen, dass eine *beliebige* Zuordnung eines Gegenstands des Trägers einer Vervollständigung für a im Zuge der Neu- oder Reinterpretation erfolgen wird. Beliebig muss sie deswegen vorgenommen werden, weil keine Zuordnung gegenüber irgendeiner anderen vorzuziehen ist. Um nun gewissermaßen das Diktat dieser Neutralität oder auch die Gleichberechtigung aller Möglichkeiten der Reinterpretationen zu respektieren, anerkennt man, dass es genauso viele Möglichkeiten der Reinterpretation gibt wie es Gegenstände im Träger der Struktur der Vervollständigungen gibt.

Für $p \vee \neg p$ heißt dies nun: Jede Vervollständigung liefert ein wahrheitswertbestimmtes p, d.h. p ist entweder wahr oder falsch abhängig davon natürlich, ob der jeweilige Gegenstand in der Extension des betrachteten Prädikats liegt oder nicht. Der Wahrheitswert des komplexen Satzes $p \vee \neg p$ ist gemäß der Superbewertung nun wie folgt zu berechnen: Es ist $s(\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}(p \vee \neg p)) = \mathrm{T}$ genau dann, wenn für alle $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1}$ über $\mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1}$ gilt: $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1} / \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash p \vee \neg p$. Obwohl relativ zum Träger für eine Vervollständigung eine Vielzahl von denkbaren Wegen der Vervollständigungen für p existieren, wird p in jeder Vervollständigung *mindestens und höchstens* einen der beiden klassischen Wahrheitswerte aus $\mathcal{W}$ zugewiesen bekommen, d.h. dass die Funktion, die diese Zuordnung vornimmt, total ist. Wann immer aber p wahr (falsch) ist in einer Vervollständigung, so ist p auch wahr (falsch) in einer Vervollständigung relativ zum freien unterliegenden Modell, das vervollständigt wird, weil per Definition gilt, dass $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1} / \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \vDash Rt_1, \dots, t_n \coloneqq \mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1} \vDash Rt_1, \dots, t_n$ oder eben $\mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1} / \mathfrak{I}_{\mathrm{F}_1} \nvDash Rt_1, \dots, t_n \coloneqq \mathfrak{I}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{F}_1} \nvDash Rt_1, \dots, t_n$.

Zwar wird es durch die verschiedenen gleichberechtigten Möglichkeiten der Vervollständigung für p Interpretationen wie $\mathfrak{I}^{c}_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1}$ geben, in denen p wahr ist und andere, in denen p falsch ist. In *jedem einzelnen dieser Modelle* wird der komplexe Ausdruck $p \vee \neg p$ dann allerdings erfüllt werden und damit diese Instanz von LEM wahr. Die Superbewertung über dem als dessen Basis fungierenden freien Modell definiert die Wahrheit für den Ausdruck $p \vee \neg p$ wie oben angegeben: Es gilt dann auch in der Tat für alle $\mathfrak{I}^{c}_{F_1}$ über $\mathfrak{I}_{F_1}$: $\mathfrak{I}^{c}_{F_1} / \mathfrak{I}_{F_1} \vDash p \vee \neg p$. Damit gibt die Funktion der Superbewertung – der Funktionsvorschrift für die Wahrheit eines beliebigen Ausdrucks φ von $L_{F=}$ gemäß – den Wert „wahr“ aus bei Einsetzung des Ausdrucks $p \vee \neg p$.

Bezogen auf die Theorie der Wahrheit und in weniger technischer Weise gedeutet, ist jede Instanz von LEM im Supervaluationismus aus dem folgenden Grund wahr: Obwohl einer der atomaren Bestandteile des komplexen Satzes eine Wahrheitswertlücke aufweist, ist dieser Satz insgesamt wahr (und nicht etwa unbestimmt) ganz einfach deswegen, weil jede Möglichkeit die nicht-denotierenden Terme mit Referenten zu versorgen, die der Grund für die Wahrheitswertunbestimmtheit des atomaren Satzes in seiner freien Erstbewertung sind, den komplexen Satz wahr werden lässt. Bekommt der in Frage stehende Term auf diese Weise einen Referenten zugewiesen, so ist der Satz der Form $\varphi \vee \neg\varphi$, in dem er vorkommt, wahr und dies gilt für alle Referenten (und damit überhaupt für alle Möglichkeiten dies durchzuführen), die wir ihm auf diese Weise zuweisen können.

In der supervaluationistischen Logik ist es so möglich, den Standpunkt zu vertreten, dass es (atomare) Sätze gibt, die aus Gründen referentieller Unbestimmtheit eines oder mehrerer ihrer singulären Terme eine Wahrheitswertlücke aufweisen, ohne dass die daraus – aus Sicht der Befürworter mitsamt der Besonderheiten der unterliegenden Semantik – resultierende Logik eine allzu starke Abweichung von der klassischen (Prädikaten-)Logik darstellen muss. Die Beantwortung der Frage nach dem präzisen Grad dieser Abweichung interessiert dann natürlich umso mehr. So respektiert PFL2$^{=}$ die Frege-Strawsonsche Intuition, dass es in der Tat eine Option ist, wahrheitswertlose Sätze zuzulassen, doch muss dies eben *nicht* gleichzeitig dazu führen, dass deswegen elementare Wahrheiten der klassischen Logik aufgegeben werden. Nicht nur behält LEM seine

Gültigkeit in dieser Logik insbesondere auch – wie gezeigt wurde – für Fälle, in denen ein atomarer Summand der Disjunktion wahrheitswertlos ist, sondern es bleibt auch jede Instanz des Schemas $\neg(\varphi \wedge \neg\varphi)$ wahr und insgesamt daher LNC ein logisch gültiges Gesetz.[142]

Die *kontrafaktische* Deutung der Theorie der Wahrheit im Supervaluationismus lässt nun allerdings auch einige Kritik zu. Um dies zu verdeutlichen, muss erneut darauf hingewiesen werden, dass in dieser Theorie für verschieden zu berechnende Wahrheitswerte von Sätzen eine Überprüfung des „faktischen Gehalts“ (der faktischen Information) eines dieser Sätze kategorial verschieden sein kann von der eines anderen.

Gibt es innerhalb eines Satzes p keinerlei referenzlose Terme, so spielen für dessen Wahrheit oder Falschheit modale Erwägungen überhaupt keine Rolle, weil es für diese Klasse von sich semantisch normal verhaltenden Sätzen per Festlegung nicht erlaubt ist, faktische Gehalte der aktualen Welt zu ignorieren. Die Methode der Überprüfung besteht dann wesentlich in der Feststellung der *Qualität der Korrespondenzbeziehung* – nämlich dem Bestehen, Nichtbestehen derselben – zwischen Objekten der Syntax und der Lage der Dinge in der aktualen Welt, über die dieser Satz etwas aussagt. Wie auch immer dies praktisch aussehen mag, es werden dabei konkrete Objekte, deren Manipulation und Beobachtung(en) in der aktualen Welt, involviert sein.

Völlig anders verhält es sich für den Fall, dass die Wahrheit bzw. Falschheit oder Undefiniertheit eines Satzes erst durch modale Erwägungen ermittelt werden kann; und dies betrifft nun ausschließlich die Sätze, die denotationslose Terme enthalten: Es kann hier einfach nicht mehr um das empirische Untersuchen, das Beobachten von physikalischen Zuständen, gehen, weil hier kein Abgleich mehr stattfindet zwischen dem, was der Satz ausdrückt und einem Zustand in der realen Welt, in der wir leben. Der Kern der Problematik, der durch diese kontrafaktische Theorie der Wahrheit hervorgebracht wird, besteht für die Beurteilung einer Theorie der Wahrheit mit Scott Lehmanns Worten in Folgendem:

> Why should truth, which is ordinarily regarded as *correspondence to* fact, be reckoned in terms of what is *contrary* to fact? Why should we reckon that „Pegasus is

[142] Auf den wichtigen Zusammenhang zwischen LEM und LNC wurde bereits hingewiesen im Kapitel zu Henryk Mehlberg.

> Pegasus“ *is* true because it *would be* true if, *contrary to fact*, „Pegasus“ did refer?[143]

Dass dies mindestens für die intuitive Akzeptanz dieser Semantik eine Hürde darstellen muss, sollte schnell klar werden. Es geht nicht so sehr darum, dass über das rein Empirische hinaus Bezug genommen wird vielleicht auf so etwas wie Gedankenexperimente zur Bestimmung des Wahrheitswertstatus von Sätzen. Denn dies wäre zumindest eine mögliche Deutung dessen, worin die „Überprüfung“ des Wahrheitswertstatus in allen Modellen außer dem Modell besteht, das als die aktuale Welt zu verstehen ist. So oder ähnlich würde man auch für andere modale Semantiken Deutungen finden können und solange man diese nicht insgesamt ablehnt, würde dies auch für den gegebenen Fall keine Hürde darstellen. Dennoch stellt es zweifelsohne einen signifikanten Unterschied dar zum als Basis für die Erstbewertung verwendeten, rein klassisch korrespondenztheoretischen Fall. Trotzdem sind formalisierte modallogische Semantiken nicht eben brandneu, sondern werden seit vielen Jahren in technisch höchst anspruchsvoller Weise hinsichtlich ihrer formalen Eigenschaften diskutiert. Dass auch Theorien der Wahrheit in diesem Umfeld nicht kritiklos hingenommen werden müssen, sei natürlich ebenso zugestanden, wobei dann wiederum Vieles vom konkreten Anwendungsfall (und zumindest der Existenz kontraintuitiver Gegenbeispiele zu einer vorliegenden Theorie) abhängt.

Worum es aber im vorliegenden Fall geht – und das macht seine Einzigartigkeit aus –, ist nicht das modale Element per se, sondern gewissermaßen das „kontra“ in der Formulierung „kontrafaktische Theorie der Wahrheit.“ Der Sinn des Begriffs, den wir von einer Korrespondenztheorie der Wahrheit haben,

[143] Lehmann [2002], 233 [Hervorhebungen im Original]. Die Formulierung ist unangenehmerweise mehrdeutig: Man könnte Lehmann nämlich auch so verstehen, dass mit „‚Pegasus is Pegasus‘ is true because it would be true if, contrary to fact, ‚Pegasus‘ did refer“ etwa gemeint wäre, dass hier an einen „semantischen“ Begriff von Fakten gedacht wurde. Es geht nämlich *nicht* darum, dass es kein Fakt ist, dass das syntaktische Objekt „Pegasus“ nicht mit einem Ding „Pegasus“ in gewünschter Weise verbunden ist. Fakten sind nicht Beziehungen zwischen der Syntax und der Ontologie und damit etwa Objekte der Semantik. Es geht darum, dass in der aktualen Welt folgendes nicht der Fall ist: Es gibt einen Gegenstand, der Pegasus ist. Ein Fakt ist demnach das Bestehen eines Sachverhaltes, das, was Wittgenstein eine Tatsache genannt hat, und dies ist dann seinerseits zumindest kein semantischer Gegenstand mehr. Es ist ausschließlich die letztere Lesart, mit der ich mich befassen werde und von der ich auch ausgehe, dass Lehmann sie intendiert hat.

scheint so einfach nicht mehr derselbe zu sein, wenn wir die Semantik des Supervaluationismus akzeptieren und seine Entsprechung dort zu finden versuchen.

Denn in dieser Semantik bedeutet dies, dass die Wahrheit, Falschheit, Unbestimmtheit eines atomaren Satzes *gegen* bestehende Fakten unter Berücksichtigung modaler Erwägungen gewonnen wird. Ist die Lage der Fakten in der aktualen Welt so und so – und auch dies ist natürlich *eine* Lage der Dinge –, dann ist ein (atomarer) Satz bezüglich des durch ihn Ausgedrückten *in Übereinstimmung* mit eben diesen Fakten wahr. Ist die Lage der Dinge anders als es durch den Satz ausgedrückt wird, so entspricht ihm kein bestehender Sachverhalt. Dennoch sind wir im Stande die Dinge vorzufinden, auf die durch den Satz Bezug genommen wird, sie verhalten sich in der Welt nur anders als es mittels der Syntax ausgedrückt wurde. Als letzte Option wird zugelassen, dass durch (mindestens) eine leere Bezugnahme (durch einen leeren Namen) in einem atomaren Satz zwar etwas ausgedrückt wird, man ist dann nur eben nicht mehr in der Lage, den Abgleich mit der Realität zu vollziehen, weil ja eben fehlt, was für den Nachvollzug oder die Absage an das Bestehen der Korrespondenzbeziehung quasi Vorbedingung ist. Im folgenden Schritt wird gemäß der supervaluationistischen Semantik der mögliche Fall betrachtet, dass der nicht-referierende Term, aufgrund dessen der Satz wahrheitswertlos in der Erstbewertung verbleibt, nun doch auf einen bestimmten Gegenstand verweist. Vielleicht in Gedankenexperimenten werden dann weitere solche Möglichkeiten der Vervollständigung durchgespielt. Letztlich wird aber die Wahrheit eines beliebigen Satzes, der mindestens einen denotationslosen singulären Term a enthält, immer *entgegen* der bestehenden faktischen Lage (und dies ist die Gesamtheit alles Faktischen im Modell, durch das die Erstbewertung vorgenommen wird) berechnet.

Wenn nämlich ein solcher Satz in dieser Semantik den Wahrheitswert „wahr" zugewiesen bekommt, so korrespondiert damit sogar per Definition keine faktische Lage von Dingen in der aktualen Welt, denn nur dann wäre er ja bereits dort wahr gewesen. Nur wenn der Gegenstand, von dem wir erwarten, dass a mit ihm durch die Namensrelation verbunden ist, auch in der aktualen Welt vorkommt und er in der durch den Satz behaupteten Relation zu anderen Gegenständen steht oder ihm diese oder jene Eigenschaft zukommt, wäre dieser Satz wahr gewesen. Wird dieser Satz in der Superbewertung wahr, so muss er wahr sein in allen möglichen Welten, die alle möglichen Wege darstellen, ihn zu vervollständigen und dies ist *insgesamt* ein Vorgang, dessen faktische Einzelgehalte *stets* im Gegensatz stehen zur bestehenden Faktenlage in der aktualen Welt.

Es ist dies, was Lehmann zu Recht kritisiert, denn wenn wir uns für eine Theorie der Wahrheit entschieden haben, die korrespondenztheoretisch verstanden werden soll, in der Wahrheit identifiziert wird mit „Korrespondenz mit bestehenden Fakten", dann kann dies zumindest nicht mehr aufrecht erhalten werden hinsichtlich der Theorie der Wahrheit im Supervaluationismus so wie er bisher hier vorgestellt wurde. Dass alternative Wahrheitstheorien möglich und u.U. angemessen sind, soll hier gar nicht weiter diskutiert werden. Mit diesem Einwand soll lediglich hervorgehoben werden, dass diese Semantik nicht mehr in unproblematischer Weise verstanden werden kann als eine, die die weithin akzeptierte Standardtheorie der Wahrheit verwendet, insofern diese identifiziert wird mit der minimalen Variante der korrespondenztheoretischen Theorie der Wahrheit wie sie in der klassischen Prädikatenlogik Verwendung findet. Wendet man sich allerdings gegen diese, so fehlt es in Bezug auf den Supervaluationismus dann allerdings an Rechtfertigung dafür, warum uns dieser Weg, um zur Wahrheit dieser bestimmten Klasse von Sätzen zu kommen, überhaupt einleuchten sollte. Verallgemeinert gesprochen ist es dann auch genau dies, was ausbleibt: Die Angabe einer rechtfertigenden Begründung für das Zustandekommen der Wahrheit von Sätzen in dieser Semantik.[144] Dies ist vor dem Hintergrund des geschilderten Grades der Abweichung vom Standard der Korrespondenztheorie der Wahrheit ein nicht ganz unbedeutender Einwand gegen die Akzeptanz der kontrafaktischen Theorie der Wahrheit des Supervaluationismus.

Es gilt über die Erhaltung der Gültigkeit von LEM und LNC hinaus für alle Systeme der freien Logik, dass die Mengen ihrer logisch gültigen Ausdrücke, also die Mengen ihrer deduktiven Abschlüsse, je echte Teilmengen des deduktiven Abschlusses der klassischen Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität sind.[145] Dies ergibt sich daraus, dass für alle Semantiken, die für freie Logiken vorgeschlagen wurden, gilt, dass in diesen keine klassisch ungültigen Ausdrücke

[144] Ebd.

[145] Es existieren diverse freie Logiken (u.a. eben auch solche, in denen $E!$ überhaupt nicht vorkommt), die auf prädikatenlogischen Sprachen ohne Gleichheit basieren. Es ist klar, dass sich die Betrachtung des Verhältnisses deduktiv abgeschlossener Mengen solcher Theorien relativ zu denen der klassischen Prädikatenlogik *ohne* Gleichheit dann in natürlicher Weise gebietet.

Gültigkeit erlangen, sondern lediglich (einige) klassisch gültige ungültig werden. Es folgt also unmittelbar, dass für alle freien Logiken gilt, dass ihre deduktiven Abschlüsse echte Teilmengen der Entsprechungen ihrer klassischen Vorbilder sein müssen.[146] Es wird lax gesprochen nichts hinzugefügt, was nicht ohnehin zum klassischen und damit als gesichert geltenden Bestand gehört. Es wird andererseits von diesem Bestand in den freien Logiken einiges sozusagen wieder weggenommen.

Es kann aus Sicht der *free logicians* höchstens beklagt werden, dass mit dem Gewinn, der durch die Befreiung dieser Logiken bezüglich ihrer Existenzvoraussetzungen erzielt wird, auch ein (bestimmter) Verlust des klassischen Satzbestandes der Logik einhergeht. In der vorangegangenen Diskussion des Verhältnisses der klassischen zu den nichtklassischen Logiken entspricht dann die vorliegende Beziehung der in 4.2 in Abschnitt 3) dargelegten. Das heißt, dass es sich bei $\mathrm{PFL2}^{=}$ um eine *Alternative* zu dem klassischen Prädikatenkalkül erster Ordnung mit Gleichheit handelt, weil der deduktive Abschluss von $\mathrm{PFL2}^{=}$ eben nur eine echte Teilmenge von dem seiner klassischen Entsprechung ist. Dabei ist entscheidend, dass dieses Faktum nicht etwa wesentlichen Unterschieden in der logischen Grammatik beider Sprachen verschuldet ist. Es gilt in der Tat für die aus den korrespondierenden Sprachen mitsamt ihren Regeln zur Erzeugung wohlgeformter Ausdrücke bildbaren Mengen von Ausdrücken dieser Sprachen, dass diese identisch sind.

Für die Frage nach dem Verhältnis zwischen klassischer und freier Logik ist es laut Lambert allerdings keinesfalls eine Notwendigkeit, von letzterer als einer Alternative in eben dem geschilderten Sinne zur ersteren zu sprechen: Nämlich dann, wenn man, wie es dort in Anlehnung an Quine vorgeschlagen wird, unter dem klassischen Prädikatenkalkül eine Logik versteht, in deren Sprache keinerlei Konstanten und auch keine Funktionszeichen (wohl aber freie Variable) vorkommen müssen, sondern, als nichtlogische Zeichen, lediglich Relationssymbole:

> These [free] variables are not merely stand-ins for constant singular terms in logical formulas such as F(x). So the traditional logical principles of Specification [die Regel (B∀)] and Particularization [die Regel (E∃)] can and do hold for free

[146] Vgl. Nolt [2011], 4 sowie Lambert [2003], 131 f. Man beachte zum Nachvollzug der Verwendung des Plurals von „deduktiver Abschluss“ in diesem Kontext die unmittelbar vorangegangene Fußnote.

> variables. […] Seen in this way no free logician challenges the conventional logic of predicates. So if constant singular terms such as „Heimdal“ and „Bush“ are added to the vocabulary, the resulting logic could be free, and an extension of classical predicate logic rather than an alternative.[147]

Dem zugrunde liegt dann freilich die Sichtweise, dass der „eigentliche“ klassische Prädikatenkalkül auch genau von der Gestalt ist, wie er hier antizipiert wird. Zwar ist eine Sprache erster Ordnung, in der bestimmte Mengen von Symbolen – etwa die Menge der Funktionszeichen oder die Menge der Konstanten – ihrer nichtlogischen Signatur leer sind, auch einwandfrei eine prädikatenlogische Sprache erster Ordnung und zweifelsfrei eine elementare Sprache. Der volle klassische Prädikatenkalkül im Sinne der maximalen Ausbaustufe einer Logik erster Ordnung sollte allerdings identifiziert werden mit der Folgerungsmenge, die entsteht, wenn in der nichtlogischen Signatur der dafür verwendeten Sprache weder die Menge der Konstanten noch die der Funktions- oder Relationszeichen als leer angenommen wird. Denn nur dann kann diese Satzmenge ja auch wirklich als Abschluss des Prädikatenkalküls erster Stufe *mit Identität und Funktionszeichen* verstanden werden. Da genau darin alle allgemeingültigen Ausdrücke enthalten sind, die in einer Sprache formuliert sind, die wir sozusagen höchstens bereit sind, als Sprache erster Ordnung zu akzeptieren, sollte es also auch diese Menge sein, mit der ein Vergleich anzustreben ist. Nun muss klar sein, dass eine solche Logik ohne Konstantensymbole (und im vorliegenden Fall auch ohne Funktionszeichen), die ansonsten aber identisch ist mit der vollen Prädikatenlogik erster Stufe, nur echte Teiltheorie letzterer sein kann, eben weil der resultierende Abschluss hier weniger Elemente enthalten wird.

Hieran zweifelt Lambert auch sicherlich nicht, ihm geht es um eine differenziertere Argumentation. Angestrebt wird nämlich ein Abgleich der Satzmengen nicht zwischen $PFL2^{=}$ und der vollen Prädikatenlogik erster Stufe im oben geschilderten Sinne von „maximal“, sondern es wird dieser Prädikatenkalkül bereits verstanden als Extension „des“ Prädikatenkalküls. Lamberts Begriff „der“ klassischen Prädikatenlogik wäre dann einfach als die volle Ausbaustufe der Prädikatenlogik vorzustellen allerdings mit einer leeren Konstantensymbolmenge (und im Falle eines Vergleichs mit $PFL2^{=}$ wohl auch ohne Funktionssymbole).

[147] Lambert [2003], 132.

Relativ dazu ist klar, dass der deduktive Abschluss von PFL2$^=$ *ohne Konstantensymbole* gleich dem des so verstandenen Lambertschen klassischen Prädikatenkalküls erster Stufe mit Gleichheit, ohne Funktionszeichen und ohne Konstantensymbole sein würde, weil es bildlich gesprochen durch das Fehlen der Konstanten in der Sprache gar keine Gelegenheit für PFL2$^=$ gäbe, die abweichenden Schlussregeln abweichende Ausdrücke als Konklusionen von Schlüssen generieren zu lassen.

Bis hierher muss man keinen Anstoß an Lamberts Argumentation nehmen, es ist erst der nachfolgende Schritt, dem es an breiter Zustimmung mangeln muss. Wenn er erklärt, dass von dieser neu verstandenen Basis der Prädikatenlogik aus gesehen eine Logik wie PFL2$^=$ als Extension verstanden werden kann, geht Lambert wohl einen Schritt zu weit. Mathematisch ist dies zwar nicht wirklich problematisch, weil analog dazu auch die klassische Prädikatenlogik – in welcher Form auch immer sie so gegeben sein mag – als Erweiterung des klassischen Aussagenkalküls verstanden werden kann. Nur ist die Bezeichnung, dass es sich bei dem Vergleichsobjekt um „die" klassische Prädikatenlogik handelt, wenig überzeugend. Es gilt dagegen einerseits das Argument anzuführen, das oben bereits erläutert wurde, wonach man mit dieser Logik offensichtlich weit hinter dem zurückbleiben würde, was ansonsten gemäß der definitorischen Schranke, dass es sich um eine Logik der *ersten Stufe* handeln müsse, maximal an expressiven sprachlichen Möglichkeiten zur Verfügung stehen würde.[148] Jede Abweichung nach unten erscheint dann als unnötige Selbstbeschränkung und es

---

[148] Die Darstellungen des klassischen Prädikatenkalküls in einschlägigen Standardwerken präsentieren denselben dann auch wenig überraschend stets mit Konstanten-, Funktions- und Relationssymbolen: Mendelson [2010], Rautenberg [2008], Ebbinghaus/Flum/Thomas [2007], Boolos/Burgess/Jeffrey [2007], Enderton [2001], Barwise [1977b], Shoenfield [1967], Church [1956], Kleene [1952] sind einige Beispiele hierfür. Prominentester Vertreter eines Aufbaus der Prädikatenlogik erster Stufe ohne Konstantensymbole ist zweifelsohne Quine; vgl. Quine [1951]. Für Quine war es – im Verbund mit der Theorie der Beschreibungen – der Verzicht auf Konstanten, der seine Lösung des Problems nicht-denotierender singulärer Terme wie „Pegasus" und negierter Existenzsätze ausmachte. Insbesondere nach Kripkes Arbeiten zu Namen und definiten Beschreibungen wird anerkannt, dass wir – zurückhaltend formuliert – beide sehr unterschiedlich gebrauchen und eine Gleichbehandlung zu ausgesprochen unintuitiven Konsequenzen führt. Es wird die Identifizierung von Namen und definiten Beschreibungen im Stile von Russell heute daher auch überwiegend abgelehnt. Dies darf dann auch für Quine als Grund angenommen werden, warum dieser gänzlich auf Konstanten verzichtete. Lehrbuchbeispiele für prädikatenlogische Systeme ohne Konstanten sind Goe [1983] und Lambert/van Fraassen [1972] – für beide gilt gewissermaßen die Unschuldsvermutung allerdings nicht mehr ohne Weiteres, da es dort gerade freie Logiken sind, die aufgebaut werden.

ist zumindest nicht von vornherein zu sehen, warum diese freiwillig vorgenommen werden sollte.

Andererseits entspricht es wohl kaum dem Geiste eines Vorhabens desjenigen, der mit einer Logik, die es sich zum Ziel setzt, die Möglichkeiten des Argumentierens mit Prädikaten (Begriffen) und singulären Termen (Gegenständen) zu untersuchen, wenn dieser dann „freiwillig“ genau auf die Klasse von singulären Termen verzichtet, die für diese Untersuchung nicht minder von Interesse sein sollten (das sind die Eigennamen) als die übrigen. Oder anders formuliert: Warum gerade diejenigen Ausdrücke unbeachtet lassen, in denen Konstanten auftauchen, die zum kaum zu leugnenden klassischen Bestand der logischen Grammatik gehören, wenn deren Behandlung doch ein wesentlicher Aspekt der technischen und der Ausdrucksmöglichkeiten dieser Logik ist?

Technisch gesehen ist der Sachverhalt eindeutig: Jede solche Beschränkung hätte zur Folge, dass, was immer man dann untersuchen würde, es wäre nur ein (echtes) Fragment der Prädikatenlogik erster Stufe mit Funktionssymbolen und Gleichheitszeichen. Klar ist bis hierhin nur, dass ein einziges Argument Lamberts Vorschlag attraktiv machen könnte: Sieht man die Dinge bezüglich des Prädikatenkalküls so wie er es vorschlägt, *dann* hat man die Bedingungen dafür geschaffen nicht nur PFL2$^{=}$ als Extension dieser neu bestimmten klassischen Prädikatenlogik nach Lambert zu verstehen, sondern es wäre auch eine Prädikatenlogik mit Konstantensymbolen eine echte Erweiterung der „klassischen“ Prädikatenlogik. Wäre dies dann allerdings das einzige Argument, so müsste diese Sicht künstlich erscheinen und sie wäre letztlich wohl doch einfach *ad hoc*. So würde sich nämlich der Verdacht aufdrängen, dass sie lediglich zur Ermöglichung einer Argumentation geführt wird, sodass es sich bei einer freien Logik – denn diese Diskussion betrifft keinesfalls nur PFL2$^{=}$ – nicht um eine *Alternative* zur klassischen Prädikatenlogik handelt.

6. Sainsburys Kritik an der supervaluationistischen Semantik

6.1 Der Vagheitsbegriff im Supervaluationismus

Anders als Henryk Mehlberg, der 1958 einen interessanten ersten, allerdings noch nicht formalen Lösungsansatz für eine logische Behandlung von vagen Elementen einer Sprache vorgeschlagen hatte, war es 1975 Kit Fines Aufsatz, in dem endlich dieser Autor die Technik van Fraassens gegen eben diesen Problemkomplex gezielt einzusetzen gedachte. Zwar gab es auch in der Zwischenzeit einige wenige Versuche, sich einer supervaluationistischen Semantik zu bedienen, allerdings waren doch wieder andere thematische Zusammenhänge und Zielsetzungen involviert, wie in Marian Przełeckis [1969], oder es handelte sich um nicht formalisierte Präsentationen einer supervaluationistischen Theorie zur Behandlung von Vagheit wie in Michael Dummetts [1975], der dieser Strategie letztlich allerdings aus anderen, nicht speziell den Supervaluationismus betreffenden Gründen, eine Absage erteilte.[149]

In zwei wesentlich breiteren programmatischen Beiträgen zur allgemeinen semantischen Theorie natürlicher Sprache wurde kurz vor dem Erscheinen von Fines Aufsatz erneut unter Zuhilfenahme des fraglichen semantischen Werkzeugs der Superbewertungen argumentiert: Während David Lewis das semantisch verstandene Phänomen „Vagheit" in seinem umfassenden modelltheoretischen Vorschlag [1970] zur Formalisierung eines sehr weiten Bereichs der natürlichen Sprache nur auf den letzten anderthalb Seiten ansprach, war Albert Kamps Behandlung vager Prädikate in seinem [1975] insgesamt gründlicher.[150]

Der vielfach und zu Recht als *locus classicus* innerhalb der für die Vagheit relevanten Literatur bezeichnete Aufsatz Fines gilt allerdings zweifelsohne als erste Arbeit, die den Supervaluationismus exklusiv für Vagheit in der natürlichen Sprache bewusst, philosophisch begründend und formal ausgearbeitet, endgültig in den Fokus zu bringen vermochte. Erst hier werden dann auch die für den Supervaluationismus charakteristischen und hinsichtlich der Theorie der Vagheit, die mit seiner Hilfe entsteht, relevanten Vor- und Nachteile vollends sichtbar.

[149] Vgl. Przełecki [1969], Dummett [1975].
[150] Vgl. Lewis [1970], Kamp [1975].

Zentral für das Projekt der Supervaluationssemantik ist der technisch klar zu umreißende Begriff der Präzisierung (*precisification*, *sharpening*), dessen Verständnis sich in der späteren Diskussion allerdings als keineswegs so trivial herausstellen wird, wie es etwa zu Beginn der Darlegung der Theorie den Eindruck erwecken könnte.

Als das, was es zu präzisieren gilt, kommen in Hinsicht auf die natürliche Sprache zuallererst die vagen Prädikatausdrücke als Gruppe in den Blick, die von diesem Phänomen zweifelsohne betroffen sind. Klassische Beispiele für solche vagen Ausdrücke sind „ist glatzköpfig", „ist rot" oder „ist groß". Was diese alle gemeinsam haben, ist, dass sie als Prädikatausdrücke im Verdacht stehen, die Existenz von Grenzfällen (*borderline cases*) zu ermöglichen. Als Grenzfälle werden Vorgänge der Prädikation, der Bildung von Aussagesätzen – bestehend aus n Konstanten in Argumentposition eines entsprechend n-stelligen Relationszeichens – verstanden, für die im Ergebnis der Prädikation von z.B. „ist groß" für einige Individuen (als Elemente eines gegebenen Trägers) folgendes Resultat möglich erscheint: Es gibt neben den Individuen, die sicher groß sind, und denen, die mit Sicherheit nicht groß sind, eben auch diejenigen, die weder sicher groß noch sicher nicht groß sind. Die beiden letztgenannten Fälle bilden die Gruppe der Grenzfälle, aufgrund derer die Partitionierung des Trägers durch einen vagen prädikativen Ausdruck eben nicht in dem typischen Ergebnis der Charakterisierung zweier Klassen resultieren kann.

Unterscheidet man mit Kit Fine, wie er es in seinem klassischen Beitrag zum Thema in Bezug auf die Bedeutung sprachlicher Objekte getan hat, einen referentiellen, rein extensionalen Sinn von einem inhaltlichen oder auch intensionalen, so ist dies für Vagheit als semantisches Phänomen in gleicher Weise zu berücksichtigen.[151] Es wird im Allgemeinen die Extension eines sprachlichen Gebildes verstanden als funktional bestimmt durch seine Intension: Es ist die Intension, die zusammen mit der Beschaffenheit der Welt (und möglicherweise anderen Faktoren wie bspw. indexikalischen Optionen) festlegt, was subsumiert wird unter einer Klasse von n-Tupeln, die als die Extension einer n-stelligen Relation aufgefasst wird, die für unseren Zusammenhang vorrangig von Interesse ist. Von

[151] Fine [1975], 266.

daher kann die Intension eines Prädikats auch einfach als *Möglichkeit* des Vorhandenseins einer Extension desselben aufgefasst werden, so wie es von Fine auch angenommen wird.

Wenn nun Vagheit identifiziert wird mit einer referentiellen, d.h. rein semantisch verstandenen Unbestimmtheit oder auch Unvollständigkeit (sehr wahrscheinlich von besonderer Art und ganz verschieden von bspw. den Phänomenen der Mehrdeutigkeit oder Allgemeinheit) und die Existenz von Grenzfällen der maßgebliche Vagheit induzierende Faktor in der Sprache ist, dann ist ein Ausdruck extensional vage, falls seine Extension durch die Existenz von Grenzfällen unbestimmt wird. Er ist intensional vage, wenn extensionale Vagheit durch die Beschaffenheit seiner Intension allein zur Möglichkeit wird. Für ein einstelliges Prädikat P liegt extensionale Vagheit vor, falls mindestens ein Grenzfall existiert, es liegt dann intensionale Vagheit für P vor, falls die Existenz von mindestens einem Grenzfall möglich ist.

Es muss – insbesondere mit Blick auf die vorangegangenen Kapitel – bemerkt werden, dass es durchaus andere Gründe geben kann, warum es zu solchen Defekten der Extension von sprachlichen Elementen kommen kann, doch gilt hier wie auch im Falle der Kritik Strawsons an Russell zunächst das Folgende: So wie es Russell einzig um das Problem referentieller Unbestimmtheit singulärer Terme durch die Existenz von leeren Namen in einer Sprache ging, geht es Fine (und mit ihm den meisten anderen Supervaluationisten ebenso) vorerst nur um das Phänomen der Vagheit. Wie andere (natürlich-)sprachliche Probleme – bspw. die Indexikalität für Russell – dann zu behandeln bzw. zu integrieren sind, ist vorerst zumindest nicht Thema der vorgeschlagenen Theorie von Fine.

Das Vorhaben einer Modellierung des Phänomens der Vagheit für natürlichsprachliche Ausdrücke und damit die natürliche Sprache selbst in einem nicht zu geringen Umfang ist jedoch keineswegs exklusiv auf Prädikatausdrücke, verstanden als abstrakte Klasse potentiell n-stelliger Relationszeichen, beschränkt. Vagheit wird in der Literatur immer wieder zu Recht als sehr fundamentales und sehr weite Bereiche der natürlichen Sprache durchsetzendes Phänomen dargestellt. Unter den nichtlogischen Zeichen können so einerseits singuläre Terme (Namen), Funktions- und Relationsausdrücke ohnehin, aber auch Prädikatfunktoren und Klassennamen allgemein als mit Vagheit behaftete Elemente der natürlichen Sprache in den Sinn kommen. Singuläre Terme und generelle Terme stellen die wesentlichen Typen von in einem funktionalen wie auch inhaltlichen Sinne verschiedenen Elementen einer klassischen (und in einem sehr weiten Sinne auch nichtklassischen) logischen Grammatik dar. Es sind seit und mit Frege dies die Bausteine einer logischen Semantik schlechthin, mit der die Analyse von Sätzen in Funktions- und Argumentstelle vorgenommen wird und mit denen unter Hinzunahme der logischen Konnektive und Quantoren auch eine (und im Regelfall die klassische prädikaten-)logische Form überhaupt erst zu entstehen vermag.

Trotz wesentlicher faktisch angenommener, aber auch intendierter Unterschiede zwischen diesen beiden Klassen von Bausteinen der logischen Analyse, gibt es für bestimmte Zwecke und in bestimmten Situationen die bekannten Möglichkeiten, Elemente der einen Kategorie zumindest unter Erhaltung extensionaler Gleichheit in Elemente der jeweils anderen zu übertragen. Es können so beliebige n-stellige Funktionen durch entsprechend zu konstruierende Relationen definiert werden, auch das Verhalten singulärer Terme kann auf diese Weise extensional charakterisiert werden (wie im Falle von Russells Kennzeichnungstheorie).

Im Umkreis supervaluationistischer Semantik zur Behandlung von Vagheit gibt es hierzu naturgemäß verschiedene sprachphilosophische Standpunkte, die von Vertretern dieses Lösungsansatzes favorisiert werden.[152] Technisch kann die angedachte „Übertragung“ durch den bereits geschilderten Russell-Quine-Ansatz (dann allerdings ausdrücklich) zur Vermeidung von Eigennamen in einer

[152] Im Bereich einer ontologischen Grundhaltung gehen die Meinungen der Vertreter des Supervaluationismus weit auseinander: Die Wenigsten sind bereit, wenn sie sprachliche, d.h. linguistische Vagheit akzeptieren, auch ontisch vage Gegenstände, also ontologische (oder auch metaphysische) Vagheit zu akzeptieren. Letzteres ist aber genau dann der Fall, wenn in Betracht gezogen wird, dass im Falle der Vagheit singulärer Terme die Quelle ihrer Vagheit in den Objekten zu suchen ist, die sie bezeichnen. Es wäre dann die Relation zwischen Syntax und Elementen der Ontologie in diesem konkreten Beispiel ganz wie im klassischen Fall und Sprache würde korrekt abbilden, wie die Welt selbst ist. Hier ist Vagheit dann natürlich keine reine Angelegenheit mehr der Analyse der Semantik. Ungeachtet der Frage nach einer ontologischen Position wurden generelle Einwände gegen die Analyse singulärer Terme mit den Mitteln des Supervaluationismus eingebracht z.B. in Schiffer [1998], Schiffer [2000], insbesondere in McGee/McLaughlin [2000], Sorensen [2000] und McKinnon [2002]. Weatherson entgegnet in seinem [2003] allen diesen Herausforderungen, schlägt geringfügige Modifikationen für einen supervaluationistischen Ansatz vor und steht dabei ontologischer Vagheit selbst kritisch gegenüber.

prädikatenlogischen Sprache erster Ordnung mit Identität realisiert werden, auf den Kit Fine auch klar hinweist:

> Indeed, it could be argued that all vagueness is reducible to predicate vagueness. For possibly one can replace, without any change in truth-value, each vague name by a corresponding vague predicate and each quantifier over a vague domain by an appropriately relativised quantifier over a more inclusive but precise domain.[153]

Dabei würde eine Konstante wie a zuerst in Px übertragen, so dass „a zu sein" – ausgedrückt durch die Prädikation Px – extensional zumindest die Mitgliedschaft zur Klasse dessen sicherte, was alles P ist. Die von der logischen Funktion eines Namens erwartete Eindeutigkeit hinsichtlich des Verhältnisses von Syntax und Semantik könnte dann etwa durch den Ausdruck $\exists x. \forall y. Py \leftrightarrow x = y$ wiedergegeben werden.[154]

Im Falle einer vagen Quantifikation, die hier nicht etwa durch die Verwendung eines vagen (nichtklassischen) Quantors zustande käme, sondern dadurch, dass der Bereich, über den quantifiziert würde, selbst vage wäre, könnte eine Reduktion auf Prädikatvagheit etwa so erreicht werden: Eine extensional unverdächtig bestimmte Klasse, die fortan als Bereich diente, über den dann die im Einflussbereich eines Quantors stehenden Variablen (maximal) durch die Interpretationsfunktion gedeutet werden könnten, müsste so gewählt werden, dass der in Frage stehende vage Bereich echte Teilklasse dieses Trägers wäre. Um nun für einen quantifizierten Ausdruck die ursprünglich betrachtete Vagheit wieder zu erzeugen, genügte es, wenn zum Mittel beschränkter Quantifikation gegriffen würde und nur über diejenigen Elemente des Bereichs quantifiziert werden würde, die diese und jene vage Eigenschaft erfüllten. Dieses vage Prädikat könnte dann als Komprehensionseigenschaft zur Erzeugung einer vagen Quantifikation dienen.

Anders als im Fall der Motivationen, die aufgrund des Referenzversagens singulärer Terme zur Erfindung freier Logiken geführt haben, liegen den speziellen Anomalien der Bedeutung für Vagheit von Prädikaten Annahmen zugrunde, die insgesamt facettenreicher und weit weniger selbstverständlich sind. Es gehört zu

---

[153] Fine [1975], 267.
[154] Quine [1986], 25 f. Wobei hier natürlich nicht die Behauptung aufgestellt wird, dass sich darin die logische Namensrelation als solche insgesamt erschöpfen würde. Vgl. Church [1956], 4; Kripke [1977].

einer der Grundannahmen für den supervaluationistischen Zugang zur Vagheit, dass sich diese neben anderen semantischen Phänomenen wie Ambiguität und Allgemeinheit (*generality*) einreihen lässt in eine Liste essentiell semantischer Phänomene.

In Fällen – eben den Grenzfällen –, in denen für Gegenstände die Zu- oder Absprache der durch ein Prädikat ausgedrückten Eigenschaft scheinbar nicht vollends, d.h. nicht für alle Anwendungsfälle festgelegt wurde, rührt dies nicht etwa daher, dass wir die Ausstattung dieses Elements der Sprache mit genau dieser unvollständigen Bedeutung intendiert hätten.[155] Vielmehr haben wir es als für die Bedeutung dieses Elements unserer Sprache relevante linguistische Gemeinschaft versäumt, die letztlich zusammen mit dem Sosein der Welt dafür sorgt, dass Worte auf diese oder jene Dinge in unserer Umgebung zutreffen oder nicht zutreffen, dies in einer ganz bestimmten Weise auch für genau dieses Wort zu leisten. In Fällen, in denen nämlich extensionale Vagheit resultiert, lautet die Diagnose nicht etwa, dass wir eine intensionale Vagheit intendiert hätten, sondern es war sozusagen lediglich unser Versäumnis, dass wir uns nicht auf eine vollständige Bedeutung, die dann zu einer intakten Extension geführt hätte, festgelegt haben. Und dies ist vielleicht auch aus gutem Grund so, weil linguistisch gesehen unpräzise – dann häufig eher als tolerant in ihren Verwendungsmöglichkeiten verstandene – Kommunikation etwa in zwischenmenschlichen oder Alltagskontexten durchaus von Vorteil sein kann. Ebenso könnte es das physiologisch begrenzte Potenzial der sensorischen Erkenntnisfähigkeiten sein, das als einer der Anlässe für den Einzug von Vagheit in den natürlichen Sprachen in Frage kommt.[156]

Wesentlicher ist die zuvor als ganz selbstverständlich hingestellte Annahme, dass, obwohl die Bedeutungen solcher Prädikate als in einem bestimmten Sinne unvollständig aufgefasst werden können, dies zu Grenzfällen führen kann und allerdings sehr wohl Fälle der Anwendung solcher Prädikate existieren, die klar in wahren (falschen) Sätzen resultieren. All dies wird dann als konstitutiv für semantisch verstandene Vagheit aufgefasst. Genauer soll das heißen, dass für die Fälle, die von der unvollständigen Bedeutung eines Prädikats abgedeckt sind, in

[155] Keefe [2000], 155 f.
[156] Für eine aktuelle Diskussion aus linguistischer Sicht vgl. van Rooij [2011], 128 ff.

der Tat klassische, wahrheitswertbestimmte Sätze resultieren, und dies ist überhaupt keine Selbstverständlichkeit. Ein solches vages Prädikat verhält sich dann in einem weiten Sinne klassisch, wenn es den logischen Raum durch die Bildung von (so und so vielen) Klassen vollständig partitioniert. Der geläufigste Fall ist der eines einstelligen Prädikats in der klassischen Prädikatenlogik erster Stufe, das den Bereich des Trägers aufteilt in genau zwei Klassen durch die Ziehung einer scharfen Grenze: Mit diesem Prädikat werden dann assoziiert eine Klasse der Dinge, die das Prädikat erfüllen, seine positive Extension, sowie eine zweite Klasse von den Dingen, die das Prädikat nicht erfüllen und somit in seine negative Extension, die Antiextension, fallen. Es ist dies, was zur Charakterisierung von Mengen von wahren Sätzen einer gegebenen Sprache führt und wir nennen ein Prädikat, für das eine solche Partitionierung resultiert, in einem engen Sinne klassisch.

Nur sind Klassen (oder Mengen) immer und ausnahmslos präzise Objekte insofern, als sie Grenzen ziehen, was direkt daraus hervorgeht, dass überhaupt alle solche Grenzen scharf sind. Für alle Objekte, die für ein Prädikat relevant sind (und das sind bei modelltheoretischer Betrachtungsweise genau alle Objekte des Trägers), kann dann eine Aussage darüber getroffen werden, ob sie zu einer dieser Klassen gehören und damit kann auch eine Aussage über die Mitgliedschaftsbeziehung (die Elementbeziehung) zwischen ihnen und diesen mengentheoretischen Objekten formuliert werden.[157] Es bietet sich nun an dieser Stelle an, auf eine sehr grundlegende Kritik von Mark Sainsbury einzugehen, die dieser gegen eine sehr weit begriffene Behandlung von Vagheit in der Philosophie der Sprache vorgebracht hat. Wir werden dadurch erkennen können, inwiefern der Vagheitsbegriff, der dem Supervaluationismus zugrunde gelegt wird, als Zugeständnis an die Mittel der Darstellung innerhalb dieser Theorie verstanden werden kann, mit deren Hilfe er formalisiert wird.

[157] Man kann hiergegen einwenden, dass es spätestens in der Mathematik (natürlich sehr komplexe) Prädikate gibt, für die keineswegs entscheidbar sein muss, ob bestimmte Objekte (möglicherweise von höherer Ordnung) dieses Prädikat erfüllen oder nicht. Insofern muss klar sein, dass es durchaus zahlreiche Fälle ungeklärter Mitgliedschaftsbeziehungen zwischen Mengen und ihren Elementen gibt. Allerdings findet die Argumentation hier genau aus der umgekehrten Richtung statt und unser Einwand lautet schließlich: Wenn eine Menge erst vorliegt, so ist sie bestimmt. Es kann natürlich Prädikate geben, für die Fragen der Elementbeziehung hinsichtlich bestimmter Objekte ungeklärt sind. Dann kann aber streng genommen auch nicht von dieser Klasse in einem mathematischen oder logischen Sinne gesprochen werden, weil wir noch gar nicht sicher sein können, dass es sie überhaupt gibt.

6.2 Sainsburys Bemerkungen zum Vagheitsbegriff

Ausgehend von den vorangegangenen Beobachtungen hat Mark Sainsbury in seinem [1990] eine vielzitierte und dennoch in Bezug auf ihr eigentliches Anliegen insgesamt wenig rezipierte Argumentation gegen eine sprachphilosophische Analyse von Vagheit mit mengentheoretischen Mitteln (und nicht nur die Technik des Supervaluationismus betreffend) aufgebaut.[158] Auf den Punkt gebracht, lautet Sainsburys Einwand einfach, dass es bezüglich des Bestehens der Erfüllungsbeziehung zwischen Gegenständen des Trägers und einem vagen Prädikat keine Menge von wahren Sätzen gibt; dies gilt dann natürlich für alle vagen Prädikate und ist also als generisches Problem zu verstehen. Analog verfügt ein vages Prädikat dann auch über keine positive Extension und deswegen auch über keine Antiextension. Wenn vage Prädikate keine Extensionen aufweisen, sind aber schlechthin alle mengentheoretischen Charakterisierungen von Vagheit falsch.

Alle bisher vorgeschlagenen formalen Theorien von Vagheit – damit sind mehrwertige und supervaluationistische Zugänge gemeint – verwenden mengentheoretische Sprachen und formalisieren darin die problematischen vagen (und natürlich auch andere) Begriffe. Daher kann von keinem dieser Ansätze auch nur hoffnungsvoll behauptet werden, dass dieser letztlich eine überzeugende Theorie von Vagheit darstellen und mit ihm eine Lösung der Sorites-Paradoxie offeriert werden könnte, weil es überhaupt keiner dieser Theorien prinzipiell gelingen würde, Vagheit in einer adäquaten Weise abzubilden. Dieses Ergebnis mag überraschen, es ist in jedem Fall erläuterungsbedürftig. Wenn dies alles zutreffen würde, wäre das in der Tat ein radikales Ergebnis, weil, wenn es sich verhält wie Sainsbury es darstellt, der überwiegende Teil der philosophischen Literatur zum Thema nicht nur einfach unattraktiv werden würde, sondern schlechthin falsch wäre. Da dies insgesamt einen starken Einwand gegen das Projekt des Supervaluationismus an einer so frühen Stelle der Theorienbildung bedeuten könnte, ist ein zweiter Blick auf die vortheoretischen Möglichkeiten der Betrachtung, wie sie Sainsbury (wie wohl mutmaßlich auch jeder Supervaluationist) erwogen hat, unbedingt angebracht.

[158] Sainsbury [1990].

Verabredungsgemäß besteht ein Grenzfall darin, dass mindestens für einen Gegenstand im Träger gilt, dass ein gegebenes unter Verdacht von Vagheit stehendes Prädikat, dessen Argumentstelle durch eine Konstante ausgefüllt wird, die diesen Gegenstand bezeichnet, weder in einem bestimmt wahren noch in einem bestimmt falschen Satz resultiert. Doch für ein vages englisches Prädikat wie „is red" kann das mit Sainsbury letztlich nur auf das Folgende hinauslaufen:

> Such an object would neither definitely belong to the set of red things nor definitely fail to belong to this set. But this is impossible, by the very nature of sets. Hence there is no set of red things. If vague predicates and vague concepts do not have „extensions" – sets of things of which they are true – they do not draw boundaries, at least not in any simple sense. For a boundary should divide things into two sets, those which fall on one side and those which fall on the other. So if vague predicates do not effect a division into sets, they draw no boundaries.[159]

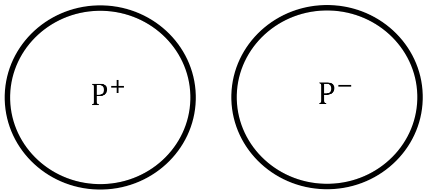
Die eigentliche Schwierigkeit, die beim Versuch der Vermittlung dieser Sichtweise entsteht, hängt damit zusammen, dass man die relevanten Fälle mengentheoretischer Sachverhalte gerne mittels Mengendiagrammen skizzieren möchte. Solange die damit präsentierten Sachverhalte nicht übermäßig komplex werden, gibt es nach unserer Auffassung kaum ein anderes Werkzeug, das in derselben Weise didaktisch zu veranschaulichen und zu überzeugen vermag, wie dieses. Glaubt man Sainsbury, ist streng genommen nur leider jede Anfertigung einer solchen Skizzierung des extensionalen Verhaltens vager Prädikate sinnlos, wenn es das erklärte Ziel war, damit einen mengentheoretisch zulässigen Sachverhalt dargestellt zu haben. Es ist daher eine Abbildung eben keine adäquate Beschreibung dessen, was ein vages Prädikat mit den Gegenständen des Trägers der Struktur sozusagen anrichtet genau dann, wenn es sich dabei um ein Mengendiagramm handelt. Die Adäquatheitsbedingung für ein Mengendiagramm ist dann, dass damit ein mengentheoretisch möglicher – und das meint im Sinne der klassischen Mengenlehre zulässiger – Sachverhalt zwischen Mengen dargestellt wird. D.h. man muss sich bei (mindestens einer der) nachfolgenden graphischen Veranschaulichungen auf seine Intuition verlassen und nicht direkt Anstoß daran nehmen, dass auf diese Weise eben kein mengentheoretisch zulässiger Sachverhalt abgebildet wird insofern, als es um Sainsburys Verständnis des Vagheitsbegriffs geht. Das Ziel der Illustration ist dann erreicht, wenn erkannt wird, dass es sich so für vage Prädikate eben genau nicht verhalten kann, wie es in einem

[159] Ebd., 252 f.

streng mengentheoretischen Sinne interpretiert durch die Diagramme nahegelegt wird.

Das Bild davon, wie sich ein monadisches Prädikat *P* im engen Sinne klassisch verhält, wird häufig so präsentiert, dass die Menge, die als der Träger der Struktur identifiziert wird, als rechteckiges Viereck dargestellt wird. Sich vollständig in derselben befindend, werden dann durch ein einzelnes Kreisdiagramm diejenigen Elemente fixiert, die die positive Extension des fraglichen Prädikats als Teil des Trägers einfangen sollen. Alle Elemente innerhalb der durch die kreisrunde Form gezogenen Grenze, auf deren explizite Darstellung (etwa durch Punkte) man zumeist verzichtet, werden so als diejenigen Elemente verstanden, die Träger der durch das Prädikat ausgedrückten Eigenschaft sind.

Von dieser Darstellung abweichend, lässt sich derselbe Sachverhalt auch in der folgenden Weise verdeutlichen: Die zwei disjunkten Mengen, die die positive Extension P^+ (die Menge der Gegenstände, auf die *P* zutrifft) und die negative Extension P^- (die Menge der Gegenstände, auf die *P* nicht zutrifft) dieses Prädikats darstellen, können auch durch einander nicht überlappende Kreisdiagramme symbolisiert werden, wie es in der nachfolgenden Abbildung der Fall ist:



(Abb. 1)

In dieser Abstraktion der zuerst geschilderten Standarddarstellung wird die Wohlbestimmtheit beider Extensionen dadurch veranschaulicht, dass durch die Grenzziehungen in Form der Kreislinien die Fragen nach den jeweiligen Erstreckungsbereichen beider Mengen in eindeutiger Weise zu beantworten sind und dadurch, dass beide Extensionen keine gemeinsamen Punkte bzw. Überschneidungen aufweisen.

Für einen Grenzfall kommt nun sofort die Frage auf, wo der relevante Gegenstand a als Element des Trägers, der den Grenzfall exemplifiziert, in diesem Bild zu positionieren ist. Würde es sich so verhalten, dass ein Grenzfall einer vagen Prädikation den Sachverhalt ausdrücken würde, dass a sich weder in P^+ noch in

P^- befindet, dann wäre die Lösung des Problems sofort offensichtlich. Man müsste nun einfach eine dritte Extension etwa der Dinge annehmen, für die die Prädikationen „ist *P*“ und zugleich „ist nicht *P*“ nicht wahr würden. Nur werden Grenzfälle gerade nicht als eben solche Prädikationen verstanden, weil sie so in extensionaler Hinsicht ja nur als bestimmt angesehen werden könnten.[160] Die Wahrheitswertbestimmtheit eines Satzes, in dem diese vage Prädikation über ein Grenzfall induzierendes Individuum zum Ausdruck käme, würde ja keinen anderen Fall zulassen als diesen, dass a offensichtlich nur Element des Komplements der Vereinigung von P^+ und P^- sein könnte.[161]

Auch ließe sich diese Deutung nicht in Einklang bringen mit unseren Intuitionen bezüglich der Verwendung von möglicherweise vagen Prädikaten in der natürlichen Sprache: Wenn eine Prädikation bestehend aus einem vagen generellen Term und einem Namen vorliegt, der ein Individuum bezeichnet, das sich als Grenzfall des Prädikats erweist, so merken wir dies daran, dass der resultierende Aussagesatz allen Versuchen widersteht, seinen Wahrheitswert zu bestimmen. Weder empirische noch begriffsanalytische Mittel können dabei helfen, zu klären, ob eine Ansammlung von 67 Sandkörnern zu Recht als Haufen bezeichnet wird oder nicht. Ist a der Name dieser Ansammlung von Körnern, so sind die beiden Sätze „a ist ein Haufen“ und „a ist kein Haufen“ weder wahr noch falsch. Individuen, die Grenzfälle für ein vages Prädikat P darstellen, sind dann

[160] Es muss sich hier schnell die Einsicht einstellen, dass die bloße Existenz von *borderline cases* gerade eben nicht ausreichen kann, um etwa Prädikatvagheit zu diagnostizieren; vgl. Fine [1975], 267. Wie wir in der Besprechung des Supervaluationismus im Zuge seiner Verwendung für – neutral formuliert – die Behandlung referentieller Besonderheiten singulärer Terme in der *free logic* ersehen konnten, gibt es dort das mathematische Phänomen der sogenannten partiell definierten Funktion. So bestimmt Fine in seinem [1975] für sein Eingangsbeispiel das Prädikat $nice_1$ (für die natürlichen Zahlen) durch Postulierung der Bedeutung „n is $nice_1$ if $n > 15$“ und „n is not $nice_1$ if $n < 13$“. Im Ergebnis entspricht dies klar einer abschnittsweise definierten Funktion, die Grenzfälle im Bereich natürlicher Zahlen kleiner als 16 und größer als 12 erzeugt. Es stellen daher also die Zahlen 13,14 und 15 als Menge den extensional vollkommen wohlbestimmten Bereich für die Grenzfälle dar, der dadurch entsteht, dass man diejenigen natürlichen Zahlen zu einer Menge zusammenfasst, die die folgende Eigenschaft erfüllen: $\neg$(n is $nice_1$ $\wedge$ n is not $nice_1$); vgl. ebd., 266. Fine wird daher Vagheit auch letztlich als Hyper-Ambiguität verstehen, ein Standpunkt gegen dessen Möglichkeit sich nicht nur Sainsburys Verständnis von Vagheit vehement auflehnt; vgl. Sorensen [2012], Allo [2013], 71.

[161] Das besagte Komplement könnte durchaus leer sein, was für den Fall zutreffen würde, dass $P^+ \cup P^-$ identisch wäre mit der Menge, die als der Träger der relvanten Struktur dienen würde. Dies spielte allerdings insofern keine Rolle, als dass in jedem Fall gelten würde, dass gewissermaßen der Ort der Extension dieses „vagen“ Prädikats zweifelsfrei zu ermitteln wäre. Das Prädikat wäre dann offensichtlich deswegen präzise, weil es keinen Grenzfall geben würde.

nicht einfach P oder nicht P, sondern nicht bestimmt P bzw. nicht bestimmt nicht P.

Um genau dieser Intuition gerecht zu werden, wird zu Äußerungen, die Grenzfallprädikationen (Sätze, in denen vage generelle Terme vorkommen) darstellen, auch stets der Unschärfe erzeugende Satzoperator D (*definite* oder *determinate)* oder sein duales Gegenstück I (*indefinite* oder *indeterminate*) hinzugefügt. Will man z.B. ausdrücken, dass ein Satz p, in dem eine vages Prädikat vorkommt, weder bestimmt wahr noch bestimmt falsch ist, kann der Unbestimmtheitsoperator I vorangestellt werden und dies durch Ip entsprechend formalisiert werden. I wird üblicherweise mittels D kontextuell eingeführt und ist äquivalent zu der Bedingung, die durch den Ausdruck $\neg\mathrm{D}p \wedge \neg\mathrm{D}\neg p$ (d.h.: es ist weder bestimmt, dass p noch, dass nicht p) formuliert wird.[162] Unter Verwendung der nichtklassischen Operatoren D und I ist man dann in der Lage sprachlich ohne Rückgriff auf Wahrheitswerte die gewünschte Unbestimmtheit auszudrücken, indem diese zur fraglichen Objektsprache hinzugefügt werden.

Damit direkt verbunden ist der schwierige Begriff der *Penumbra* (wörtlich: Halbschatten), der auf Kit Fine zurückgeht.[163] Mit einer Penumbra oder Schattenregion werden die Fälle assoziiert oder sogar identifiziert, die für einen gegebenen vagen generellen Term Grenzfälle darstellen:

> It might be argued that for there to be no sharp boundary between the Fs and the not-Fs just *is* for there to be a region of possible borderline cases of F (sometimes known as the penumbra). On the other hand, if the range of possible borderline cases between the Fs and the not-Fs was itself sharply bounded, then F would have a sharp boundary too, albeit one which was shared with the borderline Fs, not with the things that were definitely not F.[164]

Mit dem Begriff der Penumbra ist üblicherweise die erste Wahrnehmung des Phänomens der Vagheit höherer Ordnung (*higher order vagueness*) verbunden. In sprachphilosophisch-theoretischer Hinsicht so neutral formuliert wie möglich, weist ein Prädikat Vagheit höherer Ordnung auf, wenn für dieses Prädikat nicht

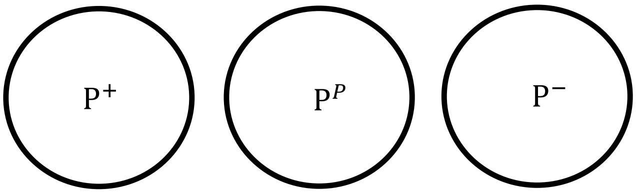
[162] Der exakte Sinn dieser mit den Operatoren aus der Modallogik vergleichbaren Elemente wird freilich erst zur Verfügung stehen, wenn die Semantik für die Sprache entsprechend vorgestellt wurde. Insbesondere ist noch auf den Zusammenhang zwischen Mark Sainsburys Kritik, die im vorliegenden Abschnitt dargelegt wird, und den Unbestimmtheitsoperatoren in Bezug auf die sogenannte Vagheit höherer Ordnung einzugehen.
[163] Vgl. Fine [1975], 265 ff.
[164] Keefe [2000], 7 [Hervorhebung im Original].

nur Objekte existieren, die Grenzfälle für dieses Prädikat sind, d.h. weder bestimmt positive noch bestimmt negative Instanzen dieses Prädikats sind. Auch müssen nun Grenzfälle für Grenzfälle in Betracht gezogen werden, so dass es also Objekte gibt, die weder bestimmte Fälle von positiven Instanzen des Prädikats noch von Grenzfällen desselben sind, und es Objekte gibt, die weder bestimme Fälle von Grenzfällen des Prädikats noch von negativen Instanzen desselben sind. Ist dies der Fall, so liegt für ein Prädikat Vagheit höherer Ordnung vor. Eine Folge der Vagheit höherer Ordnung ist, dass Vagheit (hier verstanden als Eigenschaft von Prädikaten) selbst vage ist.[165] Der Supervaluationist möchte dieses Phänomen dann durch Iterationen von Anwendungen der Unbestimmtheitsoperatoren innerhalb seiner formalen Sprache zum Ausdruck bringen können. Es sollte hier vielleicht explizit darauf hingewiesen werden, dass die Existenz des D- bzw. I-Operators keineswegs so optional ist, wie es bisher den Anschein hätte erwecken können. Wenn das Ziel die Konstruktion einer Sprache zuzüglich einer Semantik ist, die es zusammen gestatten sollen, mit Vagheit logisch schlüssig zu argumentieren, dann ist es einfach ein triviales Erfordernis, dass es mittels dieser Sprache möglich sein muss, semantisch vage Zusammenhänge auszudrücken. Genau dies wird aber erst durch die tatsächliche Hinzufügung der Unbestimmtheitsoperatoren überhaupt zur Möglichkeit.[166]

Wäre es möglich, die Grenzfälle einfach mit einer dritten Extension zu identifizieren, für deren sämtliche Elemente dann gelten würde, dass sie nicht zugleich Elemente von P^+ oder P^- wären, so hätte das in Frage stehende vage Prädikat scharfe Grenzen und wäre deswegen extensional wohlbestimmt. Wenn wir nun die Penumbra bezeichnen mit P^P, so wäre eine mögliche Darstellung

[165] Es gibt allerdings auch ablehnende Positionen, die die Existenz von Vagheit höherer Ordnung insgesamt anzweifeln. Die Begründung hierfür lautet in der Regel, dass einer (eventuell unbeschränkten) Hierarchie von Grenzfällen nichts im beobachtbaren Sprachverhalten der Nutzer der natürlichen Sprache entspricht und das Phänomen der Vagheit höherer Ordnung letztlich eine Illusion sei; vgl. Raffman [2005], Wright [2010]. Die Gegenposition argumentiert, dass das Ziehen scharfer Grenzen (gegeben durch eine endliche Anzahl von Grenzfällen) erst recht nicht durch Beobachtungen im Sprachverhalten gestützt werden kann und Iterationen von Grenzfällen in einem semantischen Sinne absolut unproblematisch und sinnvoll seien, in ihrer Verwendungspraxis dann allerdings durchaus Verwirrungen erzeugen können. Zudem stütze die Beobachtung, dass der Begriff des Grenzfalls interpretiert als Prädikat „ist ein Grenzfall“ selbst zu Grenzfällen (und damit zu Vagheit) führt, die Annahme der Existenz von höherstufiger Vagheit. Dass auch andere Möglichkeiten der Argumentation gegen *higher order vagueness* existieren, wird im Fortgang durch Mark Sainsburys Einwände deutlich werden.
[166] Vgl. Wright [1987], 262.

durch Mengendiagramme, wobei wir uns den Träger als die Menge $P^+ \cup P^- \cup P^P$ vorstellen, einfach die folgende:



(Abb. 2)

Im Ergebnis ist das mit dieser Darstellung korrespondierende Verhalten eines Prädikats eines, das ich als in einem weiten Sinne klassisches bezeichnen will: Zwar gibt es mehr als die traditionelle 2-Partitionierung des Trägers – was dann auch theoretisch fortgeführt werden könnte bis hin zu einer möglicherweise n-wertigen Partitionierung –, trotzdem ist der Verbleib sämtlicher Objekte in extensionaler Hinsicht exakt festgelegt und nachvollziehbar, weil für alle Elemente immer nur genau eine Elementbeziehung bestehen würde, die anderen nicht bestehen würden. Bildlich gesprochen herrscht also Klarheit über den Verbleib jedes einzelnen Gegenstandes insofern, als dass für jedes Individuum eine eindeutige Ortsbestimmung existiert und es auch für alle Individuen nicht mehr als eine Ortsangabe gibt. Genau die in Abb. 2 skizzierte Verfahrensweise, ein vages Prädikat zu deuten, ist jedoch erstaunlicherweise diejenige, wie wir sehen werden, die als der Ausgangspunkt für die Semantik des Supervaluationismus gewählt wird.

Doch eine solche Partition ist nun in der Tat genauso wohlbestimmt wie die, die durch ein sich (in einem engen Sinne) klassisch verhaltendes Prädikat erzeugt wird, mit dem die Existenz von nur zwei Extensionen verbunden ist. Dass vage Prädikate sich so eben nicht verhalten, sollte uns mit Sainsbury sofort einleuchten: Es gibt in einer entsprechend geordneten Reihe keinen scharfen Schnitt zwischen den schnellen und den sich langsam bewegenden Dingen, zwischen den roten und den gelben Gegenständen oder zwischen den kleinen und den großen Tieren. Was resultierte aber anderes aus der 3-Partition des Trägers durch ein Prädikat, das über insgesamt drei Extensionen verfügt, als eine einfache Vermehrung von scharfen Grenzen?

Es gäbe in einem solchen Fall für das vage Prädikat „ist groß“ in einer aufsteigend nach der Körpergröße geordneten Reihe von Menschen genau eine Person mit einer bestimmten Größe von vielleicht 1,79 m, für die gelten würde, dass sie weder zur Klasse der großen, noch zur der Klasse der nicht großen (der kleinen) Leute gehören würde. Es wäre durchaus naheliegend, die dritte Extension dann als Klasse der mittelgroßen Leute anzusehen. Aber dies bedeutete klar die Existenz eines wahren Satzes, der zum Ausdruck bringen würde, dass ein Individuum n einer bestimmten Größe das Prädikat „ist groß“ erfüllen würde, während das unmittelbar vorangehende Individuum $n - 1$, das vielleicht nur einen Bruchteil eines Zentimeters kleiner wäre, „ist mittelgroß“ erfüllen würde. Es gäbe also auch hier einen scharfen Übergang, der sich nicht mit der Verwendung des vagen Prädikats in der natürlichen Sprache in Einklang bringen ließe. Nicht nur gäbe es diese eine scharfe Grenze, sondern eine weitere für den präzisen Übergang von den mittelgroßen zu den kleinen Menschen. Die Behauptung, dass es diese scharfen Übergänge tatsächlich geben könnte und wir auch Kenntnis von ihnen haben können, wird als in einem hohen Maße unplausibel angesehen und weithin abgelehnt von Vertretern wie Gegnern des supervaluationistischen Ansatzes.[167]

Sainsbury argumentiert genau entlang dieser Linie und damit elementar gegen jede Sichtweise, die es zulässt, dass vage Prädikate – und überhaupt alle sprachlichen Bestandteile, die vage sind – über Extensionen verfügen könnten. Spezieller richtet sich dieser Einwand gegen jede Konzeption von Vagheit, die versucht, das Phänomen in einer hierarchischen Theorie semantisch aufzulösen. Denn der Vorwurf lautet dann einfach, dass das, was nicht sein kann – die Existenz scharfer Grenzen – in der Theorie lediglich nach hinten oder vielmehr in

[167] Vgl. Russell [1923], 87 für eine sehr frühe solche Auffassung; Wright [1976] spricht sich genau dafür aus; Keefe [2000], 31 f.; für Sainsbury [1990] ist diese Auffassung der wesentliche Antrieb für die Kritik dieses Autors an mengentheoretisch fundierten Zugängen zum Vagheitsphänomen. Es ist für den epistemischen Zugang zur Vagheit charakteristisch, dass vage Prädikate dort interpretiert werden in einer Weise, so dass diese tatsächlich scharfe Grenzen ziehen, jedoch wissen wir als Sprachnutzer aus prinzipiellen Gründen nicht, wo diese Grenzen sich jeweils befinden. Vagheit ist dort weder verankert etwa in einer unpräzisen Sprache noch wird ontologische Vagheit für möglich erachtet, sondern es ist unsere grundlegende erkenntnistheoretische Unfähigkeit, die scharfen Grenzziehungen durch vage Prädikate auszumachen, die das Phänomen und mit ihm die Sorites-Paradoxie überhaupt erst entstehen lässt. Dies ist die Theorie, die ihr prominentester Vertreter Timothy Williamson in seinem [1994] vorgeschlagen hat. Keefe diskutiert Williamsons [1994] und andere epistemische Standpunkte in ihrem [2000], 62-84 detailliert und lehnt diese letztlich zugunsten einer supervaluationistischen Lösung ab.

der semantischen Hierarchie nach oben verschoben wird. Wenn mit einem vagen einstelligen Prädikat zuerst jene Dreiteilung verbunden sein sollte, die eine positive, eine negative Extension und eine Penumbra, verstanden als Menge, die die Grenzfälle beherbergt, vorsieht, dann ließe sich das Problem vielleicht durch Iteration der Bildung weiterer Grenzregionen in eine Hierarchie hinein auflösen. Wenn erkannt wird, dass bei einer einfachen Dreiteilung der Extension eines solchen Prädikates nicht von einem vagen sprachlichen Element die Rede sein kann, dann könnte die Lösung mutmaßlich darin erblickt werden, zwischen der positiven und der Grenzfallregion eine Region zu vermuten, die ihrerseits eine Penumbra zwischen positiven und einfachen Grenzfällen darstellen könnte. Ebenso müsste dann zwischen der Penumbra und der negativen Extension eine neue Grenzfallregion angesiedelt werden. In der angedachten, einfachen solchen Dreiteilung wäre ein Mensch, der 1,90 m groß ist, Element der positiven Extension des vagen Prädikats $gro\text{ß}_1^+$, ein 1,79 m großer Mensch dann Element von $gro\text{ß}_1^P$, der einfachen Penumbra dieses vagen Prädikats, und ein Mensch mit einer Körpergröße von 1,63 m ein Element der Menge $gro\text{ß}_1^-$. Doch auch dies entspricht einer mengentheoretisch klar bestimmten Einteilung und es gäbe letzte und erste Kandidaten in einer geordneten Reihe für das Bestehen der Mitgliedschaftsbeziehung für jede dieser Mengen, was so sicher nicht akzeptabel ist, wenn wir die Verwendungsweise dieses Prädikats in der natürlichen Sprache reflektieren.

Der mengentheoretisch verfahrende Sprachphilosoph, der dieser Konzeption zugeneigt ist und die Erklärung des Verhaltens der Semantik vager Partikel in der iterierten Anwendung des Bildungsprinzips der Penumbra-Regionen in dieser extensionalen Partitionierung erblickt, muss nun eine weitere Stufe in der Hierarchie hinzufügen, um den unerwünschten Konsequenzen der erste Stufe zu entgehen. Auf einer zweiten Stufe gäbe es dann die fünf Extensionen $gro\text{ß}_2^+$, $gro\text{ß}_2^{+P}$, $gro\text{ß}_2^P$, $gro\text{ß}_2^{P-}$, $gro\text{ß}_2^-$, so dass nun auch Orte für Grenzfälle zwischen den klar großen und den Grenzfällen von großen Menschen sowie zwischen diesen Grenzfällen (den mittelgroßen) und den kleinen Menschen gefunden wären. Entspricht dann das Ergebnis einer solchen semantischen Analyse – wenig überraschend erneut – nicht der alltäglichen Verwendungsweise des Prädikats, werden einfach weitere Hierarchiestufen hinzugefügt. Die Verallgemeinerung dieser Verfahrensweise ist in gewisser Hinsicht vergleichbar mit der Art, wie bei Russell das logische Subjekt zum Verschwinden gebracht wird, indem es aufgelöst wird in einem quantifizierten Ausdruck und sich seine Semantik verteilt über die des Zusammenwirkens der Semantik von Variablen, Quantoren und Prädikaten. Hier ist der exakte Ort des Gegenstandes nur noch durch den gesamten quantifizierten Ausdruck, nicht jedoch auf dem Weg der Betrachtung einzelner Bestandteile desselben nachvollziehbar. Ganz anders muss man dann allerdings bewerten, was insgesamt jeweils erreicht wurde: Russells prädikatenlogisch analysierte Kennzeichnungen vermochten die Eindeutigkeit des Verhältnisses zwischen Sprache und Objekt auf dem von ihm vorgeschlagenen Weg überzeugend abzubilden. Doch im vorliegenden Fall semantischer Vagheit als Eigenschaft von Sprache, die offenbar unverträglich ist mit der durch eine mengentheoretische Behandlung aufgezwungenen Präzision, wird Unschärfe nur durch eine komplexe aber letztlich präzise Hierarchie von Objekten in inadäquater Weise dargestellt.

Die Allgemeinheit dieser Methode und die Frage, welchem Aspekt von Vagheit eine gegebene Stufe in dieser Hierarchie entspricht, stellt Sainsbury folgendermaßen dar:

> The generalization of this set-theoretic approach is that a predicate is vague_n iff it draws 2^n boundaries, thus partitioning the domain into $2^n + 1$ sets. A predicate is sharp iff it is vague_0; is vague iff it is vague_n for some positive n; is higher order vague iff it is vague_n for some $n > 1$, and is radically vague iff it is vague_n for all n.[168]

Immer dann, wenn festgestellt würde, dass auf einer gegebenen Stufe der Hierarchie eine Beschreibung des Verhaltens eines vagen Prädikats vorliegt und diese sich nicht mit unseren Beobachtungen seines Verhaltens oder unseren Intuitionen bezüglich desselben in der natürlichen Sprache decken würde, könnten wir – bildlich gesprochen – in der Hierarchie aufsteigen und weitere „Unschärfe“ durch weitere Penumbras erzeugen.

Es ist zwar eine theoretische Möglichkeit, dass für manche natürlichsprachlichen Prädikate in dieser semantischen Hierarchie die Analyse des Ausmaßes ihrer Vagheit endlichwertig terminiert, aber gerade weil dies scharfe Übergänge bedeutete, widerspräche es doch sehr klar den vortheoretischen Intuitionen, die

[168] Sainsbury [1990], 255.

ja gerade die Unschärfe der Grenzfälle zu implizieren scheinen.[169] Eben deswegen ist es für Sainsbury eine unmittelbar einleuchtende Ansicht, dass überhaupt keine solche Hinzufügung von Penumbra-Regionen jemals eine adäquate Beschreibung liefern könnte, weil jede einzelne Analyse mit egal wie vielen Hierarchiestufen nur eine falsche Analyse des vorliegenden Vagheitsbegriffs sein würde. Denn für jede einzelne gezogene Grenze gilt ja, dass sie ungerechtfertigt ist, insofern sie lokal, d.h. auf irgendeiner Ebene *i* dieser Hierarchie eine scharfe Grenze zieht, und genau dies wird dem gesamten Ansatz zum Verhängnis.

Selbst wenn eine unendliche solche Hierarchie mit einer unendlichen Anzahl von Extensionen vorliegen würde, handelte es sich immer noch um klassische Mengen, mit denen einfache algebraische Operationen durchgeführt werden könnten: Es ließe sich immer noch problemlos eine Dreiteilung des Trägers erreichen, indem die erzeugten Extensionen in einer Weise geordnet würden, so dass von der Gesamtheit aller dieser Mengen eine abzuziehen wäre, die die Individuen enthielte, auf die das vage Prädikat bestimmt zutreffen würde. Aus dem Rest wäre weiterhin diejenige Menge zu subtrahieren, für deren Elemente sicher zutreffen würde, dass sie das Prädikat sicher nicht erfüllten. Die Vereinigungsmenge aller restlichen Mengen stellte in jedem Fall alle verschiedenen Versionen von Grenzfällen in der Hierarchie zusammen in einer Menge dar, so dass wiederum eingetreten wäre, was einfach nicht vorliegen dürfte: „So the old problem re-emerges: no sharp cut-off to the shadow of vagueness is marked in our linguistic practice, so to attribute it to the predicate is to misdescribe it.“[170]

Bisher wurden Grenzziehungen stets präsentiert als klassisch in dem Sinne, dass sie scharf sind und sie durch die Ziehung einer Grenze einen gegebenen Bereich in genau zwei Abschnitte aufteilen. Nun gibt es natürlich auch noch die Methode, Mengen in einer Weise zu konstruieren, in der sogenannte unscharfe Grenzen realisiert werden und diese dann selbst als Objekte unscharfe Mengen (*fuzzy sets*) genannt werden: Dies ist die sogenannte *fuzzy set theory*. Wir werden mit Sainsbury feststellen, dass es sich bei dem hier verwendeten Unschärfebegriff um etwas von dem mit „Vagheit“ assoziierten Unschärfephänomen grundlegend Verschiedenes handelt. Die Unschärfe der Zugehörigkeit von Elementen

[169] Sainsbury [1991], 168 f.
[170] Sainsbury [1990], 255. Dass auch ein formales Pendant zu dieser Argumentation existiert, zeigt Williamson [1994], 159 f.

zu den in dieser Theorie von Mengen betrachteten Objekten wird über eine mathematische Funktion geregelt, mit der der Grad des Enthaltensseins gegebener Elemente in diesen Mengen festgehalten wird. Mengen sind Objekte, die klassisch wie fuzzy-logisch bestimmt werden einzig durch ihre Elemente, nur dass in letzterem Fall nicht verzichtet werden kann auf die Berücksichtigung besagten Grades der Zugehörigkeit zu einer gegebenen Fuzzy-Menge.

Trotzdem sind auch sogenannte unscharfe Mengen letztlich vollkommen scharf begrenzte, extensional wohlbestimmte Objekte, insofern sie eindeutige Grenzen ziehen: Sie ziehen gewissermaßen intern Grenzen dadurch, dass sie unterscheiden, inwieweit die Elemente, aus denen sie bestehen, zu ihnen gehören – entscheidender ist gleichwohl, dass sie extern *eine* Grenze ziehen und alle Objekte, die ihnen zu welchem Grad auch immer zugehören, so unterscheiden von allen Gegenständen, die ihnen in jedem Fall nicht angehören. Im klassischen Fall entfällt dies dadurch, dass ja für alle Elemente einer Menge die Elementbeziehung immer in identischer Weise besteht, falls sie besteht. Mit dieser Zugehörigkeitsfunktion betrachtet man nun für unscharfe Mengen aus der Definitionsmenge, die die potentiellen Elemente der unscharfen Menge enthält, ein Objekt und ordnet diesem ein Objekt aus der Wertemenge für diese Funktion zu. Der Wertebereich besteht üblicherweise aus dem reellen Einheitsintervall, ist also festgelegt als der Bereich [0,1]. Die Elementbeziehung ordnet daher jedem Element einen entsprechenden Wert aus diesem Intervall zu und es entsteht so eine „unscharfe“ Menge, für die gilt: Für alle Elemente der unscharfen Menge, für die die Zugehörigkeitsfunktion einen Wert größer 0 zugeordnet hat, kann in eindeutiger Weise eine Aussage getroffen werden über ihren extensionalen Status (ihren Ort) innerhalb dieser Menge und dann relativ zur gebildeten Menge auch innerhalb des zugrundeliegenden Trägers (bzw. Universums); für alle Elemente, für die die Funktion 0 ausgibt, kann dies zumindest relativ zur betrachteten Menge als Teil des Trägers erfolgen.

Es ist vollkommen klar, dass eine solche unscharfe Menge dekomponiert werden könnte, um zu einer klassisch mengentheoretischen Darstellung zu gelangen, in der es ausschließlich Mengen gäbe, die eine zweiwertige Elementbeziehung aufweisen würden. Indem man etwa aus besagter unscharfen Menge durch (echte) Teilmengenbildung zuerst diejenigen Elemente extrahierte, für die die Funktion den Wert 1 ausgeben würde. Man erhielte so aus dem gesamten Träger die Menge derjenigen Elemente, für die – falls wir die Komprehensionseigenschaft mit einer beliebigen Eigenschaft, die durch ein beliebiges vages Prädikat P ausgedrückt wird, identifizieren – die gesuchte Eigenschaft voll und ganz vorliegen würde. Entsprechend bildete die Menge, die die Elemente mit einem Grad der Zugehörigkeit von 0 enthielte, die Antiextension relativ zur gewählten Eigenschaft.

Für jede reelle Zahl, für die Elemente existierten, für die die Elementbeziehung in besagtem Grad bestünde, würde eine scharfe Menge gebildet werden, deren Komprehensionseigenschaft als ein echter Teil der gewählten vagen Eigenschaft interpretiert werden würde. Durch die Erzeugung von *n echten Teilmengen* des als Komprehensionseigenschaft gewählten Prädikats für die unscharfe Menge, könnten so exakt die benötigten Extensionen erzeugt werden. Alle Mengen mit Ausnahme derjenigen zwei, auf die unmittelbar zuvor Bezug genommen wurde und die für die echt positive und echt negative Extension des (ursprünglich betrachteten) vagen Prädikats stehen würden, bildeten dann die verschiedenen Grenzfallregionen, die Penumbras, ab. Für jede solche Penumbra-Menge könnte als Name P mit einem Index $i \in \mathbb{R}$ dienen, um anzuzeigen, dass alle $P_i \subset P$ sind unter der Bedingung, dass $i > 0$. Der Zweck dieser Methode besteht also offensichtlich in der Konversion der reellwertigen Elementbeziehung, die zwischen Elementen und Fuzzy-Mengen besteht, in ein System von Mengen, für die dann eine bipolare Elementbeziehung gilt.

Die Kosten für ein solches Verfahren bestehen in der (möglicherweise reellwertigen) Vermehrung von Prädikaten mitsamt den damit zum Ausdruck gebrachten Eigenschaften, die als die Komprehensionseigenschaften der korrespondierenden so erzeugten Mengen dienen würden. „Unschärfe“ ist daher auch hier mehr (und streng genommen nur) façon de parler und hält nicht dem Vergleich mit dem Stand, was als Phänomen in Bezug auf Vagheit eigentlich zur Diskussion stehen sollte.

Es wird jetzt klar, warum Sainsbury weder supervaluationistischen noch unendlichwertigen mengentheoretischen Zugängen insgesamt hoffnungsvoll entgegenblicken kann, solange nämlich diese seine Kritik im Kern zutrifft. Sein Slogan „you do not improve a bad idea by iterating it“ drückt aus, worin er die elementare Problematik aller Versuche erblickt, Vagheit auf dem Weg einer

Semantik habhaft zu werden, die sich extensional wohlbestimmter, mengentheoretischer Objekte und Operationen bedient, um dann „Unschärfe“ durch bloße Vielheit oder Komplexität der Hierarchie quasi im Nachhinein zu erzeugen.[171] Durch eine Analyse, die sich scharfer – und dies heißt extensional wohlbestimmter – Objekte bedient, wird man dem Phänomen „Vagheit“ nicht gerecht werden können: Es stellt eben keine Lösung dar, wenn man versucht, durch komplizierte, aber immer noch in genau diesem Sinne präzise Strukturen, Unschärfe semantisch darzustellen, wenn schon die erste präzise Darstellung an irgendeiner Stelle der Theorie einer Falschbeschreibung gleichkommt. Mit der Semantik der hierarchischen Darstellungsweise von Vagheit argumentiert, kann Sainsbury für keine natürliche Zahl n einem als vage begriffenen Prädikat P zusprechen, vage zu sein zum Grad n, weil dies eine Partitionierung des Trägers in $2^n + 1$ Mengen zur Folge hat. Vagheit kann aus demselben Grund noch nicht einmal zusammenfallen mit Vagheit höherer und in der Tat n-ter Ordnung, weil die entstehenden Extensionen nachweislich immer noch zu einer 3-Partition angeordnet werden können: die Menge der Objekte, auf die das Prädikat eindeutig zutrifft, die Menge der Objekte, auf die das Prädikat eindeutig nicht zutrifft und die Menge aller Grenzfälle.

Die Kritik Sainsburys ist zweifelsohne und ganz im Sinne des Wortes radikal, weil bereits an frühester und sozusagen tiefster Stelle in einem gedachten Ablauf der Annäherung an das philosophisch-logische Problem eine Abkehr von einem so fundamentalen Konzept wie dem des Mengenbegriffs nahegelegt wird. Sie ist deswegen auch als universell zu bezeichnen, weil Alternativen für die formale Erörterung noch nicht einmal ansatzweise in Aussicht stehen, und dies schließt Sainsburys Gegenvorschlag meines Erachtens ein. Wie weit diese Kritik wirklich reicht, ist indes unklar, insofern unsicher ist, was sie überhaupt alles nicht ausschließt: Sind es nicht-extensionale oder sogar *nicht extensionalisierbare* Mittel, nach denen für eine adäquate Behandlung von Vagheit nach der Kritik von Sainsbury gesucht werden sollte? Doch es ist ganz und gar nicht klar, was wir überhaupt darunter zu verstehen haben. Dass Sainsburys Kritik so allerdings

[171] Sainsbury [1990], 256.

in ihrer Reichweite als überwältigend angenommen werden muss und dies insbesondere bezüglich ihrer Folgen für die logische Methodologie, scheint nun außer Frage zu stehen.

6.3 Sainsburys *boundaryless concepts*

Als Alternative schlägt Sainsbury einen nichtklassischen Ansatz vor, der auf Basis der vielleicht am besten als „weich-klassifizierend" zu bezeichnenden grenzlosen oder -freien, d.h. also extensionslosen Begriffe, zur Ordnung der Gegenstände im „Einflussbereich" vager Prädikate beitragen soll. Anstatt sich der traditionellen klassifikatorischen Objekte zu bedienen, die Mengen – im fuzzy-logischen Sinne unscharf oder eben klassisch – zweifelsohne sind, motiviert Sainsburys Gegenvorschlag die Idee *polarisierender Begriffe*. Man sollte sich die Funktionsweise vager Begriffe, die eben gar keine Grenzen ziehen, besser vorstellen in der Art wie der Einfluss von magnetischen Polen auf die Objekte zu denken ist, auf die sie Kraft ausüben. Durch die unterschiedlich starke Einflussnahme, die diese Pole ausüben, sammeln sich einige der Objekte in unmittelbarer Nähe um einen Pol, während sich andere in einem anderen begrifflichen System in kontinuierlicher Gradierung zwischen zwei oder mehr Polen verteilen. Es sei dies in Abgrenzung zu klassisch streng klassifizierenden Werkzeugen ein *Paradigma*, ein distinktes und autonomes Modell, Realität begrifflich zu verarbeiten unter Zuhilfenahme charakteristischer Fälle für Begriffe. Sainsbury bringt immer wieder das Beispiel des Farbspektrums als einem Band ohne Grenzen und mit kontinuierlichen Übergängen zwischen einzelnen Farben, die potentielle Kandidaten für Eigenschaften sind, die wir durch vage Prädikate bezeichnen würden.

Der Begriff des Paradigmas spielt für Sainsbury eine entscheidende Rolle und wird dabei doch letztlich im Status eines Schlagworts verbleiben, da er keine exakte Bestimmung erfährt. Vereinfacht zusammengefasst, ist ein Paradigma für ein vages Prädikat ein Beispiel für die durch das Prädikat ausgedrückte Eigenschaft plus etwas Weiteres, durch das genau dieser Fall zu etwas aufsteigt, das als Lehrbeispiel (gegenüber anderen Fällen) für die Erlernung des Prädikats bezeichnet werden könnte.

Er zieht dabei aus verschiedenen Disziplinen, die sich mit der Erforschung der Denk-, Sprach- und Wahrnehmungskompetenz des Menschen befassen, mögliche Anknüpfungspunkte zur Klärung dieses Begriffs in Betracht, letztlich jedoch ohne eine zu favorisieren oder auch nur wahrscheinlicher zu machen als eine andere. Er spekuliert diesbezüglich, dass Anleihen aus dem Bereich der Psychologie, Psycholinguistik (Prototypentheorie) oder auch Ansätze aus den Kognitions- oder Neurowissenschaften (wie bspw. das *parallel distributed processing*) zum Verständnis des Begriffs beitragen könnten. Er gibt leider wenig Definitives und auch insgesamt wenig detaillierte Ausführungen; letztlich scheint sich für ihn jedoch zumindest die Annahme einer Relation der Ähnlichkeit (*similarity*) als plausibel herauszukristallisieren, mit der dann zwischen paradigmatischen Fällen und anderen Fällen über die Anwendbarkeit des Prädikats entschieden werden können sollte:

> Perhaps we should try to specify a boundaryless concept's relation to the world in terms of a paradigm – an object, α, to which it quite definitely applies, and which might therefore be an appropriate example to use in a teaching situation – together with a relation of similarity. Then we might say, non-homophonically, that the concept is true of something iff that thing is sufficiently similar to α.[172]

Für diese Relation kann er sich dann durchaus auch eine neurophysiologische Basis in unserem Wahrnehmungsapparat vorstellen, wie er an anderer Stelle zu bedenken gibt.[173] Es ist damit freilich noch kein echter Fortschritt im Verständnis dessen erreicht, was man sich unter „Paradigma“ oder „paradigmatischen Fällen“ jenseits eines vorhandenen intuitiven Verständnisses vorzustellen hat. Auf der anderen Seite bemerkt er dazu, dass einer Hoffnung auf eine direkte, den üblichen Erwartungen einer formalen Semantik entsprechende Klärung, so wie man sie hier ansonsten erwarten würde, vielleicht auch aus prinzipiellen Gründen gar nicht entsprochen werden kann:

> Boundarylessness cannot be described sharply, for example set-theoretically; so, whatever insight psychological descriptions may offer, the only semantic description which appears plausible is vague, for example homophonic. We must reject

[172] Sainsbury [1991], 180.
[173] Vgl. ebd., 181.

> the classical picture of classification by pigeon-holes, and think in other terms: classifying can be, and often is, clustering round paradigms.[174]

Angesichts der grundlegenden Andersartigkeit der Vagheitsthematik in semantischer Hinsicht gegenüber allen anderen Phänomenen der Disziplin sollte man sich deswegen zugunsten einer wohlwollenden Deutung von Sainsburys Vorschlag doch vielleicht eher darauf konzentrieren, wie er sich das Funktionieren polarisierender Begriffe im Zusammenhang mit seiner Idee einer homophonen Semantik vorstellt. Es kann dann von dort aus gewissermaßen nach unten, in die semantischen Details hinein Kritik geübt werden.

Man kann, so denke ich, diesem keineswegs zu fremden Denkmodell polarisierender Begriffe soweit durchaus einige Intuitivität und auch Überzeugungskraft zusprechen, wenngleich natürlich noch Vieles erklärungsbedürftig ist. Hierzu bemerke ich das Folgende: In der sich anschließenden Diskussion von Sainsburys Vorschlag sollte man sich begleitend zu den Erläuterungen auch eine gewisse kritische Wahrnehmung hinsichtlich der Plausibilität dieses Denkmodells bewahren, sich der *Möglichkeit* mengentheoretischer Beschreibungen überhaupt entziehen zu können. Denn was immer am Ende der Analyse steht, es dürfte sich ja nicht um eine extensionale Charakterisierung handeln können, und wenn doch, sollte diese besser falsch bzw. inadäquat sein, insofern es einem mit ihr dann eben aus prinzipiellen Gründen nicht gelungen sein könnte, einen oder mehrere polarisierende Begriffe korrekt zu erfassen.

Nach Sainsburys Auffassung soll allerdings dieses im extensionalen Sinne nichtklassische System eben ganz anders als die mengentheoretisch fundierten Zugänge funktionieren, die allesamt nur Repräsentanten dessen sind, was er das *classical picture* (d.h. es wird letztlich „nur“ eine extensionale Charakterisierung angeboten) nennt. Sie sollen das wesentliche Fundament für eine bessere Theorie von Vagheit bilden, die nicht zwangsläufig durch die Beschaffenheit ihrer theoretischen Mittel in einer Fehlbeschreibung mündet. Anders als durch diese scharf begrenzten Objekte soll nämlich das Verhalten vager Prädikate nicht unter Rekurs auf eine mengentheoretische Sprache (oder genauer eine extensionale Semantik für eine Sprache) – was ja nach Voraussetzung nur auf eine Fehlbeschreibung hinauslaufen würde – erklärt werden, sondern durch die Verwendung

[174] Sainsbury [1990], 264.

begrenzungsfreier oder extensionsloser Begriffe (*boundaryless concepts*) realisiert werden:

> A vague concept is boundaryless in that no boundary marks the things which fall under it from the things which do not, and no boundary marks the things which definitely fall under it from those which do not definitely do so; and so on. Manifestations are the unwillingness of knowing subjects to draw any such boundaries, the cognitive impossibility of identifying such boundaries, and the needlessness and even disutility of such boundaries.[175]

Er illustriert dies mit dem Beispiel des Farbspektrums, bei dem dies auch par excellence der Fall sei und wo Klassifikation, verstanden als die Primärfunktion von Prädikaten, trotzdem problemlos funktioniere:

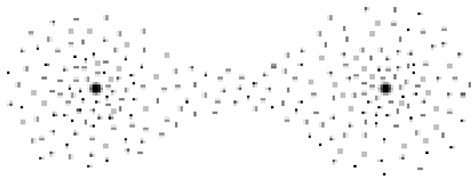
> Scepticism about whether boundaryless classification is possible can be set to rest, I believe, by contemplating a very familiar case: the colour spectrum, as displayed, for example, in an illustration in a book on colour. Looking carefully, we can discern no boundaries between the different colours: they stand out as clearly different, yet there are no sharp divisions. There are bands, but no bounds. This does nothing to impede the classificatory process: the spectrum is a paradigm of classification.[176]

---

[175] Ebd., 257.

[176] Ebd., 258. Hier scheint Sainsbury „Paradigma" in einer anderen Weise zu verwenden, nämlich als Eigenschaft von Systemen polarisierender Begriffe. Man könnte ihn hier so deuten, dass Systeme der Klassifizierung dann paradigmatische Systeme sind, falls sie paradigmatische Fälle (jetzt in der terminologischen Neudeutung Sainsburys, in der sie vermittelt über eine Ähnlichkeitsrelation funktionieren) enthalten. Eine andere Art, dies zu begreifen, besteht sicherlich darin, „Paradigma" hier in seiner herkömmlichen Wortbedeutung zu verstehen, wonach dann nicht viel mehr behauptet würde, als dass es sich bei Systemen polarisierender Begriffe um (in irgendeiner Hinsicht exemplarische) Klassifizierungssysteme handelte. Inwiefern ihnen dies gelänge gerade ohne Grenzen zu ziehen, bliebe dann freilich immer noch unbeantwortet.
Es ist unumgänglich, dass für den nachfolgenden Einwand auf an späterer Stelle Erläutertes vorgegriffen werden muss. Von einem materiellen wie semantischen Standpunkt bin ich von der „no-boundaries"-These in Bezug auf das Farbspektrum nicht vollends überzeugt: Unabhängig von etwaigen ontologischen Eigenschaften der wahrgenommenen Dinge sind es endlich viele Farbsinneszellen (Zapfen), die den Lichtreiz primär und vor allem physiologisch verarbeiten. Dass das Diskriminationspotenzial der insgesamt drei verschiedenen Zapfenarten im Auge endlich ist, kommt durch die bestehenden Minima und Maxima der entsprechenden Verläufe ihrer Absorptionskurven zum Ausdruck. Innerhalb dieses Wahrnehmungsbereichs können die Zapfen nicht unendlich fein auflösen, was ebenfalls wissenschaftlich einwandfrei nachgewiesen ist. In einer wissenschaftlichen Sprache, die den Farbwahrnehmungsprozess beschreibt, müsste dann das „Ergebnis" der Wahrnehmung eines Lichtreizes durch einen Zapfen in der Zuordnung eines semantischen Wertes für diesen in der entsprechenden Prädikation bestehen. In der Welt ist dies der Vorgang, im Zuge dessen Licht (verschiedener Wellenlängen) auf die Zapfen fällt, wodurch bestimmte chemische Verbindungen, die Sehfarbstoffe, zersetzt werden. Das Resultat ist eine entsprechende elektrochemische Erregung, die als Signal nach der sogenannten Gegenfarbtheorie noch in der Netzhaut weiterverarbeitet wird, um z.B. den Effekt der sogenannten Farb- und auch Raumredundanz zu minimieren. Letztgenannte Korrekturphänomene basieren übrigens essentiell darauf, dass selbst bei sehr ähnlichen Reizwahrnehmungen benachbarter Rezeptoren noch „errechenbare" Differenzen von diesen Wahrnehmungsapparaten ausgewiesen werden können. Aus sprachphilosophischer Perspektive gesehen, ist die Menge, die das Ergebnis der Farbwahrnehmungen aller Zapfen zu einem Zeitpunkt in Satzform festhalten würde, vollständig bestimmt durch diese ihre Elemente und dies ließe sich folglich aufgrund der semantischen Bestimmtheit jedes ihrer Elemente überhaupt nicht als beispielhaft grenzlose Klassifikation heranziehen.

Die Idee ist, dass die Prädikate sich nach dieser Auffassung, wie oben bereits angedeutet, wie Attraktoren (magnetische Pole) verhalten und Gegenstände (des Trägers) in deren Einflussbereichen so unterschiedlich stark von ihren als Zentren verstandenen Mittelpunkten der Anziehung positioniert gedacht werden sollten. Für ihn wird daher die Zusammensetzung oder eher das Verhalten vager Prädikate besser verstanden, wenn dabei etwa an die nachfolgende Illustration gedacht wird:



(Abb. 3)

Es ist klar, dass es hier nur um einen bildhaften Nachvollzug gehen kann, es offensichtlich nicht um eine korrekte extensionale Darstellung im Sinne eines Mengendiagramms gehen kann, die, falls Sainsbury Recht hat, ohnehin nicht möglich sein dürfte.

Allerdings ist es die nachgeordnete Verarbeitung durch den visuellen Kortex und höhere Verarbeitungsstufen, durch welche die Signale im Gehirn zusammenlaufen und zu einem Farbeindruck verknüpft werden. Hier liegt dann auch erst der Geburtsort dessen, was wir als Farben kennen – Farben entstehen im Kopf und nicht im Auge. Wenn es dann hier oder später dazu kommen sollte, dass uns auf dem Weg eines so erzeugten Bildes der Eindruck vermittelt wird, eine wahrgenommene, interpretierte Reizverteilung sei ein Kontinuum ohne innere Grenzen, dann gibt es dazu das Folgende zu bemerken:

1. Es ist aus unserer Perspektive gar nicht unbedingt interessant wie so etwas zu Stande kommen könnte, sondern, wenn dies eintreten sollte, eher inwiefern das Phänomen der als grenzlos wahrgenommenen Farben im Bild in formaler und das meint sprachlicher Hinsicht verträglich sein kann mit der vollständigen Bestimmtheit der semantischen Atome, die die Werte der zuvor beschriebenen Sätze darstellen.

2. Es ginge hier nicht einfach darum, dass eine endliche Größe von niederer Komplexität die Basis für die Erzeugung einer (vielleicht immens) hohen Komplexität darstellen würde. Die „hohe Komplexität“ des Farbspektrums im Bild soll in der Abstraktion als Begriff ein Beispiel eines grenzfreien Begriffs sein, und hier wäre dann der rätselhafte Übergang gelungen von einer endlichen und extensional wohlbestimmten Basis hin zu einer extensionslosen „Totalität“. Man kann Sainsbury zu diesem Beispiel nicht gratulieren, weil es als Beispiel mindestens in exakt derselben Weise unklar bleibt wie in der Verallgemeinerung des *boundaryless concept*. Eigentlich ist es doch eher so, dass hier gerade Zweifel durch die extensional wohlbestimmte semantische Basis angebracht erscheinen.

Eine gute Darstellung der physiologischen Grundlagen bietet etwa Gegenfurtner/Sharpe [1999].

Ungeachtet dessen ergeben sich aus dieser versuchten Illustration des Verhaltens vager Prädikate schnell konkrete Fragen und abgeleitete Probleme: Als was genau sind die beiden Zentren der Attraktion bzw. die Individuen in „unmittelbarer Nähe“ derselben in der Abb. 3 zu interpretieren, wenn nicht als klare und eindeutige Fälle der korrespondierenden Prädikation des vagen Begriffs? Falls dem so ist, bis zu welcher Entfernung von diesem Zentrum dürfen wir annehmen, dass dies zutrifft? Daraus ergibt sich direkt die schwierige Frage, was für die Individuen aus dem Bereich des Übergangs zwischen den konträren Begriffen hinsichtlich des Bestehens oder Nichtbestehens der Erfüllungsrelation *beider* Prädikate der Fall ist.

Alle diese Fragen sind von Bedeutung, weil natürlich verstanden werden will, was exakt in diesem Bild der Darstellung eines Prädikats (oder der Funktionsweise polarisierender Begriffe) entspricht und inwiefern diese Form der Darstellung dann *keiner* extensionalen Perspektive entsprechen würde oder vielmehr überhaupt könnte. Insbesondere eröffnen sich aber Begehrlichkeiten aus Sicht des klassisch-mengentheoretisch verfahrenden Philosophen oder Logikers: Wenn die einzelnen Punkte für Gegenstände des Trägers stehen sollen, auf die die Prädikate (wenn auch nur graduell) zutreffen würden, was hinderte uns daran, den Grad ihrer Zugehörigkeit auf die eine oder andere Weise (etwa durch Zuordnung reeller Zahlen oder verallgemeinert dann irgendwelcher semantischer Werte) zu messen bzw. festzulegen und so eine n-wertige Logik zu konstruieren oder im *fuzzy-set*-theoretischen Sinne unscharfe Mengen zu erzeugen? Es ist nicht unmittelbar klar, wie es helfen kann, von dem klassischen Bild abzuweichen, Mengen durch Venn-Diagramme, buchstäblich in extensionaler Darstellung (durch Verhältnisse von Grenzziehungen und zusätzlich etwa Punkten für Gegenstände) anzugeben, wenn in der Alternative scheinbar relative Entfernungen der Punkte (für Individuen) von Zentren diese Aufgabe zu übernehmen scheinen. Dürfen wir ferner davon ausgehen, dass es überhaupt einen fixierten Träger im klassischen Sinne für eine Struktur gibt – haben wir also eine Vorstellung über Anzahl und Typ der Gegenstände, über die wir letztlich sprechen werden? Es wird sich herausstellen, dass von Sainsbury leider auf die wenigsten dieser Fragen eine Antwort gegeben wird.

Es geht in der Hauptsache darum, dass mit Sainsburys Verständnis von der Art, wie Vagheit repräsentiert durch entsprechende Prädikate zu denken ist, eine extensionale Charakterisierung nicht nur nicht durchgeführt werden würde, es müsste sich anstatt dessen so verhalten, dass sie schlechterdings gar nicht durchgeführt werden *könnte*. Gerade weil dies so radikal ist, wollen wir aber umso dringlicher in Erfahrung bringen, wodurch dies im Denkmodell der polarisierenden Begriffe bewirkt würde, da uns dieses von ihm schließlich als Alternative zum klassischen extensionalen Bild angeboten wird. Wäre die Entgegnung Sainsburys nun, dass man das Bild der polarisierenden Begriffe nur als annäherungsweise Veranschaulichung der Funktionsweise vager Prädikate auffassen sollte und es sich sozusagen in Wahrheit in Bezug auf bestimmte Details irgendwie anders verhält, würden wir dies in offensichtlicher Aussparung des wesentlichen Arguments gegen die Extensionalität selbstverständlich nicht akzeptieren müssen. Jede Formalisierung, die eine extensionale Deutung zulassen würde, bei der es entweder um die Klassifizierung von Sätzen einer Sprache (in wahre, falsche oder anderweitig semantisch zu charakterisierende Mengen solcher Sätze) gehen würde, oder um die Beschreibung dessen, was in der Welt mit den Gegenständen oder zwischen Gegenständen der Fall sein müsste, damit es gelingen könnte, mit einem Aussagesatz der Sprache, in der vage Prädikate vorkommen würden, etwas Wahres über die Welt auszusagen, würde ja letztlich scharfe Grenzen ziehen.

Es wäre hier aus prinzipiellen Gründen weder für eine Bewertungs- noch für eine Interpretationssemantik, so wie diese essentiell verstanden werden, klar, ob diese überhaupt zum Einsatz kommen könnten. Es wäre stattdessen vielmehr bedeutend wahrscheinlicher, dass sie eben wegen dieser prinzipiellen Hürde, nämlich dass sie grundlegend extensionale Interpretationen von Sprache liefern, gar nicht als Mittel einer theoretischen Beschreibung in Frage kommen könnten. Der Grund hierfür ist, dass es in den mengentheoretischen Sprachen, die in beiden Fällen als Metasprachen zur Beschreibung der semantischen Eigenschaften und Relationen der jeweils betrachteten (vagen) Sprachen Verwendung finden, immer wesentlich und vorrangig um die Bildung von bestimmten Mengen oder Klassen von Gegenständen oder Sätzen mit diesen oder jenen Eigenschaften gehen würde. Alles andere wäre ja auch belanglos, weil es einfach als Metasprache uninformativ dahingehend wäre, wie in einer objektsprachlichen Hinsicht die

Funktionsweise polarisierender Begriffe zu verstehen ist. Wie bereits verschiedentlich dargelegt, wäre aber genau das nicht tolerierbar, wenn wir Sainsburys Ansicht zur Vagheit mit allen ihren Konsequenzen akzeptieren würden.

Auf der anderen Seite ist auch überhaupt nicht klar, wodurch die Unmöglichkeit einer extensionalen Beschreibung sich aus der Idee polarisierender Begriffe ergeben sollte, solange man sich ansonsten immer noch im Umkreis der klassischen semantischen Begrifflichkeiten bewegt und insgesamt wesentliche Grundansichten über das Verhältnis von Sprache und Welt weiterhin teilt.[177] Wären es nicht immer noch die durch Prädikate ausgedrückten Eigenschaften, die auf Gegenstände (freilich in zu klärender Weise) zutreffen würden? Gäbe es hier in Sainsburys alternativem Ansatz nicht immer noch eine Erfüllungsrelation zwischen den relevanten Elementen einer Sprache und Objekten der unterliegenden Ontologie? Wenn es anders nicht dieses elementare Verhältnis sein soll, das angezweifelt wird, dann ist allerdings nicht wirklich klar, warum wir in der Menge in spe, die die positiven Fälle umfassen soll, also die positive Extension eines solchen vagen Prädikats, nicht zumindest schrittweise hinzufügend die Gegenstände gewissermaßen einsammeln können sollten, die klare und eindeutige Instanzen des Prädikats sind. Entscheidend ist nämlich, dass es letztere gibt und sogar geben muss, genauso wie die eindeutig negativen Instanzen der vagen Prädikate existieren.

Dies ist ein weit subtilerer Einwand als man vermuten könnte und es könnte insgesamt leicht missverstanden werden, warum er relevant ist. Das Argument ist nicht dasjenige, dass extensionslose Begriffe etwa deswegen abzulehnen sind, weil Extensionslosigkeit per se im Verdacht stehen müsste, unformalisierbar zu

[177] In Sorensens knapper, aber wohlwollender Darstellung von Sainsburys Standpunkt glaube ich genau diese Skepsis wiederzuentdecken, wenn dieser in Bezug auf das Ziehen von Grenzen in einem System konträrer Begriffe schreibt: „Sainsbury contends that most concepts do not partition objects into sets. Instead they organize objects in a way a magnet organizes iron filings. Most of the particles cluster at the opposite poles but some occupy intermediate positions. […] Particular cases cluster around paradigm cases. There is no *need* to find a dividing line to understand how a spectrum works. To organize things along a spectrum is itself a perfectly standard way of classifying things. I agree that classification along a spectrum is perfectly standard. But perfectly standard schemes can be inconsistent; Sorensen [2001], 83 [meine Hervorhebung].
Die Frage, die sich hier geradezu aufzudrängen scheint (und die Sorensen allerdings nicht ausdrücklich stellt), ist diese: Vielleicht muss ich keine Grenze ziehen, um die Funktionsweise eines Spektrums zu verstehen, was passiert aber, wenn ich es tue, möglicherweise um das Spektrum als (weiter zerlegbares) System genauer zu analysieren? Eine Grenze zu ziehen, heißt definitiv die Dinge extensional zu betrachten; die Frage ist daher eher: Was droht, wenn ich diese extensionale Sicht einnehme?

sein und deswegen mit Blick auf die Möglichkeit einer Semantik überhaupt abgelehnt werden müsste. Trotzdem halte ich genau diesen Verdacht für durchaus zutreffend. Allerdings lohnt hier eine ausführlichere Diskussion nicht, weil es eigentlich keine Vergleichsoption gibt, die ernsthaft in Erwägung gezogen werden könnte. Es ist eher der begründete Verdacht, dass sich Extensionen vielleicht gar nicht erst abschaffen lassen, solange überhaupt die Rede davon sein kann, dass es Objekte gibt, die eine Eigenschaft exemplifizieren oder instanziieren, für die ein vages Prädikat steht. Denn wenn dies der Fall ist, *erfüllen* sie, wofür lax gesprochen die Syntax in der Form einer durch einen Aussagesatz vorgenommenen Prädikation eines Prädikats über eine Konstante steht, und es ist dies dann der Grund für seine Wahrheit.

Wenn es aber erst wahre Sätze gibt, die vage Prädikate enthalten, kommen mit Blick auf die Ontologie und durch einen semantischen Abstieg von der Satz- auf die Ebene der nichtlogischen Objekte im Satz selbst eben schnell wieder die Gegenstände in den Blick, auf die durch die Konstanten in diesen Sätzen Bezug genommen wird.[178] Im Sinne der Erfüllungsrelation sind diese dann enthalten in der Klasse, die die fragliche Eigenschaft bei dieser Sicht darstellt. Falls es solche Fälle in dem Bild polarisierender Begriffe geben sollte und es auch Gegenstände geben sollte, für die die Erfüllungsrelation nicht bestünde, so könnten schrittweise positive und negative Extension bildlich gesprochen angereichert werden, Instanz für Instanz. Alle übrigen (Zweifels-)Fälle bildeten dann letztlich entweder doch eine dritte Menge oder n Mengen, wobei n der (reellwertige) Grad des Zutreffens der Erfüllungsrelation sein könnte. Im letzteren Fall könnte man diese natürlich wieder als Penumbra-Menge zusammenfassen und würde wieder eine Dreiteilung und also eine einwandfreie extensionale Charakterisierung erreichen.

So kann das Funktionieren vager Prädikate in Sainsburys Alternative also eben gerade nicht erklärt werden. Nur, was entspricht denn dann faktisch der Position bzw. Lage (oder ist Grund für dieselbe) eines bestimmten Objekts in Abb. 3, d.h. was ist es, das einen bestimmten Gegenstand in genau diese Position in der Darstellung des vagen Prädikats bringt? Dass es sich dabei eher nicht um

[178] Hieraus ergibt sich gewissermaßen im Nachhinein, dass für einen Quineschen *semantic ascent* keine Aussicht auf Erfolg besteht, weil das, was vielleicht ontologisch fragwürdig ist, sich als nicht weniger problematisch auf der Ebene der Satzsemantik herausstellt.

etwas rein Logisch-Semantisches, sondern vielmehr in einem weiten Sinne Faktisches handeln wird, ist durchaus anzunehmen. Von Interesse ist dann aber, in welcher Form wir annehmen dürfen, dass dieses Etwas letztlich in einer semantischen Relation steht mit etwas Sprachlichem. Falls eine solche Relation bestehen sollte – und das sollte sie in der Tat, weil sonst ungeklärt bliebe, *auf welche Weise* in diesem Fall Sprache mit Welt überhaupt zusammenhängen würde –, ist einfach unklar, warum durch das Vorhandensein eines satz- oder gegenstandssemantischen Korrelats die entsprechende semantische Beziehung ihre jeweilige sprachliche Entsprechung nicht *irgendwie* bewertbar machen können sollte. Eine solche Bewertung mit irgendeinem geeigneten semantischen Wert sollte aber, wenn es sie gibt, besser nicht einfach unter Rückgriff auf das Bestehen, Nichtbestehen, n-wertige Bestehen der bzw. einer Erfüllungsrelation gegeben werden.[179]

Es sollte klar sein, als wie gravierend diese Forderung einzuschätzen ist: Es wird schlechthin nach einer alternativen Brücke zwischen Sprache und Welt verlangt, so dass mit dieser der Aufbau einer Semantik möglich wird, im Zuge derer man sich nicht mehr zwingend auf mengentheoretische Objekte wie Klassen von wahren, falschen, so-und-so-bewerteten Sätzen einlassen müsste.

Sainsbury bemerkt, dass für vage Prädikate häufig zu beobachten sei, dass diese in konträren Paaren auftreten, so dass nach herkömmlicher Art der Betrachtung für eine nichtleere Trägermenge D und zwei (vielleicht gar nicht zwangsweise vage) Prädikate P_1 und P_2 gilt: $(P_1 \cup P_2) \subset D$ [es gibt also mindestens ein $x \in D$, für das gilt: $x \notin (P_1 \cup P_2)$] und $\forall y, z. y \in P_1 \rightarrow y \notin P_2 \land z \in P_2 \rightarrow z \notin P_1$. Neben den Prädikaten für unser Farbspektrum treffe dies allgemein auf Prädikate zu, wie sie durch entgegengesetzte Paare wie etwa „Kind/Erwachsener“, „heiß/kalt, „schwach/stark“ verkörpert werden, die für Sainsbury allesamt natürliche Beispiele für grenzfreie, weil vage, Ausdrücke (*boundaryless concepts*) darstellen.

179 Es muss klar sein, dass diese Argumentation, auch wenn sie sich hier vorrangig gegen die Möglichkeit einer Interpretationssemantik für eine prädikatenlogische Sprache richtet, so wie sie traditionell verstanden wird, sich in demselben Maße auch gegen jede Bewertungssemantik anführen lässt: Verallgemeinert betrachtet, könnten dort dann beliebig viele Wahrheitswerte vorliegen und eine Bewertungsfunktion, die die Sätze der Sprache zu einem Grad n mit diesen Wahrheitswerten evaluiert. In allen Fällen würden so Mengen von Sätzen erzeugt werden, deren Elemente Träger eines der auftretenden Wahrheitswerte (oder dann besser semantischen Werte) zu einem Grad n sein würden.

Für ihn verhalten sich diese nicht nur in semantischer Hinsicht anders als scharfe Prädikate, auch die Art wie in Bezug auf sie kompetenter Sprachgebrauch angeeignet wird und wie mit diesen Begriffen operiert wird, weicht dann von dem des klassischen Bildes radikal ab. Für solche Begriffe wie auch für klassische, d.h. nicht vage Fälle, sagt Sainsbury, besteht die Aneignung von Wissen für die kompetente Anwendung dieser Elemente einer Sprache mindestens darin, dass die jeweiligen Wahrheitsbedingungen korrekt erfasst werden. Es muss also verstanden werden, was in der Welt der Fall sein muss, damit die sprachliche Anwendung eines solchen Prädikats dadurch legitimiert wird und ebenso muss begriffen werden, was der Fall sein muss, so dass es legitimiert ist, die Anwendbarkeit eines Prädikats auf eine Lage von Dingen (das Bestehen von Relationen zwischen Dingen o.ä.) in der Welt abzusprechen. Anders als jedoch für klassische Prädikate funktioniert ein solches Erlernen für vage Prädikate nur vermittelt durch Instanzen anderer Prädikate, die alle zu demselben *System von konträren Begriffen* gehören. Es reiche hier einfach nicht aus, sagt Sainsbury, daraus, was alles in den positiven Anwendungsbereich eines Prädikats fällt und was alles nicht in ihn, sondern in den negativen Bereich der Anwendung fällt, die Ziehung einer scharfen Grenze zu imaginieren. Stattdessen erlernt man, was alles nicht positive Instanzen eines bestimmten vagen Prädikats sind dadurch, dass diese positive Instanzen eines anderen und zu ersterem in konträrem Verhältnis stehenden Prädikats sind. In der Absehung der Betrachtung nur eines einzelnen Prädikatpaars, bedeutet dann für ein ganzes System solcher paarweise konträren Prädikate jede Positivinstanz irgendeines Prädikats eine Negativinstanz für alle anderen Prädikate als Elemente dieses Systems. Die Idee scheint hier für Sainsbury die zu sein, dass die Wahrheitsbedingungen für ein solches Prädikat zu verstehen einfach heißt, dass das ganze System insgesamt, also hinsichtlich der so verstandenen Anwendungsbedingungen der Prädikate holistisch, begriffen werden muss:

> On the alternative picture, what a concept excludes is graspable in a positive way, mediated by other contrary concepts. A grasp of *red* attains grasp of what is not red at a derivative level, via a grasp of *yellow*, *green*, *blue* and so on. A system of such concepts is grasped as a whole, as can be seen in the way paradigms are used in learning. There are paradigms of red, but nothing is non-derivatively classifiable as a paradigm of not-red. Any paradigm of another colour will serve as a paradigm

> of how not to be red, but only in virtue of its positive classification as another colour.[180]

Außerhalb dieses Systems konträrer Prädikate lassen sich zwar ebenso beliebig viele Negativinstanzen für ein beliebiges Prädikat aus diesem System finden, doch diese tragen nicht zum Verständnis des in Frage stehenden Prädikats bei, weil hier offenbar kein innerer Bedeutungszusammenhang (abbildbar etwa durch die Ähnlichkeitsrelation) mehr gegeben ist.[181]

Deswegen sind zwar Bagger, Stoppschilder und Pinguine valide Negativinstanzen für „Kind“, aber sie helfen aufgrund fehlender Ähnlichkeit oder Verwandtschaft ihrer Bedeutung nicht dabei, sich den Begriff „Kind“ anzueignen, weil nur durch ein Verständnis von „Erwachsener“ begriffen wird, was es heißt, kein Kind mehr zu sein. Für Sainsbury kann es daher auch kaum als Zufall gelten, dass grenzlose Prädikate als Elemente von Systemen zueinander konträrer solcher Prädikate auftauchen. Die Frage, ob sich dies für alle vagen Prädikate genauso nachvollziehen lässt, ist dann natürlich besonders interessant, weil ansonsten das Verständnis eines begrenzungsfreien Begriffs jenseits seiner Mitgliedschaft in einem System konträrer Prädikate noch nicht einmal mehr relativ zu in relevanter Hinsicht verwandten Begriffen in einem System erklärt werden könnte. Allerdings wird dieser Frage an dieser Stelle aus nachvollziehbaren Gründen nicht weiter nachgegangen. Nichtsdestotrotz handelt es sich hierbei für weitere nachgeordnete Betrachtungen um einen nicht ganz unwesentlichen Punkt für Sainsburys Vorschlag.

Doch es bleibt unklar, ob dieser Ansatz insgesamt hilfreich sein kann bei einer Suche nach einer semantischen Theorie für semantische Vagheit: Es liegt bisher keine ausgearbeitete und schon gar keine formale Theorie vor etwa für eine Semantik polarisierender (und nicht-extensionaler, aber klassifizierender) Begriffe. Es muss dies, wie aufzuzeigen versucht wurde, bereits in Ansätzen als ein ausgesprochen schwieriges Unterfangen angesehen werden. Angesichts der These davon, dass vage Begriffe keine Grenzen ziehen, keine Mengen von wahren Sätzen zulassen, darf das auch nicht überraschen, und es ist nun von Interesse zu sehen, warum das sogar als der Erwartung entsprechend aufzufassen ist.

---

[180] Sainsbury [1990], 258.
[181] Vgl. ebd.

Das Konzept polarisierender Begriffe, das gesteht Sainsbury auch unumwunden zu, muss ein ungewöhnliches sein, vor allem dann, wenn man bedenkt, dass Klassifikation damit möglich sein soll, ohne Extensionen zu erzeugen. Ich bin zu der Überzeugung gelangt, dass er Recht damit hat, insofern seine grenzfreien (*boundaryless*) „concepts can classify", aber eben bis auf weiteres wohl doch nicht „without setting boundaries."[182] Der Kern der Schwierigkeit, auf die Sainsbury sich selbst mit seinem Vorschlag verpflichtet, ist, dass er einerseits mit der Existenz von klaren und eindeutigen Instanzen vager Prädikate Fälle zulässt, die mit dem Bestehen einer Erfüllungsrelation, für die er keine Alternative anbietet, zu wahren Sätzen führen müssen. Andererseits kann er dann nicht plausibel machen, wodurch eine extensionale Betrachtung zur Unmöglichkeit wird.

In einem System genau solcher grenzfreier Begriffe, wie er es illustriert, ist die Rede davon, dass der korrekte Umgang mit diesen Begriffen jeweils erlernt wird, indem verstanden wird, was es heißt, dass bestimmte Fälle Begriffe instanziieren bzw. Gegenstände Instanzen derselben sind. D.h. es können positive, bestätigende oder erfüllende Fälle solcher Begriffe beobachtet werden und es kann dann auch begrifflich erfasst werden, was dies heißt. Dieser Vorgang ist vielleicht als der wesentliche für das Erlernen (sicher nicht nur) dieser vagen Elemente der Sprache anzusehen. Umgekehrt muss die Anwendung des Erlernten dann darin bestehen, Begriffliches auf das, was beobachtbar der Fall ist, sicher anzuwenden. Die Schwierigkeit ist nur, was es anderes heißen soll, dass etwas einen Begriff instanziiert, in dieser prädikativen Hinsicht der Fall ist oder – auf sprachlicher Ebene dann – zutrifft, oder (eben deswegen dann) einfach wahr ist, dass einer Konstanten a das Prädikat P zugesprochen wird, als das Folgende: Der Gegenstand, für den a steht, ist genau einer der Gegenstände, die die durch das Prädikat ausgedrückte Eigenschaft innehaben bzw. Träger derselben sind:

> Such a grasp, it must be agreed on all sides, involves knowing how something would have to be for the concept to *apply to it,* and how something would have to be for the concept *not to apply*.[183]

[182] Ebd., 251.
[183] Ebd., 258 [meine Hervorhebung].

Eine solche und auch Formulierungen wie „grasping what a concept excludes […] in a positive way", „any clear case of non-applicability", „absolutely definite cases of non-children" sind alles Beispiele, die nur sehr schwer anders verstanden werden können, als dass es sich hierbei um wahre oder falsche Prädikationen handelt, d.h. Sätze, die letztlich einfach wahr sind oder falsch sind im Ergebnis eines „Zutreffens auf" bzw. „Nicht-Zutreffens auf".[184]

Die Relation der Erfüllung, mit deren Hilfe der Begriff der Wahrheit in semantischen Theorien der Wahrheit wie in korrespondenztheoretischen zumeist rekursiv definiert wird, besteht im einfachsten Fall zwischen n-stelligen Relationszeichen zusammen mit n singulären Termen (Variablen, Konstanten, Funktionen), deren Referenz zuvor durch eine entsprechende Interpretations- bzw. Belegungsfunktion fixiert wurde, und einer n-stelligen Relation, die aus n Gegenständen besteht. Diese Relation der Erfüllung besteht zwischen den Elementen der Sprache und den entsprechenden Objekten einer angenommenen, zugrunde gelegten Ontologie genau dann, wenn gilt, dass die durch die singulären Terme bezeichneten Gegenstände auch Elemente der Mengen von n-Tupeln sind, als die die n-stelligen Relationen begriffen werden. Die beiden Begriffe des Zutreffens auf bzw. Erfülltwerdens von, auf die hier direkt (bzw. implizit) Bezug genommen wird, sind verschieden von dem der Wahrheit wie er in der formalen Semantik verwendet wird und insbesondere von dem logischer Wahrheit. Anders als es bei letzterem der Fall ist, handelt es sich hier nämlich „lediglich" um Wahrheit relativ zu einem bestimmten Modell, in Englisch üblicherweise als *truth-in-a-model* bezeichnet, die dann besteht, wenn der Ausdruck in einem Modell bei einer Belegung erfüllt wird. Für natürliche Sprachen und ihre Modellierung, d.h. präzise Formalisierung zumindest von Teilen oder auch nur bestimmten Aspekten eben solcher, um die es im vorliegenden Kontext allerdings klar geht, entspricht die Wahrheit in einem Modell nicht zwangsläufig dem sozusagen nicht relativierten, allgemeinen Begriff der Wahrheit, sondern stellt eben nur eine Weise dar, diesen zu modellieren. Trotzdem ist man bei dieser Sichtweise einer mengentheoretischen Sprache verpflichtet, weil der zentrale

[184] Ebd.

Begriff der Erfüllung letztlich nicht ohne die Beziehung „ist Element von“ auskommt und Objekte, die Mengen von Gegenständen bzw. von n-Tupeln von Gegenständen sind.

Solange Sainsbury uns nicht verrät, worin die alternative Semantik letztlich in den elementarsten ihrer Einzelteile besteht – und das ist zweifelsohne die semantische Relation, die die Brücke zwischen der Syntax (formal semantisch dann beliebiger Ausdrücke) und der Ontologie herstellt –, müssen und können wir in Ermangelung der Notwendigkeit von dieser abzusehen auch aus Gründen der Nichtverfügbarkeit einer anderen nicht von der Erfüllungsrelation abrücken. Für eine satzsemantische Sicht stellt sich diese Problematik als wesentlich einfacher dar: Wenn es paradigmatische Fälle vager Prädikationen gibt, gibt es semantisch mit „wahr“ (oder mit irgendeinem anderen semantisch ausgezeichneten Wert) bewertete Sätze. Darin besteht meine Kritik an Sainsbury: Sein Verständnis von Vagheit verlangt eine radikale Abkehr von als unverzichtbar begriffenen und fundamentalen Elementen des theoretischen bzw. technischen Apparats unserer sprachlichen und begrifflichen Analysemöglichkeiten einerseits, es gelingt ihm andererseits nicht, seine Alternative plausibel ohne Rückgriff auf ebensolche Elemente aufzubauen. Dass er sich dieses Problems in seiner Allgemeinheit natürlich bewusst ist, zeigt der nachfolgende Auszug, in dem dieser Kritik auch scheinbar begegnet wird, allerdings eben durch jenen Vorschlag, den ich insgesamt für eher nicht belastbar halte:

> I hear a certain kind of objector say: we can't even tell what boundarylessness is until you give us your semantics. If driven in this way, I would urge an idea of Donald Davidson's. A semantic theory can quite legitimately be *homophonic*, that is, can reuse in the metalanguage the very expressions whose object-language behaviour it is attempting to characterize. Asked how a boundaryless predicate like "red" works, my first response would be: "red" is true of something iff that thing is red.[185]

Die hier angebotene Theorie ist jene holistische, quasiaxiomatische Theorie der Wahrheit von Donald Davidson, in der die Bedeutung eines Satzes unter Verwendung von Tarskis T-Schema expliziert wird durch ein Theorem der Sprache dieser Theorie. [186] Nur bevor man überhaupt dazu kommen könnte, kritisch oder anders Bezug zu nehmen auf Davidsons Bedeutungstheorie, sollte vielmehr ein

[185] Ebd., 260.
[186] Vgl. Davidson [1967].

anderes wichtiges Detail in das Zentrum der Aufmerksamkeit gerückt werden. Wir stoßen hier nämlich in den Worten Sainsburys und mit – zugestanden nur grob illustrierter Funktionsweise – dieser Semantik, wie er sie sich vorstellt, erneut auf die für seine Idee problematische Barriere, auf die die im Beispiel verwendeten T-Sätze nämlich hinauszulaufen drohen.

Wenn es tatsächlich die genannten T-Sätze sein sollen, die die Bedeutung der in ihnen auftretenden Prädikate auf dem Weg der Explikation ihrer Wahrheitsbedingungen sichtbar machen sollen, dann verpflichtet man sich wohl im Zuge dessen auch zu einer extensionalen Sichtweise. Das gilt zumindest solange man nicht im Stande ist, eine Alternative zum modelltheoretischen Standardverfahren anzubieten, mit dem man künstliche und Teile natürlicher Sprachen formalisiert. Denn es ist dies die von Tarski ausgearbeitete Definition der Wahrheit, an die Davidson sich mit seinen Bemühungen um eine Theorie der Wahrheit für die natürliche Sprache anschließt.[187]

Innerhalb der semantischen Theorie der Wahrheit ist für die Frage nach dem semantischen Wert eines Satzes einer zu interpretierenden Sprache zuallererst von Bedeutung, wie die Referenz der nichtlogischen Bestandteile dieses Satzes ausfällt. Genauer bedeutet das, dass Satzwahrheit erklärt wird durch bestimmte semantische Eigenschaften der undefinierten Elemente der betrachteten Sprache, die in ihm auftauchen können. Im Regelfall kommt hier die semantische Beziehung der sogenannten elementaren Referenz von vier Elementen ins Spiel, nämlich die der freien Variablen und Konstanten (Namen) in Bezug auf die Gegenstände, die sie bezeichnen, und die der möglicherweise n-stelligen Funktions- und Relationssymbole in Bezug darauf, welche Funktionen und Relationen diese bezeichnen. Komplexe Ausdrücke, also Ausdrücke, in denen Quantoren oder logische Konnektive auftreten, haben in dieser Semantik überhaupt keine elementare Referenz (wohl aber Referenz in einem weiteren Sinne), weil sich Referenz für sie nur durch die elementare Referenz ihrer atomaren kategorematischen Bestandteile ergibt und letztere muss dann sozusagen erst in Bezug auf diese ausgerechnet werden.

In der Metasprache für die Semantik der Objektsprache, die untersucht wird, werden rekursive Klauseln zur Verfügung gestellt, mit denen das Bestehen oder

[187] Vgl. Tarski [1935], Tarski [1944].

Nichtbestehen der Erfüllungsbeziehung zwischen beliebigen Ausdrücken und der Interpretation der nichtlogischen Elemente der Sprache in einer Struktur relativ zu einer Variablenbelegung festgestellt werden kann. Die metasprachlichen Ausdrucksschemata, die für die atomaren Ausdrücke der Objektsprache stehen, und diejenigen, die die grundlegenden Verbindungsmöglichkeiten von Ausdrücken durch die in der Objektsprache verwendeten logischen Konstanten darstellen, werden zusammen mit den Schemata für die objektsprachlichen Ausdrücke, in denen Quantoren vorkommen, durch die Angabe dieser rekursiven Klauseln für die Erfüllung von Ausdrücken abgedeckt. Für alle Einsetzungen, die als Instanzen dieser Schemata identifiziert werden können (und dies sind in der Tat alle Sätze als Teilmenge wohlgeformter Ausdrücke), ergibt sich deren semantischer Wert durch den Wert ihrer atomaren Bestandteile sowie der Art ihrer Zusammensetzung (logische Syntax). Der semantische Wert eines atomaren Ausdrucks ergibt sich wiederum aus der elementaren Referenz der nichtlogischen Bestandteile dieses atomaren Ausdrucks. Es ist dies, was zu der Sicht führt, dass komplexe Verbindungen nicht elementare Referenz aufweisen, allerdings sehr wohl referieren. Diese Eigenschaft ist es auch, die man üblicherweise als Kompositionalität in Bezug auf die Bedeutung einer gegebenen Sprache bezeichnet: Die Bedeutung komplexer, also logisch zusammengesetzter Ausdrücke ist (für den klassischen Fall) grundsätzlich eine Funktion einzig von der Bedeutung der bedeutungstragenden Teile, aus denen sie bestehen, und der Art ihrer Zusammensetzung, die ihre logische Form ausmacht.

Nun wurde von Davidsons Theorie der Bedeutung für natürliche Sprachen ausgesagt, dass es sich bei ihr um eine holistische Theorie handeln würde und man sollte an dieser Stelle klarstellen, was dies heißt, und ob sich daraus evtl. Konsequenzen ergeben für die Frage nach der Verpflichtung dieses Ansatzes gegenüber der extensionalen Bestimmtheit seiner sprachlichen Elemente hinsichtlich ihrer Referenz. Holistisch meint hier in Bezug auf die philosophisch-linguistische Ausrichtung der Theorie, dass Ausdrücke einer Sprache durch ihre wechselseitige Verbundenheit auf dem Weg der semantischen Beziehungen, die diese untereinander aufweisen, insgesamt in ihrer Bedeutung erfasst werden können sollen. Möglicherweise sieht Sainsbury in diesem Ansatz deswegen einen geeigneten theoretischen Anknüpfungspunkt für die Integration seiner Idee von Systemen konträrer Prädikate.

Für eine solche Theorie der Bedeutung, wie sie Davidson und mit ihm auch Sainsbury vorgeschlagen haben, ist es jedoch essentiell, dass ein formaler Apparat, d.h. letztlich eine semantische Theorie in einer Metasprache für einen Teil der natürlichen Sprache zur Verfügung gestellt wird, mit der besondere Sätze erzeugt werden können, die Theoreme dieser Theorie darstellen. Es ist hier der Begriff der Bedeutung ein anderer als der bisherige insofern, als dass Bedeutungen von sprachlichen Elementen nicht als Argumente irgendwelcher bestehender Relationen verstanden werden können. Bedeutungen kommen somit auch nicht mehr in Frage, derart gedeutet zu werden, dass diese in einem logischen Sinne etwa gegenständlich wären, sondern es wird die Bedeutung von Sätzen (aus der Objektsprache) durch eine bestimmte In-Bezug-Setzung zu ihrer Übersetzung in einer anderen Sprache (dies ist relativ zu ersterer die Metasprache) expliziert. Die Form dieser Sätze entspricht der der Tarskischen T-Sätze. Ihr Zweck besteht darin, die Bedeutung von beliebigen – dies meint überhaupt allen möglichen – Sätzen einer untersuchten Objektsprache insgesamt durch Spezifizierung ihrer Wahrheitsbedingungen sichtbar zu machen auf dem Weg ihrer wahrheitsfunktionalen In-Bezug-Setzung (gesichert durch das Bikonditional innerhalb eines T-Satzes) zu ihrer jeweiligen Übersetzung in eine Metasprache. Die Bedeutung eines Satzes zu erklären, heißt dann letztlich einen Satz mit Theoremstatus innerhalb der Metasprache zur Verfügung zu stellen, in dem die Wahrheitsbedingung eines Satzes der Objektsprache unter Erhalt extensionaler Gleichheit zwischen diesem (für Sätze: Gleichheit relativ zu ihrem semantischen Wert – in der Regel also „wahr“, „falsch“) und einer Prädikation von „ist wahr“ über seine Übersetzung in die Metasprache zum Ausdruck gebracht wird.

Ein wesentliches Problem, das sich unmittelbar ergibt, ist, dass es mit einer finiten Anzahl von Axiomen möglich sein muss, einer unendlichen Menge von möglichen Sätzen der Objektsprache eine ebenfalls unendliche Menge von T-Sätzen zur Seite zu stellen. Dies ist deswegen von Bedeutung, weil die Satzmenge, als welche man sich die Objektsprache vorstellen darf, insofern diese alle nur gemäß der grammatikalischen Bildungsregeln für dieselben überhaupt *möglichen* Kandidaten enthielte, dabei als potentiell unendliche Menge zu begreifen ist.

Nun geht es um eine Theorie der Bedeutung für natürliche Sprachen und es sind menschliche, d.h. mit sowohl in sensorischer wie begrifflicher Hinsicht endlichen Erkenntniskapazitäten ausgestattete Akteure, die eine unendliche Struktur verstehen und erklären wollen. Damit dies keiner in erkenntnistheoretischer Hinsicht dubiosen Leistung entsprechen muss, wird eine Erklärung gesucht, die gewissermaßen ein finites Werkzeug bereitstellt, um eine unendliche Struktur zu begreifen. Genau aus diesem Grund wird auch die Eigenschaft der Kompositionalität für die Objektsprache vorausgesetzt, weil so zwar die Satzmenge weiterhin als unendliche Menge von Sätzen akzeptiert werden kann, diese aber zugleich bequem aus einer als endlich begriffenen Menge von Bestandteilen, nämlich den Worten, aus denen diese Sätze letztlich bestehen, aufgebaut werden kann.

Dieser semantische Aufbau entspricht also – wie unschwer durch Vergleich mit den bisher formal dargestellten Semantiken im vorangegangenen Kapitel festgestellt werden kann – in ganz wesentlichen Zügen hinsichtlich der verwendeten Bausteine und Mechanismen einer Semantik, wie sie auch in der klassischen mathematischen Logik Verwendung findet. Ohne dies an dieser Stelle in aller Weitläufigkeit weiterer Details zu besprechen, sollte bereits der Hinweis allein auf das nachfolgende Argument ausreichen, um aufzuzeigen, dass es Sainsbury so wohl nicht ohne weiteres gelingen kann, seine Vorstellung von der Funktionsweise vager Prädikate in einer Sprache in einer Theorie der Bedeutung à la Davidson konsistent einzubetten. Dies gilt zumindest insoweit nicht sehr fundamentale Modifikationen an der semantischen Theorie vorgenommen werden – ein Hinweis darauf, wie dies gelingen könnte, fehlt uns allerdings gänzlich in der Sainsburyschen Konzeption.

Wenn nun also ein T-Satz die Bedeutung eines Satzes der natürlichen Sprache durch seine wahrheitsfunktionale Gleichsetzung mit seiner Übersetzung und der Erfüllung der durch das Prädikat ausgedrückten Eigenschaft explizieren soll, hat dies für einen Satz p, seine Übersetzung q in die Metasprache und das Wahrheitsprädikat „ist wahr“ (als Prädikat der Metasprache) die Form: q ist wahr genau dann, wenn p.

Dazu ist zuerst einmal zu bemerken, dass, falls dies in der Tat auch die Angabe der Wahrheitsbedingung eines Satzes einschließen soll, in dem ein vages Prädikat auftaucht, so heißt dies ja nicht, dass wir in diesem Modell auch einen konkreten Satz antreffen werden, der dann eine Instanz eben dieses Schemas wäre. D.h. es muss sich nicht so verhalten, dass wir innerhalb des Modells mit Notwendigkeit auf einen wahren vagen Satz stoßen werden. Gleichzeitig muss dies ebenfalls nicht heißen, dass deswegen, weil ein konkreter vager Satz nicht wahr ist, dieser vage Satz falsch sein würde, weil bisher tiefergreifende Annahmen bspw. über die Anzahl der Wahrheitswerte gar nicht explizit festgelegt wurden. Zudem ergibt sich aus dem bisher Gesagten lediglich – und dies scheint für Sainsbury gewissermaßen der besonders attraktive Teil seines Vorschlags zu sein –, dass wir auf diese Weise die vagen Wahrheitsbedingungen für vage Prädikate in der Objektsprache in einem T-Satz vage explizieren würden. Dies ist der Homophonieeigenschaft der Davidsonschen Bedeutungstheorie geschuldet: Die Übersetzung in die Metasprache erfolgt unter Verwendung genau derjenigen Ausdrücke, Worte usw., die zusammen den in Bezug auf seine Bedeutung zu explizierenden Satz in der Objektsprache ergeben. Hierdurch kann es gelingen – so ist zumindest die Hoffnung – die Vagheit, die in einem Satz vorliegen kann oder auch nicht, falls diese vorliegt, sie in der Explikation der Wahrheitsbedingungen zu erhalten, so dass eine Fehlbeschreibung etwa durch versteckte (scharfe) Grenzziehung(en) ausgeschlossen werden kann. Dies sollte sich ja auch besser so verhalten, weil natürlich die Übersetzung von Sätzen in die Metasprache ebenfalls die Vagheit erhalten müsste – alles andere käme aufgrund des vorausgesetzten Vagheitsbegriffs nicht als brauchbare Lösung in Frage.[188]

Es ist dieser Mechanismus, der zum ersten Mal in Sainsburys Skizze einer Semantik den Anlass bieten könnte, eine bescheiden optimistische Sicht dahingehend einzunehmen, dass sich so letztlich doch etwas Erhellendes oder sogar Verwendbares über die Semantik eines vagen Satzes aussagen lassen könnte, ohne diesen dadurch zugleich gänzlich falsch darzustellen. Bis hierher scheint Sainsburys Vorschlag deshalb auch über eine gewisse Attraktivität zu verfügen, die Idee für einen Ansatz – der freilich noch keine ausgearbeitete und schon gar keine formale Theorie ist –, in dem die Wahrheitsbedingungen von Sätzen, in denen vage Prädikate vorkommen, in eine Metasprache übertragen werden und so vorsichtig formuliert prinzipiell für eine semantische Weiterbetrachtung zur Verfügung stehen.

[188] Vgl. Sainsbury [1990], 260 f.

Hinsichtlich der Auswirkungen, die die Konzeption grenzfreier, klassifizierender Begriffe auf die Sorites-Paradoxie haben würde, glaubt Sainsbury allerdings, dass hier bereits ein Fortschritt ausgemacht werden kann. Für vage konträre Begriffe gilt nach Voraussetzung, dass sie *stets*, eben weil sie keine Grenzen ziehen, durch zwei (für das Prädikat in relevanter Weise) sehr ähnliche, unmittelbar aufeinander folgende Individuen in einer Reihe instanziiert werden (bzw. das Prädikat auf letztere zutrifft). Der Verdacht, sagt Sainsbury, dass die Paradoxie unter diesen Voraussetzungen erzeugt werden könnte, sei so sicherlich gegeben: Wenn für beliebige direkt benachbarte zwei Individuen gilt, dass diese immer hinreichend ähnlich oder zumindest nie verschieden genug sind, so dass zumindest einem von ihnen das vage Prädikat abgesprochen werden müsste, so erfüllen sie es also beide. Aber für ein Paar, das sich aus Individuen zusammensetzen würde, die in der geordneten Reihe der Individuen entsprechend weit voneinander entfernt positioniert gedacht werden müssten, würde dies eben u.U. nicht mehr zutreffen.[189] Alle Voraussetzungen für eine Sorites-Reihe wären hier daher in der Tat gegeben und Sainsbury betont, dass der Verdacht nur entkräftet werden könnte, durch „a technical and formal semantic theory, and nothing of that kind is on offer this evening."[190]

Der positive Beitrag, den seine Konzeption grenzfreier konträrer Begriffe zu leisten im Stande sein würde, wäre nach seiner Ansicht der, dass anders als in der klassischen Herangehensweise die Vagheit eines Prädikats zugleich in der Freiheit seiner Anwendbarkeit bestehen würde. Klassisch gesehen gibt es keinen Unterschied dazwischen, nicht verpflichtet zu sein, einem bestimmten Indivi-

[189] Vgl. das Argument von George Boolos in seinem [1991] gegen die allgemeine Plausibilität der Prämisse, die den Induktionsschritt ausmacht, in dem durch mathematische Induktion vollzogenen Schluss, der zur Sorites-Paradoxie führt.

[190] Sainsbury [1990], 259; bei dem Text handelt es sich dem Ursprung nach um Sainsburys Antrittsvortrag anlässlich seiner Berufung zum *Susan Stebbing Professor of Philosophy*. Für den Begriff der Sorites-Reihe bzw. den Versuch der Angabe definitorischer Bedingungen für ein vages Prädikat, damit dieselbe zustande kommt, stellt Barnes [1982b] das Folgende fest: a) es existiert eine Ordnung über die für das Prädikat relevanten Gegenstände aus dem Träger; b) in dieser Ordnung trifft das Prädikat (sicher) auf den ersten (letzten) dieser Gegenstände zu; c) in dieser Ordnung trifft das Prädikat (sicher) nicht auf den letzten (ersten) dieser Gegenstände zu; d) für unmittelbar aufeinanderfolgende Gegenstände in dieser Ordnung gilt, dass das Prädikat nicht auf den ersten (letzten) dieser beiden Gegenstände zutrifft (nicht zutrifft) und zugleich auf den zweiten (ersten) nicht zutrifft (zutrifft).

duum ein Prädikat zuzusprechen und der Zusprechung der Negation dieses Prädikats. Demgegenüber offeriere Vagheit Freiheit und damit wesentlich großzügigere sprachliche Anwendungsmöglichkeiten:

> A boundaryless concept is one which, for closely similar pairs, never makes it mandatory to apply the concept to one member of the pair, and withhold it from the other; hence, the argument runs, a boundaryless concept is one which, for closely similar pairs, makes it mandatory never to apply the concept to one member of the pair, and withhold it from the other.[191]

Irritieren muss jedoch, dass besagte Freiheit genau darin bestehen soll, durch Anwendung der vagen Sprache wiederum Grenzen zu ziehen, nur dann eben auch dort, wo es nicht klar aus der Bedeutung des vagen Prädikats hervorgeht, dass ein negativer Fall der Anwendung vorliegt, d.h. dort, wo die Negation seiner Anwendung also nicht notwendig (*mandatory*) wäre: „It can be permissible to draw a line even where it is not mandatory to do so."[192]

Es ist wirklich nicht klar, wie dies zu verstehen sein soll, wenn doch vage Prädikate einerseits essentiell dadurch bestimmt wurden, dass gesagt wurde, sie seien *boundaryless concepts*, sie zögen deswegen keinerlei Grenzen. Zugleich wird jedoch der Bezug zu dem Grundbaustein extensionaler Charakterisierung, nämlich der Semantik, die hinter der Erfüllung eines Prädikats durch eine Individuenkonstante steht, direkt wieder hergestellt. Oder anders: *Inwiefern* zögen einzelne Anwendungen eines vagen Prädikats Grenzen, etwa im Fall klar positiver und klar negativer Fälle ihrer Anwendung, und es wäre trotzdem eine extensionale Behandlung des Prädikats unmöglich? Mir scheint, dass sich nicht beides zugleich aufrechterhalten lässt, ohne zumindest zu erklären, wodurch die Unmöglichkeit einer extensionalen Sichtweise für vage Prädikate dann insgesamt resultiert. Die Alternative wäre andererseits konstruktiv aufzuzeigen, wie man positive wie negative Instanzen vager Prädikate semantisch so verstehen kann, dass diese nicht zwangsläufig die Annahme wahrer bzw. falscher Sätze bedeuten würden und damit auf gegenstandssemantischer Ebene Individuen, die Elemente oder nicht Elemente von Klassen sind.

---

[191] Sainsbury [1990], 260.
[192] Ebd., 262.

Es ist wohl eine unkontroverse Feststellung, dass ein wesentliches Charakteristikum einer natürlichen Sprache das ist, dass zumindest einige ihrer syntaktischen Bausteine Träger von Bedeutung sind, insofern durch sie eine Bezugnahme auf Dinge und Relationen zwischen diesen in der aktualen Welt, ermöglicht wird. In diesem Sinne ist die Verwendung der Formulierung „to draw a line“ aus klassischer Perspektive unproblematisch und mit Blick auf die unterliegende formale Semantik gut verstanden. Man drückt damit umgangssprachlich aus, dass es mit einem Element aus einer dieser bedeutungsvollen Klassen von Elementen einer Sprache gelingt, genau jene Bezugnahme herzustellen. Formal erklären wir dies extensional durch das Bestehen der Erfüllungsrelation und letztlich der elementaren Referenz der nichtlogischen Partikel, das Resultat ist ein wahrer Satz. Sicherlich darf man es dann als nicht eben hilfreich für die Akzeptanz von Sainsburys Standpunkt insgesamt bezeichnen, wenn genau auf diese, der klassischen Semantik verpflichtete Redeweise immer wieder zurückgegriffen wird: Das bis hierhin nachvollzogene Sainsburysche Verständnis vager Prädikate, für welche die Besonderheit in der geschilderten Weise bestehen soll, radikal einer klassischen extensionalen Sichtweise zu entsagen und dabei gegen Grundprinzipien formaler Behandlung von Sprachen verstoßen, ohne eine Alternative für eine extensionale Sichtweise anzubieten, kann als Vorschlag einfach nicht überzeugen.

Möglicherweise denkt Sainsbury ja auch an die Konstruktion einer modalen Semantik und an die Einführung eines entsprechenden modalen Operators ähnlich dem *definitely*- bzw. *determinately*-Operator des Supervaluationismus. Doch auch hier gilt wieder: Ohne uns eine Semantik für *„mandatory“* anzubieten, kommt jede weitere Diskussion reiner Spekulation gleich. Eine gefährliche Nähe zur Inkonsistenz der Theorie scheint jedoch ansonsten, d.h. ohne weitere Erläuterungen insbesondere technischer Details der Semantik, bildlich gesprochen in der Luft zu liegen. Es ist schließlich die Plausibilität dieses Verdachts, die im Fortgang auf ihre Unmittelbarkeit hinsichtlich der Theorie der Bedeutung Davidsons, die Sainsbury uns anbietet, untersucht werden soll.

Es wird sich allerdings auch hier herausstellen, dass die Investitionen, die es für diesen bedeutungstheoretischen Ansatz zu berücksichtigen gilt, alles andere als attraktiv sind, relativ zu den Vorteilen, die dieser verspricht. Es erscheint einerseits sicher, dass mit diesem Ansatz auch die Annahme des Begriffs eines vagen Objekts (oder vielleicht auch der eines vagen Namens) involviert ist, denn es ist zuerst einmal auf dem Weg der Übertragung in einen singulären Term, in welchem die Übersetzung eines vagen Satzes in die Metasprache besteht.[193] Sainsbury selbst spekuliert, dass innerhalb der Metatheorie dann vage Objekte als *primitives* dienen könnten.[194] Es ist direkt nachvollziehbar, warum es nicht auch die Relation zwischen Name und Objekt sein könnte, die hier die Vagheit induziert: Es sind in der Abstraktion von der vagen Prädikation dann die Sätze der Objektsprache, die vage Objekte darstellen, und es ist Aufgabe der Metasprache, durch Konstanten und Variablen, eine Bezugnahme auf diese zu ermöglichen. Insofern ist es zumindest sicher, dass die Gegenstände, für die diese Namen der Metasprache stehen, vage sind, und es ist unklar, warum die Semantik dieser Namen sich nichtklassisch verhalten müsste (und es wäre überdies natürlich auch nicht wünschenswert).

Auf Ebene der Metatheorie hätte die Vagheit einiger der objektsprachlichen Elemente dann den Charakter ontologischer Vagheit, was allerdings mit Blick auf den Typ der anzunehmenden Objekte, über die in der Metatheorie quantifiziert und prädiziert würde, als weitgehend unproblematisch angesehen werden kann. Alles andere jedenfalls als eine Übersetzung, die in der Konstruktion eines vagen Elements endete, würde schließlich nach Voraussetzung einer Fehlbeschreibung gleichkommen, weil sonst konkrete und das meint scharfe Wahrheitsbedingungen eben auch für vage Sätze zur Verfügung gestellt werden würden.

Trotzdem bedeutet dies andererseits die Vermehrung der semantisch problematischen Elemente der Theorie: Jetzt sind es nicht nur die vagen Prädikate, die es in eine objektsprachliche semantische Theorie zu integrieren gilt, wir benötigen – so scheint es – hierfür auch noch den Begriff des vagen Objekts, für den seinerseits natürlich auch noch eine ontologische Begründung erbracht werden müsste.[195] Auf der anderen Seite treffen Bedenken hinsichtlich ontologischer

[193] Es existieren durchaus ernstzunehmende Einwände gegen die Annahme vager Objekte auch von Seiten der Logik, die durch Gareth Evans berühmten und berüchtigten Kurzbeitrag Evans [1978] aufgezeigt wurden.
[194] Sainsbury [1990], 262.
[195] Sainsbury hat sich zur Möglichkeit von Gegenstandsvagheit in seinem [1989] positiv geäußert und eine Variante solcher ontologischer Vagheit auch in der Tat verteidigt.

Vagheit (und damit unmittelbar verbunden die Frage fundamentaler Eigenschaften unserer aktualen Welt) nur sehr eingeschränkt auf die vagen Objekte der Metasprachen zu, eben weil sie abstrakte Gegenstände darstellen. Hier ginge es dann vermutlich (und hoffentlich) nicht darum, zu erklären, was es heißen könnte, dass Stühle, Wolken oder andere real existierende Gegenstände ontologisch vage sind. Letztlich bliebe aber eben doch zu erörtern, inwieweit und ob diese Gegenstandsvagheit sozusagen durchschlägt bis auf die Ebene der materialen Welt. Dies wird allerdings wieder klar davon abhängig sein, wie die Semantik der Objektsprache ausfallen wird, weil nur dort dieser Zusammenhang explizit gemacht werden könnte. Genau eine solche Semantik liegt allerdings noch nicht vor, so dass wir hier mit Sainsbury vorerst nicht weiterkommen.

Dieser glaubt nun, dass das Problem dieses Ansatzes nur darin bestehen würde, dass man zur Beschreibung der Semantik der Metasprache wiederum mangels Alternative eine extensionale Sprache, nämlich eine mengentheoretisch fundierte Sprache verwenden würde, solange man sich zumindest an Davidsons Vorschlag hält:

> Davidson himself envisages a first-order metalanguage, and thus a metalanguage of which classical model theory is true, and thus a metalanguage in which predicates are associated with sets as their extensions.[196]

Die semantische Beschreibung einer Prädikation in der Metasprache würde bei dieser Sicht dazu führen, dass mit ihr eine Klasse beschrieben würde: Ein vager Satz würde dann entsprechend den logischen Raum wieder durch Ziehung einer Grenze klassisch extensional bestimmt einteilen. Es muss klar sein, dass alle Sätze, die so das Wahrheitsprädikat erfüllen würden, wieder als Klasse wahrer Sätze charakterisiert werden könnten.

Nebenbei bemerkt dürfte es als ganz unproblematisch für diesen Ansatz gelten, dass man es mit diesem Zugang nicht von vornherein vermag, vage von nicht vagen Prädikaten zu unterscheiden. Der Vorgang der Übersetzung ist einfach kein Werkzeug, die besondere Eigenschaft der Vagheit irgendwie kenntlich zu machen, und dies liegt schlicht daran, dass jeder Satz die Bausteine seiner eigenen Übersetzung bereits vorgibt – die Übersetzung ist daher homophon und wir

[196] Sainsbury [1990], 261.

können einem Wort schließlich nicht durch seine graphische Gestalt allein ansehen, dass es vage ist. Das muss allerdings nicht unbedingt eine Hürde sein. Sainsbury denkt hier an ein sehr simples Werkzeug, eine einfache Liste mit den Worten – und die Anzahl genau dieser wird schließlich als endlich angenommen –, die die Identifikation vager Prädikate ermöglichen würde und so für Abhilfe bezüglich der Frage nach der Unterscheidbarkeit sorgen könnte. Selbst für den Fall, dass eine Identifikation nicht oder noch nicht möglich wäre, würde sich jedoch ein und dasselbe Problem ergeben.

Nach Sainsburys Voraussetzung über die wesentliche Eigenschaft von vagen Prädikaten dürften schließlich auch die Menge der wahren, aber nicht vagen Sätze und die Menge der wahren Sätze, die vage sind, zusammen keine Menge bilden, einfach weil es nicht die Menge von vagen Sätzen gibt, die wahr sind. Innerhalb der Metasprache klassifizierte man so jedoch für die Objektsprache, was sich als Sätze herausstellen würde, die eine bestimmte Eigenschaft aufweisen würden und deswegen das Wahrheitsprädikat erfüllen würden. Geht man also von einer extensionalen, d.h. einfach nur klassisch mengentheoretischen Sprache für die Semantik der Metasprache aus, hätte man nicht viel mehr erreicht, als das ursprüngliche Problem der vagen Prädikate aus der Objektsprache in die Metasprache und daher in der Sprachhierarchie nach oben zu verschieben. Dies allein kann für jemanden, der Vertreter von Sainsburys Auffassung von Vagheit ist (und auch für jeden anderen um eine belastbare semantische Lösung bemühten Sprachphilosophen), natürlich keine valide Strategie darstellen, wenn daraufhin nicht noch Weiteres folgte. Bis hierher reichen Sainsburys Ideen für eine Theorie im Sinne Davidsons dann jedoch auch insgesamt:

> The logic of vagueness, characterized as boundarylessness, thus remains to be described. I believe that the way forward involves taking the notion of a vague object as basic; but this is a suggestion I shall not pursue tonight.[197]

Wenn begriffliche Reduktion im Sinne der Definition eines Begriffs durch seine konsistente Eingliederung in eine logisch-semantische Theorie das Ziel sein sollte, dann kann man relativ zur vorgeschlagenen Strategie eigentlich nur zu einem negativen Ergebnis kommen. Es wurde für den Vagheitsbegriff am Beispiel vager Prädikate de facto keine semantische Theorie zur Verfügung gestellt.

[197] Ebd., 262.

Es wurde bisher von Sainsbury a) keine vollständige Semantik jenseits skizzenhafter Bruchstücke vorgelegt und man ist b) nur soweit gekommen auf Kosten der Annahme weiterer, von Prädikaten in einem logischen Sinne kategorial verschiedener, Elemente, nämlich den Gegenständen, die dann ebenfalls Träger von Vagheit sein können müssten. Da es keine Semantik für die Objektsprache gibt und die Prädikatvagheit derselben durch Objektvagheit der (dann ebenfalls vagen) Metasprache erklärt werden soll, für die allerdings ebenfalls keine ausformulierte Semantik vorgeschlagen wurde, muss doch angesichts der Vermehrung der Annahmen und dem Ausbleiben eines Fortschritts insgesamt diese Strategie nicht allzu attraktiv aussehen.

Darüber hinausgehend drängt sich der Verdacht auf, dass auch für seinen Davidson-Ansatz bisher gelten muss, dass hier nur beispielhaft sichtbar gemacht wurde, was bei Annahme der Idee grenzloser Begriffe, die doch klassifizieren sollen, für jede semantische Theorie droht: Solange nicht verstanden wird, dass der Kern des Problems insgesamt wesentlich tiefer liegt, nämlich bei der elementaren Referenz bzw. ihrer technischen Entsprechung, der Erfüllungsrelation, wird eine semantische Theorie unfertig bleiben müssen oder sie wird letzten Endes doch an irgendeiner Stelle scharfe und das heißt überhaupt Grenzen ziehen, wo sich nach Voraussetzung keinerlei befinden dürften.

Geradezu fatal ist nämlich für diesen Ansatz, dass es eben mindestens die positiven Instanzen vager Prädikationen gibt, sogar geben muss, weil wir, sagt Sainsbury, nur so diese konträren Begriffssysteme in ihren Bestandteilen (und dies sind die einzelnen vagen Prädikate) erlernen können. Dies erscheint für ihn offenbar völlig unkontrovers, da auf entsprechende „clear“ oder „definite cases“ immer wieder Bezug genommen wird.[198] Wenn es aber solche klaren Fälle einer vagen Prädikation – er nennt diese die paradigmatischen Fälle eines gegebenen vagen Prädikats eines konträren Systems solcher Prädikate – gibt, auf die wir im sprachlichen Lernprozess aufbauen können, so können wir dies allerdings auch in einem extensionalen Sinn deuten. Die Rechtfertigung dafür liegt klar in der detailliert erläuterten elementaren Verbindung zwischen atomaren sprachlichen Elementen (hier: den vagen Prädikaten allein) und den Individuen als Elementen

[198] Ebd., 258.

der Ontologie. Diese Erfüllungsrelation, in der formal die Idee elementarer Referenz modelliert wird, verpflichtet uns mindestens dazu, die Möglichkeit einer extensionalen Sicht zuzulassen.

7. Supervaluationismus und Vagheit[199]

7.1 Supervaluationistische Semantik

Im Folgenden soll die Betrachtung, falls nicht anders erwähnt, beschränkt werden auf die Vagheit von Relationsausdrücken und darüber hinaus auch nur den einfachsten Fall von einstelligen Prädikatsausdrücken berücksichtigen. Zu diesem Zweck interessieren wir uns für eine monadische prädikatenlogische Sprache L^{-} mit Konstantensymbolen, ohne Funktionssymbole und ohne Gleichheit (und somit echt schwächer als L).[200] Im Sinne einer supervaluationistischen Semantik wird dann unter einer Interpretation $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$ für diese Sprache ein geordnetes Paar $\langle \mathfrak{A}_{\mathrm{B}}, \beta_{\mathrm{B}} \rangle$ verstanden, bestehend aus einer Struktur $\mathfrak{A}_{\mathrm{B}}$, die den nichtleeren Träger D enthält, sowie beliebig viele (echte, möglicherweise leere) Teilmengen P^{+}, P^{-} von D für jede einstellige Relation P über D und einer Belegungsfunktion β_{B}.[201]

Anders als in der supervaluationistischen *free logic*, wo es um die Behandlung der semantischen Besonderheiten singulärer Terme geht, sind es nun die generellen Terme in Form der möglicherweise vagen einstelligen Relationen, die mit dieser Technik behandelt werden sollen. Alle singulären Terme verhalten sich dagegen in bekannter Weise klassisch, für diese sind also keine Extravaganzen zu berücksichtigen.

Eine partielle Interpretation für beliebige (und nicht zwangsweise vage) Prädikate P von L^{-} ist jede Interpretation $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$, die jedes P mit einer positiven Extension P^{+} und einer Gegenextension oder Antiextension P^{-} ausstattet, so dass für

---

[199] Die Darstellung des Fineschen Supervaluationismus erfolgt im Wesentlichen nach dessen Exposition durch Asher, Dever und Pappas in ihrem [2009]. Neben einer vereinfachten Präsentation der technischen Aspekte der Theorie kann so auch die Darstellung einiger komplexer, aber verzichtbarer Besonderheiten der ursprünglichen Theorie Fines entfallen, auf die auch in Asher/Dever/Pappas [2009] hingewiesen wird. Es sind dies „obscurities of Fine's presentation of supervaluation theory, which moves back and forth between extensional and intensional perspectives, and consequently introduces some extraneous and damaging elements into the modal analysis of vagueness"; Asher/Dever/Papps [2009], 903.

[200] Wobei sich L^{-} von L lediglich darin unterscheidet, dass L^{-} über keinerlei Funktionszeichen verfügt und auch kein logisches Gleichheitssymbol für Terme enthalten ist; ferner sind alle vorkommenden Relationssymbole grundsätzlich einstellig.

[201] Der Namenszusatz „B" im Index soll suggerieren, dass es sich hier um eine *Basis* für die Semantik handelt; der genaue Sinn ergibt sich nach Darlegung des vollständigen formalen Apparats.

alle Gegenstände des nichtleeren Trägers D von $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$, die sich in P^{+} oder P^{-} befinden, gilt: Entweder ein solcher Gegenstand ist Element von P^{+} oder er ist Element von P^{-}.[202] Dies ist für den Zusammenhang einer partiellen Interpretation die einzige Forderung an das Verhalten – die Semantik – von Relationsausdrücken.

Aus Sicht des Supervaluationisten verhält es sich nun allerdings so, dass D als Träger des Modells nicht identisch mit der Vereinigungsmenge von Extension und Gegenextension eines gegebenen P sein muss. Damit sind also ausdrücklich auch solche Prädikate zugelassen, die eben nicht für alle Elemente von D erklärt sind, und dies sind somit die vagen P von L^{-}. Für alle anderen, die dann jeweils die Bedingung erfüllen, dass die Mengenvereinigung ihrer positiven und negativen Extension identisch ist mit der Trägermenge D, gilt folglich, dass sie präzise und damit klassisch sind, weil sie für alle Gegenstände des Universums erklärt sind. Die Existenz vager Prädikate wird wie erwartet zu Wahrheitswertlücken derjenigen Sätze führen, in denen Prädikationen über Grenzfallindividuen zum Ausdruck gebracht werden. Wenig überraschend entspricht dies natürlich einer Absage an die Gültigkeit des klassischen semantischen Prinzips der Bivalenz für ein solches partielles Modell $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$ im Ergebnis der Bewertung aller Sätze der Sprache L^{-}.

Diese Art der Realisierung der alternativen Semantik für Relationen ist ein entscheidender Punkt, durch den, wie in der Folge klar werden wird, Vagheit im Supervaluationismus gewissermaßen überhaupt erst in einem technischen Sinne verortbar wird. Für Terme t und Prädikate P der zugrunde gelegten Sprache L^{-} heißt dies in $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$, dass:

a) falls t eine Variable x ist, so ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}(x) \coloneqq \beta_{\mathrm{B}}(x) = \mathrm{a}^{D}$;
b) falls t eine Konstante $a \in L^{-}$ ist, so ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}(a) \coloneqq \mathrm{a}^{D}$;

202 Man beachte die strenge Disjunktion an dieser Stelle: Wenn ein Gegenstand sich in der Extension eines Prädikats P befindet, so ist er nicht zugleich Element der Antiextension von P und umgekehrt. Die Intention ist offenbar die, dass Instanzen klar positiver und klar negativer Fälle eben solcher Prädikate nicht zu Widersprüchen führen können, weil ausgeschlossen wird, dass ein und derselbe Gegenstand Träger und zugleich nicht Träger der relevanten Eigenschaft ist, sofern es eben diese eindeutigen Fälle betrifft. Es ist selbstverständlich, dass für P^{+} und P^{-} gilt, dass es sich dabei um jeweils echte, möglicherweise leere Teilmengen von D handelt.

c) falls P ein einstelliges Relationszeichen $P \in L^{-}$ ist und t ein Term ist, so ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}(Pt) \coloneqq \langle \mathrm{P}^{+}, \mathrm{P}^{-} \rangle$ mit $\mathrm{P}^{+}, \mathrm{P}^{-} \subseteq D$ und $\mathrm{P}^{+} \cap \mathrm{P}^{-} = \emptyset$.

Eine vollständige Deutung der Sprache L^{-} durch $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$ liegt dann vor, wenn die Bedingungen für die Wahrheit von Ausdrücken der in Rede stehenden Sprache hinsichtlich dieser Interpretation vollständig durch Angabe der Basis- und Rekursionsklauseln für die Wahrheit atomarer und komplexer Ausdrücke geklärt wurden. Es kann nun streng definiert werden, wann ein solcher beliebiger Ausdruck φ aus L^{-} wahr wird in $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$. Die Wahrheit im Modell ($\vDash$) oder Falschheit im Modell ($\nvDash$) von Ausdrücken φ bei einer Belegung der freien Variablen durch β_{B} in $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$ wird rekursiv über den Aufbau von φ in der nachfolgenden Weise festgelegt:

(1) für atomare Ausdrücke:
- a) ist P ein Relationszeichen $P \in L^{-}$ und ist t ein Term, so $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash Pt \coloneqq \mathrm{P}^{+}(\mathfrak{I}_{\mathrm{S}}(t))$;
- b) ist P ein Relationszeichen $P \in L^{-}$ und ist t ein Term, so $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash Pt \coloneqq \mathrm{P}^{-}(\mathfrak{I}_{\mathrm{S}}(t))$;
- c) ist P ein Relationszeichen $P \in L^{-}$ und ist t ein Term und ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}(t) \notin \mathrm{P}^{+} \cup \mathrm{P}^{-}$, so ist Pt undefiniert in $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$; d.h. es ist genauer: nicht ($\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash Pt$ oder $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash Pt$) $\coloneqq \mathfrak{I}_{\mathrm{B}}(t) \notin \mathrm{P}^{+} \cup \mathrm{P}^{-}$;

(2) für Ausdrücke der Form $\neg\varphi$, $\varphi \to \psi$:
- a) $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \neg\varphi \coloneqq \mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \varphi$;
- b) $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \neg\varphi \coloneqq \mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \varphi$;
- c) nicht ($\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \neg\varphi$ oder $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \neg\varphi$) $\coloneqq$ nicht ($\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \varphi$ oder $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \varphi$);
- d) $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \varphi \to \psi \coloneqq$ wenn $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \varphi$, so $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \psi$;
- e) $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \varphi \to \psi \coloneqq \mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \varphi$ und $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \psi$;
- f) nicht ($\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \varphi \to \psi$ oder $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \varphi \to \psi$) $\coloneqq$ nicht [(wenn $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \varphi$, so $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \psi$) oder ($\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \psi$ und $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \psi$)];

(3) für Ausdrücke der Form $\forall x.\varphi$:
- a) $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \forall x.\varphi \coloneqq$ für alle $\mathrm{a} \in D$ gilt $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}\frac{\mathrm{a}}{x} \vDash \varphi$;
- b) $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \forall x.\varphi \coloneqq$ es gibt ein $\mathrm{a} \in D$ mit $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}\frac{\mathrm{a}}{x} \vDash \neg\varphi$;

c) nicht $(\mathfrak{I}_B \vDash \forall x.\varphi$ oder $\mathfrak{I}_B \nvDash \forall x.\varphi) \coloneqq$ nicht [(für alle $a \in D$ gilt $\mathfrak{I}_B \frac{a}{x} \vDash \varphi$) oder (es gibt ein $a \in D$ mit $\mathfrak{I}_B \frac{a}{x} \vDash \neg\varphi$)].[203]

Die primäre Aufgabe einer solchen Bewertung durch $\mathfrak{I}_B$ liegt aus Sicht des Supervaluationismus darin, dass durch sie Ausdrücken in Übereinstimmung mit unserer sprachlichen Intuition über die Bedeutung der in ihnen vorkommenden (insbesondere vagen) Prädikate eine Bewertung mit den Wahrheitswerten „wahr", „falsch" zukommt oder sie eben undefiniert verbleiben. Das Ergebnis der Bewertung aller Sätze der Sprache L^- durch die partielle Interpretation $\mathfrak{I}_B$ ist, dass eben genau diejenigen Sätze, durch die eine Prädikation über Grenzfallindividuen ausgedrückt wird, undefiniert verbleiben und also weder wahr noch falsch sind – in solchen Fällen liegt dann eine Wahrheitswertlücke vor. Von Bedeutung ist, dass dies nicht lediglich atomare, sondern beliebige, d.h. also auch komplexe solche Sätze betrifft. Bildlich gesprochen haben Ausdrücke mit vagen (Prädikat-)Bestandteilen hier gewissermaßen noch gar keine Chance sich in den durch eine Logik geregelten Teil des formalen Systems einzubringen und sie bleiben stattdessen außen vor.

Die Begriffe der logischen Folgerung und der logischen Wahrheit können in herkömmlicher Weise angegeben werden und sind wegen der Möglichkeit von Wahrheitswertlücken dann im Ergebnis der durch sie generierten Mengen von Ausdrücken auch nicht mehr identisch mit ihren klassischen Entsprechungen: Für einen Ausdruck φ und eine Menge X von Ausdrücken aus L^- gilt: φ folgt aus X genau dann, wenn jede Interpretation, die Modell von X ist, auch Modell von φ ist. Ferner ist φ logisch wahr genau dann, wenn φ eine Folgerung aus der leeren Menge ist.

Die aus einer solchen Definition resultierende Logik ist identisch mit der aus der sogenannten starken Interpretation der logischen Konnektive durch Stephen Cole Kleene gewonnenen mehrwertigen Logik (*strong Kleene logic*), wenn die

[203] Eine explizite Angabe der Klausel für den jeweils undefinierten Fall ist im Prinzip keine Notwendigkeit, da bereits aus (1) a), b) klar hervorgeht, dass $\mathfrak{I}_B$ partiell ist. Sie entfällt deswegen auch in Asher/Dever/Pappas [2009].

entsprechenden starken Deutungen der Junktoren verwendet werden.[204] Klassisch ist diese dann freilich nicht mehr, weil hier – um nur ein relevantes Beispiel anzuführen – mit Gegeninstanzen etwa zu LEM gerechnet werden müsste.

Wie in Kleene [1952] ursprünglich für die Behandlung von Problemen der Unbestimmtheit im Zusammenhang mit partiell rekursiven Funktionen erstmals eingeführt, wird dort ein dreiwertiger aussagenlogischer Kalkül angegeben, der neben „wahr“ (W) und „falsch“ (F) einen dritten Wert (U) für Aussagen bereithält, die unbestimmt sind.

Leitgedanke Kleenes war wesentlich der, dass es für zusammengesetzte Aussagen, deren eines Glied unbestimmt ist, in bestimmten Fällen sehr wohl sinnvoll sein kann, für die komplexe Aussage einen definiten Wahrheitswert zu erwarten – ein Gedanke, der sich im Supervaluationismus in sehr ähnlicher Form wiederfinden lässt. Dabei sieht eine durch ihn vorgenommene sogenannte strenge (neben einer zweiten dann als „schwach“ bezeichneten) Interpretation der Konnektive wie folgt aus:

φ	$\neg\varphi$	ψ	$\varphi \wedge \psi$	$\varphi \vee \psi$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\varphi \leftrightarrow \psi$
W	F	W	W	W	W	W
W	F	F	F	W	F	F
W	F	U	U	W	U	U
F	W	W	F	W	W	F
F	W	F	F	F	W	W
F	W	U	F	U	W	U
U	U	W	U	W	W	U
U	U	F	F	U	U	U
U	U	U	U	U	U	U

Für die eigentliche Idee, eine Superbewertung über (solche und freilich noch zu bestimmende) vorhandene Interpretationen durchzuführen, wird es genau eine partielle Interpretation wie $\mathfrak{I}_B$ sein, die als *Basis* für die Semantik dient im Sinne einer Erstbewertung aller Sätze der relevanten Sprache. Diese eine Basis stellt gewissermaßen die Bewertung aller Sätze anhand der faktischen Lage der

[204] Vgl. Kleene [1952], 332 f.

Dinge in der aktualen Welt dar und erlangt deswegen eine herausragende Position. Alle anderen involvierten Interpretationen sind so nur mehr *Möglichkeiten*, die vorliegende Sprache hinsichtlich ihrer vagen Bestandteile anders zu deuten und sie stehen in einer bestimmten Relation zu dieser Basis.

Wie bereits aus der Besprechung der supervaluationistischen Technik in der *free logic* bekannt ist, muss es nun darum gehen, die semantisch problematischen Fälle in einer Weise handhabbar zu machen, so dass im idealen Fall in einer finalen Bewertung aller Sätze dieser Sprache der Satzbestand der klassischen Logik wiederhergestellt wird. Hierfür sind, wie es am Beispiel von van Fraassens Version des Supervaluationismus illustriert wurde, weitere, der Erstbewertung nachgeordnete Interpretationen zu erwägen.

Intuitiv muss es bei diesen gesuchten Interpretationen darum gehen, alle entstandenen Wahrheitswertlücken aus der Erstbewertung durch $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$ aufzufüllen, indem alle hinsichtlich ihres Wahrheitswerts undefinierten Aussagenausdrücke nun doch wieder genau einen der klassischen Wahrheitswerte zugewiesen bekommen nach bestimmten festzulegenden Regeln.

Die Betonung liegt hier auf zwei verschiedenen Aspekten: einerseits darauf, dass dann in der Tat auch *alle* Wahrheitswertlücken geschlossen werden und andererseits darauf, dass die Art und Weise, wie dies geschieht, keinesfalls beliebig erfolgen kann. Das Ergebnis ist mit Blick auf die in der *free logic* angewandte supervaluationistische Technik klar: Diese gesuchten Interpretationen werden sich als klassisch herausstellen, insofern sie bivalent sind, und wir werden sie als Vervollständigungen $\mathfrak{I}_{\mathrm{S}}^{\mathrm{C}}$ von $\mathfrak{I}_{\mathrm{S}}$ bezeichnen, wobei $\mathfrak{I}_{\mathrm{S}}$ intuitiv nur als *eine* Möglichkeit verstanden werden soll, die vagen Ausdrücke aus $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$ unter Maßgabe bestimmter Regeln zu präzisieren.[205] Inhaltlich entspricht eine solche Vervollständigung *einem* (sehr speziellen) Weg, Vagheit in Form der Grenzfallprädikationen zu beseitigen, indem für vage Prädikate extensional exakte Grenzen vorgeschlagen werden. Verallgemeinert liegt dann einer solchen Vervollständigung das Konzept einer Präzisierung (*sharpening*) $\mathfrak{I}_{\mathrm{S}}$ einer Interpretation (wie bspw. $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$) durch eine andere zugrunde. Nichtklassisch ist auch eine solche

[205] Vervollständigungen werden durch das „C“ als Abkürzung für *completion* im oberen Index angedeutet.

präzisierende Interpretation deshalb, weil potentiell im Ergebnis der Bewertung der Ausdrücke der Sprache Wahrheitswertlücken weiterhin möglich sind.

Der komplexe Aufbau des Begriffs der Präzisierung soll direkt in mengentheoretischer Darstellung kompakt eingeführt werden durch die nachfolgende Definition: Gibt es zwei Interpretationen $\mathfrak{I}_{S_1}$ und $\mathfrak{I}_{S_2}$, so ist $\mathfrak{I}_{S_2}$ eine *Präzisierung* von $\mathfrak{I}_{S_1}$ genau dann, wenn für alle Prädikate *P*, positiven Extensionen $\mathrm{P}^+_{S_1}$, negativen Extensionen $\mathrm{P}^-_{S_1}$ in $\mathfrak{I}_{S_1}$ und $\mathrm{P}^+_{S_2}$ und $\mathrm{P}^-_{S_2}$ in $\mathfrak{I}_{S_2}$ gilt, dass $\mathrm{P}^+_{S_1} \subseteq \mathrm{P}^+_{S_2}$ und $\mathrm{P}^-_{S_1} \subseteq \mathrm{P}^-_{S_2}$ und ferner $\mathrm{P}^+_{S_2} \cap \mathrm{P}^-_{S_2} = \emptyset$. In der Menge überhaupt möglicher Reinterpretationen (der vagen Bestandteile der Sprache) von $\mathfrak{I}_{S_1}$ sind die Präzisierungen danach diejenigen, die der Bedingung gehorchen, dass positive wie negative Extensionen vager Prädikatausdrücke nach einer Präzisierung identisch sind mit dem Ergebnis ihrer Interpretation in $\mathfrak{I}_{S_1}$ (trivialer Fall) oder echt größer, d.h. mengentheoretisch umfassender sind als zuvor (nichttrivialer Fall). Zudem sichert $\mathrm{P}^+_{S_2} \cap \mathrm{P}^-_{S_2} = \emptyset$ wie auch schon für $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$ die Widerspruchsfreiheit jedes Versuchs einer solchen Präzisierung durch entsprechende Interpretationen. Lax formuliert darf man sich den Vorgang der Präzisierung so vorstellen, dass zwar vielleicht nicht alle, aber doch zumindest mehr Grenzfälle beseitigt werden sollen dadurch, dass die Vagheit induzierenden Prädikate nun in der Gesamtheit ihrer klaren Fälle als Menge betrachtet in der Regel mächtiger sind als zuvor, weil gilt: $(\mathrm{P}^-_{S_1} \cup \mathrm{P}^+_{S_1}) \subseteq (\mathrm{P}^+_{S_2} \cup \mathrm{P}^-_{S_2})$.

Sowohl für einfache als auch vollständige Präzisierungen gilt, dass ihre Strukturen mit *D* als Bereich der Quantifikation ausgestattet werden, mit dem also auch schon in $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$ gearbeitet wurde. Weiterhin gilt, dass alle anderen nichtlogischen Konstanten (und freien Variablen) exakt so interpretiert werden, wie sie bereits in der Interpretation, die jeweils präzisiert wird, gedeutet wurden. Eine Abweichung besteht also, falls sie besteht, nur hinsichtlich der Deutung der Relationsausdrücke. Durch Hinzufügung der Anforderung $\mathrm{P}^+_{S_2} \cup \mathrm{P}^-_{S_2} = D$ zur unmittelbar vorangegangenen Definition des Begriffs der Präzisierung erwirkt man, dass eine Präzisierung wie $\mathfrak{I}_{S_2}$ durch die Erzeugung des Grenzfalls der Beseitigung sämtlicher Vagheit in der Sprache zu einer sogenannten vollständigen Präzisierung $\mathfrak{I}^{\mathrm{C}}_{S_2}$ aufsteigen kann. Hinsichtlich *P* ist dann in anderen Worten eine vollständige Präzisierung durch $\mathfrak{I}^{\mathrm{C}}_{S_2}$ nichts anderes als eine Interpretation, mit der jedes P als einstelliges Prädikat modelltheoretisch somit gänzlich *klassisch* gedeutet werden kann, d.h. in dieser Präzisierung gilt für Ausdrücke das Bivalenzprinzip. Bei zugrunde gelegter extensionaler Betrachtung wird ja ein beliebiges P mit seiner Extension, mit der Klasse derjenigen Gegenstände, auf die P zutrifft, identifiziert und es ist daher schlicht $\mathrm{P} = \mathrm{P}^{+} = \{x : Px\}$. Präzise bestimmt ist die Bedingung der Anwendung eines einstelligen Prädikats dann offenbar deshalb, weil mit vorgegebenem Träger D von $\mathfrak{I}^{\mathrm{C}}_{\mathrm{S}_2}$ gilt, dass $\mathrm{P}^{+}_{\mathrm{S}_2} \cup \mathrm{P}^{-}_{\mathrm{S}_2} = D$ und damit insbesondere klar ist, dass es *kein* x gibt mit $\mathrm{x} \in D$ und $x \notin \mathrm{P}^{+}_{\mathrm{S}_2} \wedge x \notin \mathrm{P}^{-}_{\mathrm{S}_2}$.

Eine Möglichkeit dies zu verstehen, besteht darin, in der Anwendung dieses Teils einer supervaluationistischen Semantik auf ein vages Prädikat eine Präzisierung der sprachlichen Anwendungsbedingung(en) dieses Prädikats (freilich unter Beachtung der dargelegten Bedingungen) zu sehen: Semantisch lässt Vagheit Spielraum in den Anwendungsmöglichkeiten von Sprache zu und dieser wird nun auf seine möglichen und zulässigen Anwendungen hin ausgelotet. Die *Gesamtheit* aller dieser Möglichkeiten als Menge oder Klasse von Modellen entspricht dann auch erst der Bedeutung des fraglichen Prädikats aus Sicht des Supervaluationisten. Dies ist und war auch in der Vergangenheit immer wieder ein Punkt, durch den Missverständnisse entstanden sind: Der Supervaluationist gibt vagen Elementen der Sprache mit Präzisierungen und vollständigen Präzisierungen nicht etwa neue Bedeutungen, sondern es sind bestimmte dieser Interpretationen zusammen genommen, die die Bedeutung eines solchen vagen Bestandteils der Sprache überhaupt ausmachen. Dies zumindest ist dann die Behauptung des Supervaluationisten.[206]

Zur Verdeutlichung des Begriffs der vollständigen Präzisierung ist es freilich unerlässlich, dass richtig verstanden wird, was diese besondere Klasse von Interpretationen für eine supervaluationistische Semantik bedeutet, die den Bestimmtheitsoperator D bzw. dessen duales Gegenstück I enthält. Doch bevor diese Operatoren eingeführt werden, kann eine durch Supervaluation zu Stande

[206] Vgl. Rosanna Keefes Entgegnung auf die Kritik von Fodor und Lepore unter Anführung genau dieses Punktes in ihrem [2000], 190 f.

gekommene Bewertung der Sätze von L^{-} auch ohne deren Einführung vorgestellt werden. Es wird ersichtlich werden, dass dies für die Eigenschaften der daraus jeweils entstehenden Logiken einen erheblichen Unterschied bedeutet.

Wir bezeichnen also eine supervaluationistische Interpretation (oder auch ein Supermodell) mit $\mathfrak{I}_{SV}$ und stellen sie uns als geordnetes Paar $\langle \mathfrak{I}_{B}, \mathfrak{S} \rangle$ vor, wobei $\mathfrak{I}_{B}$ eine beliebige partielle Interpretation ist, die fortan als besagte Basis im Sinne der Erstbewertung fungiert. $\mathfrak{S}$ ist nun eine nichtleere Menge von vollständigen Präzisierungen $\mathfrak{s}$ von $\mathfrak{I}_{B}$, die als Gesamtheit alle Möglichkeiten darstellen, die eventuellen Wahrheitswertlücken aus $\mathfrak{I}_{B}$ zu schließen. Dabei werden, die vorangegangenen Erläuterungen insgesamt berücksichtigend, an eine supervaluationistische Interpretation $\mathfrak{I}_{SV}$ die folgenden Anforderungen gestellt:

(1) *Forderung der Stabilität definiter Wahrheitswerte* (Fines *stability*-Bedingung): Für alle atomaren Sätze, die mit einem der definiten Wahrheitswerte „wahr“ („falsch“) in $\mathfrak{I}_{B}$ bewertet wurden, gilt, dass diese in einer gegebenen vollständigen Präzisierung $\mathfrak{s}$ den Wahrheitswert „wahr“ („falsch“) behalten werden. Jede Präzisierung einer Interpretation durch eine andere ist also konservativ dahingehend, dass einmal bestehende (klassische) Wahrheitswerte einfach unverändert übernommen werden, Wahrheitswertlücken jedoch durch Zuweisung eines Wahrheitswertes geschlossen werden, d.h. verallgemeinert gesprochen bleibt die Monotonie-Eigenschaft der Semantik in jedem Fall erhalten. Nimmt man Bezug auf Fines ausgezeichnete Interpretation $\mathfrak{I}_{B}$, den vom ihm sogenannten *base point*, der für jede supervaluationistische Interpretation gefordert wird, so leuchtet das Prinzip der Stabilität durchaus ein, da das, was schon bei der initialen Bewertung für unkontrovers wahr (falsch) gemäß unserer sprachlichen Intuition erachtet wurde, somit auch bei nachgeordneten Betrachtungen erhalten bleibt.[207]

(2) *Forderung der Existenz vollständiger Interpretationen* (Fines *completeability*-Forderung): Für alle partiellen Interpretationen (und also insbesondere $\mathfrak{I}_{B}$) wird gefordert, dass es mindestens eine Präzisierung gibt, die eine vollständige Präzisierung darstellt, so dass für alle atomaren

[207] Fine [1975], 272.

Sätze p in dieser Interpretation gilt: p hat entweder den Wahrheitswert „wahr“ oder den Wahrheitswert „falsch“.[208] Dies läuft darauf hinaus, dass für Interpretationen, in denen Sätze mit Wahrheitswertlücken auftreten, stets die Möglichkeit angenommen wird, sie vollständig präzisieren zu können. Dies ist die Ansicht, dass es zumindest prinzipiell auch immer einen Weg geben wird, sprachliche Vagheit durch die klassische Festlegung von Grenzen für ein Prädikat aus einer Sprache auszuschließen. In der erweiterten Sicht auf die Menge $\mathfrak{S}$ der *zulässigen und vollständigen Präzisierungen* heißt dies dann, dass es sich dabei stets um eine nichtleere Menge handeln wird.[209]

(3) *Forderung nach klassischer Definition der Wahrheit nach erfolgter Elimination aller Wahrheitswertlücken* (Fines *fidelity*-Forderung)[210]: Liegt erst ein im Sinne von (2) gefordertes Modell vor, so soll die Forderung (3) zum Ausdruck bringen, dass, falls erst alle Wahrheitswertlücken beseitigt wurden, Wahrheit in dem resultierenden Modell *klassisch* definiert werden soll. In der äquivalenten mengentheoretischen Darstellung wurde genau dies dadurch erreicht, dass für alle positiven und negativen Extensionen in einer zulässigen und vollständigen Präzisierung gilt, dass ihre Vereinigung identisch ist mit dem Träger der Struktur der Interpretation: Vollständige Präzisierungen erzwingen dann Bivalenz, wodurch Wahrheit und Falschheit durch die klassische Deutung der logischen Konnektive erfolgen *kann*, d.h. formal zur Möglichkeit wird. Dass sie dann genau so, d.h. in klassischer Weise erfolgt, ist optional und muss daher entsprechend gefordert werden.[211]

Damit sind nun allerdings noch nicht sämtliche an die Konstruktion der gewünschten Vervollständigungen geknüpften Bedingungen vorgestellt worden.

[208] Ebd.
[209] Eine Erörterung der Zulässigkeitsbedingung erfolgt im unmittelbaren Anschluss.
[210] Ebd.
[211] Ich verzichte an dieser Stelle auf eine explizite Darlegung der Klauseln für die vervollständigten Präzisierungen wie $\mathfrak{I}^{C}_{S_2}$ relativ zu Modellen wie $\mathfrak{I}_{S_1}$, das in unserem Beispiel die Funktion der Basis übernommen hat, weil zum einen durch die Forderungen (1) – (3) und die vorangegangenen Bemerkung hinreichend deutlich gemacht wurde, wie dies formal umzusetzen ist. Zum anderen wurde dies in technischer Hinsicht vergleichbar für van Fraassens Supervaluationismus im Kapitel „Semantiken für freie Logiken“ bereits vorgeführt.

Der Supervaluationismus sieht hier nämlich die Einführung einer weiteren Einschränkung vor, die in der Menge der vollständigen Präzisierungen zur Aussonderung einer echten Teilmenge führt. Gemeint sind die sogenannten *zulässigen Präzisierungen* (*admissible precisification* oder auch Fines *admissible specifications*), die dann immer zugleich auch vollständige sind.[212]

Die Zulässigkeitsforderung wird in formaler Hinsicht als undefiniert von Fine eingeführt, informell sollen durch sie die logischen Relationen, die zwischen vagen Prädikaten bestehen, in adäquater Weise berücksichtigt werden. Fine bezeichnet das Vorliegen solcher logischer Relationen zwischen Vorkommnissen eines oder mehrerer vager Prädikate als *penumbral connections*.[213] Er unterscheidet ferner interne und externe solche Verbindungen zwischen generellen Termen. Ein Beispiel für eine interne Relation kann illustriert werden mit den vagen Prädikaten „ist klein“ und „ist kleiner als“. Wenn man „jeder, der kleiner ist als ein kleiner Mensch, ist auch klein“ dahingehend untersucht, welche unter den formal möglichen vollständigen Präzisierungen, die klassisches Verhalten für „ist klein“ und „ist kleiner als“ erzwingen, die zulässigen sind, dann stellt sich nämlich heraus, dass diese nur eine echte Teilmenge von der prinzipiell verfügbaren Gesamtheit sind.

Wenn es sich bei diesem Satz um einen wahren Satz handeln soll – und hierbei handelt es sich wohl um einen ziemlich sicheren Kandidaten für einen solchen Satz –, sind alle die vollständigen Präzisierungen, die 1,80 m große Menschen zu den kleinen Menschen zählen, jemanden, der 1,77 m groß ist, jedoch nicht, dann natürlich keine vollständigen und zugleich zulässigen Präzisierungen mehr. Streng genommen würde eine solche vollständige Präzisierung zwar auch in erheblicher Weise die (nach unserem natürlichsprachlichen Empfinden) durch das Prädikat induzierte Ordnung über die Menge *D* ignorieren, aber hier geht es schließlich darum, dass überhaupt erst Regeln für den Vorgang einer ganz besonderen Art, Sprache zu deuten, gefunden werden müssen. Die bisherigen Bedingungen lassen eine solche vollständige Präzisierung nämlich prinzipiell zu und es wird erst durch entsprechende Gegenbeispiele mit zusammengesetzten

[212] Vgl. ebd., 278 f.
[213] Ebd., 275 f.

(und also nicht lediglich atomaren) Ausdrücken offensichtlich, dass derartige Interpretationen klar den Verwendungsweisen solcher vager Prädikate in der natürlichen Sprache zuwiderlaufen würden.

Ein Beispiel für eine externe Relation zwischen vagen Prädikaten kann mittels „ist groß“ und „ist klein“ konstruiert werden: Wenn sich „ist groß“ und „ist klein“ konträr zueinander verhalten, so wie wir es für viele Paare von vagen Prädikaten annehmen, darf *keine* zulässige und vollständige Interpretation den Satz „Peter ist ein großer Igel und ein kleiner Igel“ wahr machen. Genau das könnte aber durch eine geeignete Festlegung bei der Interpretation für „ist groß“ und „ist klein“ ansonsten eintreten. Wäre nämlich die Schnittmenge von positiver Extension von „ist klein“ und der von „ist groß“ nicht leer, gäbe es schließlich mindestens eine vollständige Präzisierung, die den Satz insgesamt wahr machen würde. Dies ist (nicht nur für Fine) daher der Grund, warum die angenommenen logischen Relationen beim formalen Prozess der Vervollständigung neben den allgemeinen Festlegungen für die Konstruktion von Supermodellen dann also zusätzlich zu berücksichtigen sind.

Hinsichtlich der *penumbral connections* interessiert nun freilich insbesondere, zu genau welchen Auswirkungen die Existenz derselben in Bezug auf die Menge der zulässigen und vollständigen Präzisierungen führen wird. Die überraschende Antwort auf die korrespondierende Frage lautet, dass es darauf keine klare Antwort gibt, und dass das sogar einen systembedingten und aus philosophischer Sicht notwendigen Hintergrund hat. Dies gilt nämlich in der Tat *zumindest solange* wir nicht die konkreten vagen Prädikate kennen (und also nicht mehr nur mit reinen Variablen für Prädikate arbeiten), mit denen wir erst dann aufgrund der konkreten logischen Relationen, die diese untereinander eingehen, inhaltlich kalkulieren könnten.

Aus der Perspektive einer rein abstrakten Untersuchung also nur der Logik des Supervaluationismus, in der lediglich beliebige (einstellige) Prädikate in abstrakter Form durch Auftauchen von Prädikatvariablen diskutiert werden können und noch keine konkrete Deutung der Sprache vorliegt, stellt es sich stattdessen zwangsläufig folgendermaßen dar: Wenn unklar ist, welche Limitierungen durch die generellen Terme erzeugt werden, ist es sowohl formal wie auch philosophisch geboten, sich hinsichtlich der Menge der zulässigen Präzisierungen in

Zurückhaltung zu üben: Klar ist dann lediglich, dass es irgendeine Zahl von Supermodellen gibt, die alle eine Gemeinsamkeit aufweisen, nämlich diejenige, dass die Mengen $\mathfrak{S}$ ihrer zulässigen, vollständigen Präzisierungen nicht leer sind, und dass sie untereinander alle gleichberechtigt sind. Wie viele dies sind, können wir nicht wissen, und wir müssen es auch nicht, insofern es unser Interesse an der Logik des Supervaluationismus betrifft. Für die Glaubwürdigkeit des Supervaluationismus ist dies auch ein ganz entscheidender Punkt, weil genau dadurch erst die Behauptung aufrecht erhalten werden kann, dass der ungedeutete Kalkül, der auf der supervaluationistischen Semantik beruht, sowohl auf der Objektebene die Vagheit der Sprache impliziert, als auch auf Ebene einer angereicherten Sprache, die die Bestimmtheit bzw. Unbestimmtheit erzeugenden Satzoperatoren D bzw. I enthält.

Für L^{-} gilt dies auf Objektebene und ohne Möglichkeit, Wahrheitswertunbestimmtheit auszudrücken deshalb, weil jede Festlegung für ein gegebenes Supermodell $\langle \mathfrak{I}_{\mathrm{B}}, \mathfrak{S} \rangle$ hinsichtlich der genauen Zusammensetzung der Menge seiner vollständigen Präzisierungen $\mathfrak{S}$ vollkommen arbiträr und damit in der Sache ungerechtfertigt wäre. Im Ergebnis muss daher unklar und in der Tat vage bleiben, wie genau die Extensionen $\mathrm{P}^{+}, \mathrm{P}^{-}$ für eine beliebige Relation P ausfallen, weil unklar ist, wie genau sie im Einzelnen vervollständigt werden dürfen. Für die Sprache L_{M}^{-}, die wie L^{-} ist, zu deren Alphabet jedoch die einstelligen Satzoperatoren D und I hinzugefügt wurden und deren Semantik noch exakt anzugeben sein wird, wird dann wiederum gelten, dass sie vage ist, weil direkt auf alle die Objekte zurückgegriffen wird, die die Semantik von L^{-} darstellen.[214] Letztere sind aber in jeder Festlegung gewissermaßen ungerechtfertigt fixiert worden.[215]

In einer gedeuteten Sprache sähe dies von diesem Standpunkt aus betrachtet sehr wahrscheinlich ganz anders aus, weil dort zwischen tatsächlich vorkommenden Prädikaten diverse interne bzw. externe logische Relationen bestehen würden, die bestimmte Vervollständigungen zu unzulässigen Präzisierungen machen würden, da konkrete Festlegungen für Prädikate ja unumgänglich wären. Dies wäre dann zu berücksichtigen: Die Menge aller $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ enthielte so die

[214] In L_{M}^{-} kann durch (eventuell sogar iterierte) Voranstellung eines solchen Satzoperators vor einen Ausdruck die (eventuell höherstufige) Unbestimmtheit respektive Bestimmtheit der darin zum Ausdruck kommenden Prädikation erreicht werden.
[215] Für die angedeutete Alternative wird dann allerdings eine modale Semantik Verwendung finden, die nachfolgend dargelegt wird.

und nur die vollständigen Präzisierungen, die auch die zulässigen sind relativ zu den in der jeweils betrachteten und interpretierten Sprache vorkommenden Relationen. Supervaluationisten können sich dann allerdings auf den Standpunkt stellen, dass es auch so prinzipiell immer noch möglich sei, die Menge der zulässigen und vollständigen Präzisierungen insgesamt als vage zu betrachten, gerade weil ja *jede* Festlegung über die Zulässigkeit einer Präzisierung der Sprache relativ zu anderen Deutungen nur eine Möglichkeit darstellte.

Es sind aus Sicht des Supervaluationisten nicht so sehr die logischen Relationen, die zwischen vagen Prädikaten bestehen und die eben über die Zulässigkeit der Präzisierungen mitentscheiden, die letztlich die Vagheit der Sprache garantieren, sondern laut Keefe die Frage der Arbitrarität der Wahl scharfer *cut-off points*:

> For example, it is acceptable to make `tall' precise by drawing a boundary at 6 feet 0 inches but not by drawing one at 5 feet 0 inches, and there is no point between these two heights which determinately marks a point of sudden change from being an acceptable boundary to an unacceptable one.[216]

Hinsichtlich der Supermodelle wie $\mathfrak{I}_{SV}$ liegt eine Schwierigkeit nun darin, dass es mehr als eine Möglichkeit gibt, die Wahrheitswerte von Ausdrücken der vorliegenden Sprache zu berechnen. Je nachdem, welche Intuitionen bezüglich eines Begriffs der Superwahrheit vorliegen, kann dies unterschiedlich realisiert werden. Klar wird dadurch aber vorerst nur, dass es gewissermaßen keinen natürlichen, sich direkt anbietenden Weg gibt, Superwahrheitswerte für Ausdrücke zu berechnen.

Charakteristisch für die Bewertungsfunktion im Supermodell bleibt allerdings in allen Fällen, so wie auch im Supervaluationismus der *free logic*, ihre Partialität. Es könnte so einerseits Superwahrheit für Ausdrücke φ in $\mathfrak{I}_{SV}$ definiert werden bei gleichzeitigem Ignorieren aller vollständigen Präzisierungen $\mathfrak{s}$ aus $\mathfrak{S}$. Dies ist der triviale Fall: Man würde sich dann also vollends auf $\mathfrak{I}_B$ konzentrieren und die Definition würde exakt so ausfallen wie sie dort erfolgt ist. Das Ergebnis ist, wie bereits aufgezeigt wurde, eine starke (oder auch ggfs. eine schwache) Kleene-Logik.[217] Andererseits könnte ein Ausdruck φ superwahr sein in $\mathfrak{I}_{SV}$ genau dann, wenn für alle $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ gilt, dass φ wahr ist in $\mathfrak{s}$; und es

[216] Keefe [2000], 203 f.
[217] Vgl. Kleene [1952], 334 f.

könnte φ superfalsch sein genau dann, wenn für alle $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ gilt, dass φ falsch ist in $\mathfrak{s}$; und es könnte φ einfach undefiniert sein in allen übrigen Fällen.[218] Im Supervaluationismus ist genau die vorangegangene Definition von Wahrheit, die Wahrheit identifiziert mit Superwahrheit, die Standardlösung. Ein vielgenutzter Slogan des Supervaluationismus ist „truth is supertruth" oder ausführlicher:

> Truth simpliciter (or super-truth) is truth at the base-point [$\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$], and since all complete points [$\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$] extend the base-point, a sentence is true there iff it is true on all complete specifications.[219]

Es ist diese letztere Option, die natürlich auch die interessantere Lösung abzugeben verspricht, gerade weil mit ihr Gebrauch gemacht wird von dem technischen Werkzeug der vollständigen Präzisierungen. Für die Definition der logischen Folgerung ergeben sich nun zwei Optionen, die *local logical consequence* respektive *global logical consequence* genannt werden:

(1) Lokale logische Folgerungsrelation: Ein Ausdruck φ von L^{-} folgt lokal aus einer Menge von Ausdrücken X von L^{-} genau dann, wenn für alle Supermodelle $\langle \mathfrak{I}_{\mathrm{B}}, \mathfrak{S} \rangle$ und vollständigen Präzisierungen $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ gilt: Wenn $\mathfrak{s}$ Modell von X ist, dann ist $\mathfrak{s}$ Modell von φ.

(2) Globale logische Folgerungsrelation: Ein Ausdruck φ von L^{-} folgt global aus einer Menge von Ausdrücken X von L^{-} genau dann, wenn für alle Supermodelle $\mathfrak{I}_{\mathrm{SV}}$ gilt: Wenn $\mathfrak{I}_{\mathrm{SV}}$ Modell von X ist, dann ist $\mathfrak{I}_{\mathrm{SV}}$ Modell von φ.

Die globale Folgerungsbeziehung hat historisch gesehen Priorität und ist auch die von Fine in seinem [1975] ursprünglich definierte und verwendete. Sie ist bis heute die mit dem Supervaluationismus im Zusammenhang mit dem Vagheitsphänomen vorrangig diskutierte Folgerungsrelation, wobei auch von den

---

[218] Formal handelt es sich bei einer Supervaluation in genau dem vorliegenden Sinne folglich um eine Funktion s über alle $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ zur Berechnung der Wahrheit, Falschheit beliebiger Ausdrücke φ von L^{-} in der Weise, dass nicht für alle φ gilt, dass sie in die Menge der Superwahrheitswerte $\mathcal{W}_{\mathrm{S}} = \{\mathrm{T}_{\mathrm{S}}, \mathrm{F}_{\mathrm{S}}\}$ abgebildet werden, wodurch sie zu einer partiellen Funktion wird. Dabei sind die einzelnen Bestandteile der Funktionsvorschrift von s die nachfolgenden:

a) $s\big(\mathfrak{s}(\varphi)\big) = \mathrm{T}_{\mathrm{S}} \coloneqq$ für alle $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ gilt $\mathfrak{s} \vDash \varphi$;
b) $s\big(\mathfrak{s}(\varphi)\big) = \mathrm{F}_{\mathrm{S}} \coloneqq$ für alle $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ gilt $\mathfrak{s} \nvDash \varphi$;
c) $s\big(\mathfrak{s}(\varphi)\big) =$ undefiniert $\coloneqq$ nicht für alle $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ gilt: entweder $\mathfrak{s} \vDash \varphi$ oder $\mathfrak{s} \nvDash \varphi$.

[219] Keefe [2000], 167 [meine Ergänzungen].

beiden präsentierten abweichende Alternativen inzwischen vermehrt untersucht werden.[220] Die lokale Variante und die Bezeichnung für dieselbe entstammt Timothy Williamsons [1994]. Was den Erhalt des Satzbestandes der klassischen Logik angeht, ist es auf dieser Ebene noch unerheblich, ob die Wahl auf (1) oder (2) fällt, weil sich mit beiden exakt die Menge der klassischen Tautologien generieren lässt.[221]

Weniger versöhnlich sieht es mit Blick auf die unterliegenden Folgerungsbegriffe jedoch aus, wenn es um die philosophischen Implikationen geht, die jeweils involviert sind. Die lokale Folgerungsbeziehung könnte intuitiv etwa dadurch gerechtfertigt werden, indem argumentiert wird, dass das Hauptinteresse bei der Rechtfertigung eines Schlusses immer noch darin besteht, dass die Wahrheit der Prämissen die Wahrheit der Konklusion sichern soll. Nun kann es in L^{-} freilich sein, dass es Individuen gibt, auf die ein vages P weder bestimmt zutrifft noch bestimmt nicht zutrifft und es können korrespondierende Prädikationen Teile der Prämissenmenge und bzw. oder der Konklusion eines entsprechenden Schlusses sein. Allerdings richtet auch die lokale Folgerungsbeziehung, nachdem solche undefinierten Fälle von Prädikationen in den Prämissen und der Konklusion in gleicher Weise aufgelöst worden sind, in Unabhängigkeit von der jeweiligen Art ihrer Beseitigung den Blick auf exakt diese Frage, nämlich ob die Wahrheit der Prämissen die Wahrheit der Konklusion in einem solchen Fall garantiert. Dem kann kritisch entgegnet werden, dass dann aber das, was durch das Bestehen der Folgerungsbeziehung erhalten bleibt, aus Sicht des Supervaluationisten nicht mehr wirklich das ist, was dieser Wahrheit nennen würde, weil Wahrheit für diesen ja nach Voraussetzung Superwahrheit ist.

Für die globale Folgerungsbeziehung verhält es sich anders: Hier geht es darum, dass in einer Sprache, in der Vagheit vorkommt und in der der vorgestellte Mechanismus zur Behandlung vager Prädikate Anwendung findet, Superwahrheit einfach der natürliche Wahrheitsbegriff ist, und dass deswegen in einem Schluss die Allgemeingültigkeit ($\emptyset \vDash \varphi$) in Bezug auf Ausdrücke darauf hinauslaufen sollte, den Erhalt von Superwahrheit zu garantieren. Wird der Begriff der Superwahrheit, d.h. intuitiv gesehen Wahrheit in Unabhängigkeit von der jeweiligen Art, wie vorkommende Grenzfallprädikationen beseitigt werden, bereits in

[220] Vgl. Varzi [2007].
[221] Williamson [1994], 148; Keefe [2000], 175.

seiner Eignung als Wahrheitsbegriff für eine vage Sprache kritisiert, wird dann natürlich auch der globale Folgerungsbegriff nicht mehr überzeugen können.

Es ist nun an der Zeit, die Einführung des Bestimmtheitsoperators D (*determinately*) zu diskutieren. Bisher war es mit den durch L^{-} zur Verfügung stehenden sprachlichen Mitteln nicht möglich, die Dreigeteiltheit auszudrücken, die für bestimmte Relationszeichen P in semantischer Hinsicht allerdings klar vorliegt. Ist P vage, so kann a in Pa einen Gegenstand in der Extension, Antiextension oder Penumbra der Relation P bezeichnen.

Klar ist, dass mit Pa zum Ausdruck gebracht werden kann, dass a sich in der (positiven) Extension P^{+} befindet, ebenso mit $\neg Pa$, dass sich a in der Antiextension P^{-} befindet. Die Frage ist dann, wie mitgeteilt werden könnte, dass die Prädikation Pa eine Grenzfallprädikation und daher a weder Element von P^{+} noch von P^{-} ist. Es mag nun der Gedanke in den Sinn kommen, dass man diesen Sachverhalt durch Negation von Pa und $\neg Pa$ mittels $\neg Pa \wedge \neg\neg Pa$ wiederzugeben vermag, einfach weil sich a ja weder in P^{+} noch P^{-} befindet. Doch was man mit $\neg Pa \wedge \neg\neg Pa$ dann eigentlich ausdrückt hat, ist bei Annahme der klassischen Semantik für die Negation die Kontradiktion $Pa \wedge \neg Pa$. Freilich kann dies gar nicht die Intention gewesen sein, ging es doch im Ursprung darum, auszudrücken, dass a sich in der Penumbra von P befindet, nicht den Widerspruch, dass a sowohl in P^{+} als auch in P^{-} vorzufinden ist.

Was hier stattdessen gefragt ist, ist eine Art schwache Negation Neg, so dass, wenn $Neg(\varphi)$ wahr ist, φ falsch oder aber unbestimmt ist. Bisher verfügt L^{-} jedoch über keine solche Operation und es ist auch nicht wünschenswert, sie in diese Sprache aufzunehmen, wenn das Ziel die Erhaltung des klassischen Satzbestandes sein soll. Der Grund dafür ist, dass die Hinzufügung eines solchen Konnektivs die Monotonie-Eigenschaft der Logik zerstören würde, weil in mathematisch-funktionaler Hinsicht die Anwendung einer schwachen Negation (als Operation) die Erhaltung der unterliegenden Ordnungsrelation, die über der Menge von Gegenständen besteht, die auf sich selbst abgebildet werden, nicht mehr garantiert.

Die von Fine bestrittene Alternative besteht in der Einführung eines einstelligen Satzoperators D, der die gewünschte Ausdrucksstärke bereitstellen soll, und dessen Semantik sich in einer Weise aufbauen lässt, so dass die Monotonie der

Semantik insgesamt jedoch erhalten werden kann. Intuitiv soll gelten: Ist $\mathrm{D}\varphi$ wahr, so ist φ dabei „bestimmt“ wahr und das meint superwahr. Genauer ist $\mathrm{D}\varphi$ wahr, wenn φ superwahr ist, und falls $\mathrm{D}\varphi$ falsch ist, so ist φ entweder superfalsch oder unbestimmt. Um den Penumbrastatus von Pa aufzuzeigen, kann dann endlich der Ausdruck $\neg\mathrm{D}Pa \wedge \neg\mathrm{D}\neg Pa$ verwendet werden, um dies mitzuteilen. Üblicherweise wird dann auch der zu D duale Operator I (*indeterminately*) implizit genau so definiert: $\mathrm{I}\varphi \coloneqq \neg\mathrm{D}\varphi \wedge \neg\mathrm{D}\neg\varphi$. Was nun dem Weg, Unbestimmtheit durch den D-Operator auszudrücken, den Vorzug gibt gegenüber der angesprochenen Möglichkeit, dies durch eine schwache Negation zu realisieren, verbirgt sich in dessen Semantik: Mit Blick auf ein supervaluationistisches Model $\langle \mathfrak{I}_{\mathrm{B}}, \mathfrak{S} \rangle$ bedeutet die Wahrheit von $\mathrm{D}\varphi$ in einem $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$, dass φ wahr ist in $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}}$ (und damit also superwahr ist) und ebenso gilt der umgekehrte Fall. Dies heißt dann allerdings, dass $\mathrm{D}\varphi$ wahr ist in allen $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$, falls $\mathrm{D}\varphi$ nur wahr ist in einem $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$. Damit stehen bereits sämtliche benötigten semantischen Bausteine zur Verfügung, um zur Angabe der Klauseln für die Definition von D im Zusammenhang mit Supermodellen $\langle \mathfrak{I}_{\mathrm{B}}, \mathfrak{S} \rangle$ zu gelangen:

a) $\langle \mathfrak{I}_{\mathrm{B}}, \mathfrak{S} \rangle \vDash \mathrm{D}\varphi \coloneqq \mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \varphi$;

b) $\langle \mathfrak{I}_{\mathrm{B}}, \mathfrak{S} \rangle \nvDash \mathrm{D}\varphi \coloneqq$ entweder $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \varphi$ oder nicht ($\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \vDash \varphi$ oder $\mathfrak{I}_{\mathrm{B}} \nvDash \varphi$).

In der Sprache L_M^-, die bis auf die Hinzufügung von D identisch ist mit L^-, sind daher sämtliche Aussagenausdrücke von der Form $\mathrm{D}\varphi$ *bivalent*.

Von besonderem Interesse ist diese Feststellung der Bivalenz nun für Ausdrücke der Form $\mathrm{D}Px$, denn auch für diese gilt dann nämlich, dass sie eine strenge Partitionierung zwischen positiver Extension und Penumbra behaupten – dasselbe gilt für die Abgrenzung von Antiextension und Penumbra. Das verhält sich deswegen so, weil es für einen Ausdruck $\mathrm{D}Pa$, um die Unschärfe seiner Penumbra zuzulassen, neben der Möglichkeit, entweder wahr oder falsch zu sein, auch noch die Option geben müsste, unbestimmt zu sein. Genau dies ist allerdings nach Definition des Operators D gar nicht mehr möglich.

Die Schwierigkeit auf dieser Ebene der semantischen Hierarchie von Vagheit besteht danach also darin, dass man zwar im Stande ist, auszudrücken, dass es zwischen positiver und negativer Extension einen von der Wahrheitswertlücke beherrschten Raum, die Penumbra, gibt. Jedoch können wir nicht zum Ausdruck bringen, dass es mindestens ein a gibt, so dass DPa weder wahr noch falsch ist, sondern selbst unbestimmt ist. Wäre DPa unbestimmt, so wäre für dieses a in der Tat unbestimmt, ob es sich in der positiven Extension P^+ von P befindet oder in dessen Penumbra und es wäre deswegen seinerseits ein Kandidat für einen Grenzfall von einem Grenzfall. So ein Fall von Vagheit zweiter Ordnung (und in Verallgemeinerung dann natürlich n-ter Ordnung) ist es, der sich auf diese Weise eben nicht ausdrücken lässt und das stellt ein fundamentales Problem für diese Semantik dar, auf das auch Kit Fine in seinem [1975] aufmerksam geworden ist.

Fine konnte dieses Problem in technischer Hinsicht prinzipiell überwinden, andererseits war dieser selbst aber nicht gewillt, Vagheit höherer Stufe anzunehmen.[222] Das heißt jedoch für die Frage nach der sprachlichen Darstellbarkeit von Vagheit höherer Ordnung, deren Annahme hinsichtlich der natürlichen Sprache plausibel erscheinen muss und auch von der Mehrheit geteilt wird – Fine würde dem dann offensichtlich nicht mehr uneingeschränkt zustimmen –, dass man sie mit den sprachlichen Mitteln, die L_M^- bereitstellt, zwar durchaus auf *erster* Ebene auszudrücken vermag. Das heißt, es ist sprachlich darstellbar, dass sich ein Gegenstand in der Penumbra der relevanten Relation der Grenzfallprädikation befindet – ein klarer Fortschritt gegenüber L^-. Allerdings scheint die unangenehme Konsequenz der Bivalenz von Ausdrücken der Form Dφ zu sein, dass sie scharfe Grenzen suggeriert, wo der Supervaluationist keine solchen anerkennt, weil er glaubt, dass semantische Vagheit nicht auf irgendeiner konkreten Stufe k terminiert.[223]

Für Rosanna Keefe, die ausdrücklich den letztgenannten Standpunkt vertritt, wäre dies keine haltbare Situation, und dem ist auch vor dem Hintergrund von Sainsburys Bemerkungen zum Vagheitsbegriff zuzustimmen:

> Not only do most of our predicates have borderline cases, but those borderline cases are not sharply bounded. This observation leads to discussion of higher-order vagueness – the possibility of borderline borderline cases, borderline borderline

[222] Fine [1975], 292.
[223] Vgl. Burgess [1990] für eine abweichende Sicht, nach der Vagheit in einem niedrigstufigen Bereich endlich terminiert. Diese Ansicht wird von dem überwiegenden Teil der Philosophen und Logiker, die sich als Supervaluationisten bezeichnen würden, nicht geteilt. Williamson nennt den Vorstoß von Burgess dann auch einen „heroischen“ Versuch, vgl. Williamson [1994], 296.

> borderline cases and so on and the iteration of the phenomena of vagueness above the first level.[224]

Es ist bereits jetzt klar, dass eine Lösung für die Problematik, Vagheit n-ter Ordnung gerecht zu werden, eine Revision der Definition des D-Operators implizieren wird und Fine hat auch gezeigt, dass dies in technischer Hinsicht gelingen kann.[225]

Keefes Versuch einer philosophischen Rechtfertigung dieser Sicht unter Einbeziehung der gegebenen semantischen Bausteine zielt darauf ab, die Vagheit der Sprache für jede Ebene in der semantischen Hierarchie in der Vagheit der dazu gehörenden Menge der zulässigen Präzisierungen der Semantik manifestiert zu sehen. Es geht schlicht darum, dass „zulässige Präzisierung" vage ist, weil „zulässig" selbst vage ist und es aus Sicht des Supervaluationisten auch sein muss. Williamson bringt hier einen wichtigen Hinweis, der den grundsätzlichen Unterschied zwischen beiden Ansätzen verdeutlichen kann:

> A vague meaning is not like a partial definition in mathematics, formulated in precise terms but not covering all cases. If a vague term is governed by semantic rules, then they are formulated in equally vague terms.[226]

Er weist hier darauf hin, dass der Supervaluationist, der Vagheit n-ter Ordnung anerkennt, für sich in Anspruch nehmen *wird*, dass die Definition dessen, was auch immer als die relevante Komprehensionseigenschaft zur Bildung der Menge derjenigen Präzisierungen herhalten soll, die als die ausgezeichneten zu verstehen sind, in vagen Begriffen anzugeben sein wird. Es wird damit das mit dieser Eigenschaft korrespondierende Prädikat (oder die komplexe Prädikation) selbst vage sein und auch die Menge, die durch dasselbe aus der Menge aller Präzisierungen ausgewählt werden soll. Das bedeutet also mit Gegenstandsbezug gesprochen, dass der Unterschied, den die Menge der zulässigen Präzisierungen von der Menge schlechthin aller Präzisierungen trennt, ebenso ein vager sein wird, wie derjenige, der die Menge der logisch gültigen Ausdrücke und die Menge überhaupt aller Ausdrücke voneinander trennt.

Es ist bekannt, dass die bereits angegebene Definition von D durch das System S5 axiomatisiert wird und die Satzoperatoren D und I also modallogisch

[224] Keefe [2008], 319.
[225] Fine [1975], 287-298.
[226] Williamson [1994], 158.

interpretiert werden können.[227] Es ergibt sich daraus eine Analogie zwischen dem Notwendigkeitsoperator L der klassischen Modallogik und D der Logik für Vagheit und dann analog auch für M als Möglichkeitsoperator und I. Insbesondere ist nun für Vagheit höherer Ordnung von Interesse, dass die iterative Anwendung des D-Operators auf eine Formel – ganz im Einklang mit seiner vorangegangenen Bestimmung – keinen semantisch neuen Sachverhalt zu erzeugen vermag, weil iterierte Modalitäten in S5 allgemein redundant sind. Was aber stattdessen zu Gunsten einer Darstellbarkeit von Vagheit (vorerst nur) zweiter Ordnung gewünscht wird, ist, dass Bestimmtheit auch unbestimmt sein kann. Mit Blick auf die Analogie zwischen den Operatorenpaaren muss also Ausschau gehalten werden nach einer Logik, in der Notwendigkeit möglich sein kann, und dies kann nicht S5 sein. Gesucht wird mithin eine Modallogik, die schwächer ist als S5.

Vor dem Hintergrund einer Kripke-Semantik, in der die binäre Zugänglichkeitsrelation R_{A} (*accessibility relation*) zwischen Welten $\mathfrak{w}$ der Menge aller Welten $\mathfrak{W}$ betrachtet wird, muss eine Lösung dergestalt konstruiert werden, dass nicht für alle möglichen Welten gilt, dass sie von einer bestimmten Welt aus erreicht werden können. In der Semantik für eine iterierbare Verwendung von D entspricht dies der Vorstellung, dass eben nicht alle Präzisierungen zulässig sind relativ zu einer einzelnen ausgewählten. Während R_{A} in S5 alle Eigenschaften einer Äquivalenzrelation erfüllt, d.h. also reflexiv, symmetrisch und transitiv ist, ist dies für die Zugänglichkeitsrelation für Vagheit V_{A} in Frage zu stellen.

Es sollte Dφ wahr sein in $\mathfrak{w}$ genau dann, wenn Dφ wahr ist in allen Welten, die in der Relation V_{A} zu $\mathfrak{w}$ stehen, also von $\mathfrak{w}$ aus zu erreichen sind. Fraglich ist nur, sagt Williamson, genau welche Eigenschaften für V_{A} in Betracht gezogen werden sollen. Er argumentiert überzeugend, dass zumindest die Reflexivität der Relation nicht ernsthaft angezweifelt werde sollte:

> Each interpretation makes its own ruling as to which interpretations are admissible. Formally, a point determines both a bivalent valuation and a set of admitted points. Every point should admit itself; were admitting not a reflexive relation, ‘A’ might be true at every point admitted by a point s yet not at s itself, in which case ‘If definitely A then A’ would be false at the point. An interpretation should regard at least itself as reasonable.[228]

[227] Ebd.
[228] Ebd., 158 f.

Das, was Williamson hier *reasonable*, also vernünftig, nennt, ist sein intuitives Verständnis der Zulässigkeitsbedingung, die durch die Semantik des D-Operators ein formales Gewand erhalten soll: Falls die *accessibility*-Relation zwischen Welten besteht, so stellen alle vorgenommenen Präzisierungen keinesfalls einen Verstoß gegen das natürliche Sprachverständnis dar. Die Präzisierungen sind die relativ zum ausgezeichneten Modell in einem von diesem erreichbaren Modell vorgenommenen, welches ersteres in zulässiger Weise präzisiert. Sie sind dann also dahingehend vernünftig, dass sie keine offensichtlichen Falschnutzungen der Sprache darstellen – um die Erhaltung dieses Standards muss es ja für den Supervaluationisten in der Tat auch mindestens gehen. Für diesen intuitiven Zugang müsste klar sein, dass es eine inhärent vage Angelegenheit ist, wann Sprache eine missbräuchliche Verwendung erfahren hat und wann ihre Verwendung vernünftig gewesen ist.

Die eigentlichen Schwierigkeiten beginnen, wenn Überlegungen angestellt werden, wie es sich mit V_{A} bezüglich der Frage nach der Transitivität verhält. Wenn nämlich $\mathfrak{w}_2$ von $\mathfrak{w}_1$ aus zugänglich ist und $\mathfrak{w}_3$ wiederum von $\mathfrak{w}_2$ aus, so ist gar nicht in allen Fällen wünschenswert, dass $\mathfrak{w}_3$ auch immer von $\mathfrak{w}_1$ erreicht werden kann. Der Unterschied, der zwischen der Interpretation vager Relationen hinsichtlich der Welten $\mathfrak{w}_1$ bis $\mathfrak{w}_3$ besteht, könnte tatsächlich der sein, der dann in einer Sorites-Reihe den fraglichen Unterschied der Zulässigkeit auf Basis der Vernünftigkeit der darin vorgenommenen Interpretation relationaler Terme ausmacht: Wenn von einem vagen generellen Term P in $\mathfrak{w}_1$ eine bestimmte Interpretation vorliegt, die zulässig ist (Reflexivität), und die Deutung von P in $\mathfrak{w}_2$ relativ zu $\mathfrak{w}_1$ ebenfalls zulässig erscheinen muss, so kann es immer noch sein, dass P durch $\mathfrak{w}_3$ eine Bedeutung erhalten hat, die relativ zu $\mathfrak{w}_2$ zulässig ist, weil sie nur geringfügig anders ist, aber eben nicht zulässig ist aus der Perspektive von $\mathfrak{w}_1$, weil dieser Unterschied bereits als zu große Abweichung wahrgenommen wird.

Was die *penumbral connections* betrifft, ist gerade zu verhindern, dass beliebige Präzisierungen zulässig sind, und dies gilt mit Blick auf die Eigenschaft der Transitivität insbesondere hinsichtlich der vagen Relationen, die die Ordnungen über die Elemente des in Frage stehenden Trägers der Struktur induzieren. Was man damit zugesteht, ist einfach, dass nicht allgemein für Präzisierungen bzw. Welten $\mathfrak{w}$, $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{v}$ gilt, dass sich V_{A} in der Weise verhält, dass $\forall \mathfrak{w}, \mathfrak{u}, \mathfrak{v}. R\mathfrak{w}, \mathfrak{u} \wedge R\mathfrak{u}, \mathfrak{v} \rightarrow R\mathfrak{w}, \mathfrak{v}$ allgemeine Gültigkeit erlangen könnte. Die Negation der Eigenschaft der Transitivität für die *accessibility relation* impliziert nun gerade, dass $\exists \mathfrak{w}, \mathfrak{u}. \neg R\mathfrak{w}, \mathfrak{u}$ gilt, so dass es also mindestens zwei Präzisierungen gibt, für die gilt, dass die eine nicht erreichbar ist vom Standpunkt der anderen.

Es kann so Raum geschaffen werden für die formale Entsprechung der vortheoretischen Überlegung, dass die *penumbral connections*, die zwischen vagen generellen Termen bestehen, unbedingt Beachtung finden müssen. Das technische Pendant besteht darin, dass jede Erstbewertung der (vagen) Sprache durch eine (ausgezeichnete) Interpretation neben einer Bewertung ihrer Sätze zugleich festlegt, welche Interpretationen von da an die zulässigen sein werden, und es nun durchaus auch der Fall sein kann und sogar die Regel sein wird, dass andere es nicht sind.

Um zu sehen, was dies für die Logik bedeutet und inwieweit man sich durch die Abkehr von der Transitivität der Zugänglichkeitsrelation bereits von S5 entfernt hat, kann direkt auf Williamsons Resultat verwiesen werden. An einem Beispiel illustriert dieser, dass bereits jetzt, d.h. ohne überhaupt weitere Festlegungen für die Relation V_{A} zu treffen (in Bezug etwa auf die Frage nach der Symmetrie dieser Relation), Gegeninstanzen zum S4- und S5-Schema gewonnen werden können. Es wird der Fall betrachtet, dass von einer Welt $\mathfrak{w}_1$ aus eine andere $\mathfrak{w}_2$ erreichbar ist und von dort aus auch eine weitere $\mathfrak{w}_3$, jedoch nicht letztere von ersterer. Weiterhin nehmen wir mit Williamson an, dass φ wahr ist in $\mathfrak{w}_1$ und deswegen ohnehin in allen von dort aus erreichbaren Welten, jedoch falsch ist in $\mathfrak{w}_3$. Dann folgt, dass Dφ wahr ist in $\mathfrak{w}_1$, aber nicht in $\mathfrak{w}_2$, weil φ nicht wahr ist in jeder von $\mathfrak{w}_2$ aus erreichbaren Welt. Für die Betrachtung von Vagheit der zweiten Stufe ergibt sich daraus direkt für DDφ, dass $\mathfrak{w}_1 \nvDash \mathrm{DD}\varphi$, weil zwar $\mathfrak{w}_1 \nvDash \mathrm{D}\varphi$, jedoch auch $\mathfrak{w}_2 \nvDash \mathrm{D}\varphi$. Das ist deswegen relevant, weil das S4-Schema $\mathrm{L}\varphi \rightarrow \mathrm{LL}\varphi$ in der Sprache mit Bestimmtheitsoperatoren zum Ausdruck $\mathrm{D}\varphi \rightarrow \mathrm{DD}\varphi$ wird, zu welchem man dann gerade durch $\mathfrak{w}_1 \nvDash \mathrm{DD}\varphi$ (trotz $\mathfrak{w}_1 \nvDash \mathrm{D}\varphi$) ein Gegenbeispiel konstruiert hat. Analog lässt sich das S5-Schema $\neg\mathrm{L}\varphi \rightarrow \mathrm{L}\neg\mathrm{L}\varphi$ und damit entsprechend $\neg\mathrm{D}\varphi \rightarrow \mathrm{D}\neg\mathrm{D}\varphi$ widerlegen. Mit der Ungültigkeit dieser beiden Schemata wird die Inbetrachtziehung des Axiomensystems S5 reduziert auf ein System, das äquivalent ist zu dem modallogischen System T. Es ist mit anderen Worten die Menge aller Folgerungen dieses Systems dann identisch mit der Menge der Folgerungen aus T.[229]

Von Interesse sind nun auch insbesondere Fragen bezüglich Eigenschaften der semantischen Hierarchie, die sich durch die so zur Möglichkeit gewordene Iterierbarkeit von D bzw. I ergeben. Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass in einem supervaluationistischen Modell wie $\mathfrak{I}_{SV}$ eine Supervaluation in funktionaler Hinsicht bewirkt, dass die Sätze der betrachteten Sprache eine Bewertung durch die Superwahrheitswerte „superwahr", „superfalsch" erhalten in einer Weise, so dass Wahrheitswertlücken möglich sind. In einer modal gedeuteten Variante derselben Sprache, wo D und I als in informativer Weise iterierbar definiert werden, fungiert $\mathfrak{I}_{SV}$ nur als Einstieg auf unterster Ebene (Stufe 0) in eine (sehr wahrscheinlich) unendliche Hierarchie von Vagheit höherer Ordnung. Alle übrigen Stufen legen nicht nur eine bivalente Bewertung für eine Menge von Ausdrücken der Sprache fest, sondern legen zugleich fest, welche Präzisierungen relativ zur auf dieser Stufe vorgenommenen Bewertung die zulässigen sein werden in der darunter liegenden Stufe. In verallgemeinerter Sicht ist dann eine modallogische Interpretation der Stufe $i + 1$ eine Interpretation, die neben der Erzeugung der bewerteten Satzmenge eine weitere echte Teilmenge in der Menge aller vollständigen Präzisierungen für die Interpretation der Stufe i festlegt.

Williamson zeigt nun, dass sich aus der Art wie diese Semantik für Vagheit höherer Ordnung konstruiert wurde, direkt ein starker Einwand gegen dieselbe als Kandidat für eine Semantik gewinnen lässt, die vorgeblich eben nicht auf das Ziehen scharfer Grenzen verpflichtet ist. Durch Anwendung derselben Technik, nämlich der Konstruktion eines Bestimmtheitsoperators für die Metasprache, d.h. auf semantisch höherer Ebene, wird an entscheidender Stelle die Eigenschaft der Transitivität für eine Relation, die in ihrer Funktionsweise analog zur Erreichbarkeitsrelation zu denken ist, garantiert. Dadurch ergibt sich dann wiederum die Möglichkeit einer S4-Axiomatisierbarkeit. Letztere hat zur unmittelbaren Folge und in der Tat vollkommenen unerwünschten Konsequenz, dass der

[229] Ebd., 159.

über den Weg der neu eingeführten Erreichbarkeitsrelation V_{A}^{*} (*admissibility**-Relation) definierte Modaloperator D^{*} sich in iterierten Anwendungen als redundant herausstellt. Vagheit höherer Ordnung birgt so in dieser Konzeption die Gefahr reduzierbar zu sein und es würde damit die Hoffnung auf unscharfe Grenzziehung letztlich doch wieder zunichte gemacht werden.

Wenn in der Betrachtung der gesamten Hierarchie modaler Interpretationen die einzelnen Stufen zusammengefasst werden zu einer ω-Interpretation, kann diese aufgefasst werden als unendliche Sequenz s_0, s_1, s_2 ..., wobei jedes s_i eine modallogische Interpretation der Stufe i im oben bereits erläuterten Sinne darstellt. Eine Interpretation s_{i+1} legt dann entsprechend für eine Interpretation s_i fest, welche vollständigen Präzisierungen die jeweils zulässigen sind. Von Bedeutung ist nun Williamsons folgende Konstruktion: Eine solche ω-Interpretation s_0, s_1, s_2 ... macht eine andere ω-Interpretation t_0, t_1, t_2 ... zu einer zulässigen Interpretation – letztere ist dann also relativ zu ersterer zulässig – genau dann, wenn von jedem s_{i+1} aus gesehen jedes t_i zulässig ist. Mittels dieser Konstruktion kann sodann ein Operator D^{*} definiert werden, so dass mittels $\mathrm{D}^{*}\varphi$ die unendliche Konjunktion $\varphi \wedge \mathrm{D}\varphi \wedge \mathrm{DD}\varphi \wedge \mathrm{DDD}\varphi$ ... zum Ausdruck gebracht wird. Aus der Definition für D^{*} folgt nun direkt, dass, falls $\mathrm{D}^{*}\varphi$, so auch $\mathrm{DD}^{*}\varphi$ und sogar noch allgemeiner $\mathrm{D}^{*}\mathrm{D}^{*}\varphi$.

Es gilt damit insbesondere das S4-Schema $\mathrm{D}^{*}\varphi \rightarrow \mathrm{D}^{*}\mathrm{D}^{*}\varphi$, auf dessen Bedeutung bereits eingegangen wurde. In Bezug auf die Semantik des D^{*}-Operators definiert Williamson zuerst die *admissibility**-Relation V_{A}^{*} zwischen Interpretationen s und t, so dass s zu t in der Relation V_{A}^{*} steht (d.h., dass t von s aus in diesem neuen Sinne erreichbar* ist) genau dann, wenn entweder s in der Relation V_{A} zu t steht (d.h., t von s aus in dem ursprünglichen Sinne erreichbar ist) oder s in der Relation V_{A} zu einer Interpretation steht, die ihrerseits in der Relation V_{A} zu t steht oder s in der Relation V_{A} zu einer Interpretation steht, die in der Relation V_{A} zu einer Interpretation steht, die in der Relation V_{A} zu t steht oder… Es ist $\mathrm{D}^{*}\varphi$ wahr in s genau dann, wenn φ wahr ist in jeder Interpretation, die von s aus zulässig ist. Das Bemerkenswerte ist nun, dass V_{A}^{*} sowohl reflexiv als auch transitiv ist, obwohl für V_{A} Transitivität, wie wir gesehen haben, nicht gilt. Für den Supervaluationisten ist dies jedoch fatal:

> In technical terms, admitting* is the ancestral of admitting; it is automatically transitive, even though admitting is not. The supervaluationist approach can now be applied in terms of admissibility* rather than admissibility. Since the strict notion 'definitely*' obeys an S4 axiom, higher-order vagueness disappears.[230]

Ein supervaluationistischer Ansatz, der von der ursprünglichen Konzeption einer Semantik, in der lediglich eine einfache Verwendung des Unbestimmtheitsoperators vorgesehen war, ausgewichen ist hin zu einer modallogischen Mögliche-Welten-Semantik, die die Iteration von D zulässt, hat nun ein Glaubwürdigkeitsproblem. Der Grund für die Unzufriedenheit mit diesem ersten Entwurf war schließlich der, dass die Partition in positive, negative Region und Penumbra-Bereich eine scharfe Dreiteilung nahegelegt hat, die nicht geduldet werden konnte. Um dem zu entgehen, wurde durch die Schaffung der Möglichkeit, eine bedeutungsvolle Aneinanderreihung von D bzw. I zu gestatten, ein Werkzeug geschaffen, durch das die exakte Partitionierung auf einer gegebenen Ebene oder Stufe der semantischen Hierarchie aufgelöst werden konnte durch eine geeignete iterierte Voranstellung weiterer Modaloperatoren. Es erweist sich allerdings genau dies als Illusion und es tritt ein, was nicht eintreten darf, nämlich die Reduzierbarkeit Vagheit höherer Ordnung auf Vagheit erster Ordnung. Nun zieht diese jedoch nach dem zugrunde gelegten Verständnis scharfe Grenzen und partitioniert die Menge der verfügbaren Individuen in drei distinkte Mengen. Das stellt natürlich in beiden Fällen, in dem, der das S4-Schema (und sogar das S5-chema) direkt validiert, wie auch in dem, der das S4-Schema mit seiner semantischen Hierarchie zusammengenommen validiert, keine für den Supervaluationisten haltbare Position dar.

Neben einem empirisch motivierten Vorschlag, dem zu entgegnen, auf den ich nicht eingehen werde, schlägt Williamson vor, dass dem Supervaluationisten als Möglichkeit, auf diese Herausforderung zu reagieren, immer noch zur Verfügung steht, einfach die Vagheit von D^* zu behaupten. Auch Fine hat dies in Erwägung gezogen, jedoch nicht weiter verfolgt.[231]

Wir haben genau das bereits zuvor für D in Erwägung gezogen und in der Tat stellt dies für Keefe in ihrem [2000] in Anschluss an Williamsons Vorschlag

[230] Ebd., 160.
[231] Fine [1975], 297.

auch die Ultima Ratio für eine zumindest aus ihrer Sicht tragbare supervaluationistische Position dar.[232] Williamson hält es für unmöglich, dass man mit D^*, so wie dieser Operator konstruiert ist – und darüber hinaus überhaupt mit jeder gegebenen Iterationsstufe von D^* –, in der Lage sein könnte, auf irgendeiner Stufe die Vagheit der gesamten Hierarchie auszudrücken. Was so zuerst trivial anmuten mag und nicht wirklich den Anschein einer interessanten Beobachtung abzugeben verspricht, ist auf den zweiten Blick eine bemerkenswerte Feststellung: Dadurch, dass der Schritt in die Metasprache durch D^* erfolgen musste, um zu erkennen, dass die Objektsprache in der Tat vage ist, muss für den Supervaluationisten nicht unbedingt folgen, dass auf einer gegebenen Ebene der Hierarchie nicht Vagheit, sondern extensionale Präzision vorliegt. Vielleicht ist es nämlich umgekehrt falsch, zu erwarten, dass der für eine bestimmte Stufe eingesetzte Unbestimmtheitsoperator im Stande sein müsste, seine eigene Vagheit auszudrücken. Dies ist äquivalent zu der Annahme, dass kein Ausdruck der Metasprache existiert, die Teil der Hierarchie von Metasprachen relativ zu der Objektsprache ist, die D enthält, welcher für eine konkrete Stufe k die Vagheit des in k definierten Unbestimmtheitsoperators feststellt. Es ist dann aus dieser Perspektive gewissermaßen natürlich, wenn in der Hierarchie aufgestiegen wird, um in $k+1$ durch einen neuen solchen Operator D^{**} zu definieren, was es für die Ebene k heißt, vage zu sein. Es ist, bemerkt Fine, auch nicht einzusehen, warum man annehmen sollte, dass dieser Prozess irgendwann ein Ende finden sollte, und dies schließt eine Fortführung auch in einen transfiniten Bereich ein.[233]

Keefe nimmt sicherlich die Vagheit von D an und damit die Vagheit der Menge superwahrer Sätze (insbesondere der aus Sicht der Logik interessierenden Menge allgemeingültiger Sätze) und sie gründet dies auf die Vagheit der Menge der zulässigen Präzisierungen. Es existiert keine für uns zugängliche Strategie, um einen Operator D einzuführen, so dass dieser verstanden werden könnte als „stipulated to be appropriate to represent any order of vagueness“ und also auch seine eigene Vagheit darstellen können würde. Daher anerkennt sie, wie Williamson und Fine ebenso, dass eine metasprachliche Betrachtung der

[232] Vgl. Keefe [2000], 210. Hier wird in der Tat eine Version der Semantik imaginiert, in der die Vagheit eines einfachen D-Operators behauptet wird, dessen Mehrfachanwendung nur Redundanz erzeugen würde.
[233] Fine [1975], 297; Williamson [1994], 161.

Objektsprache nötig ist nicht nur, um eine jeweilige Sprachebene als vage zu erkennen.[234] Es muss zudem insbesondere diese Metasprache erster Ordnung und genauso jede weitere metasprachliche Konstruktion selbst vage sein, da sonst scharfe Grenzziehungen, d.h. wohlbestimmte Extensionen drohen und die Elimination von Vagheit unumgänglich erscheinen muss.[235] Dies hat diese Theorie einerseits in den Verdacht gebracht, trivial oder bzw. und zirkulär zu sein, weil sie semantische Vagheit auf dem Weg einer vagen Sprache erklärt, deren Vagheit wir nur erkennen können, wenn wir in eine Metasprache ausweichen, deren Vagheit wir nur erkennen können, wenn wir wiederum in eine Metasprache höherer Stufe ausweichen, deren Vagheit… Keefe hält dagegen, dass die semantische Technik selbst jedoch nicht trivial genannt werden kann:

> But 'truth is truth on all complete and admissible specifications' is certainly not trivially true, neither in the sense of being vacuously true nor in the sense of being obvious or uncontroversial. It would be rejected by theorists who were not supervaluationists, even if they were told that 'complete and admissible specification' was a vague notion.[236]

7.2 Probleme der supervaluationistischen Semantik und die Auflösung der Sorites-Paradoxie

Neben den fundamentalen Problemen, die sich für den Supervaluationismus aus der Perspektive der von Mark Sainsbury geäußerten Kritik stellen, die in Kapitel 6 diskutiert wurde, existieren traditionellere Einwände, die in der einen oder anderen Form immer wieder von zahlreichen Kritikern in der Rezeptionsgeschichte dieser Theorie von Vagheit angesprochen wurden.

Es sind dies zuallererst die keineswegs so harmlosen Bedeutungsverschiebungen, die sich im Zusammenhang mit dem durch den Supervaluationismus nahegelegten Verständnis von Disjunktion und Existenzquantor auftun. Zum anderen geht es darum, dass klassisch logisch gültige Ableitungsregeln verworfen

[234] Keefe [2000], 210.
[235] Fine [1975], 298.
[236] Keefe [2000], 205.

werden müssen, die allesamt große intuitive Überzeugungskraft für sich in Anspruch nehmen können. Dadurch kann der Supervaluationismus dann auch nicht mehr vollumfänglich für sich geltend machen, die Erhaltung der klassischen Logik zu garantieren, wenn es nicht nur die Tautologien der klassischen Logik, sondern auch die diesbezüglich gültigen Ableitungsregeln sind, die naturgemäß von Interesse sind. Es geht zuletzt darum, dass Kernprinzipien im Zusammenhang mit dem semantischen Wahrheitsbegriff im Sinne Tarskis für eine Semantik, die auf eine Identifikation von Wahrheit mit Superwahrheit setzt, keinerlei Gültigkeit mehr besitzen.

Der erste und sicherlich gewichtigste Punkt, der gegen den Supervaluationismus vom klassischen Standpunkt aus vorgebracht werden kann, betrifft das Verständnis der klassischen Disjunktion, der schwachen Alternative, die bekanntermaßen in bestimmten Kontexten eine Verwandtschaftsbeziehung mit dem Existenzquantor aufweist. Wenn Wahrheit mit Superwahrheit gleichgesetzt wird, impliziert dies allerdings die Veränderung der Bedeutung der Disjunktion sowie die des Existenzquantors, und zwar in einem keineswegs nur weichen, philosophischen Sinne.

Es geht semantisch handfest um die mit Blick zur klassischen Logik veränderten Wahrheitsbedingungen für disjungierte bzw. existenzquantifizierte Sätze und damit einfach um den Sinn dieses Konnektivs respektive Quantors. Was hier durch eine supervalute Semantik hinterfragt wird, gehört in beiden Fällen zum plausibelsten und wohl auch historisch am wenigsten strittigen Bestand klassischer formaler Semantik: Man darf es in einem unmittelbaren Sinne als einleuchtend bezeichnen, dass a) eine einschließende Alternative wahr ist genau dann, wenn eines ihrer Glieder wahr ist, und b) ein existenzquantifizierter Satz wahr ist genau dann, wenn mindestens eine Ersetzungsinstanz der involvierten Variable(n) wahr ist, d.h. also genau dann, wenn mindestens ein Individuum des Trägers die durch die relevante Prädikation zum Ausdruck gebrachte(n) Eigenschaft(en) auch tatsächlich aufweist.

Genau genommen ist die Tatsache, dass eine Disjunktion in einer supervaluationistischen Semantik wahr werden kann auch dann, wenn keines ihrer Disjunktionsglieder wahr ist, tatsächlich die Quintessenz des gesamten Unternehmens und in technischer Hinsicht ein Hauptanliegen für diese Semantik. Allein dies wirkt sich bereits aus auf die Eigenschaft der Wahrheitsfunktionalität der

Logik, die sodann nicht mehr vorliegt. Für eine Semantik, in der der Aufbau einer so verstandenen Disjunktion nämlich gelingt, existiert somit mindestens ein logisches Konnektiv, für das gilt, falls der höchststufige Junktor einer komplexen Formel dieses fragliche Konnektiv ist, so errechnet sich der Wahrheitswert dieser komplexen Formel nicht mehr in jedem Fall aus den Wahrheitswerten der darin vorkommenden Teilformeln. Der Supervaluationismus setzt nun den nicht wahrheitsfunktionalen Aufbau seiner Semantik direkt ein für die Klärung des Problems, das in der Frage nach den klaren, also im extensionalen Sinne präzisen, Anwendungsbedingungen für vage Prädikate besteht, die es nach Voraussetzung über die Beschaffenheit des Vagheitsbegriffs hinsichtlich genereller Terme so nämlich gar nicht geben dürfte.

In einer Reihe, in der Menschen nach ihrer Körpergröße von groß nach klein aufsteigend angeordnet sind, muss aufgrund der vermuteten Eigenschaften des Vagheitsbegriffs für das Prädikat „ist groß“ im semantischen Sinne unentschieden sein, wo der Übergang liegt, der die Grenze zwischen den kleinen und den großen Menschen markiert. Genau genommen muss es sich ja so verhalten, dass solche scharfen Übergänge überhaupt gar nicht existieren. Betrachtet man ein bestimmtes Individuum mit einer Köpergröße von 1,79 m und bezeichnet es mit der Konstanten a, so könnte es sich bei der entstehenden Prädikation um einen Grenzfall der Prädikats „ist groß“, das durch P bezeichnet sein soll, handeln, nämlich genau dann, wenn man so a zuspricht, P zu sein. Die Gültigkeit des LEM wird durch mögliche Gegeninstanzen, in denen Grenzfallprädikationen vorkommen, bedroht und es stellt sich die Frage nach dem Wahrheitswertstatus bspw. des Ausdrucks $Pa \vee \neg Pa$.

LEM bleibt im Supervaluationismus jedoch ein gültiges Prinzip und dies impliziert gerade auch die Wahrheit von $Pa \vee \neg Pa$. Während durch alle in der Erstbewertung klassisch mit „wahr“ oder „falsch“ bewerteten Ausdrücke aufgrund der Stabilitätsforderung für einmal (in der Basisinterpretation) erfolgte Bewertungen durch klassische Wahrheitswerte keinerlei Gegeninstanzen zu LEM zu befürchten sind, sind es wenig überraschend die Grenzfallprädikationen, auf die stattdessen die Aufmerksamkeit zu richten ist. Für diese verhält es sich nun so, dass in irgendeiner gegeben zulässigen und vollständigen Präzisierung eine Bewertung von Pa *entweder* mit wahr oder mit falsch erfolgen wird. Durch die

Bivalenz zulässiger und vollständiger Präzisierungen muss sogleich einleuchten, dass, falls $Pa \vee \neg Pa$ undefiniert in der Erstbewertung verblieben ist, dieser Ausdruck in jeder der erfolgten Bewertungen durch eine beliebige vollständige und zulässige Bewertung nur wahr werden kann. Wenn nun Wahrheit in der Erstbewertung Wahrheit in jeder zulässigen und vollständigen Präzisierung aufgrund der Stabilitätsforderung bedeutet und superwahr zu sein, wahr zu sein heißt, in allen zulässigen und vollständigen Präzisierungen, dann handelt es sich bei $Pa \vee \neg Pa$ auch um einen superwahren Ausdruck.

Unabhängig davon, wie P in einer beliebigen zulässigen und vollständigen Präzisierung interpretiert wird, wird Pa einen definiten Wahrheitswert erhalten und aufgrund der Tatsachen, dass diese Bewertungen bivalent sein werden und dass es sich bei der vorkommenden Negation um eine starke (die klassische) Negation handeln wird, wird $\neg Pa$ deswegen nur den jeweils anderen klassischen Wahrheitswert erhalten können. Da in allen diesen Interpretationen die klassische Deutung der logischen Konnektive vorliegen soll und der höchststufige Junktor in $Pa \vee \neg Pa$ offensichtlich der Disjunktor ist, muss daher $Pa \vee \neg Pa$ wahr sein in jeder dieser Interpretationen, weil immer mindestens ein Glied mit „wahr" bewertet werden wird. Nur ist, um die Absage an die Wahrheitsfunktionalität der Disjunktion noch einmal zu verdeutlichen, Pa als Penumbra-Fall natürlich keineswegs superwahr. Denn P wird in verschiedenen zulässigen und vollständigen Präzisierungen so oder so gedeutet werden und Pa dann entweder wahr oder falsch sein, jedoch sicher nicht wahr bzw. falsch sein für alle Wege, P auf diese Art zu präzisieren.

In der Tat bleibt so nicht nur LEM erhalten, sondern alle klassisch gültigen Tautologien, weil nie ein klassisch gültiger Ausdruck supervaluationistisch ungültig werden kann. Allerdings gilt dies eben nicht in einem weniger engen Sinne von „Logik", nämlich dann, wenn der Blick auch auf die in einer Logik gültigen Ableitungsregeln fällt, worauf im Fortgang noch im Detail einzugehen sein wird. Darüber hinaus muss man sich allerdings vergegenwärtigen, dass es hier um eine Version einer supervaluationistischen Theorie geht, die D bzw. I in ihren Sprachschatz aufgenommen hat. Von einer Sprache für Vagheit würde man nämlich in der Tat erwarten können, dass durch sie oder vielmehr mit ihr auch zum Ausdruck gebracht werden kann, dass etwas vage ist. Hierfür ist der Bestimmtheitsbzw. Unbestimmtheitsoperator nun unerlässlich und es ist deswegen, wenn von der Sprache des Supervaluationismus die Rede ist, doch besser diejenige gemeint, die diese sprachlichen Mittel auch vorweisen kann. Finden dieselben in der Sprache dann in der dargelegten Weise Verwendung, bedeutet das für die resultierende Logik jedoch zugleich, dass sie, was ihren Satzbestand betrifft, eine Erweiterung gegenüber dem der klassischen Logik ist, wie deutlich werden wird. Doch es gibt diesbezüglich noch andere Schwierigkeiten.

Was nun die eigentliche Haufen-Paradoxie betrifft, muss der Blick auf die besagte Sorites-Reihe, einer nach Größe aufsteigend angeordneten Aneinanderreihung von Personen, gerichtet werden. Man betrachte einfach eine Konditionalreihe von der Form $p_i \rightarrow p_{i+1}, p_{i+1} \rightarrow p_{i+2}, \dots$, in der ein p_i jeweils für einen Satz steht, in dem eine Prädikation von „ist groß" über ein Individuum a_i zum Ausdruck gebracht wird. Nun sei in der Ordnung dieser Reihe von beliebig vielen Menschen, beginnend mit dem größten hin zu dem kleinsten, mit a_1 der mit 2,10 m größte Mensch in dieser Reihe bezeichnet, der also zugleich auch den Anfang dieser Reihe bildet. Am Ende dieser Aneinanderreihung von n Menschen steht eine Person a_n, die 1,50 m groß ist. Es muss dabei einleuchten, dass wir Pa_1 als einen klar wahren Satz, Pa_n hingegen als klar falschen Satz ansehen werden.

Nun ist es im Zusammenhang mit der Bedeutung von „ist groß" unsere Überzeugung, dass es für unmittelbar benachbarte Paare von Menschen a_i und a_{i+1} nicht sein kann, dass Pa_i wahr und Pa_{i+1} falsch ist.[237] Als Begründung für diese Ansicht wird sicher nicht nur der Supervaluationist verweisen auf unsere natürlichsprachliche Intuition hinsichtlich des Prädikats „ist groß". In der Betrachtung nur eines Elements der Reihe von korrespondierenden Konditionalaussagen gilt dann, dass $Pa_i \rightarrow Pa_{i+1}$ stets ein wahrer Ausdruck werden wird. In aussagenlogischer Abstraktion heißt dies für die gesamte Reihe von Konditionalen, dass der Schluss, der sich aus der Prämissenmenge $\{p_1, p_1 \rightarrow p_2, p_2 \rightarrow p_3, \dots, p_{n-1} \rightarrow p_n\}$ zusammensetzt und durch $n-1$-malige Anwendung lediglich der Regel „Modus ponens" die Ableitung von p_n gestattet, ein formal gültiger Schluss ist.

[237] Sollten die Unterschiede in der Körpergröße unmittelbar aufeinander folgender Menschen als nicht klein genug wahrgenommen werden, denke man sich einfach eine Differenz, für die diese Bedenken dann nicht mehr bestehen. Vgl. hierzu auch Barnes [1982b].

Das Problem ist, dass die Wahrheit aller Elemente, die die Prämissen des Schlusses ausmachen – und von deren Wahrheit konnten wir uns im Vorfeld auch überzeugen – zusammen mit der Feststellung der formalen Richtigkeit des Schlussschemas offensichtlich nicht die Wahrheit der Konklusion garantiert. Dies jedoch sollte ausgeschlossen sein genau dann, wenn ein Schluss nach den Regeln und Gesetzen der Logik vollzogen wird bei gleichzeitiger Wahrheit der dafür verwendeten Prämissen. Denn p_n steht hier schließlich für den Satz „a_n ist groß“, wobei a_n ein Name der Person ist, die nur 1,50 m groß ist. Der Satz „a_n ist groß“ ist also ein Satz, der klar den Wahrheitswert „falsch“ trägt. Das Paradoxe ist nun, dass uns unsere Intuition bezüglich einer Fehlerdiagnose nicht einen direkt erkennbaren Weg aufzeigt, wie wir die Falschheit des Schlusses feststellen bzw. behaupten könnten, und wir so stattdessen den Schluss mit klassischen Mitteln für korrekt und wahr halten müssen.

Als mögliche Optionen, um auf diese paradoxe Situation zu reagieren, wurden bisher in der Auseinandersetzung mit dem Phänomen semantischer Vagheit insgesamt vier Möglichkeiten diskutiert: a) man kann verneinen, dass Logik generell auf Argumentationen, in denen vage Prädikate auftauchen, anwendbar ist; b) man bezweifelt die Wahrheit einer der Prämissen (vorzugsweise der Konditionalreihe); c) man bezweifelt die Gültigkeit des Schlusses; d) man akzeptiert den Schluss als sowohl korrekt als auch wahr und akzeptiert somit die Paradoxie.

Der Supervaluationismus ist im Stande eine Lösung für die Paradoxie anzubieten und er verfolgt damit eine Strategie der Kategorie b), wo es darum geht, das Übereinstimmen des durch die Konditionalreihe oder von Teilen derselben behaupteten mit der Realität in Zweifel zu ziehen. Hat man sich auf diese Strategie festgelegt, scheint oberflächlich betrachtet b) die Falschheit von mindestens einem der Konditionalausdrücke in der Reihe aller Konditionalsätze zu implizieren. Dies würde ja bereits ausreichen, um den Schluss auf p_n nicht mehr zu gestatten. Jedoch würde das auch der Behauptung gleichkommen, dass, wenn für eine solches $Pa_i \rightarrow Pa_{i+1}$ gilt, dass es den Wahrheitswert „falsch“ hat, das involvierte und angeblich vage Prädikat P eben doch einen scharfen Schnitt aufweist und deswegen überhaupt nicht vage sein könnte. Aus extensionaler Perspektive müsste es angesichts der vorhandenen Ordnung der relevanten Gegenstände des Trägers eine genaue Größe geben, unterhalb derer ein Mensch nicht mehr groß und ab der er groß ist. Dies ist aber weder mit der Wortbedeutung von

„ist groß“ noch mit der Sprachpraxis in Bezug auf das Wort in der natürlichen Sprache vereinbar. Die Lösung der Paradoxie durch den Supervaluationismus geschieht dann freilich auch mit den Werkzeugen, die seine Semantik zur Verfügung stellt, und nicht mittels des klassischen Instrumentariums.

In einem Supermodell $\langle \mathfrak{I}_B, \mathfrak{S} \rangle$ sei Pa_1 wahr in $\mathfrak{I}_B$ und damit superwahr, Pa_n falsch in $\mathfrak{I}_B$ und also deswegen einfach superfalsch. Für alle Individuen $\mathrm{a}_i, \dots, \mathrm{a}_k$ mit $1 < i < k < n$ aus dem Träger D von $\mathfrak{I}_B$ sei nun $Pa_i, \dots, Pa_k$ undefiniert in $\mathfrak{I}_B$, d.h. mit anderen Worten, es sind dies relativ zur Deutung von P in $\mathfrak{I}_B$ die Grenzfälle von P. Für alle zulässigen und vollständigen Präzisierung $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ muss dann gelten, dass eine jede Interpretation $\mathfrak{s}$ des vagen Prädikats P dergestalt vorgenommen wird, dass für die Individuen $\mathrm{a}_i, \dots, \mathrm{a}_k$ des Trägers D eines solchen $\mathfrak{s}$ gilt: Es gibt ein a_m aus $\{\mathrm{a}_i, \dots, \mathrm{a}_k\}$ mit $m \geq i$, so dass Pa_{m+1} wahr wird in $\mathfrak{s}$ und Pa_m falsch wird in $\mathfrak{s}$. Für jedes $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ gilt daher, dass stets ein Konditionalausdruck $Pa_m \to Pa_{m+1}$ existiert, der falsch ist in $\mathfrak{s}$. Für die Gesamtheit aller Konditionalausdrücke, die in der Sorites-Paradoxie als Prämissen auftauchen, ist dann klar, warum ihre *konjunktive* Verknüpfung nicht nur keinen superwahren oder undefinierten Ausdruck (wie dies etwa für Teile der Konditionalreihe durchaus zu erwarten ist) ergibt, sondern wegen den Wahrheitsbedingungen der Konjunktion gerade einen superfalschen Satz erzeugen muss: In jeder einzelnen Möglichkeit, die vorhandenen Grenzfälle semantisch „auszuloten“, stellt sich für diese konjunktive Verknüpfung nämlich heraus, dass es immer mindestens einen Faktor in dieser Verkettung gibt, der falsch ist. Es muss deswegen in der Superbewertung der eingangs betrachteten Konditionalreihe in ihrer konjunktiv verknüpften Form erst recht der Ausdruck $p_1 \to p_2 \land p_2 \to p_3 \land \dots \land p_{n-1} \to p_n$ superfalsch sein.

Für den Schluss, der zur Sorites-Paradoxie geführt hat, bedeutet das folglich, dass er zwar logisch weiterhin korrekt bleibt – hieran kann sich freilich nichts geändert haben –, jedoch ist eine seiner Prämissen (der Induktionsschritt) nicht superwahr, sondern superfalsch. Es ist dieser Umstand, der erklärt, wie eine falsche Konklusion herleitet werden konnte. Wenn unter Verwendung der Definition der globalen logischen Folgebeziehung ein Schluss die Übertragung der Superwahrheit der Prämissen auf die Superwahrheit der Konklusion mit Notwendigkeit sicherstellen soll, dann ist dies im vorliegenden Fall nicht mehr gewährleistet. Das Zustandekommen der Paradoxie wird so durch den Supervaluationismus geblockt.

Interessant ist jenseits des formal-technischen Aspekts, der es gestattet, die Sorites-Paradoxie zu verhindern, ob der Supervaluationismus auch mit einer Erklärung für die scheinbare Wahrheit der Paradoxie, das, was den Schluss ursprünglich und essentiell paradox erscheinen ließ, aufwarten kann. Nach einem Vorschlag, der auf Richmond Thomason zurückgeht, kann dies allerdings in der Tat gelingen.[238]

Wenn man in einem Supermodell diejenige Konditionalprämisse $Pa_m \rightarrow Pa_{m+1}$ betrachtet, die falsch ist in allen $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ von $\langle \mathfrak{I}_{\mathrm{B}}, \mathfrak{S} \rangle$, so erhält man eine spezifische Penumbra-Menge $\mathcal{P}$ der Konditionalreihe über alle $\mathfrak{s}$. Für alle Elemente von $\mathcal{P}$ gilt folglich, dass zwischen a_m und a_{m+1} dann in einem gegebenen Vorschlag $\mathfrak{s}$, P zu präzisieren, die scharfe Grenze zwischen P^+ und P^- verläuft.[239] Mit anderen Worten, es gilt in einem solchen $\mathfrak{s}$, dass $a_m \in P^+$ und $a_{m+1} \in P^-$. Nur wird in der Menge aller konkreten Wege, P zu präzisieren, dieser Grenzverlauf zwischen a_m und a_{m+1} gegenüber allen anderen Grenzverläufen zwischen a_n und a_{n+1} mit $m \neq n$ – lax formuliert – deutlich in der Unterzahl sein. Konkret wird $Pa_m \rightarrow Pa_{m+1}$ wahr sein in so gut wie allen anderen zulässigen und vollständigen Präzisierungen $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$, weil in so gut wie allen anderen die Festlegung der konkreten Extensionen für P andere sein werden als in der Eingangs betrachteten. Es bekommt dann für das Supermodell die Rede davon, dass $Pa_m \rightarrow Pa_{m+1}$ fast wahr oder nahezu wahr ist in $\langle \mathfrak{I}_{\mathrm{B}}, \mathfrak{S} \rangle$, auch eine formale Entsprechung etwa auf dem Weg der vergleichenden Betrachtung der Kardinalität dieser Mengen. Eine spezifische Grenzziehung für ein vages Prädikat ist dann fast wahr in der Supervaluation, wenn es wahr ist in allen zulässigen und vollständigen Präzisierungen $\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}$ bis auf eine einzelne (oder eine andere intuitiv akzeptable Anzahl). Die Frage, wo genau die Toleranzgrenze für „fast wahr“, „nahezu wahr“ usw. verlaufen soll, ist dann freilich wieder eine Frage einer geeigneten Konvention.

[238] Vgl. Thomason [1970].

[239] Wir geben zu bedenken, dass für a_m kein Wert festgelegt wurde, sondern lediglich gilt, dass $a_m \in \{\mathrm{a}_i, \ldots \mathrm{a}_k\}$.

Trotz dieser Erklärung für unser intuitives Fürwahrhalten muss man eigentlich nicht zwingend der Auffassung sein, dass damit in überzeugender Weise erklärt wäre, was das Paradoxe an einem Sorites-Schluss denn nun eigentlich ist. Wir haben auf diese Weise vielleicht eine Rechtfertigung dafür bekommen, warum die Reihe aus Konditionalen uns als wahr erscheint, obwohl sie es nicht ist, aber wir haben immer noch keine Erklärung dafür, warum eines von ihnen überhaupt nicht wahr sein sollte, und dies scheint mir auch das eigentlich Famose dieser Lösung zu sein. Der Supervaluationist könnte dem nun entgegnen, dass die Antwort darauf ja gerade von der Semantik des Supervaluationismus gegeben wird: Sie besteht darin, dass eine der Konditionalprämissen in jeder zulässigen und vollständigen Präzisierung falsch ist, und deswegen das allquantifizierte Konditional oder die konjunktive Verkettung aller Einzelkonditionale superfalsch und also falsch schlechthin ist. Nur liefe das doch dann in der Tat einfach nur darauf hinaus, dass die Begründung für die Falschheit der Prämisse als Ganzes die ist, dass der Supervaluationismus einfach sagt, dass sie falsch ist. Das ist nicht sonderlich befriedigend und überzeugend schon gar nicht.

Gerade aus der Weise, wie im Supervaluationismus nichtklassisch die Disjunktion und der Existenzquantor interpretiert werden, ergibt sich, wie gezeigt wurde, für den Supervaluationisten die Möglichkeit, eine Lösung für die Sorites-Paradoxie anzubieten. Doch hat dies klar Auswirkungen darauf, wie wir – durch klassisch und mithin supervaluationistisch gültige Äquivalenzumformung zwischen Existenz- und Allquantor – uns ein Verständnis bspw. von der allquantifizierten Konditionalprämisse zu machen haben: Zwar ist der Ausdruck $\forall n. Pa_n \rightarrow Pa_{n+1}$ superfalsch in $\langle \mathfrak{J}_{\mathrm{B}}, \mathfrak{S} \rangle$ und damit als falsch schlechthin anzusehen, aber trotzdem gilt für keine Instanz $Pa_n \rightarrow Pa_{n+1}$, dass sie superfalsch ist. Das sollte überraschen, weil somit eine Allquantifikation falsch sein kann, ohne dass für eine konkrete Instanz der Quantifikation gilt, dass sie falsch ist. Ebenso kann ein existenzquantifizierter Ausdruck wahr sein, ohne dass für irgendein Individuum des Trägers gilt, dass die Prädikation über eine Konstante, deren Referent dieses Individuum ist, wahr ist. Man kann hier einfach nicht mehr von einem klassischen Verständnis der Quantoren bzw. Konnektive reden, wenn dann bildlich gesprochen im ersten Fall nicht wirklich auf den einen Gegenstand gezeigt werden kann, der die Widerlegung der Allaussage exemplifiziert. Im anderen Fall folgt aus der Existenzbehauptung nicht, dass es ein konkretes Individuum auch tatsächlich gibt, das die Prädikation erfüllt – auch das sollte überraschen. Für die Disjunktion gilt, dass sie wahr sein kann, ohne dass eines ihrer Glieder wahr ist. Hier scheint wirklich das Grundverständnis der logischen Konstanten ein anderes zu sein, weil sich ihr Sinn relativ zu den klassischen Deutungen offensichtlich erheblich verschoben hat.

Timothy Williamson hat nach Machinas [1976] zuerst umfassend zusammengetragen, inwieweit der Supervaluationismus sich im Bereich klassisch gültiger Schlussregeln abweichend verhält.[240] Für die Semantik, die den D-Operator enthält und deren Folgerungsrelation die globale ist, gilt, dass für atomare Formeln φ die Ableitung $\varphi \vdash \mathrm{D}\varphi$ global gültig ist. Wenn nämlich ein atomares φ wahr ist, d.h. superwahr, dann muss nach Definition φ wahr sein in allen Präzisierungen, also gilt auch $\mathrm{D}\varphi$. Trivialerweise stellt der umgekehrte Fall $\mathrm{D}\varphi \vdash \varphi$ ebenfalls eine global gültige Ableitung dar, so dass also daher zusammengenommen sogar gilt: $\mathrm{D}\varphi \dashv\vdash \varphi$. Die klassisch gültigen Schlussregeln, die der Supervaluationismus nicht mehr validiert, sind nun die nachfolgenden:

(1) Ungültigkeit der klassisch gültigen Fallunterscheidung bzw. Beseitigungsregel für die Disjunktion (B $\vee$): Klassisch gilt, dass, wenn aus einer Menge von Hilfsprämissen die Disjunktion $\varphi \vee \psi$ folgt und von einer Menge von Hilfsprämissen und φ auf ϕ geschlossen werden kann und von einer Menge von Hilfsprämissen und ψ auf ϕ geschlossen werden kann, dann kann auch von der Vereinigung aller dieser Mengen von Hilfsprämissen auf ϕ geschlossen werden. Formaler gilt klassisch dann also:

$$\frac{X \vdash \varphi \vee \psi; Y, \varphi \vdash \phi; Z, \psi \vdash \phi}{X, Y, Z \vdash \phi.}$$

Im Supervaluationismus hat diese Regel jedoch keine Gültigkeit mehr, da zwar sowohl für φ, als auch für $\neg\varphi$ global gefolgert werden kann auf $\mathrm{D}\varphi \vee \mathrm{D}\neg\varphi$, jedoch gerade nicht von $\varphi \vee \neg\varphi$ auf $\mathrm{D}\varphi \vee \mathrm{D}\neg\varphi$.

(2) Die Ungültigkeit der klassisch gültigen Regel RAA (*reductio ad absurdum*): Klassisch gilt, falls von einer Menge von Hilfsprämissen und φ

[240] Vgl. Machina [1976], 51 ff., Williamson [1994], 151 f.

auf den Widerspruch $\psi \wedge \neg\psi$ geschlossen werden kann, so ist der Schluss von der Menge dieser Hilfsprämissen auf $\neg\varphi$ gültig. Klassisch gilt also die Regel:

$$\frac{X, \varphi \vdash \psi \wedge \neg\psi}{X \vdash \neg\varphi.}$$

Supervaluationistisch sind zwar die Ableitungen $\varphi \wedge \neg \mathrm{D}\varphi \vdash \mathrm{D}\varphi$ und $\varphi \wedge \neg\mathrm{D}\varphi \vdash \neg\mathrm{D}\varphi$ global gültig, allerdings gilt eben nicht $\vdash \neg(\varphi \wedge \neg\mathrm{D}\varphi)$, weshalb RAA nicht aufrecht erhalten werden kann.

(3) Ungültigkeit des Deduktionstheorems bzw. der klassisch gültigen Einführungsregel für die materiale Implikation: Im klassischen Fall gilt, dass, wenn aus einer Menge von Hilfsprämissen und φ abgeleitet werden kann, dass ψ gilt, so kann aus dieser Menge von Hilfsprämissen abgeleitet werden, dass $\varphi \rightarrow \psi$ gilt. Die formalisierte Entsprechung dieser Regel lautet:

$$\frac{X, \varphi \vdash \psi}{X \vdash \varphi \rightarrow \psi.}$$

Die Ungültigkeit dieser Regel für den Supervaluationismus ergibt sich daraus, dass supervaluationistisch zwar global gefolgert werden kann, dass gilt: $\varphi \vdash \mathrm{D}\varphi$, jedoch ist $\vdash \varphi \rightarrow \mathrm{D}\varphi$ global nicht gültig. In der metatheoretischen Betrachtung gilt daher auch das Deduktionstheorem nicht und es kann der Beweis eines Konditionals nicht mehr allgemein dadurch erbracht werden, dass das Antezedent des Konditionalausdrucks zu den allgemeinen Annahmen der Theorie hinzugefügt wird.

(4) Die Ungültigkeit des klassisch gültigen Gesetzes der Kontraposition bzw. der Regel Modus tollens: Wenn aus einer Menge von Hilfsprämissen und φ auf ψ geschlossen werden kann, so kann mit dieser Menge von Hilfsprämissen und $\neg\psi$ auch auf $\neg\varphi$ geschlossen werden. Formal dann also:

$$\frac{X, \varphi \vdash \psi}{X, \neg\psi \vdash \neg\varphi.}$$

> Auch diese Regel wird vom Supervaluationismus nicht validiert. Der Grund ist, dass zwar $\varphi \vdash \mathrm{D}\varphi$ global folgt, allerdings folgt global nicht, dass auch gilt: $\neg\mathrm{D}\varphi \vdash \neg\varphi$.[241]

Williamsons finale Bewertung hinsichtlich dieser Abweichungen von den klassisch-beweistheoretisch gültigen Schlussregeln lautet:

> Conditional proof, argument by cases and reductio ad absurdum play a vital role in systems of natural deduction, the formal systems closest to our informal deductions. They are the rules by which premises are discharged, i.e. by which categorical conclusions can be drawn on the basis of hypothetical reasoning. Contraposition is another very natural deductive move. Thus supervaluations invalidate our natural mode of deductive thinking. The examples so far have all involved the 'definitely' operator. If we had to exercise caution only when using this special operator, then our deductive style might not be very much cramped. However, supervaluationists have naturally tried to use their semantic apparatus to explain other locutions. If their attempts succeed, our language will be riddled with counterexamples to the four rules.[242]

Wichtig ist, den Zusammenhang zu verstehen zwischen dem Versagen der in (1) - (4) aufgezeigten klassisch, jedoch nicht supervaluationistisch gültigen Regeln und den wiederholt getroffenen Äußerungen, der Supervaluationismus validiere den Satzbestand der klassischen Logik. Semantisch, das wurde gezeigt, ist letzteres in der Tat der Fall: Die supervaluationistische Semantik macht keinen klassisch allgemeingültigen Ausdruck ungültig. Die Schwierigkeit ist nur, dass es sein kann, dass mit den beweistheoretischen Mitteln des Supervaluationismus nicht alle diese klassisch gültigen Ausdrücke bewiesen werden können. Das ist wirklich ein Problem.

Rosanna Keefe hat auf diese durch Williamsons umfassende Diskussion des Supervaluationismus prominent gemachten Diskrepanzen zwischen Wahrheit und Beweisbarkeit in ihrem Buch reagiert.[243] Zwar ist nicht bestreitbar, dass auf diese Regeln im Supervaluationismus nicht mehr zurückgegriffen werden kann, allerdings ließen sich andere, diesen sehr nahestehende Einführungs- bzw. Beseitigungsregeln bereitstellen. Dort schlägt sie einige Alternativen für die sozu-

[241] Vgl. ebd.
[242] Williamson [1994], 152.
[243] Keefe [2000], 174-181; ich verwende Keefes ursprüngliche Bezeichnungen für die Ersatzregeln in Klammern hinter ihrer Beschreibung.

sagen verloren gegangenen klassischen Regeln vor und zeigt auch deren Adäquatheit. Zur Herstellung der Kontraposition soll jetzt die folgende neue Regel (Contrap*) verwendet werden:

$$\frac{X, \varphi \vdash \psi}{X, \neg\psi \vdash \neg \mathrm{D}\varphi.}$$

Als Ersatz für die Einführungsregel der materialen Implikation (⊃I*), wie unter (3) diskutiert, soll die nachstehende Regel dienen:

$$\frac{X, \varphi \vdash \psi}{X \vdash \mathrm{D}\varphi \rightarrow \psi.}$$

Für das klassische gültige RAA wird nun das supervaluationistisch gültige nachfolgende Schema (¬I*) vorgeschlagen:

$$\frac{X, \varphi \vdash \psi \wedge \neg\psi}{X \vdash \neg \mathrm{D}\varphi.}$$

Schließlich soll anstatt der klassischen Beseitigungsregel für die Disjunktion das folgende supervaluationistische Pendant (¬E*) angenommen werden:

$$\frac{X \vdash \mathrm{D}\varphi \vee \mathrm{D}\psi; Y, \varphi \vdash \phi; Z, \psi \vdash \phi}{X, Y, Z \vdash \phi.}$$

Bei diesen Regeln handelt es sich zwar um naheliegend ergänzte Varianten ihrer jeweils klassisch gültigen Vorbilder, so dass die semantischen Besonderheiten, die durch den D-Operator für die Logik entstehen, auch in beweistechnischer Hinsicht entsprechend in supplementierten Regeln resultieren. Das Problem ist, dass der Anspruch, mit dem der Supervaluationist gestartet ist, doch derjenige war, eine Semantik für eine vage Sprache zu finden, die in einer Logik resultiert, die in der Tat alle klassisch gültigen Tautologien erhält. Es ist dies die vielleicht wesentlichste und in der Tat immer wieder besonders hervorgehobene, positive Eigenschaft des Supervaluationismus: der gesicherte Bestand der klassischen allgemeingültigen Ausdrücke bei gleichzeitiger Lösung der Sorites-Paradoxie. Doch ändern auch Keefes modifizierte Ableitungsregeln nichts an der Tatsache, dass es Gegeninstanzen zu den klassisch gültigen Ableitungsregeln gibt *und* mit ihren neuen Regeln Ausdrücke wie etwa $p \rightarrow p$ (Reflexivität der materialen Implikation) auch so nicht als allgemeingültig bewiesen werden können, d.h. es kann nicht gezeigt werden, dass gilt: $\vdash \varphi \rightarrow \varphi$. Gleiches gilt etwa für die Kommutativität der Disjunktion, da $\psi \lor \varphi \vdash \varphi \lor \psi$ nicht bewiesen werden kann, die Einführung der doppelten Negation, weil $\varphi \vdash \neg\neg\varphi$ keine supervaluationistisch gültige Regel darstellt, und die Abschwächung der Implikation, weil $\varphi \rightarrow \psi \vdash (\varphi \land \phi) \rightarrow \psi$ als Theorem nicht beweisbar ist.[244] Konkret lautet der Vorwurf dann also, dass das System unvollständig ist. Der Grund für diese Schwierigkeiten liegt in der Beschaffenheit der Semantik des Supervaluationismus, es geht letztlich darum, dass die Bivalenzeigenschaft nicht mehr gegeben ist: Wenn eine Aussage nicht wahr ist, so ist sie hier in dieser Logik eben nicht automatisch falsch, und dies hat auch für Beweisregeln eine entsprechende Konsequenz. Im Ergebnis bleiben Ausdrücke, die klassisch wie supervaluationistisch wahr sind, für den Supervaluationismus gewissermaßen unerreichbar, weil sie so mit den Mitteln des letzteren nicht bewiesen werden können. Von dieser Warte aus gesehen kann man dann auch das Projekt, den klassischen Satzbestand zu sichern, nicht mehr wirklich als vollends geglückt, weil beweistheoretisch nicht erreichbar, bezeichnen.

Es bleibt letztlich auf die Schwierigkeit einzugehen, die für die supervaluationistische Semantik besteht hinsichtlich einer als fundamental verstandenen Eigenschaft des Wahrheitsbegriffs, die dann jedoch nicht mehr gegeben ist. Auf den Punkt gebracht, lautet der Vorwurf, dass der Wahrheitsbegriff im Supervaluationismus sich in Bezug auf Sätze – die Definition des wahren Satzes für die Sprache, die mit einer supervaluationistischen Semantik ausgestattet wurde – auf eine Weise verhält, die sich nicht mehr mit der Standardexplikation desselben durch Tarski in Einklang bringen lässt. Er muss deswegen suspekt erscheinen.

Das Wahrheitsprädikat, das Superwahrheit ausdrückt und das in T-Sätzen der Form „‚p‘ ist wahr genau dann, wenn p“ auftaucht, verhält sich disquotativ, d.h. den Prozess der Quotation in einem gewissen Sinne umkehrend. Für p kann hier jeder Satz der Objektsprache, die untersucht wird, eingesetzt werden. Der Zweck eines solchen T-Satzes ist mindestens der, die Wahrheitsbedingungen eines Satzes der Objektsprache zu explizieren. Mit dem T-Schema wird eine Brücke hergestellt zwischen der *metasprachlichen* Zuweisung von Wahrheit in Form des Wahrheitsprädikats für objektsprachliche Sätze – hier dann in Form von durch

[244] Varzi [2007], 657.

Quotation erzeugten Namen für Individuen, deren Referenten diese Sätze der Objektsprache sind – und der Satzwahrheit für Sätze der Objektsprache auf rein extensionaler Basis. Die Prädikation auf der linken Seite des Bikonditionals wird extensional gleichgesetzt mit genau dem Satz der Objektsprache, der in seiner Gestalt als Name, erzeugt durch Quotation an Argumentstelle in der Prädikation, verwendet wird.

Mit und nach Tarski gilt für die Definition eines jeden Wahrheitsbegriffs für eine formale Sprache, dass er die materiale Adäquatheitsbedingung (die sogenannte Konvention T), die dieser formulierte, auch erfüllen sollte. Mit Blick auf das korrespondiere T-Schema heißt dies, dass dann auch *jede* Instanz des T-Schemas, also jedes einzelne T-Bikonditional in einer Theorie der Wahrheit bewiesen werden können muss.[245] Hierbei handelt es sich um eine triviale Mindestbedingung für eine Theorie der Wahrheit, weil, wenn eine solche Definition auf dem Weg über das T-Schema erfolgt, und man mit dieser nicht im Stande sein sollte auch in der Tat alle T-Sätze aus den Axiomen für die Metasprache zu beweisen, dann ist diese Theorie schlechthin falsch.

Nun ist es so, dass sich im Supervaluationismus das Wahrheitsprädikat eben gerade nicht disquotativ verhält. Der Grund ist, dass die supervaluationistische Semantik nicht bivalent ist; sollte ihr Wahrheitsprädikat sich disquotativ verhalten können, müsste auch die Logik letztlich bivalent sein, so die Vermutung. Williamson hat genau dies gezeigt: Die Annahme, dass das Wahrheitsprädikat disquotativ ist, impliziert in der Tat die Bivalenzeigenschaft. Machina hat wiederum aufgezeigt, dass, wenn die Wahrheitsdefinition auf dem Weg über das T-Schema erfolgt, die Gültigkeit des LEM, das im Supervaluationismus schließlich erhalten bleibt, ebenfalls Bivalenz impliziert.[246] Wäre die Semantik allerdings bivalent, bliebe kein Raum mehr für Vagheit, d.h. für eine semantische Verortung von Grenzfallprädikationen (und iterierten Grenzfallprädikationen), und die Folge wäre extensionale Präzision. Der Supervaluationist muss daher darauf bestehen, dass das Wahrheitsprädikat in seiner Theorie sich gerade nicht disquotativ verhält:

> Supertruth is not disquotational. If it were, then the supervaluationist would be forced to admit bivalence. Consider any sentence ‘*A*’. By supervaluationist logic,

[245] Vgl. Kirkham 141-174; Hodges [2010].
[246] Machina [1976], 51-53.

> either *A* or not *A*. Suppose that supertruth is disquotational. Thus '*A*' is supertrue if and only if *A* and 'Not *A*' is supertrue if and only if not *A*. It would then follow, by more supervaluationist logic, that either '*A*' is supertrue or 'Not *A*' is supertrue; in the latter case, '*A*' is superfalse. In order to allow vague sentences in borderline cases to be neither supertrue nor superfalse, the supervaluationist must deny that supertruth is disquotational. Indeed, this is just to deny the meta-linguistic equivalent of the claim that 'definitely' is a redundant operator, which the supervaluationist has already denied.[247]

Auch auf diesen Kritikpunkt ist Keefe eingegangen, allerdings mit teilweise eher schwacher Gegenargumentation. Sie glaubt, dass es durchaus akzeptabel ist, dass es unbeweisbare T-Sätze gibt und somit Fälle, die die Allgemeingültigkeit des T-Schemas in Frage stellen.

Zum einen kann man laut Keefe grundsätzlich die Unbedenklichkeit des T-Schemas in Zweifel ziehen einfach dadurch, dass man sich daran erinnert, dass das T-Schema auch in Form der verschiedenen Varianten der Lügner-Paradoxie zu Problemen führt. Wir sollten daher vielleicht nicht vollends auf die Intuitionen vertrauen, die uns von der Universalität des Schemas überzeugen wollen. Das heißt in Wahrheit aber eigentlich nur, dass die Anwendbarkeit des T-Schemas in der Tat nicht vollkommen unbedenklich verallgemeinert werden kann, nicht jedoch, dass wir sozusagen nur *deswegen* weitere Sonderfälle, Ausnahmen über diejenigen bekannten Fälle, etwa von Selbstreferentialität, hinaus zulassen müssten.

Zum anderen, sagt Keefe, gibt es keinen Anlass zur Sorge, weil es zumindest nie der Fall sei, dass eine Instanz des T-Schemas falsch sei. Was hingegen auftritt, sind Fälle, in denen ein unbestimmtes p in einigen Präzisierungen wahr, in andern falsch, dadurch zumindest jedoch nie superfalsch ist. Es gibt daher also Instanzen des T-Schemas, die nicht superwahr und also wahr sind, aber sie sind deswegen nicht superfalsch, d.h. falsch schlechthin, sondern erwartungsgemäß unbestimmt. Das ist korrekt, hilft allerdings auch nicht darüber hinweg, dass das Schema insgesamt ungültig ist, denn das genau implizierte gerade, dass alle Instanzen wahr sind. Disquotation als Eigenschaft des Wahrheitsprädikats liegt deswegen klar nicht mehr vor.

Schließlich gibt Keefe in Anschuss an Williamson zu bedenken, dass zwar nicht das T-Schema, wohl aber eine andere, vergleichbare Beziehung für die Theorie der Superwahrheit zutrifft. Hierbei handelt es sich um etwas, das bereits

[247] Williamson [1994], 162.

angesprochen wurde, nämlich die gegenseitige Ableitbarkeit: $D\varphi \dashv\vdash \varphi$. Noch vor Keefe hatte Williamson diese „Lesart“ des Disquotationsschemas bereits angedacht, wo dann aus „genau dann, wenn“, also dem von Tarski intendierten materialen Bikonditional, eine beidseitige Folgebeziehung wird.[248] Doch das erschöpft gerade nicht die intendierte Beziehung, die zwischen der linken und der rechten Seite bestehen soll, weil so einfach gar nichts über eine disquotative Eigenschaft ausgesagt werden kann. Es muss noch Erwähnung finden, dass es jenseits der globalen Definition der Folgerungsbeziehung alternative (etwa Spielarten der lokalen) Definitionen für die Folgerungsrelation gibt, die die Erhaltung des T-Schemas ermöglichen, doch dort tauchen dann noch gravierendere Probleme für den Wahrheitsbegriff auf, der dann keine direkte Verbindung mehr aufweist zur Superwahrheit.[249]

---

[248] Ebd.
[249] Ebd., 163 f.

8. Fazit und Ausblick

Der Supervaluationismus bietet eine prominente Lösung der Sorites-Paradoxie und es darf sicherlich behauptet werden, dass er auch durchaus den Status einer Standardlösung einnimmt, wenn es um die formale Behandlung und Integration von semantischer Vagheit durch eine Formalisierung eines Teils der natürlichen Sprache geht.

Es wurde in dieser Arbeit der Versuch unternommen, den Weg der Entstehung dieser Semantik beginnend vor nunmehr über 50 Jahren nachzuzeichnen und die unterschiedlichen Stationen seiner Genese und Verwendung aufzuzeigen. Seinem Ursprung nach handelte es sich, wie wir bei Henryk Mehlberg sehen konnten, um die Idee, allgemein vage (singuläre oder generelle) Terme derart neu mit Bedeutungen auszustatten, d.h. untereinander gleichberechtigt semantisch zu reinterpretieren, so dass bestimmte Aussagenverbindungen trotz der Vagheit mancher ihrer Bestandteile letztlich in einer Interpretation (einem Modell) wahr werden konnten. Auf diesem Weg war es ihm möglich zu zeigen, wie auch die Erhaltung von LEM für die resultierende Logik trotz der Verwendung einer vagen Sprache erreicht werden konnte. Das Zugeständnis Mehlbergs war sodann die Anerkennung der Existenz von Wahrheitswertlücken für eine Semantik, mit der die anvisierte Behandlung von Vagheit ermöglicht werden sollte. Trotz der philosophischen Urheberschaft Mehlbergs für die grundlegende Idee hinter dieser semantischen Technik, den modelltheoretischen Grundbaustein gewissermaßen, mussten hier allerdings wesentliche Fragen zur Vagheit unbeantwortet bleiben, da eine Formalisierung letztlich nicht angeboten wurde und tiefere Analysen der Begriffe ausblieben.

Von dort aus haben wir uns in Vorbereitung auf die erste formale Umsetzung einer supervaluationistischen Semantik mit Wahrheitswertlücken durch Bas van Fraassen Mitte der sechziger Jahre auf die verschiedenen Strategien für den Umgang mit unterschiedlichen Problemen im Zusammenhang mit dem Referenzversagen nur der singulären Terme in einer Sprache befasst. Mit dem Aufsatz *On Denoting* haben wir nachvollzogen, wie im Detail von Bertrand Russells Vorschlag in Form der Kennzeichnungstheorie das Problem negierter Existenzsätze und allgemein das nicht denotierender singulärer Terme, d.h. leerer Namen, Namen von fiktiven Gegenständen sowie definit kennzeichnenden Ausdrücken an grammatikalischer Subjektstelle eines Aussagesatzes, gelöst wurde. Russell gelang es, das scheinbare logische Subjekt aufzulösen in eine komplexe Quantifikation, die analysiert wurde als bestehend aus Variable(n), Quantoren, logischen Konnektiven sowie einem (möglicherweise komplexen) Prädikatausdruck. Aus der Unterscheidung von grammatischem und logischem Subjekt eines Satzes konnte die mit den Namen (der Konstante) verbundene Gegenstandsabhängigkeit so reduziert werden auf eine allgemeine Aussage über die Individuen des Universums (aus moderner Sicht also den Träger der Interpretation). Bei gleichzeitiger Erhaltung aller der mit den echten logischen Eigennamen wesentlich verbundenen Intuitionen auf dem Weg der Konstruktion korrespondierender Erfüllungsbedingungen des komplexen quantifizierten Ausdrucks, konnte Russell allein mit den Mitteln der klassischen mathematischen Logik erklären, dass die Annahme ontologisch fragwürdiger Objekte entfallen kann, wenn Namen oder Kennzeichnungsausdrücke leer oder die durch sie bezeichneten Individuen fiktiv sind.

Die zu investierende Annahme dieser Theorie ist dann, dass der bestimmte Artikel in bestimmten Fällen als mehrdeutig verstanden werden muss: Nur durch die proklamierte Ambiguität des kennzeichnenden Ausdrucks in der natürlichen Sprache, der seine Gestalt namentlich in der *primary* oder *secondary occurence* findet, war es für Russell möglich, zu seiner Analyse zu kommen. Während die Russellsche Kennzeichnungstheorie heute für definite (wie indefinite) Artikel weithin akzeptiert ist (und auch u.a. von Neale weiter ausgebaut wurde), wurde ihre Ausdehnung auf Eigennamen im Nachklang von Saul Kripkes modalen Einwänden in *Naming and Necessity* und verschiedenen Bedenken von anderer Seite immer mehr kritisiert, auch wenn sie in Quine (und Lambert, der ja auch auf Konstanten in einer elementaren Sprache verzichten wollte) einen gewichtigen Fürsprecher gefunden hatte.

Als Russells Theorie bereits als geradezu paradigmatisches Beispiel logischer Analyse der Sprache gehandelt wurde, war es 1950 P. F. Strawsons Aufsatz *On Referring*, der auf die kontraintuitiven Aspekte der Russellschen Analyse definiter Kennzeichnungen in der natürlichen Sprache hinwies. Während Russell das Fregesche Dogma von der notwendigen Bestimmtheit eines jeden (logischen)

Eigennamens in einer Sprache auf eine Weise umgehen konnte, ohne dass dies wahrheitswertunbestimmte Sätze nach sich ziehen würde, d.h. ohne die Annahme von Wahrheitswertlücken (und so auch ohne die Gefahr von Gegeninstanzen etwa zu LEM), war Strawson nicht nur bereit, dieselben hinzunehmen. Denn Strawson war es, der die Notwendigkeit derselben für den Bereich der natürlichen Sprache sogar verteidigte. In jedem Fall war er der Meinung, dass man für die natürliche Sprache keinesfalls hoffen konnte, den Anspruch im Zusammenhang mit der Russellschen Technik aufrecht zu erhalten, und auf ihre generelle Anwendbarkeit auf alle definit kennzeichnenden Ausdrücke zu verweisen. Wahrheitswertlücken waren hier für Strawson die natürliche sich anbietende Lösung für Sätze, in denen Kennzeichnungsausdrücke in einer Weise verwendet wurden, die er in Unterscheidung zu der von Russell betrachteten Verwendung *identifying reference* nannte: Der Vorwurf lautete dann einfach, dass Russell die Wahrheitsbedingungen solcher Sätze schlechthin falsch wiedergeben würde, wenn er sie gemäß seiner Kennzeichnungstheorie analysierte. In einigen Fällen war nämlich die Vorstellung einfach unnatürlich, dass es nur darum gehen könnte, auszudrücken, dass ein und nur ein Gegenstand existiert, der die spezifizierten Bedingungen erfüllt. Stattdessen bot es sich vielmehr an, diese Verwendungen so zu interpretieren, dass mit dem einen Gegenstand, dessen Existenz überhaupt nicht in Frage zu stellen war, dieses und jenes der Fall war.

Mit dieser durch Strawson neu entdeckten Mehrdeutigkeit des Kennzeichnungsausdrucks zwischen referentieller und identifizierender Verwendung in der natürlichen Sprache gab dieser nun das Folgende zu bedenken: Für eine korrekte Analyse der Wahrheitsbedingungen sei zu erwarten, dass als Vorbedingung für die Möglichkeit der Zuweisung eines Wahrheitswertes (und dies meint eben sowohl Wahrheit als auch Falschheit) ein Zweifel an der Existenz des Gegenstandes, der durch den als Subjekt des Satzes fungierenden Kennzeichnungsausdruck in die Proposition mit eingebracht wird, überhaupt gar nicht mehr möglich sei. Für solche linguistischen Konstruktionen sei stattdessen anzunehmen, dass eine semantisch motivierte Präsuppositionsrelation zwischen Propositionen (oder je nach Sichtweise: Äußerungen, Sätzen) besteht, die dann besagt, dass für die Wahrheit oder die Falschheit der einen die Wahrheit der anderen Bedingung ist. Sollte sich dann allerdings herausstellen, dass es den involvierten Gegenstand nicht gibt, so würde mit dem Satz einfach nichts Wahres oder Falsches ausgesagt werden können. Der Satz selbst würde eine klassische Bewertung inhibieren und so eine Wahrheitswertlücke erzwingen.

Gegen Strawsons Präsuppositionstheorie ließen sich freilich ebenfalls kontraintuitive natürlichsprachliche Beispiele anführen, die zeigten, dass auch seine Technik nicht für eine generelle Methode taugen würde. Insbesondere schien eine Analyse negierter Existenzsätze unter dem Strawsonschen Ansatz keine zufriedenstellenden Ergebnisse liefern zu können. Zu dessen Verteidigung muss jedoch angemerkt werden, dass es nie Strawsons Ansicht war, dass eine einheitliche Theorie, eine vollständige Formalisierung der natürlichen Sprache überhaupt je gelingen würde. Es war letztlich sein Standpunkt nämlich derjenige, dass die natürliche Sprache gar keiner exakten Logik unterliegen würde. Strawsons Standpunkt erfuhr einige Aufmerksamkeit insbesondere in der Linguistik und auch in der Sprachphilosophie und wurde dort von bspw. Keith Donnellan aufgenommen, der Strawsons und Russells Position in Einklang zu bringen versuchte. Saul Kripke brachte gegen die Behauptung einer weiteren Mehrdeutigkeit in der natürlichen Sprache eine Lösung ins Spiel, die zwischen einer intendierten Bedeutung (*speaker's reference*) und einer wörtlichen Bedeutung (*semantic reference*) unterschied, und so eine pragmatische Perspektive mit einbezog. Aus dieser Perspektive ist die Koexistenz beider, der Russellschen und der Strawsonschen Einblicke, eher Beleg für diese Ansicht Strawsons und als ein schwächendes Argument gegen den Universalitätsanspruch idealer Sprachphilosophie anzusehen.

Das Interesse an Referenzversagen in genau dem Sinne, dass singuläre Terme in formalen Sprachen ohne Referenten auf ihre Voraussetzungen und Konsequenzen für die resultierenden formalen Systeme hin untersucht werden, war und ist das Projekt der *free logic*. Genauer war es der Wunsch dieser Logiker, die klassische Quantorenlogik gänzlich zu befreien von den als ungerechtfertigt empfundenen Existenzvoraussetzungen, die für diese zutreffen. Dabei wurden die Grundannahmen klassischer mathematischer Logik, nämlich die Bedingungen, dass einerseits alle singulären Terme referieren müssen, andererseits der Bereich der Quantifikation mindestens ein Element enthalten muss, direkt und technisch elaboriert erstmals zum Objekt formaler Untersuchung gemacht. In dieser Hinsicht wurde hier die Strawsonsche Ansicht auf die Probe gestellt, dass der natürlichen Sprache keine exakte Logik unterliegen würde, und auch in gewisser Hinsicht die These Freges, dass Sätze ohne Wahrheitswert, als Ergebnis der referentiellen Unbestimmtheit mancher ihrer Bestandteile, außerhalb der Logik verbleiben müssten.

In der Ausdifferenzierung von positiver, neutraler und negativer freier Logik auf der einen Seite und im Ergebnis universal freier bzw. inklusiver Logik oder allgemein freier Logik auf der anderen, wurden die verschiedenen Vorschläge aufgezeigt, die letztlich alle zu unterschiedlichen Bewertungen derjenigen Ausdrücke führen, die leere Namen oder Terme enthalten und deren Referenten fiktive Objekte sind. Die dadurch entstehenden Systeme freier Logiken sind allesamt nichtklassische Logiken mit von der klassischen Logik abweichendem Theorembestand und auch abweichenden metatheoretischen Eigenschaften. Es handelt sich also um Alternativen zur klassischen Logik. Auch im Bereich des Aufbaus ihrer Semantiken gibt es dann erwartungsgemäß Abweichungen: Es gibt hier Interpretationen (die freien Modelle) mit leerem Träger, sogar multiplen Trägern oder auch eine Interpretation, die mit Hilfe anderer Interpretationen durch die Technik der Superbewertungen, wie sie van Fraassen in seinem [1966] ausgearbeitet hatte, zu Stande kommt. In der Supervaluationssemantik kommen nun endlich auch partielle Funktionen zur Anwendung, Wahrheitswertlücken werden anerkannt und mithin das Bivalenzprinzip verworfen.

In allen Systemen freier Logiken – den positiven, neutralen und negativen – wird auf die eine oder andere Weise Raum gefunden für eine extensionale Verortung der semantischen Werte derjenigen singulären Terme, die entweder denotationslos sind oder Individuen bezeichnen, die sich außerhalb des Trägers befinden, der die aktual existierenden Dinge der jeweiligen Interpretation beherbergt. Nur dadurch wird es am Ende überhaupt möglich, die für die klassische Logik als problematische Fälle wahrgenommenen Instanzen solcher Ausdrücke in ein System der Logik einzubinden und so einer formalen Argumentation zugänglich zu machen.

Gegen alle solchen Systeme können individuelle Bedenken angeführt werden, die je nach Zweck und Ziel des Systems in ihrer Schwere separat bewertet werden müssen. Was die allgemeinen Anomalien dieser Logikkonzeptionen betrifft, wurde aufgezeigt, dass vom formalen wie philosophischen Standpunkt Verschiedenes zu beklagen ist: Einerseits sehen sich diese Systeme mit dem

Problem konfrontiert, dass die Wahl der undefinierten Relationen sich in direkter Weise auswirkt auf die Wahrheitswerte der definierten Relationen. Zudem gilt das Substitutionstheorem für eine große Gruppe dieser Logiken nicht, d.h. bei extensionaler Gleichheit zwischen Ausdrücken ändert sich in Ersetzungsinstanzen von Ausdrücken deren Wahrheitswert nach erfolgter solcher Einsetzung. Letztlich können Existenzbedingungen in den meisten freien Logiken nicht ausgedrückt werden – auch dies bringt nicht eben einleuchtende Konsequenzen mit sich.

Für die neue Methode van Fraassens innerhalb der freien Logik gilt, dass sie innovativ war und es mit ihr auch gelang, eine an Strawsons Idee orientierte Präsuppositionsrelation als eigenständige Folgerungsrelation zu integrieren. Gleichzeitig konnte die Gültigkeit von LEM gesichert werden, obwohl Ausdrücke durchaus wahrheitswertunbestimmt (also ohne Wahrheitswert) verbleiben konnten. Durch eine nicht mehr bivalente Semantik, deren Konnektive auch nicht mehr wahrheitsfunktional waren, konnten so auch Ausdrücke mit leeren singulären Termen durch Reinterpretationen modelltheoretisch mit Bedeutungen in einer Weise ausgestattet werden, so dass die Gesamtheit aller dieser gleichberechtigten Möglichkeiten letztlich über ihre Wahrheit, Falschheit oder Unbestimmtheit entschieden hat.

Als nachteilig musste hier für die formalen Belange ausgelegt werden, dass durch die Verwandtschaft der supervaluationistischen Logik mit der Prädikatenlogik der zweiten Stufe, diese auch einige wesentliche ihrer Eigenschaften erbte: So verfügt diese Logik nicht mehr über die Eigenschaft der Kompaktheit und die der starken Vollständigkeit und sie kann daher auch nicht mehr axiomatisiert werden. Es kann ferner zu Schwierigkeiten mit Prädikationen höherer Ordnung durch die (möglicherweise) auftretenden partiell definierten Funktionen kommen, da diese dann nicht mehr an Argumentstelle höherer Funktionen verwendet werden können.

Aus sprachphilosophischer Perspektive kommen zudem ernste Zweifel auf, ob die formalisierte Präsuppositionsbeziehung auch nur in den wesentlichen Hinsichten mit den Intuitionen im Verbund mit dem Präsuppositionsphänomen in der natürlichen Sprache übereinstimmen kann, weil diese schlechthin absurde Konsequenzen validiert. Ebenso kommt es zu Irregularitäten bei der Erhaltung der Präsuppositionsbeziehung in Bezug auf atomare Sätze als Teile von komplexen Ausdrücken, weil hier bestimmte Wahrheitswertverteilungen dazu führen können, dass Präsuppositionsbeziehungen ignoriert werden. Kritik gab es auch an der Theorie der Wahrheit, die ein kontrafaktisches Verständnis nahezulegen schien und sich auch in dieser Hinsicht sehr deutlich vom etablierten Standard entfernte.

Insgesamt wurden diese Mängel als zu gravierend wahrgenommen und es wurde deswegen als Alternative auch eine *dual-domain*-Semantik vorgeschlagen, die denselben Satzbestand lieferte, aber bedeutend wohlgefälligere metatheoretische Eigenschaften mit sich zu bringen versprach. Trotz dieser Nachteile war die supervaluationistische Technik damit Mitte der sechziger Jahre gewissermaßen auf dem Markt und wurde dann später mehrfach für verschiedene, eben auch Vagheit betreffende Formalisierungen verwendet.

Nach ersten Adaptionen für die sprachphilosophische Behandlung von semantischer Vagheit durch Przełecki, Dummett, Lewis und Kamp in den siebziger Jahren fand der Supervaluationismus eine erste umfängliche Aufnahme und Anwendung in Kit Fines *Vagueness, Truth and, Logic* im Jahr 1975. In der als *locus classicus* des Supervaluationismus anzusehenden Arbeit werden vage Elemente einer formalen Sprache nun nur in der Form genereller Terme, mit dem Ziel der Erhaltung des Theorembestands der klassischen Logik, mittels dieser nicht mehr bivalenten Semantik reinterpretiert. Bevor es darum gehen sollte, diese Theorie in ihren Details zu verstehen, haben wir in Auseinandersetzung mit Mark Sainsburys Überlegungen zum Vagheitsbegriff die Herausforderungen, die semantische Vagheit in logischer Hinsicht bereitet, reflektiert.

Die bedeutendste Einsicht war hier die, dass bei extensionaler Sicht ein vages Prädikat das Universum eben nicht in zwei Klassen partitioniert, weil dies präzise Anwendungsbedingungen implizieren würde. Das fragliche Prädikat wäre dann offensichtlich extensional wohlbestimmt und einfach nichts in unserer alltäglichen Sprachpraxis deutet darauf hin. Aus demselben Grund kann es auch nicht der Fall sein, dass die Semantik des vagen Prädikats in der 3-Partitionierung des Trägers resultiert und eine positive, eine negative Extension und einen Penumbra-Bereich erzeugt. Da ferner Mengen (und auch *fuzzy sets*) einzig und immer präzise, d.h. in einem extensionalen Sinne über ihre Elemente eindeutig bestimmte Objekte sind, konnte mit Sainsbury auch nicht gehofft werden, dass eine Partition in n Mengen hier Abhilfe würde schaffen können.

Um die Satzunbestimmtheit sprachlich ausdrücken zu können, ohne dabei direkt in die metasprachliche Ebene (durch Bezugnahme auf Wahrheitswerte) ausweichen zu müssen, hat der Supervaluationist schließlich den D- bzw. I-Operator eingeführt. Damit folgt für diese Sprachebene die besagte Dreiteilung zwischen bestimmt wahren, bestimmt falschen und Sätzen, die weder bestimmt wahr noch bestimmt falsch sind. Der vom Supervaluationismus proklamierte Ausweg war nun die Einführung der Schärfe bzw. Unschärfe erzeugenden Operatoren D und I für Sätze derart – nämlich modallogisch – zu gestalten, dass eine iterierte Anwendung derselben es endlich gestatten würde, dem Phänomen Vagheit insgesamt gerecht zu werden, indem nämlich Vagheit höherer und dann überhaupt n-ter Ordnung für Sätze ermöglicht würde. Es gab daher in einer unendlichen semantischen Hierarchie neben Grenzfällen auch Grenzfälle von Grenzfällen und Grenzfälle von Grenzfällen von Grenzfällen und so weiter.

Doch auch hier griff der Sainsburysche Einwand, dass auch eine n-wertige Grenzziehung nur dazu führen würde, dass wir eine Partitionierung des Trägers in $2^n + 1$ Mengen erreichen würden – eine natürlich immer noch präzise Einteilung mittels präziser Objekte. Der lakonische Merksatz Sainsburys dazu war: „You do not improve a bad idea by iterating it."[250] Wir haben gesehen, dass er damit Recht behalten wird, solange es dabei um eben jene unendliche Iteration von Modaloperatoren geht, die der Supervaluationist auf dem Weg einer Kripke-Semantik mit einer nicht transitiven *accessibility*-Relation einzusetzen gedenkt. Sainsburys Skepsis konnte man danach generalisieren und etwa so zusammenfassen: Theorien, die sich scharfer, d.h. extensional wohlbestimmter Objekte bedienen, können keine Analyse von semantischer Vagheit sein, weil jede Grenzziehung (Mengenbildung) letztlich präzise und damit jede solche Formalisierung von Vagheit, auf welcher Stufe einer semantischen Hierarchie sie auch immer stattfinden mag, falsch wäre. Dass dies nun auch den unendlichen Fall einer solchen Hierarchie mit einbeziehen würde, hat Williamson eindrucksvoll gezeigt

[250] Sainsbury [1990], 256.

mit seiner Konstruktion des D^*-Operators als Operator über die gesamte unendliche Hierarchie von Unbestimmtheitsoperationen, die durch den D-Operator überhaupt erzeugt werden können.

Der Supervaluationismus will den klassischen Satzbestand validieren und eine Logik für Vagheit liefern. Er schafft dies dadurch, dass er einmal vergebene Wahrheitswerte für Sätze in der Supervaluierung stabil hält, also unverändert übernimmt, Sätze, die Wahrheitswertlücken exhibieren, weil sie Grenzfallprädikationen mit vagen Prädikaten darstellen, kontrafaktisch zur Reinterpretation aller ihrer vagen Bestandteile freigibt. So wird es einerseits zur Unmöglichkeit, dass ein klassisch gültiger Satz supervaluationistisch ungültig wird, und es kann andererseits klassisch gültiger Bestand – Sätze wie z.B. LEM, die klassisch aufgrund ihrer vagen Bestandteile keinen Wahrheitswert haben – zum supervaluationistisch gültigen Bestand hinzugefügt werden.

Die Reinterpretationen sind dabei diejenigen Modelle, an die bestimmte Bedingungen geknüpft werden und durch die vage Prädikate letztlich klassisch interpretiert werden. Die Gesamtheit aller Reinterpretationen würde es jedoch möglich machen, die Extensionen der auf diese Weise behandelten vagen Prädikate doch wieder als exakt extensional bestimmt zu verstehen, was der Supervaluationist natürlich nicht hinnehmen kann. Zur Berücksichtigung der *penumbral connections*, der logischen Relationen zwischen vagen Prädikaten einer Sprache, werden in der Menge aller Präzisierungen diejenigen Reinterpretationen ausgesondert, die die zulässigen sind. Es sind dies diejenigen Präzisierungen, in denen die Verbindungen zwischen vagen Prädikaten in adäquater Weise berücksichtigt werden.

Der Supervaluationist, der wegen Williamsons Einwand nicht mehr auf eine modallogische Variante seiner Semantik vertrauen kann, behauptet nun, dass die Menge der Präzisierungen, die die zulässigen sind, vage ist, weil „zulässige Präzisierung“ selbst vage ist. Da es kein technisches Mittel der Unterscheidung zwischen Präzisierungen und zulässigen Präzisierungen gibt, muss mithin auch D vage sein. Keefe ist genau diese Art von Supervaluationist. Für ein Interesse an der Menge, die der Satzbestand dieser Logik ist, ist es gemäß der globalen Folgerungsbeziehung der Begriff der Superwahrheit, der direkt Auskunft erteilt über dessen Elemente: Da nun aber die Menge der zulässigen Präzisierungen vage ist, ist ebenfalls die Menge der superwahren Sätze vage.

Der Vorwurf, der dieser Theorie gemacht wird, ist, dass sie versucht, eine Semantik für eine Logik von Vagheit anzugeben und dabei eine vage Sprache verwendet. Deren Vagheit wiederum kann nicht in dieser Sprache ausgedrückt werden, weil der D-Operator nicht seine eigene Vagheit abbilden kann: Die Sprache erscheint uns deswegen als präzise und wir müssen in der Sprachhierarchie nun aufsteigen in eine Metasprache, um die Vagheit dieser Objektsprache ausdrücken zu können. Das Problem ist hier, dass dieser Prozess nicht terminiert und es auch prinzipiell gar nicht dürfte, solange die Annahme die ist, dass semantische Vagheit etwas anderes ist als einfach nur eine Art Mehrdeutigkeit. Denn das Ende dieses Prozesses implizierte sofort extensionale Bestimmtheit durch das Ziehen „scharfer" Grenzen.

Es muss auf jedem Fall zirkulär anmuten und es hilft auch insgesamt ihrer Sache nicht, wenn Keefe den Vorwurf der Zirkularität zu entkräften versucht, indem sie erklärt, dass die allgemeine Technik der Supervaluierung zusammen mit dem Begriff der Superwahrheit schließlich nicht trivial sei. Dass Wahrheit mit Superwahrheit identifiziert wird und diese wiederum dann besteht, wenn ein Ausdruck wahr ist in jeder Interpretation (zulässigen Präzisierung), meint sie, sei nicht trivial in dem Sinne, dass es etwa offensichtlich sei oder voraussetzungslos folgen würde. Dem ist sicherlich zuzustimmen, aber wir wollen ja einen positiven Grund präsentiert bekommen, warum wir den orthodoxen Supervaluationismus, in dem die globale Folgerungsbeziehung verwendet wird, annehmen sollen. Denn was ist das positive Argument für die Theorie, wenn es doch genau danach aussieht, dass der Supervaluationismus hinsichtlich des Problems mit der Selbstbezüglichkeit des D-Operators in Bezug auf dessen Vagheit dieselbe nur durch unendlichen Regress „zeigen" kann?

„Trivial" ist die Theorie auch noch in einer anderen Hinsicht: Wenn eine Logik charakterisiert wird auf dem Weg über den Satzbestand, den sie validiert, erreichen den Supervaluationisten auch aus dieser Perspektive die Sainsburyschen Zweifel an der Existenz vager Mengen. Wenn der Supervaluationist stolz verkündet, es sei ihm gelungen, die Logik semantischer Vagheit anzugeben und der klassische Logiker neugierig den Kopf reckt, so wird er enttäuscht werden. Auf die Frage nämlich, um was für eine Logik es sich bei diesem System handle, wird der Supervaluationist freilich antworten, dass die Menge der Theoreme, die durch diese Logik charakterisiert wird, eine vage sei. Weil der klassische Logiker davon noch nie etwas gehört hat, wird er nachfragen, ob alle Elemente, die sie enthält, angegeben werden können, oder ob eine Komprehensionseigenschaft mitgeteilt werden kann. Die erste Alternative muss der Supervaluationist verneinen, bei der zweiten wird er eine vage Eigenschaft angeben. Der konservative Gesprächspartner des Supervaluationisten wird also mit einer Logik bekannt gemacht, für die gilt: Es gibt keinen festen, d.h. auflistbaren Satzbestand einerseits, und alternativ gibt es keine Komprehensionseigenschaft, die eine wohldefinierte Menge erzeugen würde. Aus Sicht dieses Logikers gilt daher: Es gibt keine Menge, die den Satzbestand dieser Logik auszeichnet. Wenn eine Logik aber identifiziert wird mit eben diesem Satzbestand, gibt es keine Logik semantischer Vagheit, wie sie zumindest der Supervaluationist vorgibt, dass es sie gibt. Wenn es so etwas wie vage Mengen geben sollte, ist der Supervaluationist in der Bringschuld, sie uns verständlich zu machen. Das allerdings steht weiterhin aus.

Auch von technischer Seite wurde gezeigt, dass in Bezug auf die Theorie mindestens drei Kritikpunkte wahrgenommen werden müssen: Es existieren grundlegende Bedeutungsänderungen innerhalb der Gruppe der logischen Zeichen, insbesondere im Zusammenhang mit der Disjunktion und dem Existenzquantor. Aufgrund der wechselseitigen Definierbarkeit der Junktoren und Quantoren untereinander werden dann naturgemäß auch noch weitere Elemente infiziert. Weiterhin anerkennt der Supervaluationismus Ableitungsregeln nicht, die wesentlich zum Kernbestand der klassischen Logik gehören: Die klassische Fallunterscheidung, der Beweis durch Widerspruch, die Einführungsregel für die materiale Implikation und die Kontrapositionsregel stehen nicht mehr zur Verfügung. Die von Keefe als Ersatz für diese Regeln vorgeschlagenen Ableitungsregeln lassen immer noch Einiges (und streng genommen Alles) in Sachen Beweisbarkeit hinsichtlich des klassischen Satzbestandes zu wünschen übrig. In dieser Hinsicht wird also auch das Ziel verfehlt, klassische Logik zu erhalten, wenn nämlich der Standpunkt vertreten wird, dass es nicht ausreicht, allein Wahrheit zu betrachten, sondern zugleich Beweisbarkeit, und eben insbesondere das Verhältnis beider korrespondierender Satzmengen. Zuletzt ging es um das Verhalten des Wahrheitsbegriffes im Supervaluationismus. Semantisch gesprochen liefert die Tatsache, dass die supervaluationistische Semantik nicht mehr bivalent ist, den Raum für eine formale Verortung von Vagheit. Dies ist das

Problem: Das Wahrheitsprädikat kann hier deswegen nicht mehr die Disquotationseigenschaft besitzen, die als zentral für die Funktion der Zuschreibung von Wahrheit angesehen wird. Das Wahrheitsprädikat kann hier dann nicht mehr einfaches technisches Mittel der Disquotation sein.

Auf der Basis des vorangehend Diskutierten ergibt sich, dass das Fazit dieser Arbeit in Bezug auf den Supervaluationismus ein in zweifacher Hinsicht negatives sein muss. Einerseits wurde gefragt, ob die Theorie eine plausible Lösung anbieten kann, um semantische Vagheit in einem formalisierten Teil natürlicher Sprache zu modellieren. Ich bin nicht der Auffassung, dass dem Supervaluationisten das überzeugend gelingen kann, zumindest solange er nicht eine brauchbare Lösung anbieten kann für das Problem der Vagheit höherer Ordnung in einer Semantik, die sich dann der Möglichkeit eines iterierbaren D-Operators verschreiben würde, ohne unfreiwillig letztlich doch scharfe Grenzen zu ziehen. Ich halte andererseits Keefes Ausweg, der auf eine Behauptung der Vagheit von D setzt, freilich ohne, dass D dabei seine eigene Vagheit darstellen könnte, für philosophisch unbefriedigend und systematisch zirkulär: Wir können die Vagheit von D nur dann erkennen, wenn wir in der Sprachhierarchie aufsteigen und innerhalb einer jeden die Vagheit des dortigen Unbestimmtheitsoperators behaupten. Diese Hierarchie ist dann unendlich und muss auch sein. Als triviales Ergebnis dieser Bemühung steht dann die Behauptung, eine Logik für semantische Vagheit konstruiert zu haben, ohne dabei erklärt zu haben, was es überhaupt heißen soll, dass eine vage Menge solcher, eine Logik ja gerade charakterisierender, Sätze vorliegt.

Obwohl für Sainsburys Gegenvorschlag zu einer supervaluationistischen Theorie natürlich gelten muss, dass eine Kritik hier nur vorläufig, gewissermaßen vorausschickend sein kann, weil eine ausgearbeitete Theorie, eine formale Semantik, ja noch nicht vorliegt, so müssen doch die Zweifel an der Skizze für sein Vorhaben überwiegen. Seine extensionslosen *boundaryless concepts*, die auf dem Weg einer angenommenen Ähnlichkeitsrelation zwischen Individuen auf der Basis von paradigmatischen Instanzen zusammen mit einer homophonen Semantik à la Davidson die Bedeutung insbesondere von vagen Sätzen holistisch und quasi-axiomatisch explizieren können sollen, müssen letztlich suspekt bleiben. Es bleibt in unbefriedigender Weise unklar, wie die Konstruktion (oder technischer: Komprehension) dieser Begriffe zu denken ist, so verfügen wir z.B.

über kein Gleichheitskriterium für Objekte dieser Art. Auch von anderer Seite sollte transparent geworden sein, dass es sich bei den konträren Begriffen um alles andere als überzeugende Kandidaten für einen semantischen Neuansatz handelt. Es fehlt hier einfach noch an zu Vielem: Inwiefern ist die Beziehung zwischen Prädikat und Gegenständen, die unter diese Art von Begriffen fallen, nicht über das Bestehen, Nichtbestehen, n-wertige Bestehen einer Erfüllungsbeziehung realisiert zu denken? Was macht eine extensionale Analyse einer paradigmatischen Klassifikation, wie sie durch die *boundaryless concepts* erfolgen können soll, unmöglich? Auch Sorensens kritische Bemerkung sollte in diesem Zusammenhang durchaus ernst genommen werden: Es mag durchaus sein, dass Sainsburys Bild von den konträren Begriffspaaren in Bezug auf das Farbspektrum, welches er als Klassifizierungsparadigma schlechthin anführt, einiges an intuitiver Überzeugungskraft für sich hat, aber es ist überhaupt nicht gesagt, dass es sozusagen nur deswegen – freilich vom klassischen Standpunkt aus betrachtet – auch konsistent sein muss.

Wie, d.h. von welcher Qualität oder Quantität, ist das Verhältnis der Individuen zu den Eigenschaften, die durch die vagen Prädikate ausgedrückt werden, hinsichtlich eines „Zutreffens auf" oder aus anderer Richtung dann eines „Erfülltwerdens von" vorzustellen? Was macht eine extensionale Charakterisierung dieser polarisierenden Begriffe letztlich unmöglich?

Wie, wenn nicht auf der klassischen semantischen Basis der Erfüllungsbeziehung und auf Seite der semantischen Werte von Konstanten- und Prädikatsymbolen dann durch die Elementbeziehung, sollen wir uns die Semantik (zumindest) der wahren Sätze vorstellen, die die paradigmatischen Fälle solcher vager Prädikate darstellen? Sainsbury erkennt diese und auch die eindeutigen Negativinstanzen vager Prädikate allerdings an: Mit den Mitteln einer traditionellen Bewertungs- und auch mit denen einer Interpretationssemantik könnten wir darin eine Menge wahrer und eine Menge falscher Sätze relativ zu einer Interpretation eines vagen Prädikats über einen Träger bilden. Was hinderte uns aber daran, einfach alle übrigen Fälle in einer Penumbramenge zusammenzufassen? Doch dann würde erneut als Option für eine semantische Darstellung vager Prädikate zur Verfügung stehen, was gar nicht sein dürfte, nämlich die 3-Partition des Trägers durch ein vages Prädikat.

Sainsbury gibt einfach keine Alternative zur klassischen modelltheoretischen Herangehensweise, nach welcher die gedachte Brücke zwischen Sprache und Welt in der Weise zu denken ist, wie sie in der referentiellen Theorie der Bedeutung gegeben ist. Das Fehlen einer Alternative scheint mir allerdings die Verwendbarkeit seiner *boundaryless concepts* in einer Semantik, die ansonsten über in dieser Hinsicht klassische Bestandteile verfügt, fragwürdig zu machen. Denn entweder sind letztlich doch wieder Mengen im Spiel als Extensionen von generellen Termen oder eben Mengen von wahren Sätzen einer Sprache.

Sainsbury hat zur Sprache gebracht, dass er den Begriff des vagen Objekts letztlich als undefinierten Baustein für die gesuchte Semantik anzunehmen gedenkt. Unabhängig von den traditionellen Einwänden von Seiten der Logik gegen vage Individuen im Zusammenhang mit logischer Gleichheit, kann dies möglicherweise ein interessanter Ansatz sein. Dann bestünde gewissermaßen der „Trick“ nämlich darin, nicht etwa, dass man präzise sprachlich beschreibt, was in der Welt vage ist (Objektvagheit/ontologische Vagheit), sondern man würde vielleicht eher extensional präzise ein Objekt beschreiben können, das seinerseits ein semantischer Sachverhalt ist, der gerade eben vage ist. Vagheit wäre dann immer noch semantische Vagheit, die betrachteten vagen Objekte zumindest nicht in der gleichen Weise vage, wie etwa einfache Individuen der Ontologie es sein würden. Es ist möglicherweise dies, was Sainsbury als Ziel im Sinn hat, doch dann wird man einfach abwarten müssen, ob hierzu konkrete Vorschläge für einen Zugang in dieser Hinsicht folgen werden.

Literaturverzeichnis

Allo, P. [2013]. Noisy vs. Merely Equivocal Logics. In: Tanaka et al. [2013], 57-80.

Asher, N.; Dever, J.; Pappas, C. [2009]. Supervaluations Debugged. *Mind, New Series*, **118**, 901-933.

Barnes, J.; Brunschwig, J.; Burnyeat, M.; Schofield, M. [1982a]. *Science and Speculation: Studies in Hellenistic Theory and Practice*. Cambridge University Press: Cambridge.

Barnes, J. [1982b]. Gods and Heaps. In: Barnes et al. [1982a], 24-68.

Barwise, J. (Hg.) [1977a]. *Handbook of Mathematical Logic*. North-Holland: Amsterdam.

Barwise, J. [1977b]. An Introduction to First-order Logic. In: Barwise [1977a], 5-47.

Barwise, J.; Etchemendy, J. [1987]. *The Liar: An Essay on Truth and Circularity*. Oxford University Press: New York.

Beaver, D. I. [1997]. Presupposition. In: Van Benthem/ter Meulen [1997], 939-1008.

Bencivenga, E. [2002]. *Free Logics*. In: Gabbay/Guenthner [2002], 147-196.

Bencivenga, E.; Lambert, K.; van Fraassen, B. C. [1991]. *Logic, Bivalence and Denotation*, 2nd ed. Ridgeview Publishing Company: Atascadero, California.

Berka, K.; Kreiser, L. (Hgg.) [1986]. *Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik*, 4. Aufl. Akademie Verlag: Berlin.

Boolos, G. [1991]. Zooming Down the Slippery Slope. *Nous*, **25**, 695-706.

Boolos, G.; Burgess, J. P.; Jeffrey, R. C. [2007]. *Computability and Logic*, 5th ed. Cambridge University Press: Cambridge.

Burgess, J. A. [1990]. The Sorites Paradox and Higher-Order Vagueness. *Synthese*, **85**, 417-474.

Church, A. [1956]. *Introduction to Mathematical Logic*, Vol. 1. Princeton University Press: Princeton, New Jersey.

Dietz, R.; Moruzzi, S. (Hgg.) [2010]. *Cuts and Clouds: Vagueness, its Nature, and its Logic*. Oxford University Press: Oxford.

Davidson, D. [1967]. Truth and Meaning. *Synthese*, **17**, 304-323.

Donnellan, K. S. [1966]. Reference and Definite Descriptions. *The Philosophical Review*, **75**, 281-304.

Dummett, M. [1975]. Wang's Paradox. *Synthese*, **30**, 301-324.

Ebbinghaus, H.-D.; Flum, J.; Thomas, W. [2007]. *Einführung in die Mathematische Logik*, 5. Aufl. Spektrum Akademischer Verlag: Berlin.

Enderton, H. B. [2001]. *A Mathematical Introduction to Logic,* 2nd ed. Harcourt Academic Press: San Diego.

Evans, G.; McDowell, J. (Hgg.) [1976]. *Truth and Meaning: Essays in Semantics*. Oxford University Press: Oxford.

Evans, G. [1978]. Can There be Vague Objects? *Analysis*, **38**, 208.

Evans, G. [1982]. *The Varieties of Reference*, hg. v. J. McDowell. Oxford University Press: Oxford.

Fine, K. [1975]. Vagueness, Truth and Logic. *Synthese*, **30**, 265-300.

Frege, G. [1879]. *Begriffsschrift*. In: Frege [1977], IV-88.

Frege, G. [1883]. *Über den Zweck der Begriffsschrift*. In: Frege [1977], 97-106.

Frege, G. [1891]. *Funktion und Begriff*. In: Frege [1967], 125-142.

Frege, G. [1892]. *Über Sinn und Bedeutung*. In: Frege [1967], 143-162.

Frege, G. [1892-1895]. *Ausführungen über Sinn und Bedeutung*. In: Frege [1969], 128-136.

Frege, G. [1896]. *Über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene*. In: Frege [1967], 220-233.

Frege, G. [1897/98]. *Begründung meiner strengen Grundsätze des Definierens*. In: Frege [1969], 164-170.

Frege, G. [1914]. *Logik in der Mathematik*. In: Frege [1969], 219-270.

Frege, G. [1967]. *Kleine Schriften*, hg. v. I. Angelelli. Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt.

Frege, G. [1969]. *Nachgelassene Schriften und wissenschaftlicher Briefwechsel*, Bd. 1, hg. v. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach. Meiner Verlag: Hamburg.

Frege, G. [1977]. *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, 3. Aufl., hg. v. I. Angelelli. Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt.

French, P. A.; Uehling Jr., T. E.; Wettstein, H. K. (Hgg.) [1979]. *Contemporary Perspectives in the Philosophy of Language*. University of Minnesota Press: Minneapolis.

Gabbay, D. M.; Guenthner, F. (Hgg.) [2002]. *Handbook of Philosophical Logic*, Vol. 5, 2nd ed. Reidel: Dordrecht.

Gamut, L. T. F. [1991]. *Logic, Language, and Meaning,* Vol. 2. University of Chicago Press: Chicago.

Gazdar, G. [1979]. *Pragmatics: Implicature, Presupposition, and Logical Form*. Academic Press: New York.

Geach, P. T. [1972]. *Logic Matters*. Basil Blackwell: Oxford.

Gegenfurtner, K. R.; Sharpe, L. T. [1999]. *Color Vision*. Cambridge University Press: Cambridge.

Goble, L. (Hg.) [2001]. *The Blackwell Guide to Philosophical Logic*. Blackwell Publishers Ltd: Oxford.

Gödel, K. [1930]. Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Functionenkalküls. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, **37**, 349–360.

Goe, G. [1983]. *Lezioni di Logica*. Franco Angeli: Milano.

Grice, H. P. [1970]. *Lectures on Logic and Reality*. University of Illinois at Urbana.

Hodges, W. [2010]. Tarski's Truth Definitions. In: Zalta, E. N. (Hg.): *The Stanford Encyclopedia of Philosophy,* Fall 2010 Edition, URL: http://plato.stanford.edu/entries/tarski-truth/.

Hyde, D. [2008]. *Vagueness, Logic and Ontology*. Ashgate: Aldershot.

Hyde, D. [2011]. Sorites Paradox. In: Zalta, E. N. (Hg.): *The Stanford Encyclopedia of Philosophy,* Winter 2011 Edition, URL: http://plato.stanford.edu/entries/sorites-paradox/.

Kamp, J. A. W. [1975]. Two Theories about Adjectives. In: Keenan [1975], 123-155.

Kaplan, D. [1972]. What is Russell's Theory of Descriptions? In: Pears [1972], 227-244.

Kaplan, D. [1975]. How to Russell a Frege-Church. *The Journal of Philosophy*, **72**, 716-729.

Karttunen, L. [1973]. Presuppositions of Compound Sentences. *Linguistic Inquiry*, **4**, 169-193.

Keefe, R.; Smith, P. (Hgg.) [1996]. *Vagueness: A Reader*. MIT Press: Cambridge, Massachusetts.

Keefe, R. [2000]. *Theories of Vagueness*. Cambridge University Press: Cambridge.

Keefe, R. [2008]. Vagueness: Supervaluationism. *Philosophy Compass*, **3**, 315-324.

Keenan, E. L. (Hg.) [1975]. *Formal Semantics of Natural Language*. Cambridge University Press: Cambridge.

Kirkham, R. L. [1995]. *Theories of Truth: A Critical Introduction*. MIT Press: Cambridge, Massachusetts.

Kleene, S. C. [1952]. *Introduction to Metamathematics*. North-Holland: Amsterdam.

Kreiser, L.; Gottwald, S.; Stelzner, L. (Hgg.) [1990]. *Nichtklassische Logik: Eine Einführung*, 2. Aufl. Akademie-Verlag: Berlin.

Kripke, S. [1977]. *Speaker Reference and Semantic Reference*. In: French/ Uehling/Wettstein [1979], 6-27.

Kutschera, F. [1976]. *Einführung in die intensionale Semantik*. De Gruyter Verlag: Berlin.

Kutschera, F. [1989]. *Gottlob Frege. Eine Einführung in sein Werk*. De Gruyter Verlag: Berlin.

Lambert, K. [1974]. Predication and Extensionality. *Journal of Philosophical Logic*, **3**, 255-264.

Lambert, K. [2001]. *Free Logics*. In: Goble [2001], 258-279.

Lambert, K. [2003]. *Free Logic: Selected Essays*. Cambridge University Press: Cambridge.

Lambert, K.; van Fraassen, B. C. [1972]. *Derivation and Counterexample: An Introduction to Philosophical Logic*. Dickenson Publishing Company: Encino, California.

Leblanc, H. [1982]. *Existence, Truth and Provability*. SUNY Press: New York.

Leeb, H.-P. [2006]. State-of-Affairs Semantics for Positive Free Logic. *Journal of Philosophical Logic*, **35**, 183-208.

Lehmann, S. [2002]. More Free Logic. In: Gabbay/Guenthner [2002], 197-259.

Lewis, D. K. [1970]. General Semantics. *Synthese*, **22**, 18-67.

Machina, K. [1976]. Truth, Belief, and Vagueness. *Journal of Philosophical Logic*, **5**, 47-78.

McGee, V.; McLaughlin, B. P. [2000]. The Lessons of the Many. *Philosophical Topics*, **28**, 129-151.

McKinnon, N. [2002]. Supervaluations and the Problem of the Many. *The Philosophical Quarterly*, **52**, 320-339.

Mehlberg, H. [1958]. *The Reach of Science*. University of Toronto Press: Toronto.

Mendelson, E. [2010]. *Introduction to Mathematical Logic*, 5th ed. CRC Press: Boca Raton.

Meyer, R. K.; Lambert, K. [1968]. Universally Free Logic and Standard Quantification Theory. *The Journal of Symbolic Logic*, **33**, 8-26.

Neale, S. [1990]. *Descriptions*. MIT Press: Cambridge, Massachusetts.

Nerlich, G. [1965]. Presupposition and Entailment. *American Philosophical Quarterly*, **2**, 33-42.

Nolt, J. [2011]. Free Logic. In: Zalta, E. N. (Hg.): *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Spring 2011 Edition, URL: http://plato.stanford.edu/entries/logic-free/.

Pears, D. F. (Hg.) [1972]. *Bertrand Russell: A Collection of Critical Essays*. Doubleday Anchor: New York.

Przełecki, M. [1969]. *The Logic of Empirical Theories*. Routledge & Kegan Paul: London.

Puryear, S. [2013]. Frege on Vagueness and Ordinary Language. *The Philosophical Quarterly*, **63**, 120-140.

Quine, W. v. O. [1948]. On What There Is. *The Review of Metaphysics*, **2**, 21-38. Wiederabgedruckt in Quine [1961].

Quine, W. v. O. [1951]. *Mathematical Logic*, rev. ed. Harvard University Press: Cambridge, Massachusetts.

Quine, W. v. O. [1954]. Quantification and the Empty Domain. *Journal of Symbolic Logic*, **19**, 177–179.

Quine, W. v. O. [1960]. *Word and Object*. MIT Press: Cambridge, Massachusetts.

Quine, W. v. O. [1961]. *From a Logical Point of View: 9 Logico-philosophical Essays*, 2nd ed. Harvard University Press: Cambridge, Massachusetts.

Quine, W. v. O. [1986]. *Philosophy of Logic*, 2nd ed. Harvard University Press: Cambridge, Massachusetts.

Rautenberg, W. [2008]. *Einführung in die Mathematische Logik*, 3. Aufl. Vieweg und Teubner Verlag: Wiesbaden.

Raffman, D. [2005]. Borderline Cases and Bivalence. *Philosophical Studies*, **81**, 175-192.

Rein, A. [1985]. Frege and Natural Language. *Philosophy*, **60**, 513-524.

Reis, M. [1977]. *Präsuppositionen und Syntax*. Niemeyer Verlag: Tübingen.

Robinson, R. [1950]. *Definition*. Oxford University Press: London.

Ronzitti, G. (Hg.) [2011]. *Vagueness: A Guide*. Springer Verlag: Dordrecht.

Russell, B. [1905]. On Denoting. *Mind, New Series*, **14**, 479-493.

Russell, B. [1910-1911]. Knowledge by Acquaintance and Knowledge by Description. *Proceedings of the Aristotelian Society*, *New Series*, **11**, 108-128.

Russell, B. [1918-1919]. The Philosophy of Logical Atomism. *The Monist*, **28**, 495-527; **29**, 32-63, 190-222, 345-380.

Russell, B. [1919]. *Introduction to Mathematical Philosophy*. George Allen & Unwin: London.

Russell, B. [1923]. Vagueness. *Australasian Journal of Psychology and Philosophy*, **1**, 84-92.

Russell, B. [1937]. *The Principles of Mathematics*, 2nd ed. George Allen & Unwin: London.

Russell, B. [1957]. Mr. Strawson on Referring. *Mind*, *New Series*, **66**, 385-389.

Sainsbury, R. M. [1989]. What Is a Vague Object? *Analysis*, **49**, 99-103.

Sainsbury, R. M. [1990]. Concepts without boundaries. Wiederabgedruckt in Keefe/Smith [1996], 251-264.

Sainsbury, R. M. [1991]. Is there Higher-Order Vagueness?, *The Philosophical Quarterly*, **41**, 167-182.

Schiffer, S. [1998]. Two Issues of Vagueness. *The Monist*, **81**, 193-214.

Schiffer, S. [2000]. Vagueness and Partial Belief. *Noûs*, **34**, Supplement: *Philosophical Issues*, **10**, 220-257.

Schock, R. [1968]. *Logics without Existence Assumptions*. Almqvist & Wiskell: Stockholm.

Shoenfield, J. R. [1967]. *Mathematical Logic*. Addison-Wesley: Reading, Massachusetts.

Snowdon, P. [2009]. *Peter Frederick Strawson*. In: Zalta, E. N. (Hg.): *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Winter 2009 Edition, URL: http://plato.stanford.edu/entries/strawson/.

Sorensen, R. [2000]. Direct Reference and Vague Identity. *Philosophical Topics*, **28**, 177-194.

Sorensen, R. [2001]. *Vagueness and Contradiction*. Clarendon Press: Oxford.

Sorensen, R. [2012]. *Vagueness*. In: Zalta, E. N. (Hg.): *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Summer 2012 Edition, URL: http://plato.stanford.edu/entries/vagueness/.

Strawson, P. F. [1950]. On Referring. *Mind*, *New Series*, **59**, 320-344.

Tanaka, K.; Berto, F.; Mares, E.; Paoli, F. (Hgg.) [2013]. *Paraconsistency: Logic and Applications*. Springer Verlag: Dordrecht.

Tarski, A. [1935]. Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen. In: Berka/Kreiser [1986], 445-546.

Tarski, A. [1944]. The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics. *Philosophy and Phenomenological Research*, **4**, 341-376.

Thomason, R. [1970]. *Supervaluations, the Bald Man, and the Lottery*. Manuskript. Pittsburgh.

Van Benthem, J.; ter Meulen, A. (Hgg.) [1997]. *Handbook of Logic and Language*, Elsevier: Amsterdam.

Van Fraassen, B. C. [1966]. Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic. *The Journal of Philosophy*, **63**, 481-495.

Van Fraassen, B. C. [1968]. Presupposition, Implication, and Self-Reference. *The Journal of Philosophy*, **65**, 136-152.

Van Rooij, R. [2011]. Vagueness and Linguistics. In: Ronzitti [2011], 123-170.

Varzi, A. C. [2007]. Supervaluationism and Its Logics. *Mind*, *New Series*, **116**, 633-675.

Weatherson, B. [2003]. Many Many Problems. *The Philosophical Quarterly*, **53**, 481-501.

Whitehead, A. N.; Russell, B. [1927]. *Principia Mathematica*, 2nd ed. Cambridge University Press: London.

Williamson, T. [1994]. *Vagueness*. Routledge: London.

Woodruff, P. W. [1984]. On Supervaluations in Free Logic. *The Journal of Symbolic Logic*, **49**, 943-950.

Wright, C. [1976]. *Language-mastery and the Sorites Paradox*. In: Evans/McDowell [1976], 223-247.

Wright, C. [1987]. Further Reflections on the Sorites Paradox. *Philosophical Topics*, **15**, 227-290.

Wright, C. [2010]. *The Illusion of Higher-Order Vagueness*. In: Dietz/Moruzzi [2010], 523-549.